

# радиоуправление

радиоуправление  
реактивными  
снарядами  
и космическими  
аппаратами



# Радиоуправление реактивными снарядами и космическими аппаратами

Л. С. ГУТКИН, Ю. П. БОРИСОВ  
А. А. ВАЛУЕВ, А. Л. ЗИНОВЬЕВ  
В. Л. ЛЕБЕДЕВ, С. В. ПЕРВАЧЕВ  
Е. П. ПОЛИЩУК, Д. А. ПОНОМАРЕВ

Под общей редакцией Л. С. ГУТКИНА



«СОВЕТСКОЕ РАДИО»  
МОСКВА—1968



Л. С. Гуткин, Ю. П. Борисов, А. А. Валуев, А. Л. Зиновьев, В. Л. Лебедев, С. В. Первачев, Е. П. Полищук, Д. А. Пономарев, под общей редакцией проф. Л. С. Гуткина. Радиоуправление реактивными снарядами и космическими аппаратами, М., «Советское радио», 1968 г., стр. 680. Тир. 13000 экз. Цена 2р. 26 к.

Книга предназначена для широкого круга специалистов, занимающихся вопросами управления реактивными снарядами и космическими аппаратами, и для студентов старших курсов радиофакультетов ВУЗов.

В первой части книги дается общая характеристика управляемых летательных аппаратов и рассматриваются принципы радиоуправления реактивными снарядами (телеуправление, самонаведение, автономное и комбинированное управление, согласование систем координат, радиовзрыватели).

Во второй части рассматриваются основные математические методы анализа и синтеза систем радиоуправления с учетом переменности параметров и нелинейности этих систем и действия флуктуационных помех.

В третьей части книги на основе изложенных методов дается оценка точности и дальности действия радиотехнических систем самонаведения и телеуправления.

В четвертой части рассматриваются особенности управления баллистическими ракетами и космическими аппаратами. При этом основное внимание уделяется вопросам вывода на орбиту искусственных спутников Земли, контроля их траектории и задачам сближения («мягкой встречи») двух космических аппаратов.

Основными отличиями данной книги от ранее изданных являются более полное изложение вопросов управления космическими аппаратами, в частности управления сближением космических аппаратов, рассмотрение методов синтеза систем радиоуправления, а также методов анализа таких систем с учетом переменности их параметров и нелинейности.

293 рис., 3 табл., 131 библиогр. назв.

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Радиоуправление реактивными снарядами и космическими аппаратами является одной из наиболее важных областей применения современной радиоэлектроники. Система радиоуправления является весьма сложным техническим комплексом, в состав которого входят радиолокаторы, линии радиосвязи, автопилоты, счетно-решающие устройства и другие радиоэлектронные приборы и автоматы. Правильное построение системы радиоуправления возможно лишь при учете свойств управляемого летательного аппарата, как звена системы автоматического регулирования.

В учебных заведениях курсу «Радиоуправление» обычно предшествует ряд специальных курсов: радиолокация, радиосвязь (передача информации по многоканальным радиолиниям), автоматика, вычислительная техника. При написании данной книги предполагалось, что читатель знаком с основами указанных специальных дисциплин.

В настоящее время имеется целый ряд монографий и учебных пособий по вопросам радиоуправления [1, 2, 3] и др. Однако за последние годы теория и техника радиоуправления развивались столь быстро, что появившиеся важные вопросы не получили в этих книгах достаточно полного освещения. В первую очередь это относится к управлению космическими аппаратами и к математическим методам анализа и синтеза систем радиоуправления. Поэтому основным отличием данной книги от ранее опубликованных является значительно большее внимание, уделяемое этим новым вопросам.

Материал, изложенный в книге, разбит на четыре части. В первой части излагаются принципы радиоуправления реактивными снарядами. Во второй части, рассматриваются основные математические методы анализа и синтеза систем радиоуправления. В третьей части на основе этих методов определяются основные показатели качества систем радиоуправления — точность и дальность их действия, и, наконец, в четвертой части рассматриваются особенности радиоуправления баллистическими ракетами и космическими аппаратами.

Для облегчения усвоения материала часть текста набрана петитом (мелким шрифтом). При этом в петит вынесены, как правило, вопросы, являющиеся либо наиболее сложными в математическом отношении, либо более частными. Поэтому материал, набранный



петитом, предназначен в основном для читателей, желающих более глубоко или широко изучить соответствующий вопрос. В конце каждой главы приведены контрольные вопросы, которые помогут читателю проверить степень усвоения им материала данной главы и ссылки на литературу, общий перечень, которой приведен в конце книги.

Авторы надеются, что данная книга окажется полезной не только студентам радиофакультетов, но и инженерам, занимающимся вопросами радиоуправления.

Авторский коллектив выражает глубокую благодарность М. В. Максимову, В. Н. Типугину и всем товарищам, принявшим участие в рецензировании рукописи и сделавшим ряд замечаний, способствовавших улучшению данной книги.

Главы 1, 2, 5, 6, 8, 9, 11, 12, 13, 18, 19, 20 и § 22.1, 22.2, 22.3 написаны Л. С. Гуткиным; гл. 3, 4, 7, 17 — Ю. П. Борисовым; гл. 10 — А. Л. Зиновьевым; гл. 15 и 21 — В. Л. Лебедевым; гл. 14, 16 и § 22.4 и 22.5 — С. В. Первачевым; гл. 23 и 24 — А. А. Валуховым и Д. А. Пономаревым; гл. 25 — Е. П. Полищуком.

*Авторы*

Часть первая

# ПРИНЦИПЫ УПРАВЛЕНИЯ РЕАКТИВНЫМИ СНАРЯДАМИ



## КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ И СПОСОБОВ УПРАВЛЕНИЯ

### § 1.1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Радиоуправлением в широком смысле слова называется управление любыми аппаратами и приборами, осуществляемое с помощью радиосредств. Под радиоуправлением в более узком смысле обычно понимается управление с помощью радиосредств движением летательных аппаратов — снарядов, самолетов, космических аппаратов и др. В дальнейшем будет идти речь именно о таком радиоуправлении. Ему предшествовало развитие радионавигации, имевшей целью пилотирование (вождение) самолетов и кораблей с помощью радиосредств. Сначала были созданы радиотехнические приборы, осуществлявшие функции, аналогичные маякам и компасам и названные соответственно радиомаяками и радиокомпасами. Затем появились радиовысотомеры (радиоальтиметры). Эти приборы позволяли пилоту определять местоположение самолета и выводить его в заданный район.

За несколько лет до второй мировой войны были созданы более сложные радионавигационные приборы, позволявшие пилоту осуществлять «слепую» посадку самолета, т. е. посадку при ограниченной видимости земной поверхности.

Все эти радионавигационные приборы были рассчитаны на выдачу пилоту необходимой информации о положении и движении самолета (корабля), а управление самолетом осуществлялось пилотом.

Во время второй мировой войны (1939—1945 гг.) появились управляемые по радио беспилотные объекты — ракеты «Фау-2», (которыми немцы обстреливали Лондон), ракеты типа «воздух — море» (выпускавшиеся с самолетов и наводившиеся на корабли противника) и некоторые другие виды беспилотных объектов. Начавшееся в 1938—1940 гг. развитие радиоуправления беспилотными объектами продолжается во все нарастающих масштабах. Новым скачком в этой области явилось создание Советским Союзом 4 октября 1957 г. первого в мире искусственного спутника Земли.

Наряду с развитием радиоуправления беспилотными объектами продолжалось совершенствование упомянутых выше радионавига-

ционных приборов (радиокомпасов, радиоальтиметров, приборов для слепой посадки и т. п.). При этом оказалось целесообразным пользоваться двумя терминами — «радионавигация» и «радиоуправление».

Под радионавигацией понималось управление (с помощью радиосредств) движением пилотируемых аппаратов, а под радиоуправлением — управление движением беспилотных объектов (аппаратов). Однако по мере развития радионавигации и радиоуправления различие между ними все более уменьшается.

Действительно, управление современными самолетами все более автоматизируется, и функции пилота сводятся постепенно к контролю за работой аппаратуры в целях обеспечения ее исправного состояния. В недалеком будущем пилот будет включаться в процесс управления самолетом лишь в аварийных или не предусмотренных программой случаях.

С другой стороны, развитие беспилотных объектов привело к созданию космических кораблей, на борту которых находится человек, и поэтому кроме автоматического управления предусматривается также ручное управление — в аварийных или не предусмотренных программой случаях.

Таким образом, если в первых радионавигационных системах предусматривалось только ручное управление (управление рукой пилота), а в первых космических аппаратах (спутниках) — только автоматическое управление, то в наиболее совершенных современных системах применяется комбинация автоматического и ручного управления. Поэтому в настоящее время различия между радионавигацией и радиоуправлением имеют в значительной мере условный и исторический характер.

Современные управляемые летательные аппараты по их назначению могут быть разбиты на следующие основные группы.

1. **Управляемые снаряды: зенитные ракеты** — реактивные снаряды для поражения воздушных целей («земля — воздух»), **авиационные ракеты** — реактивные снаряды для поражения с самолетов наземных и воздушных целей («воздух — земля», «воздух — воздух»), **баллистические ракеты** и др.

2. **Управляемые мишени** («самолеты-мишени»).

3. **Самолеты и космические корабли** для невоенных целей и боевые самолеты.

4. **Спутники** для разведки погоды.

5. **Ракеты и спутники** для научных исследований в атмосфере и в космосе.

6. **Спутники-ретрансляторы** для радиосвязи и радиовещания (звукового и телевизионного).

7. **Навигационные спутники** — спутники, излучающие сигналы, обеспечивающие навигацию самолетов, космических кораблей, морских судов.

8. Управляемые летательные аппараты для вспомогательных целей, например для технического обслуживания и смены экипажей космических лабораторий, сборки в космосе крупных космических кораблей и космических станций, для спасения экипажей космических кораблей и др.

В дальнейшем рассмотрение будет вестись в основном применительно к следующим наиболее характерным летательным аппаратам:

- 1) Реактивные снаряды «земля — воздух».
- 2) Реактивные снаряды «воздух — воздух».
- 3) Реактивные снаряды «воздух — земля».
- 4) Баллистические ракеты.
- 5) Спутники, выводимые на заданную орбиту.
- 6) Спутники, осуществляющие «мягкую» встречу в космосе (с нулевой скоростью).

Так как данная книга имеет целью изложение не всех, а лишь основных вопросов радиоуправления, то для понимания этих основных вопросов достаточно представлять себе задачи и особенности управления указанными шестью видами летательных аппаратов.

Далее дается краткая характеристика этих задач и особенностей.

## § 1.2. КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОСНОВНЫХ ВИДОВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

### а. Реактивные снаряды «земля—воздух» (зенитные ракеты)

Зенитные ракеты предназначаются для поражения самолетов и других воздушных целей с наземного или морского командного пункта.

Старт ракеты может быть вертикальным или наклонным. Траектория ракеты при вертикальном старте изображена на рис. 1.1. Ракета стартует и летит вертикально до некоторой точки  $a$ , после чего начинает двигаться по программной кривой, задаваемой специальным программным механизмом, не зависящей от последующих маневров цели. В точке  $b$  управление по программе выключается и начинается основной этап управления, при котором траектория ракеты непрерывно корректируется в зависимости от положения цели. В точке  $A$  происходит встреча ракеты с целью.

Длина участка  $Oa$ , соответствующего неуправляемому вертикальному полету, определяется обычно одним из следующих требований:

- а) в точке  $a$  ракета должна иметь уже достаточную для хорошего управления величину скорости (пройти, например, через порог звуковой скорости);

б) точка  $a$  должна лежать за пределами наиболее плотных слоев атмосферы (5—10 км); при этом ракета проходит слои с наибольшим сопротивлением воздуха по кратчайшему расстоянию и получается наибольшая экономия горючего\*.

Длина программной траектории  $ab$  определяется из тех соображений, чтобы ракета перешла с вертикальной траектории на траекторию, примерно соответствующую выбранному методу наведения на цель.

Траектория ракеты при наклонном старте изображена на рис. 1.2. Ракета устанавливается на наклонном лафете. Лафет пе-

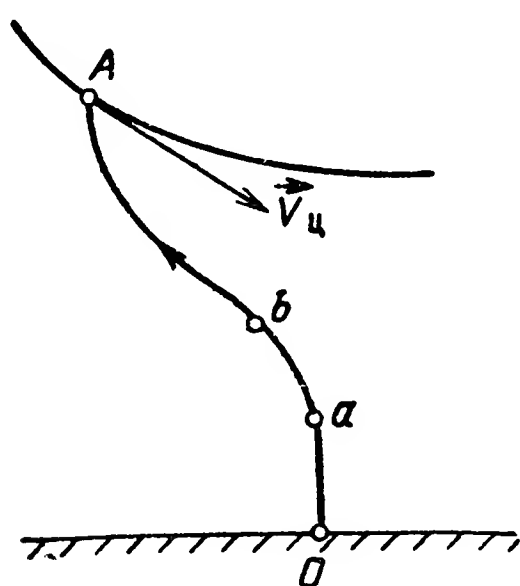


Рис. 1.1

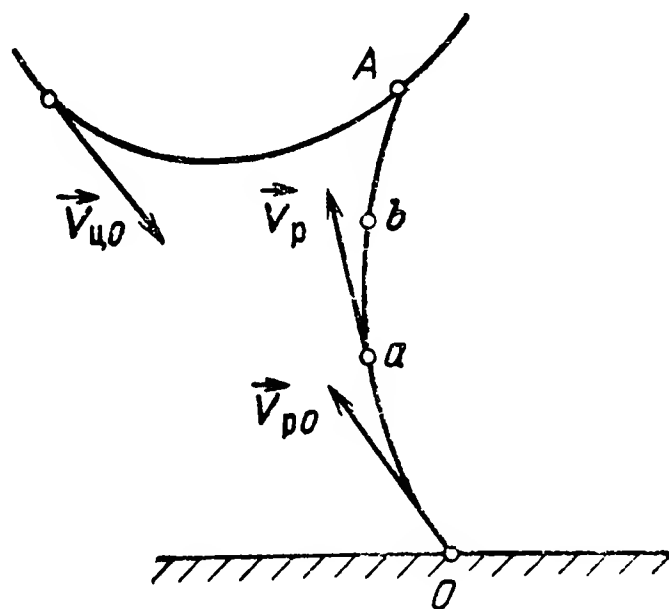


Рис. 1.2

ремещается по углу места и азимуту при помощи радиолокатора, автоматически следящего за целью, и специального счетно-решающего устройства.

Управление лафетом производится с таким расчетом, чтобы в момент схода ракеты с лафета ее вектор скорости  $\vec{V}_{po}$  был направлен в некоторую упрежденную точку.

Величина скорости  $\vec{V}_{po}$  должна быть достаточной, чтобы ракета не упала на землю под действием силы тяжести и смогла бы продолжать набирать скорость в заданном направлении ( $V_{po} \approx 20 \div 50$  м/сек). На участке  $Oa$  ракета разгоняется при помощи дополнительных стартовых ракет до скорости, достаточной для нормального управления (например, до скорости 400—500 м/сек). В точке  $a$  стартовые ракеты отпадают, и ракету движет лишь основной реактивный двигатель. Участок  $Oa$  обычно не превышает одного километра, и ракета проходит этот участок за 3—5 сек с продольными ускорениями не более 10—15 g. На участке  $Oa$  движение ракеты делают неуправляемым, так как на этом участке управление затрудняется тем, что ракета резко меняет свою скорость и проходит через порог звуковой скорости. Однако желательно иметь управление и на этом

\* Очевидно, это требование может предъявляться лишь при поражении высоколетящих целей.

участке (так как выключение стартовых двигателей и отрыв стартовых ракет вызывают искажения траектории, притом различные для разных экземпляров ракет). Направление лафета в момент выстрела выбирается с таким расчетом, чтобы к началу участка  $abA$ , на котором движение ракеты становится управляемым, направление вектора скорости ракеты  $\vec{V}_p$  возможно меньше отличалось от касательной к той идеальной траектории ракеты, которая соответствует выбранному методу наведения ракеты на цель. В противном случае при переходе от неуправляемого полета к управляемому ракета будет резко изменять направление своей скорости, т. е. испытывать большие поперечные ускорения.

На участке  $abA$  имеет место режим основного управления, т. е. движение ракеты корректируется приборами управления в соответствии с движением цели.

Основным преимуществом наклонного старта перед вертикальным является возможность более быстрого и плавного вывода ракеты на траекторию, соответствующую данному методу наведения. Поэтому в тех случаях, когда может требоваться стрельба на малые дистанции (например, при дальности до цели менее 10—20 км), наклонный старт имеет преимущество перед вертикальным.

При стрельбе на большие дистанции может сказаться более целесообразным вертикальный старт. Действительно, для стрельбы на большие дистанции могут потребоваться весьма тяжелые и крупные ракеты, установка которых на наклонном лафете будет затруднена. Кроме того, при больших дальностях полета вертикальный старт может дать заметную экономию горючего благодаря тому, что ракета будет преодолевать плотные слои атмосферы по кратчайшему расстоянию.

## 6. Реактивные снаряды (ракеты) «воздух—воздух»

Ракеты «воздух — воздух» применяются для стрельбы с самолета по воздушным целям, например по самолетам противника. Следовательно, эти ракеты должны поражать цели того же вида, что и зенитные ракеты, но выпускаются они не с наземного или морского командного пункта, а с самолета. Эта особенность приводит к тому, что ракеты «воздух — воздух» должны иметь меньшие вес и габариты, особенно в тех случаях, когда самолет-носитель должен нести одновременно несколько ракет. Очевидно также, что конструкции ракеты и стартовых устройств в этом случае должны выбираться таким образом, чтобы по возможности не ухудшать аэродинамических свойств самолета-носителя.

Так как командный пункт, с которого производится пуск ракеты «воздух — воздух», находится на самолете, вес и габариты аппаратуры управления, расположенной на КП, должны быть значительно меньшими, чем в случае зенитных ракет.



Отмеченные выше особенности приводят к тому, что дальность действия у снарядов «воздух — воздух» обычно меньше, чем у снарядов «земля — воздух». Однако вследствие сравнительно большого радиуса действия самолета-носителя перехват (уничтожение) вражеских самолетов с помощью ракет «воздух — воздух» является одним из эффективных средств ПВО.

### в. Реактивные снаряды (ракеты) «воздух—земля»

Ракеты этого класса применяются для стрельбы с самолета, по наземным целям (ракеты «воздух — суша») и по морским целям (ракеты «воздух — море»).

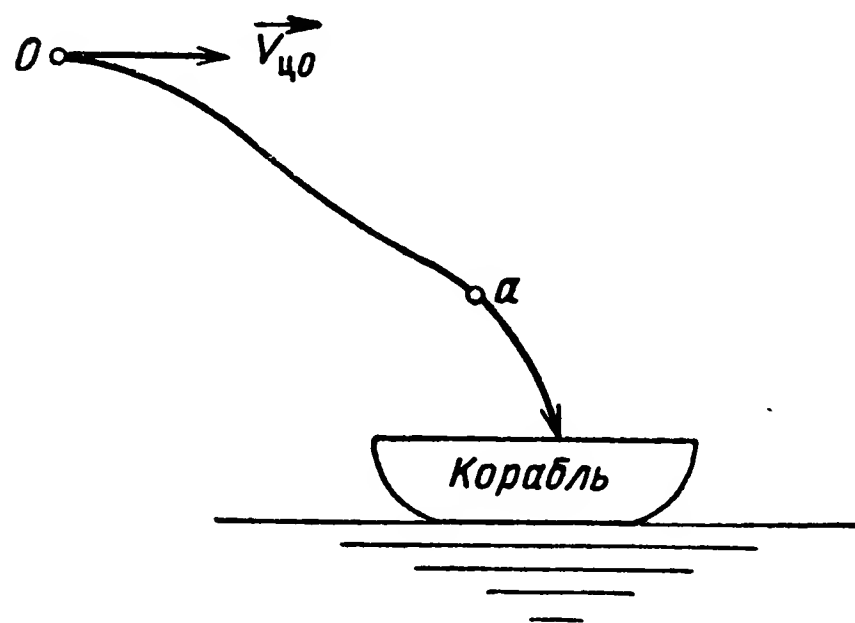


Рис. 1.3

Типичная траектория ракеты «воздух — море» приведена на рис. 1.3. В момент старта ракета имеет скорость, совпадающую со скоростью самолета-носителя. Затем ракета набирает большую скорость, благодаря действию реактивного двигателя и направляется на цель (корабль). Вблизи от цели, в некоторой точке *a*, ракета может быть переведена в режим пикирования, если это требуется для обеспечения более эффективного поражения цели.

В тех случаях, когда наиболее уязвимой является подводная часть корабля, могут применяться ракеты, последний участок траектории которых проходит под водой. При этом управление на подводном участке может осуществляться посредством автономных средств или с помощью ультразвуковых приборов. При поражении наземных и морских целей ракета не должна совершать резких маневров в горизонтальной плоскости, поэтому по своей аэродинамической форме ракеты «воздух — земля» ближе к самолетам, чем к снарядам и их часто называют также самолетами-снарядами. Дальность действия у ракет «воздух — земля» значительно больше, чем у ракет «воздух — воздух», так как у первых сила веса всегда ускоряет движение, а у вторых возможны траектории, при которых сила веса тормозит движение.

### г. Баллистические ракеты

Ракеты этого класса предназначены для поражения из наземного или морского пункта удаленных крупных неподвижных наземных целей (промышленных объектов, железнодорожных узлов, военных объектов и т. п.).

Баллистическими ракеты данного класса называются потому, что основную часть своей траектории они летят при выключенном двигателе лишь под действием начальной скорости и силы тяжести, т. е. по так называемой баллистической кривой.

Типичные траектории этих ракет показаны на рис. 1.4. На этом рисунке  $A$  и  $B$  соответствуют точке старта и точке падения ракеты.

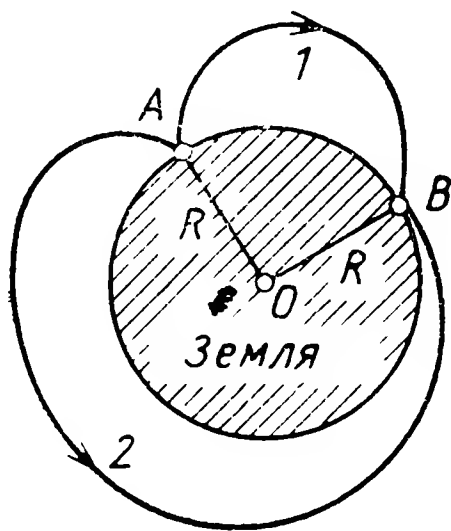


Рис. 1.4

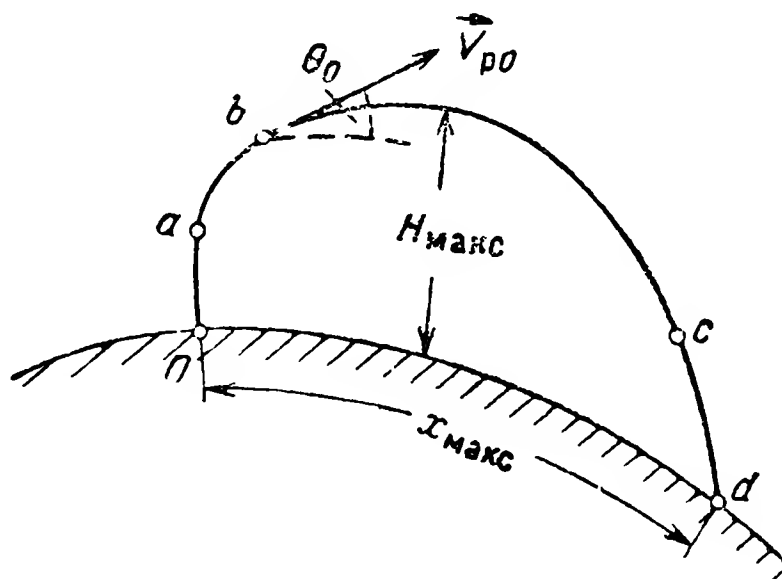


Рис. 1.5

Траектория баллистической ракеты более детально изображена на рис. 1.5. Ракета стартует в точке  $O$  и летит вверх по вертикали вплоть до точки  $a$ , расположенной обычно на границе наиболее плотных слоев атмосферы. Начиная с точки  $a$ , программный механизм, установленный на ракете, начинает воздействовать на рулевые органы ракеты, и ракета движется по кривой  $ab$ , называемой программной траекторией (форма траектории задается программным механизмом). Участок траектории  $Oab$  называется активным, так как на всем этом участке работает двигатель ракеты. В точке  $b$  двигатель выключается и весь дальнейший путь ракета проходит с выключенным двигателем, двигаясь только под действием начальной скорости  $\vec{V}_{po}$  и силы тяжести по баллистической кривой. Поэтому участок  $bcd$  называется пассивным. Участок  $bc$  расположен в разреженных слоях атмосферы. Точка  $c$  соответствует моменту вхождения ракеты в плотные слои атмосферы. Сопротивление воздуха несколько искажает чисто баллистический закон движения.

Ракеты большой дальности делаются обычно многоступенчатыми, т. е. состоят из ряда ракет, каждая из которых имеет свой двигатель. На первой ступени работает двигатель только первой из этих ракет. После израсходования запасов топлива, предназначенного для этого двигателя, использованная первая ракета автоматически отделяется от основного корпуса и ликвидируется, а в работу вступает двигатель второй ступени и т. д.

Благодаря последовательному отделению использованных частей ракеты в процессе полета вес такой составной ракеты и ее га-

бариты последовательно уменьшаются и до цели долетает лишь сравнительно небольшая и легкая ракета. Это дает значительную экономию общего расхода топлива.

Ракета дальнего действия имеет небольшие несущие поверхности и по своей аэродинамической форме ближе к снаряду, чем к самолету. Управление полетом ракеты осуществляется при помощи обычных воздушных рулей и газовых рулей.

Газовые рули повышают эффективность управления в разреженных слоях атмосферы, где эффективность обычных воздушных рулей резко падает.

Для того чтобы ракета достаточно точно попала в цель, выключение двигателя должно осуществляться в заданной точке\*  $b$ , где скорость ракеты достигнет заданного значения  $\vec{V}_{po}$ .

Для выполнения этого требования аппаратура управления должна обеспечить движение ракеты по заданной программной кривой и выключение двигателя ракеты в нужный момент.

Первая задача (движение по программной кривой) может решаться полностью с помощью автономного управления (программного механизма и аппаратуры управления, расположенными полностью на самой ракете) без использования излучения, идущего с КП или от цели.

Вторая задача (выключение двигателя в нужный момент) может решаться также применением автономного управления или с помощью радиосредств.

#### **д. Управление спутником, выводимым на заданную орбиту**

Орбита спутника (пунктирная кривая на рис. 1.6) в общем случае является эллипсом, один из фокусов которого совпадает с центром Земли  $O_z$ . Вывод спутника на орбиту осуществляется обычно многоступенчатой баллистической ракетой. Ракета, стартующая в некоторой точке  $O$ , пролетает плотные слои атмосферы по вертикали  $OA$ . В точке  $A$  система управления искривляет траекторию ракеты таким образом, чтобы в момент выключения двигателя в заранее рассчитанной точке  $B$  вектор скорости ракеты  $\vec{V}_{po}$  имел заданную величину и был направлен по касательной к заданной орбите спутника. В точке  $B$  последняя ступень ракеты отделяется от несомого спутника и последний, получивший в заданной точке  $B$  требуемую скорость  $\vec{V}_{po}$ , движется далее по заданной орбите.

---

\* Говоря более строго, двигатель должен выключаться в тот момент, когда между координатами и скоростью ракеты установится требуемое соотношение.

Вследствие неточности управления истинная орбита будет в какой-то мере отличаться от заданной. К точности системы вывода спутника на орбиту необходимо предъявить такие требования, чтобы отклонения истинной орбиты спутника от заданной находились в допустимых пределах. В некоторых случаях эти требования оказываются столь жесткими, что на современном уровне развития техники выполнить их оказывается очень сложным или вовсе невозможным. В этих случаях предусматривается корректировка траектории спутника, осуществляемая после вывода спутника на первичную орбиту. Для этой цели спутник снабжается реактивными двигателями небольшой мощности, способными осуществлять в некоторых пределах изменение его траектории.

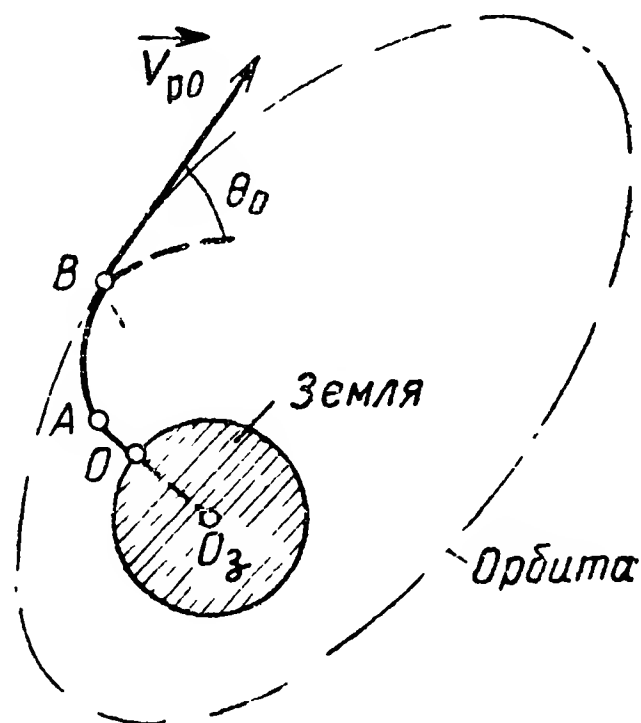


Рис. 1.6

После выхода спутника на первичную орбиту на наземном пункте управления измеряют параметры этой орбиты и сравнивают их со значениями, соответствующими требуемой (заданной) орбите. На основании этого сравнения вырабатываются команды управления, воздействующие на органы управления спутника таким образом, чтобы приблизить его траекторию (орбиту) к заданной.

Таким образом в этом более общем случае вывод спутника на заданную орбиту состоит из двух этапов: вывода на первичную (промежуточную) орбиту и перевода с первичной орбиты на заданную.

Из изложенного следует, что задача управления при выводе спутника на первичную орбиту в значительной мере аналогична задаче управления баллистическими снарядами и сводится к тому, чтобы придать ракете в заданной точке пространства требуемую величину вектора начальной скорости  $\vec{V}_{p0}$ ; перевод же спутника с первичной орбиты на заданную требует наличия у спутника собственных органов управления и соответствующей дополнительной аппаратуры управления.

#### е. Управление при мягкой встрече в космосе

Мягкой встречей называется встреча летательных аппаратов с нулевой скоростью. Мягкая встреча может потребоваться, например, в случае сборки в космосе из отдельных частей (блоков) космических станций или больших космических кораблей, при спасательных работах в космосе и в ряде других случаев. Такая встреча

может осуществляться различными способами, например путем самонаведения одного космического аппарата (блока I) на другой космический аппарат (блок II). При этом на блоке I устанавливается аппаратура управления, которая измеряет положение блока I относительно блока II и управляет блоком I, имеющим соответствующие управляющие двигатели, таким образом, чтобы сблизить его с блоком II и притом так, чтобы скорость сближения на малых расстояниях была мала и встреча (стыковка) двух аппаратов оказалась мягкой, т. е. практически происходила с нулевой скоростью.

Из сказанного следует, что задача управления при мягкой встрече отличается от соответствующей задачи при наведении снарядов на цель в первую очередь тем, что требуется обеспечить встречу не с большой, а практически с нулевой скоростью.

### § 1.3. КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОСНОВНЫХ СПОСОБОВ УПРАВЛЕНИЯ

Движение твердого тела в пространстве складывается из перемещения его центра масс и поворотов тела вокруг этого центра. Поэтому управление движением любого летательного аппарата в общем случае заключается в управлении перемещением его центра масс и управлении поворотами вокруг центра масс.

Первый вид управления называется управлением полетом, а второй вид — управлением ориентацией или просто ориентацией. Следовательно, в общем случае управление движением летательного аппарата состоит из управления полетом и ориентации.

Управление полетом аппарата осуществляется изменением его скорости  $\vec{V}$ , т. е. сообщением аппарату ускорения  $\vec{W}$  или изменением этого ускорения. Управление величиной и направлением ускорения осуществляется при помощи рулевых органов аппарата (рулей).

Так как

$$\vec{W} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad (1.1)$$

где  $\vec{F}$  — результирующая сила, приложенная к аппарату, имеющему массу  $m$ , то управление величиной ускорения  $\vec{W}$  достигается за счет управления величиной и направлением результирующей силы  $\vec{F}$ :

$$\vec{F} = \vec{G} + \vec{T} + \vec{R} + \vec{F}_k + \vec{F}_{цб}, \quad (1.2)$$

где  $\vec{G}$  — сила притяжения (сила тяжести);  $\vec{T}$  — сила тяги, создаваемая реактивными двигателями;  $\vec{R}$  — равнодействующая всех аэродинамических сил, (вызываемых сопротивлением воздуха), приложенных к корпусу аппарата;

$$\vec{F}_k = m\vec{W}_k \quad (1.3)$$

— кориолисова сила, учитывающая кориолисово ускорение;

$$\vec{W}_k = -2 [\vec{\omega} \vec{V}]; \quad (1.4)$$

$$\vec{F}_{цб} = m\vec{W}_{цб} \quad (1.5)$$

— центробежная сила, где

$$\vec{W}_{цб} = - [\vec{\omega} [\vec{\omega} \vec{r}]] \quad (1.6)$$

— центробежное ускорение.

Здесь  $\vec{V}$  — скорость аппарата в системе координат, вращающейся с угловой скоростью  $\vec{\omega}$  (например, в земной системе координат);  $\vec{r}$  — радиус-вектор центра масс аппарата относительно начала координат (например, относительно центра Земли). Квадратные скобки обозначают операцию векторного произведения.

Из формул (1.3)—(1.6) видно, что  $\vec{F}_k$  и  $\vec{F}_{цб}$  учитывают эффект, вызываемый вращением (неинерционностью) системы координат, в которой определяется интересующая нас скорость  $\vec{V}$  аппарата\*.

Из этих формул и формулы (1.2) следует также, что управлять результирующей силой  $\vec{F}$  можно путем изменения сил  $\vec{T}$  и  $\vec{R}$ . Поэтому управление полетом осуществляется изменением силы тяги  $\vec{T}$  или аэродинамической силы  $\vec{R}$ , или изменением обеих этих сил одновременно.

Для изменения величины и направления силы  $\vec{R}$  (а при некоторых конструкциях и для изменения направления силы  $\vec{T}$ ) может потребоваться поворот корпуса аппарата вокруг его центра масс, т. е. изменение его ориентации. Поэтому управление полетом аппарата может включать управление и его ориентацией. Однако в некоторых случаях управление ориентацией имеет самостоятельное значение, т. е. должно осуществляться даже при отсутствии необходимости управления полетом; так, например, в некоторых задачах может требоваться, чтобы летательный аппарат сохранял неизмен-

---

\* В случае ракет ближнего действия (типов «земля — воздух», «воздух — воздух» и др.) силы  $\vec{F}_k$  и  $\vec{F}_{цб}$  весьма малы по сравнению с суммой сил  $(\vec{T} + \vec{R})$  и их можно не учитывать. Однако в случае баллистических ракет дальнего действия и особенно космических аппаратов, силы  $\vec{F}_k$  и  $\vec{F}_{цб}$  могут иметь существенное значение (если скорость  $\vec{V}$  определяется не в инерциальной, а во вращающейся системе координат).



ную ориентацию по отношению к какому-либо телу (Земле, Солнцу, планете, звезде, другому аппарату и т. п.) или изменял эту ориентацию по заданному закону.

Из изложенного следует, что управление ориентацией играет либо подчиненную, либо самостоятельную роль. В тех случаях, когда ориентация имеет самостоятельное значение, она осуществляется большей частью нерадиотехническими средствами. Поэтому при рассмотрении вопросов радиоуправления наибольший интерес представляет управление полетом. Вследствие этого в дальнейшем основное внимание уделяется именно этому виду управления и под управлением понимается (там, где это не оговаривается особо) именно управление полетом.

В дальнейшем для краткости все управляемые летательные аппараты называются ракетами, так как в подавляющем большинстве случаев они имеют реактивные двигатели.

Различают следующие основные виды управления:

1. Автономное управление. 2. Самонаведение. 3. Телеуправление. 4. Комбинированное управление.

**Автономным** называется такое управление полетом ракеты, которое осуществляется без использования какой-либо энергии, идущей от КП (командного пункта) или цели.

Здесь и далее под КП понимается пункт, из которого запускается ракета; при различных видах управления роль КП в процессе управления оказывается различной.

При автономном управлении КП используется лишь для управления пуском ракеты и не участвует в дальнейшем процессе управления. Так как при этом в процессе полета ракета никак не связана ни с КП, ни с целью, автономное управление пригодно для наведения ракет лишь на неподвижные точно известные цели или на цели, движущиеся по стабильным и притом точно известным траекториям. Для наведения на быстро движущиеся маневрирующие цели (например, самолеты) автономное управление заведомо непригодно.

**Самонаведением** называется автоматическое наведение ракеты на цель с использованием энергии  $P_2$ , идущей от цели к ракете. Такой энергией могут быть излучаемые или отражаемые целью радиоволны, световые или тепловые лучи и т. д.

В зависимости от характера используемой энергии самонаведение может быть радиотехническим, тепловым, световым, акустическим.

В зависимости от места расположения первичного источника энергии самонаведение подразделяется на пассивное, активное и полуактивное.

При пассивном самонаведении энергия  $P_2$  создается источниками, расположенными на самой цели, или естественными облучателями цели (Солнцем, Луной). Следовательно, при пассивном самонаведении энергия  $P_2$  получается без специального облучения цели энергией какого-либо вида.

При активном самонаведении цель облучается первичным источником энергии  $P_1$ , установленным на ракете, и для самонаведения используется отраженная от цели энергия  $P_2$ .

При полуактивном самонаведении цель облучается первичным источником энергии  $P_1$ , расположенным вне цели и ракеты. Обычно этот источник помещается на КП. Для самонаведения используется отраженная от цели энергия  $P_2$ .

При самонаведении, как и при автономном управлении, командный пункт не участвует в управлении ракетой. (При полуактивном самонаведении на КП может размещаться источник первичной

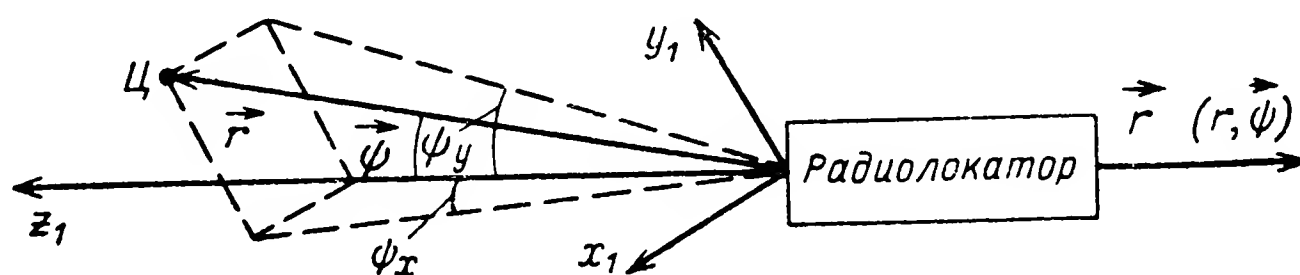


Рис. 1.7

энергии  $P_1$ , однако и в этом случае КП играет лишь чисто пассивную роль.) Но в отличие от автономного управления здесь имеется связь между ракетой и целью. Использование этой связи дает возможность обнаруживать отклонения ракеты от правильного полета на цель.

Для определения этих отклонений на ракете устанавливается угломер (пеленгатор) или радиолокатор цели (под угломером здесь и в дальнейшем понимается прибор, измеряющий только угловые координаты, а под радиолокатором — прибор, способный измерять не только угловые, но и другие координаты).

Для общности в дальнейшем будем полагать, что на ракете устанавливается радиолокатор. Он измеряет пространственную угловую координату цели  $\vec{\psi}$  в некоторой системе координат  $x_1, y_1, z_1$  (рис. 1.7). Кроме того, радиолокатор определяет дальность до цели  $r$ .

Координаты цели  $\vec{\psi}$  и  $r$  (или  $\psi_x, \psi_y$  и  $r$ ) используются для управления, обеспечивающего наведение ракеты на цель.

**Телеуправлением** называется управление ракетой, осуществляемое с командного пункта. Это управление может производиться при помощи рукоятки управления, приводимой в движение оператором, находящимся на КП, или полностью автоматически.

В первом случае телеуправление называется ручным или полуавтоматическим, а во втором — автоматическим.

Для выработки команд управления должны обнаруживаться (измеряться) отклонения ракеты от правильного полета на цель.

В зависимости от метода измерения этих отклонений системы телеуправления можно разбить на два вида:



а) телеуправление первого вида — с непосредственным контролем цели;

б) телеуправление второго вида — с контролем цели посредством аппаратуры, расположенной на ракете.

Принцип телеуправления первого вида — с непосредственным контролем цели — показан на рис. 1.8.

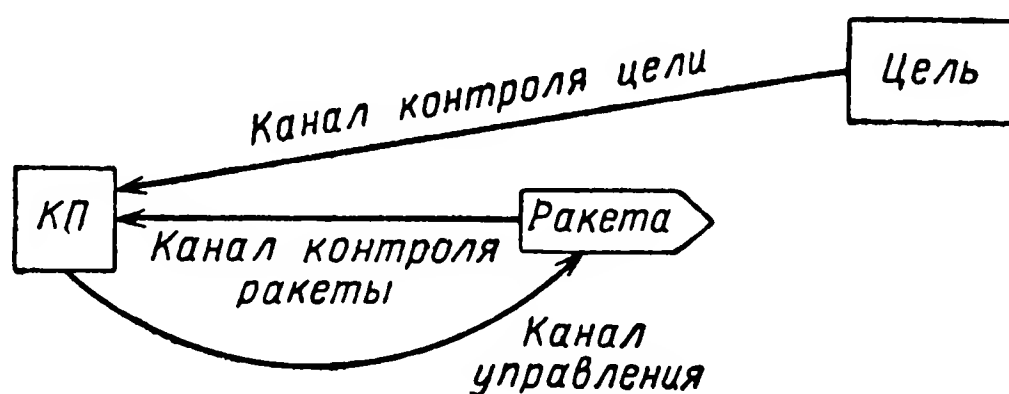


Рис. 1.8

На КП осуществляется наблюдение за целью (по каналу контроля цели) и за ракетой (по каналу контроля ракеты).

На основании сопоставления данных о цели и о ракете определяется отклонение ракеты от правильного полета на цель и вырабатываются соответствующие команды на рули ракеты, устраняющие это отклонение. Эти команды передаются на ракету по каналу управления.

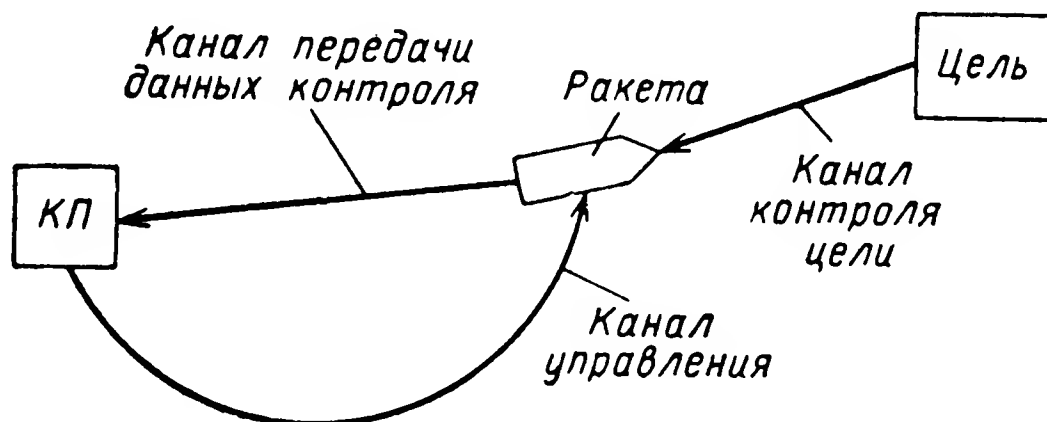


Рис. 1.9

Принцип телеуправления второго вида — с контролем цели посредством бортовой аппаратуры — показан на рис. 1.9. В этом случае отклонения ракеты от правильного полета на цель обнаруживаются измерительной аппаратурой, установленной на ракете (канал контроля цели), и передаются с ракеты на КП по каналу передачи данных контроля. Следовательно, в этом случае контроль за полетом ракеты на цель осуществляется на КП не непосредственно, а с помощью аппаратуры, установленной на ракете. На основании данных, принятых по каналу контроля цели, на КП вырабатываются команды управления, передаваемые на ракету по каналу управления.

Простейший пример телеуправления первого вида (управление по методу накрытия цели) изображен на рис. 1.10.

На КП устанавливается радиолокатор, позволяющий определить пространственный угол  $\vec{\psi}$  между направлениями на цель и ракету. Величина и направление этого угла отображаются на экране элект-

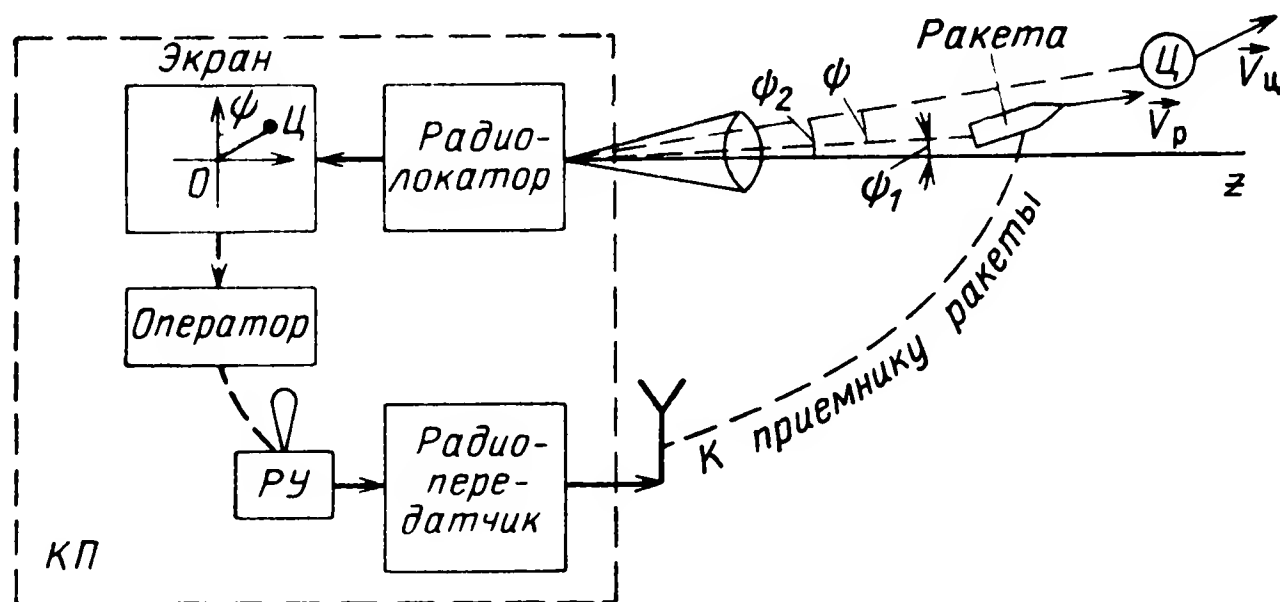


Рис. 1.10

роннолучевой трубки в виде отрезка  $ОЦ$ , соединяющего центр экрана  $О$  со светящимся пятном  $Ц$ . Команды управления вырабатываются оператором при помощи рукоятки управления  $РУ$  и передаются по радио на борт ракеты. Оператор поворачивает рукоятку

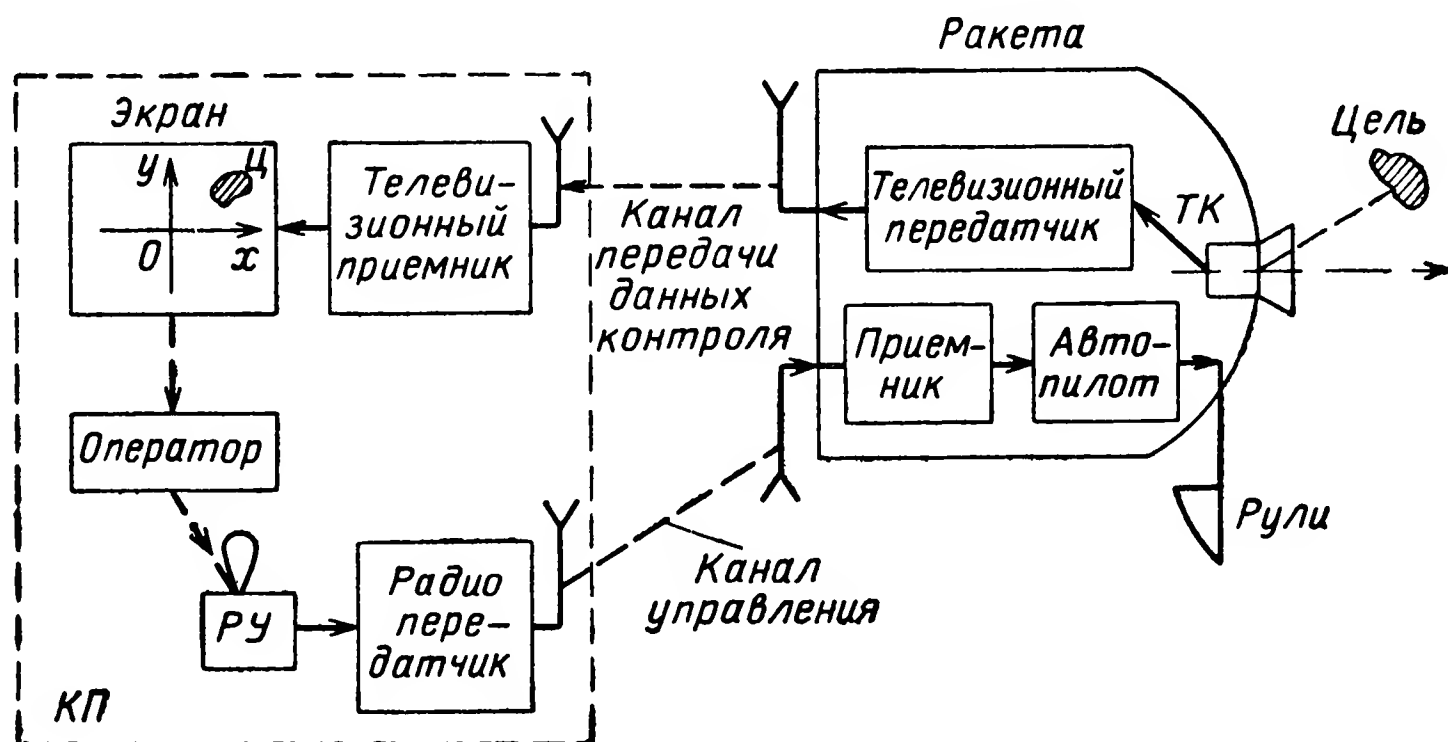


Рис. 1.11

управления так, чтобы светящееся пятно  $Ц$  совместить с центром экрана, т. е. сделать  $\psi = 0$ . Это означает, что при правильном управлении все время будет  $\psi \approx 0$ , т. е. ракета будет находиться на линии визирования цели, как бы накрывая собою цель (если смотреть с КП), откуда и произошло название «метод накрытия цели». Так как

ракета летит по направлению к цели, то, оставаясь все время на линии визирования цели, она должна попасть в цель.

Примером телеуправления с контролем цели посредством бортовой аппаратуры (рис. 1.11) может служить управление при помощи телевизионной головки [1].

На ракете устанавливается телевизионный передатчик; объектив телекамеры (ТК) воспринимает изображение цели. Это изображение воспроизводится на экране телевизионного приемника, установленного на КП (изображение Ц на рис. 1.11). Команды управления вырабатываются оператором, наблюдающим за экраном, при помощи рукоятки управления РУ, и передаются на ракету через радиопередатчик на КП и радиоприемник на ракете.

Оператор управляет рукояткой таким образом, чтобы центр изображения цели Ц совпадал с центром экрана. Так как ракета летит по направлению к цели, то сохранение изображения цели в центре экрана обеспечивает наведение ракеты на цель.

**Комбинированным** управлением называется комбинация нескольких видов управления. Комбинирование может быть последовательным или параллельным.

Последовательным называется такое комбинирование, когда в процессе полета ракеты производится переход с одного вида управления на другой. В качестве примера последовательного комбинирования можно привести комбинирование трех видов управления: автономного, телеуправления и самонаведения.

На первом участке траектории ракета после вертикального старта выходит на требуемый курс по программной кривой, обеспечиваемой автономным управлением. Затем осуществляется переключение вида управления, и дальнейший полет ракеты корректируется телеуправлением первого вида (с непосредственным контролем цели). Когда ракета приблизится к цели на дистанцию, достаточную для захвата цели системой самонаведения, производится переключение с телеуправления первого вида на самонаведение, и на последнем участке траектории ракеты происходит самонаведение.

Такое комбинирование позволяет сочетать большую дальность (телеуправление первого вида) с большой точностью (самонаведение), однако система управления при этом усложняется.

Параллельным называется такое комбинированное управление, при котором **одновременно** действует несколько видов управления. В качестве примера можно привести комбинирование инерциального управления с радиотехническим самонаведением при наведении на неподвижную цель. Инерциальное управление, являющееся одной из разновидностей автономного управления, основано на измерении и интегрировании ускорений центра масс ракеты. Оно не подвержено действию организованных помех, но приводит к накоплению (в процессе полета ракеты) ошибки, вызываемой неточностью измерения ускорения. При радиотехническом самонаведении ор-

гаицизованные помехи могут оказывать сильное действие, но отсутствует накопление ошибки. Поэтому при использовании данных, получаемых от радиолокационной головки самонаведения, для коррекции системы инерциального управления можно существенно улучшить качество управления.

#### § 1.4. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СИСТЕМ РАДИОУПРАВЛЕНИЯ

Развитие техники радиоуправления привело в последние годы к созданию больших систем радиоуправления — системы управления ПВО, системы управления воздушным движением, системы управления навигационными спутниками Земли и т. п.

В данной книге мы будем рассматривать, как правило, лишь более частные системы радиоуправления, которые могут входить в состав больших систем или функционировать самостоятельно (автономно).

В систему радиоуправления (и тем более — в состав большой системы) может входить несколько радиолиний, работающих на различных несущих радиочастотах. Например, в состав системы комбинированного радиоуправления зенитной ракетой могут входить следующие радиолинии:

1) радиолиния контроля цели с КП (канал контроля цели на рис. 1.8);

2) радиолиния контроля ракеты с КП (канал контроля ракеты на рис. 1.8);

3) радиолиния передачи команд управления с КП на ракету (канал управления на рис. 1.8);

4) радиолиния передачи данных с КП на ракету для обеспечения перехода с телеуправления на самонаведение;

5) радиолиния контроля цели с ракеты в процессе самонаведения.

Для уменьшения стоимости, веса и габаритов аппаратуры в ряде случаев оказывается целесообразным объединить несколько радиолиний в одну радиoliniю, выполняющую одновременно две или более различных функций и называемую поэтому комплексной радиолинией. Например, в рассматриваемом случае наиболее просто и целесообразно объединить радиолинии, указанные в п. 3 и 4, т. е. передавать с КП на ракету все необходимые данные на одной и той же несущей частоте, используя для этого обычные принципы многоканальной передачи сообщений.

Сложнее, но в принципе также возможно объединить ряд элементов радиолиний, указанных в п. 1, 2, 3 и 4. Комплексное использование радиолиний может быть целесообразным и в системах контроля и управления искусственных спутников Земли. Например, один и тот же бортовой передатчик может быть использован как для передачи телеметрической информации со спутника на Землю, так и при определении параметров движения спутника с помощью наземной аппаратуры радиоконтроля.

Некоторые примеры комплексного использования радиолиний даются далее при рассмотрении конкретных систем управления.

Основными составными частями системы радиоуправления являются:

1) радиолокаторы; 2) радиолинии передачи информации; 3) управляющие (вычислительные) машины.

Радиолокаторы и радиолинии в зависимости от выполняемых ими функций могут быть подразделены на две категории:

1. Радиолокаторы и радиолинии, являющиеся, по существу, звеньями, входящими в состав замкнутого контура управления летательным аппаратом.

2. Прочие радиолокаторы и радиолинии.

Так как основной целью данной книги является выяснение особенностей работы радиосредств в составе замкнутых систем автоматического управления, то далее рассматриваются, как правило, радиолокаторы и радиолинии лишь первой категории.

Управляющие машины, входящие в состав систем радиоуправления, в зависимости от места их расположения разделяются на наземные и бортовые (расположенные на борту летательного аппарата). В тех случаях, когда машина, входящая в состав системы радиоуправления, выдает свои данные не приборам автоматического управления летательными аппаратами, а человеку, она называется не управляющей, а вычислительной машиной. Следовательно, управляющая машина является звеном замкнутой системы автоматического управления, а вычислительная машина — звеном замкнутой или разомкнутой системы управления, в которой управление осуществляется при непосредственном (активном) участии человека. Управляющие (вычислительные) машины, входящие в состав систем управления, часто называют также счетно-решающими приборами или блоками.

По принципу своего действия применяемые машины разделяются на непрерывные (аналоговые) и дискретные (цифровые). Цифровые машины, в свою очередь, могут быть универсальными или специализированными. Из аналоговых машин применяются, как правило, специализированные машины.

Универсальные цифровые вычислительные машины (УЦВМ) находят применение в основном в наземных установках.

В бортовых установках до последних лет применялись, как правило, аналоговые вычислительные машины, ибо цифровые машины имели слишком большие вес, габариты и стоимость. Сложность применения на борту цифровых машин усугублялась также и тем, что большинство датчиков информации (радиолокаторы, гироскопические приборы, акселерометры и др.) выдавали эту информацию не в цифровой, а в аналоговой форме, т. е. в виде непрерывных величин и непрерывных функций времени. Поэтому на борту приходилось ставить целый ряд преобразователей аналог-код, преобразующих эту непрерывную информацию в цифровой код. Кроме того,

требовались обычно и преобразователи вида код-аналог, ибо цифровая машина выдает информацию в виде цифрового кода, а рулевые машины, управляющие летательными аппаратами, работают, как правило, в непрерывном режиме.

Однако в последние годы в бортовых установках все больше и больше применяются цифровые машины [29], что, во-первых, обусловлено их большей точностью. При достаточном числе разрядов, применяемых в машине, точность практически лимитируется уже не погрешностями самой вычислительной машины, а погрешностями преобразователей аналог-код и код-аналог. Но даже и с учетом погрешностей этих преобразователей общая погрешность управления в этом случае получается значительно меньшей, чем при применении аналоговых машин.

Внедрение цифровых управляющих машин, во-вторых, обусловлено тем, что в последние годы создан целый ряд типов датчиков, выдающих информацию в виде цифрового кода. Это, с одной стороны, повышает точность этих датчиков, а с другой — устраняет необходимость применения преобразователей аналог-код.

В ряде случаев рулевые машины работают не в непрерывном режиме, а в релейном режиме «включено-выключено». При этом сопряжение управляющей машины с рулевыми машинами значительно упрощается. Наконец, бурное развитие техники электронных вычислительных машин привело в последние годы к резкому сокращению их веса, габаритов, потребляемой мощности, стоимости и к увеличению надежности их действия.

Управляющие машины, расположенные на борту летательного аппарата, часто называют автопилотами. В дальнейшем для краткости, мы будем также называть бортовую управляющую машину автопилотом.

#### § 1.5. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ РАЗРАБОТКИ СИСТЕМ РАДИОУПРАВЛЕНИЯ

Аппаратура радиоуправления должна обеспечить наведение ракеты на цель (или вывод ее на заданную орбиту) в соответствии с выбранным кинематическим методом наведения. Здесь под кинематическим методом понимается выбранный закон движения ракеты, рассматриваемой как материальная точка. Этот закон может выбираться из различных соображений, например исходя из требования получения минимальной кривизны траектории ракеты, минимального расхода топлива, простоты технической реализации и т. п. Так как различным кинематическим методам наведения соответствуют различные сложность и стоимость аппаратуры управления, то окончательный выбор метода наведения может быть сделан лишь с учетом требований к аппаратуре управления, предъявляемых тем или иным методом. Поэтому при проектировании управляемых аппаратов может потребоваться рассмотрение особенностей построе-



ния системы управления при различных вариантах кинематических методов наведения.

Для каждого кинематического метода должна быть, в первую очередь, составлена функциональная схема системы управления, т. е. определены состав аппаратуры управления и функции, которые должна выполнять та или иная часть аппаратуры для обеспечения заданного (или выбранного) кинематического метода наведения.

Такая функциональная схема в укрупненном виде изображена, например, на рис. 1.11.

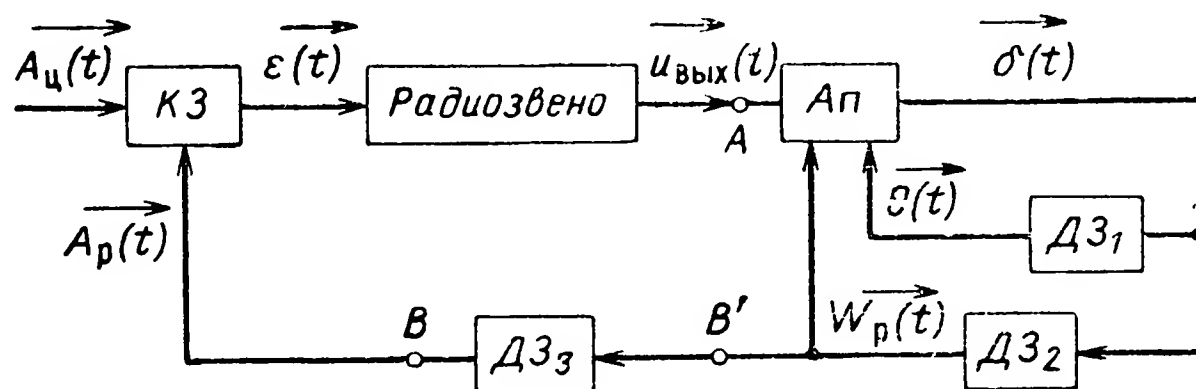


Рис. 1.12

На основании выбранных кинематического метода наведения и функциональной схемы составляется структурная схема системы управления, т. е. схема, на основании которой может быть осуществлен количественный анализ основных характеристик системы радиоуправления — точности, дальности действия и помехоустойчивости.

В качестве примера на рис. 1.12 в укрупненном виде приведена структурная схема системы самонаведения. На этой схеме приняты следующие обозначения:

- $\vec{A}_ц(t)$  — перемещение центра масс цели;
- $\vec{A}_р(t)$  — перемещение центра масс ракеты;
- $\vec{W}_р(t)$  — ускорение ракеты;
- $\vec{\theta}(t)$  — угол поворота корпуса ракеты вокруг ее центра масс;
- $\vec{\varepsilon}(t)$  — параметр, характеризующий отклонение фактической траектории ракеты от заданной;
- $\vec{u}_{вых}(t)$  — напряжение на выходе радиозвена системы управления;
- $\vec{\delta}(t)$  — отклонение руля (рулей) ракеты.

Стрелки над соответствующими величинами означают, что эти величины являются векторами, имеющими несколько (две или три)

скалярных составляющих вдоль осей координат. Например, перемещение ракеты,  $\overrightarrow{A_p(t)}$ , имеет в общем случае три составляющие:  $A_{xp}(t)$ ,  $A_{yp}(t)$ ,  $A_{zp}(t)$  — вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  земной или какой-либо иной выбранной системы координат. Напряжение  $\overrightarrow{u_{\text{вых}}(t)}$  может иметь две составляющие:  $u_{1\text{вых}}(t)$  и  $u_{2\text{вых}}(t)$ , которые соответственно служат для образования команд на рули, управляющие перемещениями ракеты в вертикальной и в горизонтальной плоскостях.

$KЗ$  — кинематическое звено, т. е. звено, отображающее математическое соотношение между отклонением  $\overrightarrow{\varepsilon(t)}$ , измеряемым радиозвеном, и перемещениями в пространстве центров масс ракеты и цели,  $\overrightarrow{A_p(t)}$  и  $\overrightarrow{A_{ц}(t)}$ ; радиозвено отображает действие радиоаппаратуры, предназначенной для измерения отклонения  $\overrightarrow{\varepsilon(t)}$ ;  $Ап$  — автопилот, т. е. устройство, которое преобразует напряжение  $\overrightarrow{u_{\text{вых}}(t)}$  в соответствующие отклонения  $\overrightarrow{\delta(t)}$  рулей ракеты.

При образовании отклонения руля автопилотом учитываются также данные об углах поворота корпуса ракеты  $\overrightarrow{\theta(t)}$ , ускорении ракеты  $\overrightarrow{W_p(t)}$  и некоторых других параметрах, вводимых в автопилот по цепям обратных связей.  $ДЗ_1$ ,  $ДЗ_2$  и  $ДЗ_3$  — динамические звенья, учитывающие математические соотношения между отклонением руля  $\overrightarrow{\delta(t)}$ , поворотами ракеты вокруг центра масс  $\overrightarrow{\theta(t)}$ , перемещениями центра масс  $\overrightarrow{A_p(t)}$  и ускорением ракеты  $\overrightarrow{W_p(t)}$ . Закон преобразования напряжения  $\overrightarrow{u_{\text{вых}}(t)}$  в отклонение руля  $\overrightarrow{\delta(t)}$  называется законом управления. Закон управления выбирается таким образом, чтобы реальная траектория ракеты оказывалась возможно более близкой к заданной кинематической траектории (при данных характеристиках кинематического звена, радиозвена и динамических звеньев). Этот закон управления и должен быть реализован автопилотом.

Из рис. 1.12 видно, что система управления является системой автоматического регулирования, содержащей несколько замкнутых контуров (цепей, петель). Один из этих контуров замыкается через кинематическое звено (через цель) и называется внешним контуром, а остальные контуры называются внутренними.

В этой системе регулирования радиозвено представляет собой измерительный (чувствительный) элемент, измеряющий отклонение движения ракеты от заданного.

При анализе влияния характеристик радиозвена (радиоаппаратуры) на качество управления часто оказывается удобным заменить часть схемы, расположенную правее точек  $A$  и  $B$ , единым блоком, называемым звеном автопилот-ракета или автопилот-снаряд (рис. 1.13). В ряде случаев под звеном автопилот-снаряд удобнее понимать не всю часть схемы рис. 1.12 правее точек  $AB$ , а лишь ту



ее часть, которая расположена правее точек  $AB'$ , т. е. сохранять динамическое звено  $ДЗ_3$  в виде самостоятельного звена. При этом структурная схема рис. 1.12 принимает вид, изображенный на рис. 1.14. Как видно из сравнения рис. 1.13 и 1.14, звено автопилот-снаряд в первом случае (рис. 1.13) характеризует связь между

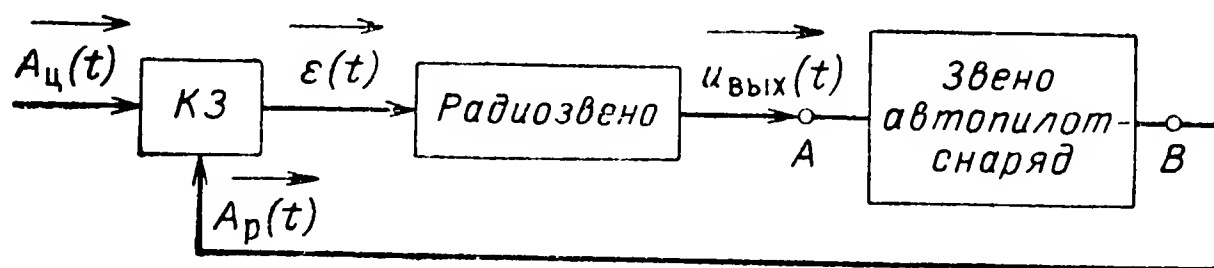


Рис. 1.13

$\overrightarrow{u_{\text{вых}}(t)}$  и  $\overrightarrow{A_p(t)}$ , а во втором случае (рис. 1.14) — связь между  $\overrightarrow{u_{\text{вых}}(t)}$  и  $\overrightarrow{W_p(t)}$ .

При разработке систем управления приходится решать задачи анализа и синтеза систем. При анализе для заданных (или выбранных) параметров ракеты и аппаратуры управления должны быть определены передаточные функции всех звеньев системы,

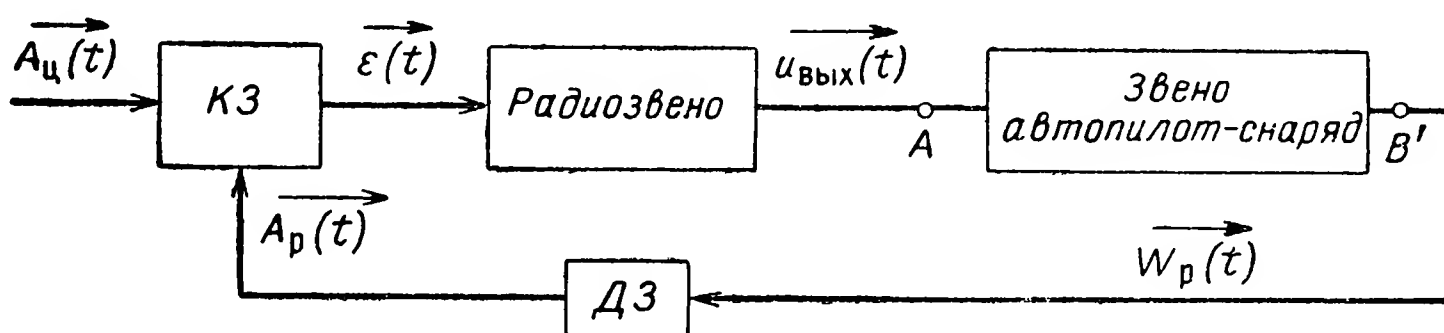


Рис. 1.14

т. е. кинематического звена, радиозвена и звена автопилот-снаряд. Эти передаточные функции должны быть определены с учетом действия помех (и других источников погрешностей), возникающих в радиозвене и в звене автопилот-снаряд. После того как все передаточные функции найдены, должен быть произведен анализ системы регулирования (рис. 1.12 или 1.13), в результате которого должны быть определены точность и дальность действия системы управления как в отсутствие так и при наличии помех. Такой анализ представляет обычно большие математические трудности, которые удастся преодолеть лишь путем применения аналоговых и цифровых вычислительных машин.

При синтезе задача состоит в определении характеристик отдельных звеньев системы, обеспечивающих оптимальное (т. е. наилучшее в заранее установленном смысле) действие системы в целом.

Решение этой задачи также представляет большие трудности и осуществляется как путем сравнительного анализа различных вариантов построения системы (т. е. путем так называемого инженерного синтеза), так и путем специальных математических методов синтеза.

Таким образом, разработка систем радиоуправления включает в себя следующие основные вопросы:

1. Выбор кинематического метода наведения.
2. Выбор состава измерительных средств.
3. Составление функциональной схемы системы управления\*.
4. Составление структурной схемы системы управления и определение передаточных функций ее звеньев.
5. Исследование отдельных звеньев структурной схемы и схемы в целом методами анализа и синтеза.

Кроме этих вопросов, связанных с составлением и анализом структурной схемы, необходимых для оценки точности, дальности и помехоустойчивости системы управления, приходится решать целый ряд других важных вопросов. К ним относится в первую очередь обеспечение достаточной надежности системы управления, т. е. достаточно большой вероятности ее безотказного действия.

Вопросы надежности радиоаппаратуры являются предметом отдельного курса технологии и конструирования радиоаппаратуры, поэтому в данной книге они рассматриваются весьма кратко и в основном лишь с точки зрения тех особенностей, которые присущи системам радиоуправления.

В соответствии с изложенным дальнейшее рассмотрение вопросов радиоуправления производится в следующей последовательности.

В I части книги (гл. 2—10) рассматриваются принципы управления реактивными снарядами. Во II части (гл. 11—18) излагаются основные методы анализа и синтеза систем управления. В III части (гл. 19—22) на основе изложенных методов производится анализ точности и дальности действия систем радиоуправления. Часть IV (гл. 23—25) посвящена особенностям управления баллистическими ракетами и космическими аппаратами.

### К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. Каковы общие черты и особенности радиоуправления и радионавигации?
2. В каких видах летательных аппаратов применяется:
  - а) наведение из неподвижного КП на произвольно движущуюся цель;

---

\* Функциональная схема системы управления должна показывать состав и назначение аппаратуры управления. Поэтому в отличие от структурной схемы системы управления она не включает динамических и кинематических звеньев. В некоторых других книгах в состав функциональной схемы системы управления включают также управляемый объект (ракету) и кинематические звенья.

- б) наведение с движущегося КП на произвольно движущуюся цель;
- в) наведение с движущегося КП на неподвижную цель;
- г) наведение из неподвижного КП на неподвижную цель?

3. В каких случаях может требоваться встреча (летательного аппарата с целью) с нулевой скоростью?

4. Каковы общие черты и особенности управления полетом и управления ориентацией летательного аппарата?

5. Какие силы действуют на летательный аппарат и какими из этих сил наиболее удобно управлять при полете аппарата в низких и высоких слоях атмосферы?

6. Дайте краткие определения следующим видам управления: 1. Автономное управление. 2. Самонаведение. 3. Телеуправление. 4. Комбинированное управление.

7. В чем заключается принцип управления с помощью телевизионной головки?

8. Чем телеуправление второго вида отличается от телеуправления первого вида?

9. Нарисуйте типовую структурную схему системы управления и дайте краткую характеристику ее звеньев.

10. Какие основные задачи приходится решать при разработке систем управления?

Литература [1, 2, 3, 17, 29].

---

## ТРЕБОВАНИЯ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К СИСТЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ СНАРЯДАМИ

### § 2.1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Решение задачи поражения цели управляемым снарядом (ракетой) можно разделить на три этапа:

1) управление пуском (стартом); 2) управление полетом; 3) управление взрывом.

Управление пуском включает в общем случае следующие операции: дальнейшее обнаружение цели; точное определение ее координат; определение момента и направления пуска; вспомогательные операции, связанные с подготовкой и проведением пуска.

Дальнейшее обнаружение цели и точное определение ее координат осуществляется при помощи радиолокаторов. Один радиолокатор дальнего обнаружения может обслуживать несколько командных пунктов.

Определение момента и направления пуска производится по данным радиолокатора при помощи специального счетно-решающего устройства, располагаемого на командном пункте. Пуск ракеты может осуществляться автоматически или с участием оператора (нажатием кнопки).

Участие оператора позволяет выбирать момент пуска не только в соответствии с координатами и курсом цели, но и в соответствии с самыми разнообразными тактическими соображениями (количеством и характером целей, запасом боеприпасов, действием других родов войск и средств поражения и т. п.).

Вспомогательные операции выполняются вспомогательной аппаратурой, расположенной на командном пункте.

Подрыв боевого заряда ракеты при сближении ее с целью осуществляется в большинстве типов ракет при помощи неконтактного взрывателя. Неконтактный взрыватель производит взрыв при не-большом расстоянии от ракеты до цели. Наиболее распространены взрыватели радиотехнического типа, называемые в дальнейшем радиовзрывателями.

Предусматривается также возможность аварийного взрыва и самоликвидации ракеты.

Аварийный взрыв предусматривается на тот случай, когда ракета вследствие неисправности летит после старта не в направлении на цель, а резко сворачивает в сторону и представляет опасность для собственной территории. Аварийный взрыв может быть осуществлен по принципу автономному (взрыв независим от КП) или неавтономному (взрыв по команде с КП).

Самоликвидацией называется подрыв ракеты в случае, если дистанционный взрыватель не срабатывает из-за пролета ракеты на очень большое расстояние от цели. Самоликвидация осуществляется обычно автономным способом — при помощи временного механизма, устанавливаемого на ракете.

В данной книге основное внимание уделяется управлению полетом снарядов, так как вопросы управления пуском и взрывом более тесно связаны со спецификой военного применения снарядов и характером их боевой части. Рассмотрение же управления полетом снарядов оказывается весьма полезным и с точки зрения изучения вопросов управления летательными аппаратами мирного (невоенного) назначения.

Управляемые снаряды являются средством поражения целей. Поэтому к системам управления снарядами предъявляются следующие основные требования:

1. Возможно большая вероятность поражения цели\*.
2. Максимальная гибкость тактического использования, т. е. обеспечение возможно больших диапазона расстояний и направлений стрельбы, скорострельности, мобильности аппаратуры управления.
3. Возможно меньшие сложность и стоимость аппаратуры, особенно бортовой (гибнущей со снарядом).

Вероятность поражения цели зависит от следующих основных факторов:

- 1) точности наведения снаряда на цель;
- 2) разрешающей способности системы управления;
- 3) веса боевого заряда и характера его действия;
- 4) эффективности взрывателя;
- 5) надежности действия аппаратуры при отсутствии помех;
- 6) надежности защиты аппаратуры от помех;
- 7) типа цели и качества ее броневой защиты;
- 8) огневого противодействия противника.

Далее дается характеристика перечисленных факторов.

## § 2.2. ТОЧНОСТЬ НАВЕДЕНИЯ СНАРЯДА НА ЦЕЛЬ

Точность наведения снаряда на цель обычно характеризуется величиной промаха. При этом промахом  $\vec{h}$  называется радиус-вектор снаряда относительно цели в тот момент времени, при котором модуль этого вектора  $h$  минимален.

---

\* При большом числе выстрелов вероятность поражения цели снарядом равна отношению числа уничтоженных (или сильно поврежденных) целей к числу выпущенных снарядов.

Значение этого определения пояснено на рис. 2.1. На этом рисунке  $P_1, P_2, P_3$  — траектория снаряда (ракеты) в системе координат  $x_{\text{ц}}, y_{\text{ц}}, z_{\text{ц}}$ , жестко связанной с целью.  $P_2$  — положение снаряда в тот момент времени, когда он находится от цели (точки  $O_{\text{ц}}$ ) на кратчайшем расстоянии.  $\vec{h}$  — радиус-вектор точки  $P_2$  в системе координат  $x_{\text{ц}}, y_{\text{ц}}, z_{\text{ц}}$ .

Если при построении рис. 2.1 цель и (или) снаряд не могут считаться точечными, то под точками  $O_{\text{ц}}$  и  $P_2$  можно понимать какие-либо характерные фиксированные точки, принадлежащие цели и снаряду соответственно (например, центры масс, геометрические центры и т. п.).

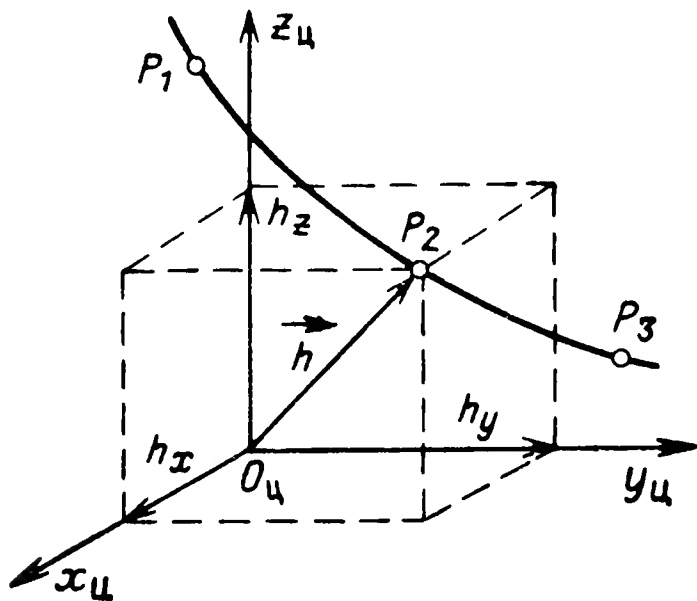


Рис. 2.1

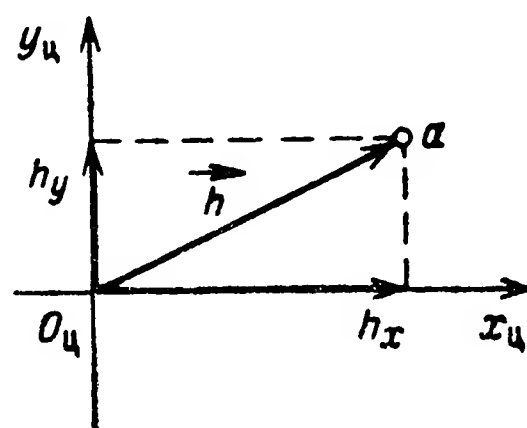


Рис. 2.2

Из рис. 2.1. следует, что в общем случае промах  $\vec{h}$  является трехмерным вектором, имеющим три составляющие:  $h_x, h_y$  и  $h_z$ . Однако во многих случаях оказывается возможным определять промах не в пространстве, а в некоторой плоскости рассеивания  $x_{\text{ц}}, y_{\text{ц}}$ , жестко связанной с целью. При этом промахом называется радиус-вектор  $\vec{h}$  той точки  $a$ , в которой снаряд пересекает эту плоскость (рис. 2.2). Этот радиус-вектор полностью определяется двумя составляющими:  $h_x$  и  $h_y$ .

Выбор ориентации плоскости  $x_{\text{ц}}, y_{\text{ц}}$  зависит от характера решаемой задачи. Примеры выбора этой плоскости рассматриваются далее в гл. 11.

Итак, промах  $\vec{h}$  в большинстве случаев характеризуется двумя своими составляющими:  $h_x$  и  $h_y$ . В некоторых, более сложных случаях его приходится характеризовать тремя составляющими:  $h_x, h_y$  и  $h_z$ .

Все эти составляющие являются случайными величинами, в общем случае статистически взаимно связанными. Поэтому полной характеристикой точности наведения является двумерное распределение  $W_1(h_x, h_y)$  или даже трехмерное распределение  $W_2(h_x, h_y, h_z)$  составляющих промаха.

Однако во многих случаях можно считать все составляющие промаха независимыми случайными величинами, имеющими нор-

мальные распределения. При этом для полной характеристики точности наведения достаточно знать математические ожидания  $\vec{h}_x$ ,  $\vec{h}_y$ ,  $\vec{h}_z$  и дисперсии  $\sigma_{h_x}^2$ ,  $\sigma_{h_y}^2$ ,  $\sigma_{h_z}^2$  отдельных составляющих промаха. Несколько менее полной характеристикой точности (промаха) является эффективное (среднеквадратичное) значение промаха

$$h_{\text{эф}} = \sqrt{\overline{h^2}}. \quad (2.1)$$

Допустимая величина промаха  $h_{\text{эф}}$  зависит от многих факторов, и в первую очередь от заданной вероятности поражения цели.

Для ракет ближнего действия допустимый эффективный промах обычно составляет единицы или десятки метров.

Точность наведения снаряда на цель зависит от следующих основных факторов:

- а) метода наведения и маневренности снаряда;
- б) инерционности управления;
- в) приборных ошибок.

#### а. Влияние метода наведения и маневренности снаряда

Идеальная траектория, по которой должен двигаться снаряд, точно наводимый на цель, в общем случае криволинейна. Форма этой траектории зависит от двух основных факторов:

- а) выбранного метода наведения снаряда на цель;
- б) маневров цели.

Метод наведения зависит от типа снаряда (зенитный и т. п.) и применяемого метода управления.

Так, например, траектория снарядов (ракет) дальнего действия должна быть криволинейной потому, что такой снаряд стартует вертикально, а выключение его двигателя должно производиться лишь после того, как снаряд искривит свою траекторию и вектор его скорости составит заданный угол с горизонтальной плоскостью.

Траектория зенитной ракеты, наводимой на произвольно маневрирующий самолет, должна быть криволинейной потому, что произвольное искривление траектории самолета должно сопровождаться соответствующим искривлением траектории снаряда во избежание промаха.

Если самолет летит прямолинейно и равномерно, то, наводя снаряд в упрежденную точку, можно получить прямолинейную траекторию его полета. Однако наведение в упрежденную точку не всегда применяется из-за его большой сложности, а при более простых методах наведения идеальная траектория зенитной ракеты должна быть криволинейной, даже при отсутствии маневров цели.

Таким образом, снаряд, наводимый на цель, должен обладать определенной маневренностью, т. е. способностью искривлять свою траекторию под действием команд управления.



Маневренность снаряда можно характеризовать одним из следующих его параметров:

а) минимально возможным радиусом кривизны траектории снаряда  $\rho_0$ ;

б) максимально возможной кривизной траектории снаряда  $k_0$ ;

в) максимально возможным поперечным ускорением снаряда  $W_{pm}$ .

Эти параметры связаны следующими очевидными соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} W_{pm} &= \frac{V_p^2}{\rho_0} = V_p^2 k_0, \\ k_0 &= \frac{1}{\rho_0}. \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Чем больше  $W_{pm}$  и  $k_0$ , тем больше маневренность снаряда.

Однако с увеличением  $W_{pm}$  возрастают требуемые вес и габариты снаряда и увеличиваются требования к механической прочности и надежности всей аппаратуры, устанавливаемой на снаряде (возрастание веса снаряда вызывается возрастанием требований к прочности, а также тем, что для получения больших ускорений  $W_{pm}$  требуется большая подъемная сила снаряда).

Ракеты, применявшиеся в прошлой войне, имели

$$W_{pm} \leq 10 g \approx 100 \text{ м/сек}^2.$$

Следовательно, в соотношениях (2.2) заданной величиной является максимально допустимое поперечное ускорение  $W_{pm}$ , и минимально возможный радиус кривизны определяется из соотношения

$$\rho_0 = \frac{V_p^2}{W_{pm}} = \frac{V_p^2}{ng}, \quad (2.3)$$

где  $n = \frac{W_{pm}}{g}$  — допустимая перегрузка снаряда, вызываемая поперечными ускорениями.

При  $V_p = 1000 \text{ м/сек}$  и  $n = 10$  получается  $\rho_0 = 10 \text{ км}$ .

Из этого примера видно, что управляемые снаряды не могут резко искривлять свою траекторию. Поэтому, если будет выбран такой метод наведения снаряда на цель, при котором от снаряда в некоторых случаях может потребоваться поперечное ускорение, большее, чем  $W_{pm}$  (т. е.  $\rho < \rho_0$ ), то снаряд не сможет следовать по требуемой траектории, и будет пролетать мимо цели.

Это означает, что радиус кривизны траектории, соответствующей выбранному методу наведения, должен удовлетворять условию

$$\rho \geq \rho_0. \quad (2.4)$$

Это условие должно выполняться для всех точек траектории. В тех случаях, когда выполнение этого условия для всех точек траекто-



рии неосуществимо, можно допустить нарушение этого условия для участка траектории, настолько близкого к точке встречи, чтобы получающаяся при этом ошибка наведения не превзошла допустимой величины.

## 6. Влияние инерционности управления

Весь процесс управления снарядом ближнего действия длится обычно несколько десятков секунд, а при малых дистанциях до цели — всего несколько секунд. За это время управляемый снаряд должен успеть искривить свою траекторию должным образом. След-

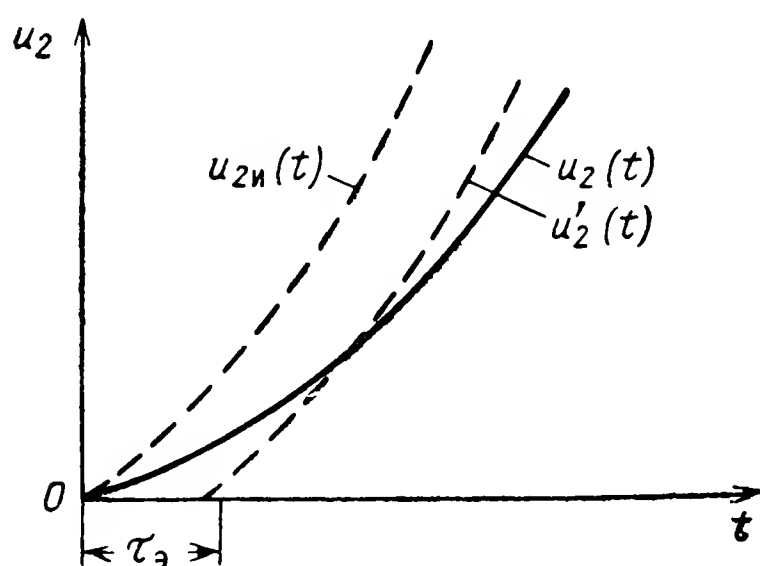


Рис. 2.3

довательно, инерционность управления снарядом должна быть невелика. Особенно важна малая инерционность управления при наведении на быстро движущиеся и резко маневрирующие цели — самолеты. Резкий маневр самолета, совершенный за несколько секунд до встречи со снарядом, может вызвать недопустимую ошибку наведения, если система управления будет иметь большую инерционность.

Пусть на входе системы действует внешнее возмущение  $u_1(t)$ . Источником такого возмущения может быть движение цели (маневр), на которую наводится снаряд. Возмущение  $u_1(t)$  вызывает появление на выходе системы полезного отклонения  $u_2(t)$ . Таким полезным отклонением можно считать, например, отклонение снаряда в требуемом направлении или появление поперечного ускорения снаряда, создающего отклонение в требуемом направлении.

Если  $u_{2и}(t)$  — отклонение на выходе при идеально безынерционном действии системы, то отклонение на выходе реальной системы  $u_2(t)$  будет отставать от  $u_{2и}(t)$  вследствие инерционности системы (рис. 2.3). Кривая  $u_2(t)$  дает полную и точную оценку влияния инерционности системы для данного вида возмущения  $u_1(t)$ .

Однако практически весьма сложно производить оценку инерционности системы управления путем построения кривой  $u_2(t)$ .

Действительно, различным видам возмущений, т. е. различным формам кривой  $u_1(t)$ , будут соответствовать различные формы кривой  $u_2(t)$ . Поэтому для точной оценки влияния инерционности на точность наведения нужно знать закон возмущения  $u_1(t)$ .

Законы возмущений могут быть самыми разнообразными. Кроме того, даже и для известного закона  $u_1(t)$  весьма сложно точно вычислить кривую  $u_2(t)$ , так как система управления состоит из большого числа различных звеньев, содержащих инерционные электрические, электромеханические, релейные и аэродинамические

элементы. Многие из них являются нелинейными и меняющимися во времени. Поэтому наряду со сложными точными методами определения влияния инерционности применяются также простые методы, позволяющие получить ориентировочную численную оценку величины инерционности и ее влияния на точность наведения. Такая весьма ориентировочная простая оценка дается, как известно, введением понятий «времени установления»  $t_y$  и «эквивалентного времени запаздывания»  $\tau_z$ .

Время установления  $t_y$  находится по переходной характеристике системы и характеризует длительность установления стационар-

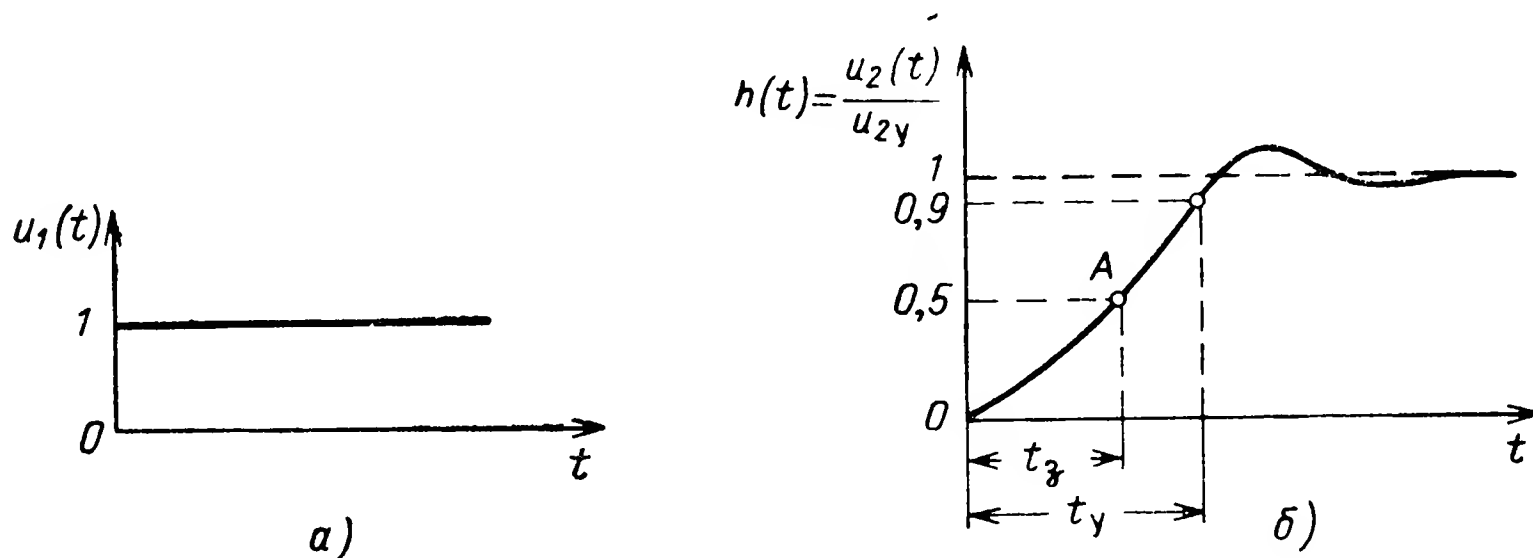


Рис. 2.4

ного отклонения на выходе системы при подаче на вход системы скачкообразного возмущения (рис. 2.4).

Обычно под  $t_y$  принято понимать такое время, в течение которого отклонение на выходе  $u_2(t)$  достигает 90% установившегося значения  $u_{2y}$ . Время запаздывания характеризует отставание выходного отклонения  $u_2(t)$  от идеального  $u_{2и}(t)$ , которое имело бы место на выходе идеально безынерционной системы.

Реальная кривая  $u_2(t)$  отличается от идеальной кривой  $u_{2и}(t)$  не только тем, что она отстает от нее во времени, но и тем, что она имеет искаженную форму. Заменим реальную кривую  $u_2(t)$  некоторой кривой  $u'_2(t)$  (рис. 2.3), которая совпадает по форме с идеальной кривой, но отстает от нее по времени на величину  $\tau_z$ , т. е.  $u'_2(t) = u_{2и}(t - \tau_z)$ .

Очевидно, для любого конкретного случая всегда можно подобрать такую величину запаздывания  $\tau_z$ , при которой конечный результат (ошибка наведения на цель), вычисленный исходя из кривой  $u'_2(t)$ , откажется таким же, как для реальной кривой  $u_2(t)$ .

Эту величину  $\tau_z$  и будем считать эквивалентным временем запаздывания.

Из такого определения времени запаздывания следует, что для точного его определения необходимо знать истинную кривую  $u_2(t)$ . Очевидно, что на практике вычисление запаздывания  $\tau_z$  таким путем лишено смысла, так как если уже найдена реальная кривая  $u_2(t)$  и вычислена ошибка наведения, то определение величины  $\tau_z$

становится ненужным. Поэтому необходимо иметь возможность приближенной оценки величины  $\tau_z$  без построения кривой  $u_2(t)$ . Такая приближенная оценка может быть сделана благодаря наличию связи между временем запаздывания  $\tau_z$  и временем установления  $t_y$ . Как показывает анализ [1], приближенно можно полагать

$$\tau_z \approx 0,5 \div 0,7 t_y. \quad (2.5)$$

В ряде случаев величину  $\tau_z$  оказывается удобным определять не по времени установления  $t_y$ , а по времени запаздывания  $t_z$ , полагая

$$\tau_z \approx t_z,$$

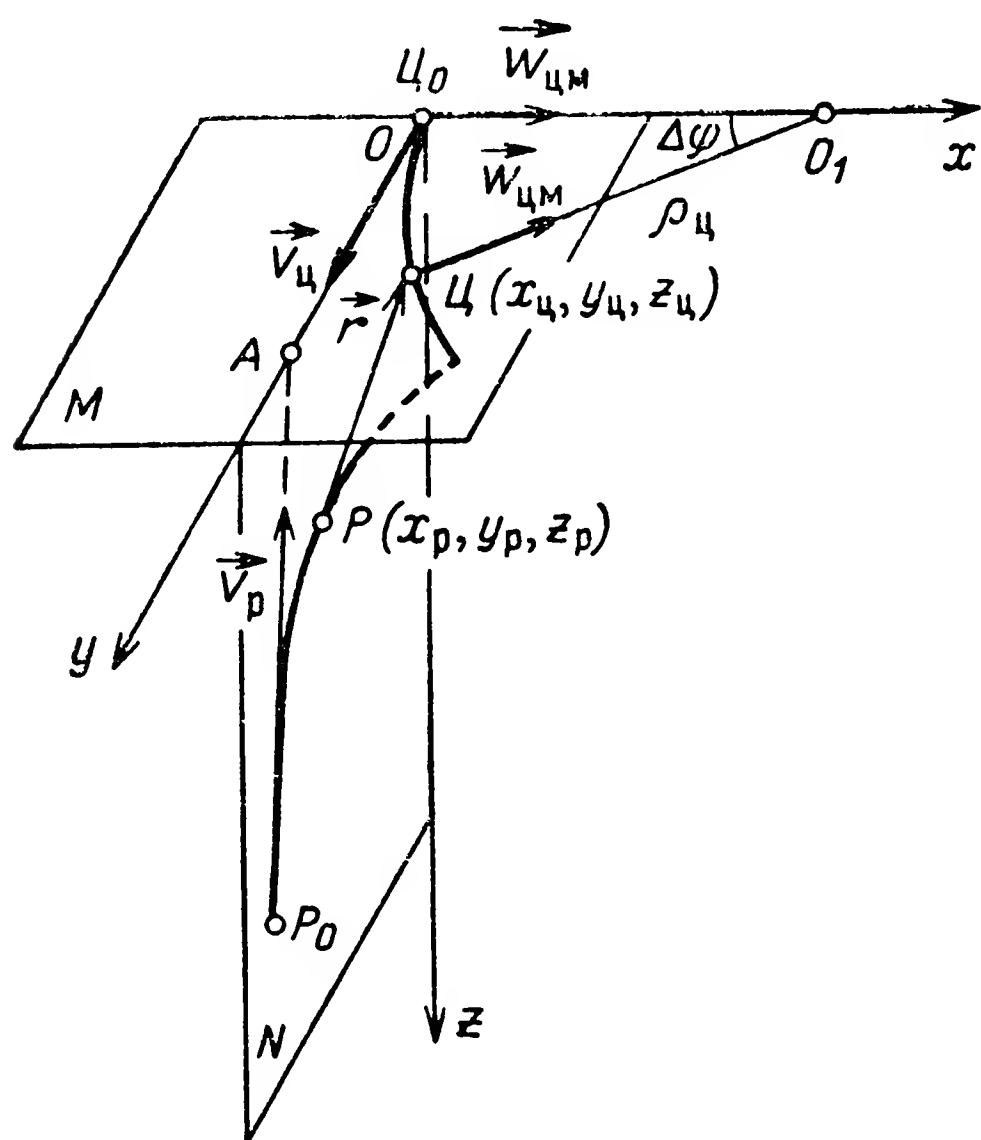


Рис. 2.5

приближении к нему ракеты. Для этого обратимся к рис. 2.5, на котором изображены траектории самолета и ракеты. Пусть до момента  $t = 0$  самолет летел прямолинейно вдоль горизонтальной оси  $y$  с постоянной скоростью  $\vec{V}_c$ . Ракета в течение этого времени ( $t \leq 0$ ) наводилась в упрежденную точку встречи  $A$  и летела вдоль прямой  $P_0A$ , расположенной в вертикальной плоскости  $N$ , со скоростью  $\vec{V}_p$ . В момент  $t = 0$  самолет и ракета находились в точках  $C_0$  и  $P_0$  соответственно.

Если бы при  $t > 0$  самолет продолжал лететь с неизменной скоростью  $\vec{V}_c$ , то ракета и цель встретились бы в точке  $A$  (предполагается, что  $V_p = \text{const}$ ), но в действительности самолет в момент  $t = 0$  начал совершать маневр, отклоняясь в сторону от оси  $y$ . Нетрудно убедиться в том, что наиболее опасным будет такой маневр, при котором самолет начнет искривлять свою траекторию

где  $t_z$  — время запаздывания, соответствующее точке  $A$  на переходной характеристике системы  $h(t)$  (рис. 2.4).

В качестве точки  $A$  берется обычно точка максимальной крутизны переходной характеристики или точка на этой характеристике, соответствующая уровню 0,5.

Для количественной оценки влияния инерционности системы управления на точность наведения рассмотрим наиболее опасный случай — наведение ракеты на самолет, совершающий резкий маневр при

в плоскости, перпендикулярной плоскости  $N$ , т. е. в данном случае в горизонтальной плоскости  $M$ .

Поэтому предположим, что в момент  $t = 0$  самолет мгновенно развил максимальное нормальное ускорение  $\vec{W}_{цм}$ , направленное в момент  $t = 0$  вдоль оси  $x$ , и под действием постоянного по величине нормального ускорения начал двигаться по дуге окружности  $Ц_0Ц$ , расположенной в горизонтальной плоскости  $M$  и имеющей радиус  $\rho_{ц}$ .

В течение интервала времени  $\Delta t$  после начала маневра вектор нормального ускорения  $\vec{W}_{цм}$  повернется на угол

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t = \frac{W_{цм}}{V_{ц}} \Delta t. \quad (2.6)$$

Если принять  $\omega \leq 15^\circ/\text{сек}$ , то при  $\Delta t \leq 3 \text{ сек}$  будет  $\Delta\varphi < 45^\circ$  и

$$W_{цх} = W_{цм} \cos \Delta\varphi \approx W_{цм}, \quad (2.7)$$

т. е. в первом приближении можно полагать, что в течение нескольких секунд ( $\Delta t \leq 3 \text{ сек}$ ) вдоль оси  $x$  действует полное ускорение  $W_{цм}$ . Поэтому можно считать, что с момента начала маневра абсцисса самолета  $x_{ц}$  возрастает по закону

$$x_{ц} \approx \frac{W_{цм} t^2}{2}, \quad (2.8)$$

при

$$t \leq 3 \text{ сек}. \quad (2.9)$$

Для преследования цели ракета должна также получить некоторое ускорение  $W_{рх}$  вдоль оси  $x$ .

По аналогии с соотношением (2.8) можно доказать, что при  $t \leq 3 \text{ сек}$  будет  $W_{рх} \approx W_{рм}$ , где  $W_{рм}$  — максимальное нормальное ускорение ракеты.

Вследствие запаздывания в управлении ракета разовьет максимальное ускорение  $W_{рм}$  с некоторым эквивалентным запаздыванием  $\tau_э$ . Поэтому абсцисса ракеты  $x_p$  будет изменяться по закону

$$x_p \approx \frac{W_{рм} (t - \tau_э)^2}{2} \quad (2.10)$$

при  $t \geq \tau_э$  (если  $t < \tau_э$ , то  $x_p = 0$ ).

Разность абсцисс ракеты и цели (при  $t \geq \tau_э$ ) равна

$$\Delta x = x_{ц} - x_p = \frac{W_{цм} t^2}{2} - \frac{W_{рм} (t - \tau_э)^2}{2}. \quad (2.11)$$

Расстояние между ракетой и целью (см. рис. 2.5) равно

$$r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}, \quad (2.12)$$

где

$$\Delta y = y_{ц} - y_p; \quad \Delta z = z_{ц} - z_p.$$

Расстояние  $r$  будет минимальным, когда ракета будет близка к плоскости  $z = 0$ , поэтому

$$h = r_{\min} \approx \sqrt{\Delta x_0^2 + \Delta y_0^2},$$

где  $\Delta x_0$  и  $\Delta y_0$  — значения разностей  $\Delta x$  и  $\Delta y$  при  $z_p = z_c = 0$ .

Так как мы рассматриваем случай, когда ошибка вызывается появлением ускорения  $\vec{W}_c$ , направленного примерно вдоль оси  $x$ ; то можно считать, что ошибка  $\Delta x_0$  будет больше ошибки  $\Delta y_0$ . Поэтому

$$h \approx \Delta x_0,$$

т. е.

$$h = \frac{W_{цм} t_B^2 - W_{рм} (t_B - \tau_э)^2}{2}, \quad (2.13)$$

при

$$t_B \geq \tau_э,$$

где  $t_B$  — время от начала маневра ( $t = 0$ ) до момента «встречи», т. е. до момента пересечения ракетой плоскости  $M$ .

Полагая  $\frac{dh}{dt_B} = 0$ , найдем, что промах  $h$  получается максимальным при

$$t_B = t_{вкр} = \frac{\tau_э}{1 - \frac{W_{цм}}{W_{рм}}}. \quad (2.14)$$

При этом промах равен

$$h_{\max} = \frac{W_{цм} \tau_э^2}{2 \left( 1 - \frac{W_{цм}}{W_{рм}} \right)}. \quad (2.15)$$

Из формулы (2.15) следует, что во избежание резкого увеличения промаха  $h$  следует брать  $W_{рм} \geq 2W_{цм}$ . Но для современных самолетов  $W_{цм} \approx 4 \div 5g$ , а для ракет, как указывалось ранее, желательно иметь  $W_{рм} \leq 10g$ . Поэтому оптимальным будет следующее соотношение между максимальными ускорениями ракеты и цели:

$$W_{рм} \approx 2W_{цм}. \quad (2.16)$$

При этом согласно формуле (2.15) получается

$$h_{\max} \approx W_{цм} \tau_э^2. \quad (2.15')$$

При  $W_{цм} = 5g$  и  $\tau_э = 1 \div 1,5$  сек получается

$$h_{\max} \approx 50 \div 100 \text{ м.}$$

Из этих чисел видно, что во всяком случае желательно обеспечить  $\tau_{\text{э}} \leq 1$  сек. При  $\tau_{\text{э}} \leq 1$  сек и  $W_{\text{рм}} \approx 2W_{\text{цм}}$  из формулы (2.14) получаем, что  $t_{\text{в кр}} \leq 2$  сек, т. е. наиболее опасным (с точки зрения влияния запаздывания  $\tau_{\text{э}}$ ) является такой маневр цели, который происходит за 1—2 сек до встречи.

В начале анализа было сделано допущение, что в рассматриваемом интервале времени получается  $t \leq 3$  сек; в конце же этого анализа было найдено, что в практически наиболее интересных случаях  $t \leq 2$  сек. Следовательно, сделанное выше допущение является справедливым. Однако следует отметить, что приведенный ранее анализ является весьма ориентировочным в силу ряда принятых идеализаций. Одним из наиболее грубых упрощений было предположение, что цель развивает максимальное ускорение  $W_{\text{цм}}$  мгновенно. Значительно большим приближением к реальности будет предположение, что ускорение цели изменяется по закону, изображенному на рис. 2.6:

при  $t \leq t_1$  ускорение нарастает линейно по закону

$$W_{\text{ц}} = W_{\text{цм}} \frac{t}{t_1},$$

а при  $t \geq t_1$

$$W_{\text{ц}} = W_{\text{цм}} = \text{const.}$$

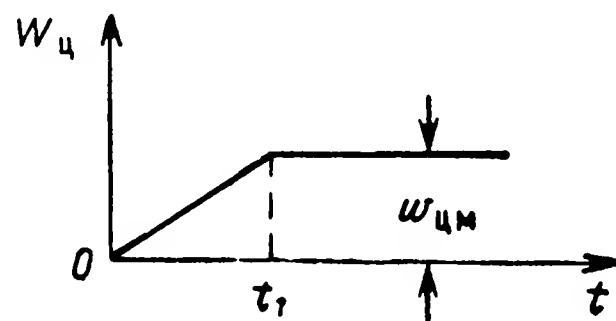


Рис. 2.6

Предположим, что ускорение цели изменяется по такому закону, а абсцисса ракеты по-прежнему изменяется по закону (2.10). Тогда, производя аналогичные, но более громоздкие вычисления, получим следующие соотношения [1]:

$$h_{\text{макс}} = \frac{W_{\text{цм}} \tau_{\text{э}}^2}{3}, \quad (2.17)$$

$$t_{\text{в кр}} \approx 1,5\tau_{\text{э}}. \quad (2.18)$$

(При выводе этих соотношений полагалось, что  $W_{\text{рм}} = 2W_{\text{цм}}$  и  $t_1 = \tau_{\text{э}}$ .) Так как плавное нарастание ускорения цели в течение интервала  $0,5 \div 1,5$  сек более реально, чем скачкообразное, то ориентировочную оценку промаха при маневре можно производить по формуле (2.17). Эта формула показывает, что при наведении на самолеты допустимое запаздывание

$$\tau_{\text{э}} \leq 1 \text{ сек.} \quad (2.19)$$

### г. Влияние приборных ошибок

К приборным ошибкам относятся все компоненты результирующей ошибки наведения, которые вызываются несовершенством аппаратуры управления (за исключением ошибок, вызываемых инерционностью действия аппаратуры и отнесенных к описанным выше ошибкам за счет инерционности управления).

Сюда же могут быть отнесены ошибки, вызываемые действием помех.

Приборные ошибки весьма разнообразны по характеру и величине, и отдельные их компоненты имеют различное удельное зна-

чение для разных систем и методов управления. Поэтому требования к приборным ошибкам могут быть сформулированы лишь в каждом конкретном случае. Некоторые примеры таких требований даны ниже.

### § 2.3. РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Управляемый снаряд должен поражать как одиночную цель, так и любую из группы целей (группы самолетов, кораблей и т. п.).

Под идеальной разрешающей способностью системы управления понимается способность этой системы выделить из группы целей нужную цель и поразить ее с такой же вероятностью, как если бы эта цель была одиночной.

В действительности наличие групповой цели затрудняет как выбор нужной цели, так и ее поражение. Поэтому разрешающая способность у реальной системы оказывается ниже, чем у идеальной.

Количественно разрешающую способность можно оценивать величиной

$$\gamma = \frac{P'_{\text{пор}}}{P_{\text{пор}}}, \quad (2.20)$$

где  $P_{\text{пор}}$  — вероятность поражения одиночной цели;  $P'_{\text{пор}}$  — вероятность поражения нужной цели в условиях, когда она входит в состав группы целей. Очевидно

$$\gamma \leq 1. \quad (2.21)$$

Для повышения разрешающей способности системы радиоправления необходимо, чтобы в этой системе наиболее полно использовались различия в радиосигналах, отражаемых или излучаемых требуемой целью и всеми остальными целями. При этом в первую очередь используются различия в интенсивности сигналов (амплитудная селекция), времени прихода сигналов (селекция по дальности), направлении прихода сигналов (селекция по направлению) и величине доплеровского сдвига частоты (селекция по радиальной скорости движения целей). Очевидно, чем выше селекция целей, т. е. чем меньше различия между целями по их эффективному отражающему сечению, дальности, направлению, скорости движения и т. п., достаточные для устранения мешающего действия посторонних целей, тем выше разрешающая способность системы.

Из изложенного выше следует, что разрешающая способность  $\gamma$  системы управления зависит как от качества системы управления (ее селективных свойств), так и от характера группы целей (количества и типа целей, различий в их координатах и законах движения и т. п.).

Вычисление величины  $\gamma$  даже для сравнительно простых комбинаций целей и параметров их движения представляет большие трудности. Вследствие этого обычно разрешающую способность



системы управления оценивают не величиной  $\gamma$ , а более частными и приближенными показателями. К таким показателям в первую очередь относятся величины  $\Delta r$ ,  $\Delta \varphi$  и  $\Delta V_r$ .

Здесь под  $\Delta r$ ,  $\Delta \varphi$  и  $\Delta V_r$  понимаются те минимальные различия в дальностях, направлениях и радиальных скоростях двух одинаковых целей 1 и 2 (рис. 2.7), при которых сигналы, отраженные от этих целей и используемые для управления, не оказывают в системе управления заметного взаимного мешающего действия, т. е. достаточно надежно разрешаются системой.

На рис. 2.7 буквой  $O$  обозначают пункт расположения той части аппаратуры управления, которая осуществляет разрешение целей;

$$\Delta V_r = (V_{r1} - V_{r2}), \quad (2.22)$$

где  $V_{r1} = V_1 \cos \alpha_1$  и  $V_{r2} = V_2 \cos \alpha_2$  — радиальные скорости целей 1 и 2. Очевидно, чем меньше  $\Delta r$ ,  $\Delta \varphi$  и  $\Delta V_r$ ,

тем выше разрешающая способность системы по дальности, по угловым координатам и по радиальной скорости соответственно.

Как показано в [1], во избежание резкого снижения вероятности поражения цели при наличии групповой цели минимальное расстояние между целями (рис. 2.7), при котором они надежно разрешаются системой, должны быть не больше чем  $(1 \div 2) h_{эф}$ , т. е. должно выполняться условие

$$r_{12} \leq (1 \div 2) h_{эф}. \quad (2.23)$$

Но из рис. 2.7 следует, что

$$r_{12} \approx \sqrt{(\Delta r)^2 + (r_1 \Delta \varphi)^2}, \quad (2.24)$$

где  $r_1$  — расстояние до одной из целей.

Поэтому должно быть

$$\text{и} \quad \left. \begin{array}{l} \Delta r \leq h_{эф} \\ r_1 \Delta \varphi \leq h_{эф} \end{array} \right\} \quad (2.25)$$

Из последнего соотношения следует, что при  $h_{эф} = 10$  м и  $r_1 = 100$  км должно быть  $\Delta \varphi \leq 10^{-4}$  рад.

Этот пример показывает, что в ряде случаев требования к разрешающей способности по углу столь высоки, что их реализация представляет весьма большие трудности.

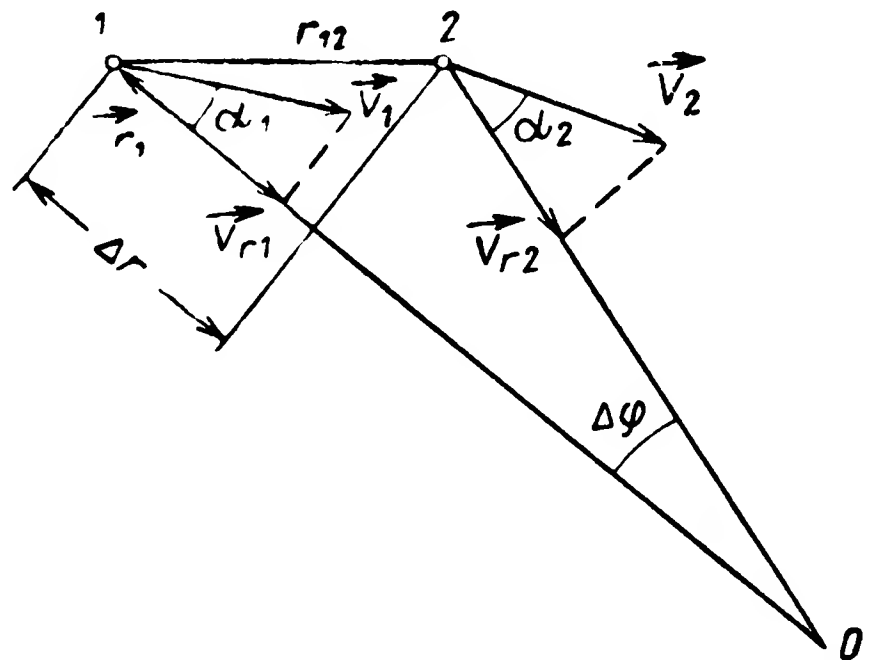


Рис. 2.7

## § 2.4. ВЛИЯНИЕ ВЕСА БОЕВОГО ЗАРЯДА И ХАРАКТЕРА ЕГО ДЕЙСТВИЯ

Снаряд может поражать цель прямым попаданием, осколками, взрывной волной и другими способами (например, путем сжигания и т. п.).

Очевидно, что при заданном виде боевого вещества вероятность поражения увеличивается с увеличением веса  $Q$  этого вещества.

Уменьшение промаха  $h_{эф}$  увеличивает вероятность поражения более резко, чем увеличение веса  $Q$  боевого заряда. Поэтому применение управления, уменьшающего промах  $h_{эф}$ , целесообразно даже с учетом того, что установка на борту снаряда аппаратуры управления может потребовать некоторого уменьшения веса  $Q$  боевого вещества (при заданном общем весе снаряда). Однако если бортовая аппаратура управления окажется настолько тяжелой и большой по габаритам, что потребует резкого уменьшения веса боевого заряда, то выигрыш, даваемый уменьшением промаха, может оказаться полностью или в большой степени нейтрализованным уменьшением веса  $Q$ .

Применение такой аппаратуры управления будет совершенно нецелесообразным, особенно если учесть ее сложность, стоимость и подверженность действию помех. Поэтому малые вес и габариты аппаратуры управления являются одним из основных условий целесообразности применения этой аппаратуры.

## § 2.5. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ВЗРЫВАТЕЛЯ

Так как вероятность прямого попадания снаряда в цель мала, особенно при поражении воздушных целей, то взрыв управляемых снарядов должен осуществляться, как правило, неконтактным взрывателем. Такой взрыватель осуществляет взрыв снаряда на некотором расстоянии от цели. Будем называть идеальным такой взрыватель, который обеспечивает взрыв в наивыгоднейший момент для любого возможного значения промаха (т. е. для любой возможной траектории снаряда в системе координат, связанной с целью). Пусть в этом случае вероятность поражения цели будет равна  $P_{и}$ .

Очевидно, ни один реальный взрыватель не может обеспечить такую идеальную работу, и в ряде случаев взрыв будет происходить не в наивыгоднейший момент. Поэтому реальная вероятность поражения  $P$  будет всегда меньше идеальной вероятности  $P_{и}$ .

Отношение

$$\gamma_v = \frac{P}{P_{и}} 100\% \quad (2.26)$$

будем называть эффективностью взрывателя. Для идеального взрывателя  $\gamma_v = 100\%$ .

Эффективность взрывателя показывает, во сколько раз уменьшается вероятность поражения цели за счет неидеальности взрывателя

$$P = \frac{\gamma_v}{100} P_{\text{и}}. \quad (2.27)$$

Так как в дальнейшем рассматриваются только вопросы управления, то всюду, где это особо не оговаривается, принимается, что эффективность взрывателя равна 100%, т. е.

$$P = P_{\text{и}}. \quad (2.28)$$

## § 2.6. НАДЕЖНОСТЬ ДЕЙСТВИЯ АППАРАТУРЫ

При отсутствии помех нарушение нормальной работы аппаратуры управления может вызываться следующими причинами: изменением метеорологических условий (температуры, давления, влажности); вибрациями корпуса ракеты; наличием продольных и поперечных ускорений ракеты (при старте возникают продольные ускорения порядка 10—15 g, а при искривлении траектории ракеты — поперечные ускорения того же порядка); тряской при транспортировке и установке; недостаточным качеством отдельных элементов сложного комплекса всей аппаратуры управления (нарушением контактов реле, переключателей, нарушением нормальной работы электронных ламп, вращающихся сочленений и т. п.); старением элементов аппаратуры в процессе ее предварительного хранения.

В особо тяжелых условиях работает бортовая аппаратура управления.

Повышение надежности действия системы управления в целом является одним из наиболее важных и сложных требований. Для выполнения этого требования приходится принимать целый ряд мер:

1. Упрощать по возможности схему аппаратуры управления и ее конструкцию.

2. Повышать надежность материалов, деталей и узлов аппаратуры.

3. Применять резервирование и дублирование отдельных элементов и частей аппаратуры.

4. Применять более сложные кибернетические методы повышения надежности системы в целом, которые основаны на том, что при выходе из строя некоторых частей системы их функции начинают «по совместительству» выполнять другие работающие части системы.

5. Проводить регламентные работы, т. е. периодический профилактический контроль работоспособности аппаратуры.

6. Производить предстартовый контроль работоспособности аппаратуры управления.

Для проведения регламентных работ и предстартового контроля приходится разрабатывать специальную контрольно-испытатель-

ную аппаратуру, которая может оказаться даже сложнее аппаратуры управления.

Помимо перечисленных выше факторов нарушение нормальной работы системы управления может вызываться действием всевозможных помех.

Помехи радиоуправлению можно разбить на два основных класса:

- 1) неорганизованные.
- 2) организованные.

Организованными помехами будем называть помехи, создаваемые противником, а неорганизованными — остальные.

К неорганизованным помехам относятся:

а) помехи от собственных радиостанций наземных, морских и самолетных радиолокаторов, соседних пунктов радиоуправления и др.;

б) промышленные помехи (помехи от электроприборов, установленных на земле и на ракете, от реактивного двигателя и др.);

в) естественные помехи (флуктуации электронов в лампах и контурах радиоприемных устройств, пульсации сигнала, отраженного от цели, атмосферные помехи, влияние земли и местных предметов на распространение радиоволн и др.).

Большинство источников неорганизованных помех действует непрерывно, поэтому защита системы управления от действия всех перечисленных выше помех совершенно необходима.

Решение этой сложной задачи облегчается двумя обстоятельствами:

1. Характер и интенсивность большинства источников неорганизованных помех известны еще до разработки аппаратуры управления и их действие может быть учтено при проектировании системы управления.

2. Ослабление действия помех от собственных радиостанций и промышленных помех может быть достигнуто не только введением элементов защиты в разрабатываемую аппаратуру управления, но и соответствующих защитных мер в самих источниках помех (разнос частот и мест расположения мешающих радиостанций, ослабление мешающего излучения электроприборов и т. п.).

Значительно сложнее защитить систему управления от действия всевозможных организованных помех.

Известные организованные помехи можно разбить на следующие основные группы [1].

1. **Защитные противолокационные покрытия**, уменьшающие эффективное отражающее сечение цели для радиоволн и тем самым затрудняющие обнаружение цели и определение ее координат.

2. **Ложные цели**, создаваемые противником для отвлечения управляемых снарядов, наводимых на цель, от истинной цели. Такими ложными целями могут быть выпускаемые противником ложные

сосредоточенные в пространстве отражатели или излучатели радиоволн (например, уголковые отражатели, осколки и т. п.).

3. **Пассивные помехи**, т. е. помехи, искажающие условия распространения радиоволн. К ним в первую очередь относятся создаваемые противником «облака» из металлизированных лент, иголок и других мелких отражателей радиоволн.

4. **Активные помехи** — радиосигналы, создаваемые противником для «забивания» радиоканала системы управления или создания ложных радиокоманд.

Кроме того, противник может пытаться уничтожить направляемый на него снаряд обстрелом последнего встречными снарядами.

Для борьбы с организованными помехами в прошлой войне применялись следующие основные меры:

1. Сокращение времени облучения цели. Эта мера повышает скрытность управления и затрудняет противнику создание помех всех групп (кроме 1-й).

2. Повышение мощности радиосигналов, облучающих цель. Эта мера облегчает защиту от помех 1-й группы, но в то же время она облегчает противнику создание помех 2-й и 4 групп.

3. Радиомаскировка, т. е. создание большого числа ложных радиопередатчиков, излучающих радиосигналы, настолько похожие на сигналы радиоуправления, что они могут ввести противника в заблуждение, но в то же время настолько отличные от сигналов радиоуправления, чтобы не создать помех управлению.

4. Применение специальных мер защиты в самой аппаратуре управления, в том числе:

а) изменение рабочей длины волны и других параметров системы;

б) улучшение пространственной селекции (применение узких диаграмм направленности при излучении и приеме радиоволн);

в) улучшение частотной, временной, амплитудной и других видов селекции радиоканала, т. е. повышение способности радиоканала отделять мешающие сигналы от полезных по различию в их частоте, амплитуде, времени прихода и т. п. путем применения специальных методов построения радиоканала;

г) применение так называемой селекции движущихся целей, т. е. создание аппаратуры, способной отделять истинные цели от ложных по различию их скоростей (ложная цель, выбрасываемая с самолета или корабля противника, обычно быстро теряет скорость и в дальнейшем движется медленнее, чем самолет или корабль).

Обеспечение защиты системы управления от организованных помех является важной задачей, ибо при недостаточной помехозащищенности управляемость снаряда может превратиться из положительного фактора в отрицательный.

Действительно, при плохой защите управляемого снаряда от организованных помех противник может воздействовать на его траекторию и, отклонив снаряд в сторону, спастись от поражения.

При обстреле неуправляемыми снарядами противник этого сделать не может.

Однако обеспечение надежной защиты от всех возможных организованных помех является весьма сложной задачей. Организованные помехи настолько разнообразны и надежная защита от многих видов помех настолько сложна, что стремление защитить систему управления почти от всех возможных или известных видов помех может привести к резкому усложнению и удорожанию аппаратуры управления.

С другой стороны, вероятность того, что противник сумеет применить против каждого данного снаряда как раз те виды помех, от которых этот снаряд не защищен, далеко не равно 100%. Так, например, самолеты противника могут обстреливаться обычной зенитной артиллерией, неуправляемыми реактивными снарядами, снарядами, управляемыми по радио различными системами и методами (телеуправлением и самонаведением на разных волнах и различными способами), снарядами, управляемыми тепловой энергией (тепловые головки самонаведения), и т. п. Вероятность того, что каждый самолет противника или даже каждая группа самолетов будут иметь время и возможность создавать эффективные помехи каждому выпускаемому против них управляемому снаряду, далеко не равна 100%. Поэтому если обеспечение защиты от данного вида помех достигается лишь за счет значительного усложнения и удорожания системы управления, то следует прежде всего выяснить, хотя бы весьма приближенно, будут ли оправданы это усложнение и удорожание соответствующим увеличением вероятности поражения цели.

Таким образом, каждая система управления должна удовлетворять следующим требованиям защиты от организованных помех:

1. Система должна быть защищена от наиболее вероятных и опасных помех, даже если это значительно усложняет и удорожает аппаратуру. (Под наиболее вероятными понимаются такие помехи, которые противнику проще всего осуществить, а под наиболее опасными — помехи, которые наиболее резко снижают точность наведения снаряда на цель.)

2. Система должна быть защищена от всех помех, защита от которых не требует значительного усложнения и удорожания этой системы.

3. Целесообразность защиты от всех остальных типов помех зависит от соотношения между достигаемым за счет этой защиты увеличением вероятности поражения и требуемым усложнением и удорожанием системы управления.

Защита систем радиоуправления от организованных помех является большой и весьма сложной проблемой, анализ которой выходит за рамки данной книги. Полное и успешное решение этой проблемы является одной из основных задач в области радиоуправления.



## К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. От каких основных факторов зависит вероятность поражения цели?
  2. Что такое промах и какими статистическими характеристиками он описывается?
  3. Какими параметрами количественно характеризуется маневренность ракеты? Какова связь между этими параметрами?
  4. Что понимается под эквивалентным запаздыванием  $\tau_z$  системы управления?
  5. Выведите формулы (2.17) и (2.18). (Ответ см. в [1], стр. 57—58.)
  6. Что понимается под разрешающей способностью системы управления?
  7. Что понимается под эффективностью радиовзрывателя?
  8. Каковы пути повышения надежности действия аппаратуры управления?
  9. Каковы основные типы помех радиоуправлению?
  10. Каковы основные пути повышения помехозащищенности систем управления?
- Литература [1, 2, 3].
-



## РАКЕТА КАК ОБЪЕКТ УПРАВЛЕНИЯ

### § 3.1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ РАКЕТЫ

#### а. Системы координат

Ракета является сложным телом, в состав которого входят взаимно перемещающиеся массы и различные вращающиеся части. При больших скоростях полета ракета подвергается воздействию значительных сил и моментов, способных вызывать вибрации и деформацию ее корпуса. За счет выгорания топлива масса ракеты непрерывно изменяется. Полное математическое описание ракеты крайне сложно, и поэтому при составлении уравнений ее движения обычно прибегают к целому ряду допущений и ограничений.

При исследовании систем радиоуправления ракету обычно считают абсолютно твердым телом постоянной массы, а ее сложное движение представляют совокупностью поступательного движения центра масс и вращательного движения вокруг центра масс.

Кривая, описываемая центром масс ракеты, называется траекторией и определяется уравнением

$$m \frac{d\vec{V}_p}{dt} = m\vec{W}_p = \vec{F}, \quad (3.1)$$

где  $m$  — масса ракеты;  $\vec{V}_p$ ,  $\vec{W}_p$  — векторы скорости и абсолютного ускорения ракеты;  $\vec{F}$  — главный вектор внешних сил, приведенный к центру масс.

Вращательное движение ракеты совершается под действием моментов, образуемых силами, линии действия которых не проходят через центр масс; оно называется ориентацией ракеты и определяется уравнением моментов.

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{M}, \quad (3.2)$$

где  $\vec{K}$  — момент количества движения ракеты относительно центра масс;  $\vec{M}$  — главный момент всех внешних сил.

Уравнения (3.1) и (3.2) определяют движение ракеты в опорной (основной) системе координат. Выбор той или иной системы в качестве опорной обусловлен областью применения ракеты, а также удобством математического описания ее движения. Так, например, при управлении баллистическими ракетами дальнего действия и спутниками Земли в качестве опорной принимают основную геоцентрическую систему с началом в центре Земли [5]. Одна из осей

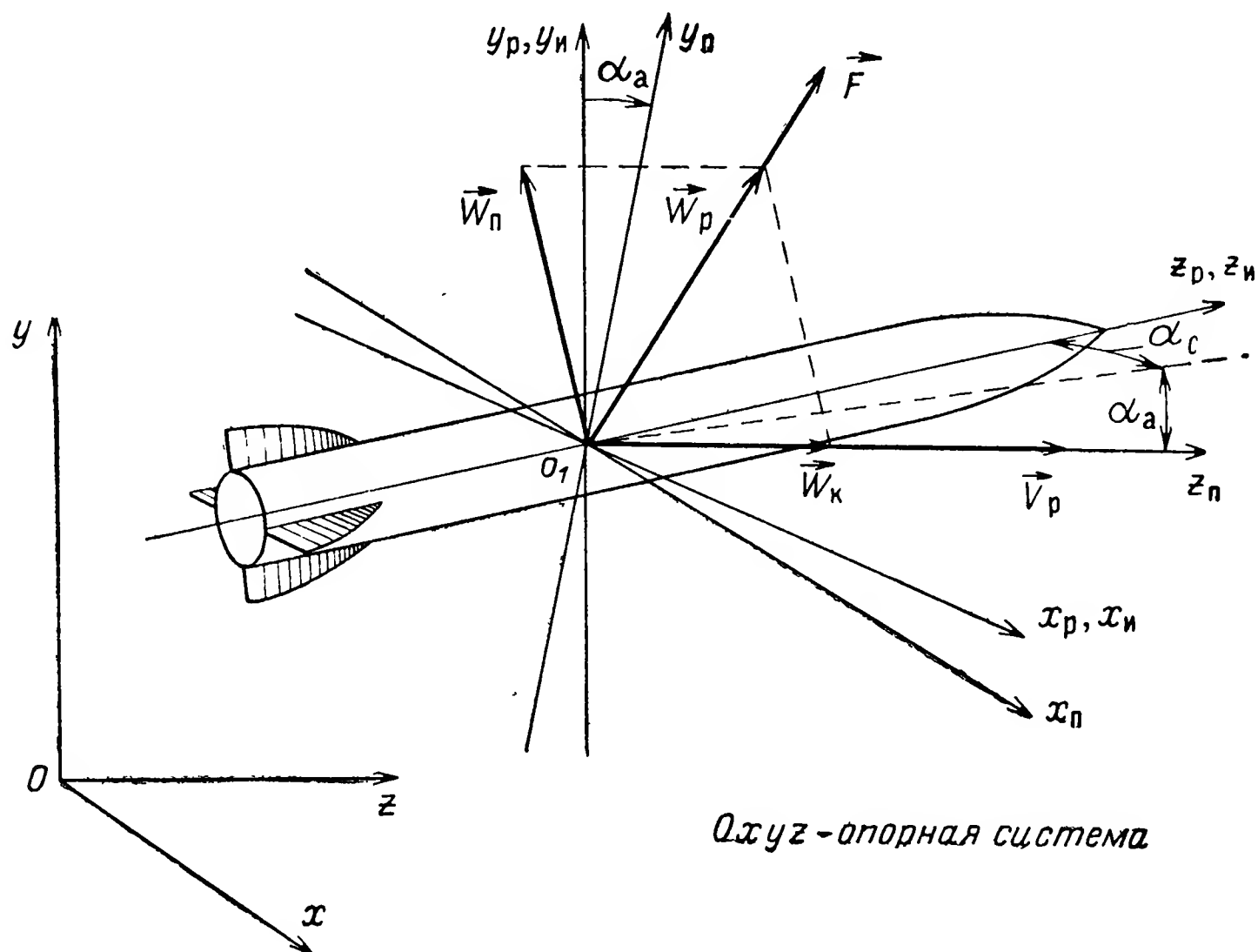


Рис. 3.1

этой системы совпадает с осью вращения Земли. При исследовании управляемых ракет ближнего действия в качестве опорной обычно выбирают земную систему координат с началом на поверхности Земли. Одна из осей системы обычно совпадает с местной вертикалью.

Рассматривая динамику полета управляемой ракеты, действующие на нее силы и моменты удобно задавать в системах координат, связанных с ракетой. Наиболее употребительными из них являются: поточная (скоростная)  $O, x_n, y_n, z_n$ , связанная (с корпусом ракеты)  $O, x_p, y_p, z_p$  и исполнительная  $O, x_n, y_n, z_n$  системы координат (рис. 3.1). Начало всех систем координат расположено в центре масс  $O_1$ . Ось  $Oz_n$  поточной системы совпадает с вектором скорости  $\vec{V}_p$ , а ось  $Oy_n$  лежит в вертикальной плоскости и направлена вверх. Ось  $Oz_p$  связанной системы совпадает с продольной осью ракеты и направлена в сторону ее головной части. Ось  $Oy_p$  лежит в плоскости аэродинамической симметрии ракеты, определяемой расположением ее рулевых органов, и направлена вверх. Положение

связанной системы  $ox_p, y_p, z_p$  относительно поточной  $ox_n, y_n, z_n$  определяется углами атаки  $\alpha_a$  и скольжения  $\alpha_c$  (рис. 3.1).

Управление полетом ракеты заключается в изменении направления ее движения и осуществляется посредством изменения вектора скорости  $\vec{V}_p$ . Как видно из (3.1), необходимое ускорение  $\vec{W}_p$  образуется приложением к снаряду силы  $\vec{F}$  в направлении требуемого

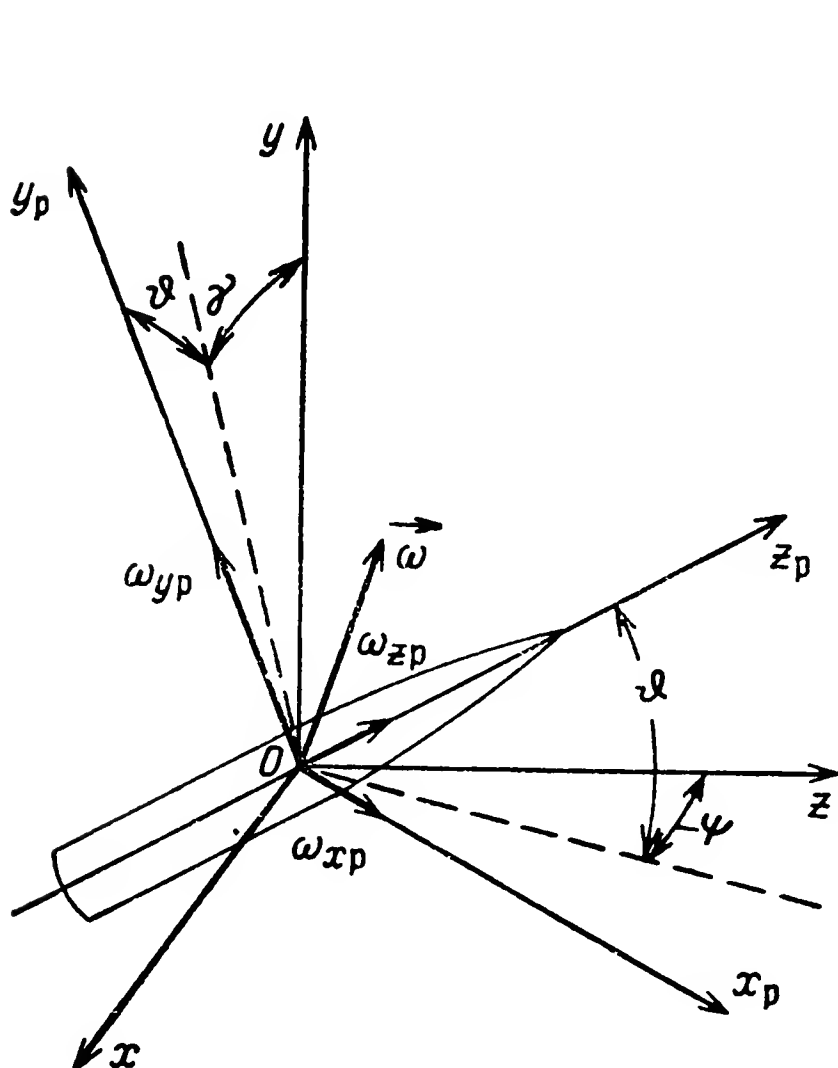


Рис. 3.2

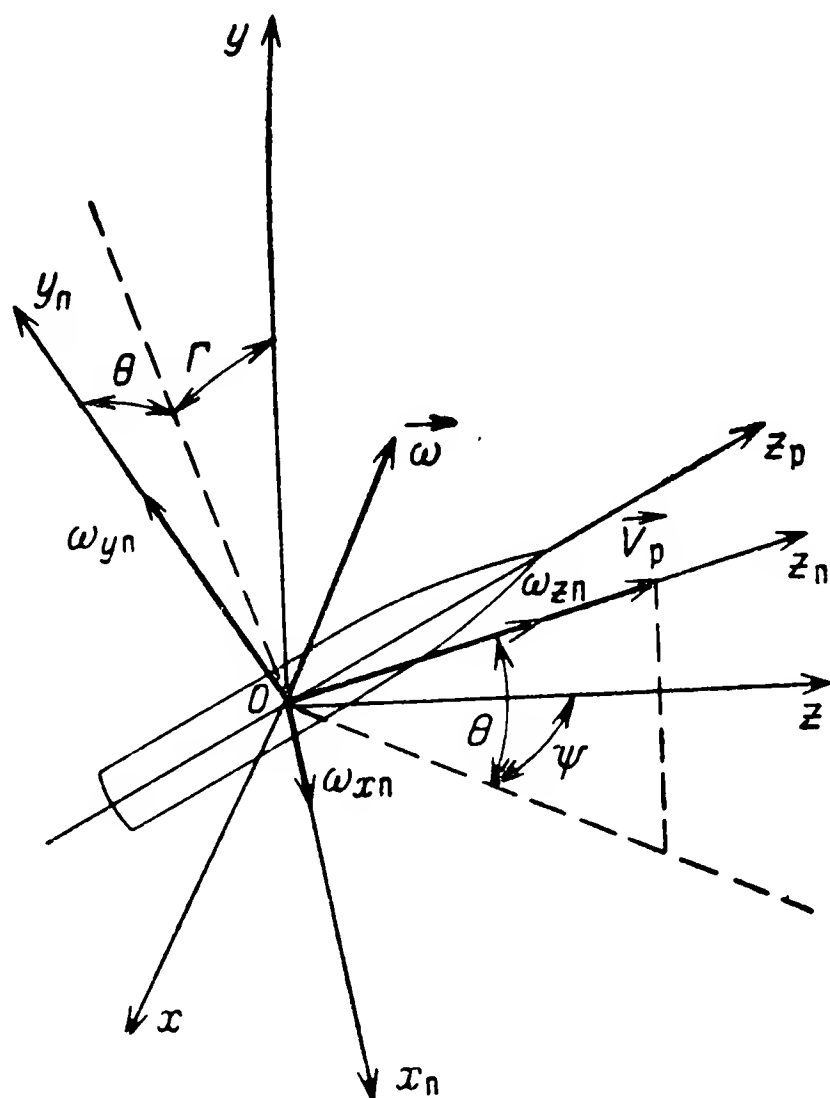


Рис. 3.3

изменения траектории. Ускорение  $\vec{W}_p$  в поточной системе можно представить суммой векторов (рис. 3.1):

$$\vec{W}_p = \vec{W}_k + \vec{W}_n, \quad (3.3)$$

где  $\vec{W}_k$  — касательное ускорение, совпадающее по направлению с вектором  $\vec{V}_p$ ;  $\vec{W}_n$  — поперечное ускорение, расположенное в плоскости  $oy_n, x_n$ , нормальной к  $\vec{V}_p$ .

Изменение траектории ракеты вызывается только действием поперечного ускорения  $\vec{W}_n^*$ . Создаваемое при помощи рулевых органов поперечное ускорение образуется в исполнительной системе координат  $ox_n, y_n, z_n$ , расположение осей которой зависит от типа управляемой ракеты и компоновки ее рулей. В осесимметричных

\* Поэтому далее под ускорением  $\vec{W}_p$  понимается именно поперечное ускорение ракеты.

ракетах оси исполнительной системы обычно совпадают с осями связанной системы координат (рис. 3.1). Поточная, связанная и исполнительная системы координат движутся вместе с ракетой в опорной системе.

Ориентация ракеты в пространстве (положение связанной системы относительно опорной) определяется углами  $\psi$ ,  $\vartheta$  и  $\gamma$  (рис. 3.2). Угол  $\psi$  образуется при поворотах ракеты вокруг оси  $oy_p$  и называется углом рыскания. Угол  $\vartheta$  возникает при поворотах ракеты вокруг оси  $ox_p$  и называется углом тангажа. Угол  $\gamma$  обусловлен вращением ракеты вокруг продольной оси  $oz_p$  и называется креном;  $\omega_{xp}$ ,  $\omega_{yp}$ ,  $\omega_{zp}$  — проекции угловой скорости вращения ракеты  $\vec{\omega}$  на оси связанной системы.

Положение поточной системы относительно опорной определяется углами  $\Psi$ ,  $\theta$  и  $\Gamma$  (рис. 3.3), из которых  $\Psi$  называется углом поворота траектории,  $\theta$  — углом наклона траектории к горизонту, а  $\Gamma$  — углом крена или скручивания поточной системы координат;  $\omega_{xp}$ ,  $\omega_{yp}$ ,  $\omega_{zp}$  — проекции угловой скорости вращения  $\vec{\omega}$  вектора скорости  $\vec{V}_p$  на оси поточной системы  $ox_n$ ,  $y_n$ ,  $z_n$ .

## 6. Уравнения движения ракеты

На ракету, движущуюся в атмосфере, действует сила тяжести  $\vec{G}$ , реактивная сила тяги  $\vec{T}$  и полная аэродинамическая сила  $\vec{R}$ , возникающая при взаимодействии снаряда с набегающим потоком

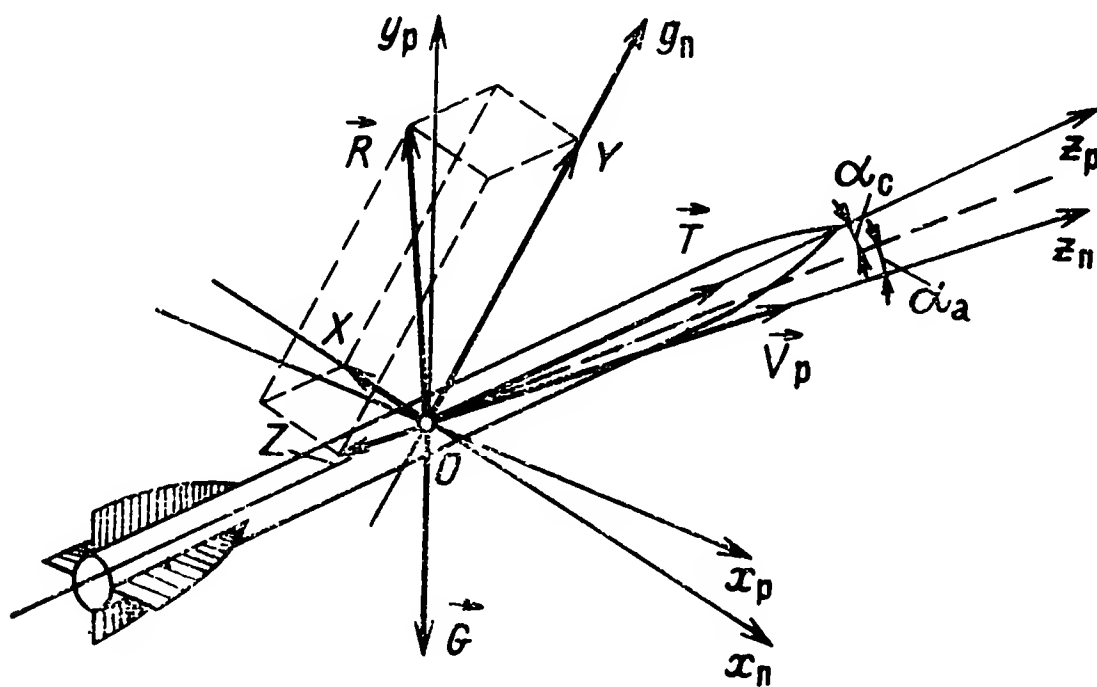


Рис. 3.4

воздуха (рис. 3.4). Сила тяжести  $\vec{G}$  приложена к центру масс ракеты и направлена в центр Земли. Реактивную силу тяги  $\vec{T}$  и полную аэродинамическую силу  $\vec{R}$  можно менять как по величине, так и по направлению, поэтому они применяются для управления движением ракеты.

Рассматривая динамику ракеты, векторное уравнение движения центра масс (3.1) удобно представить в проекциях на оси поточной системы, а уравнение моментов (ориентации) (3.2) — в проекциях на оси связанной системы. Полагая, что движение ракеты происходит в неподвижной среде (ветер отсутствует), можно составить следующую систему уравнений пространственного движения (рис. 3.4).

$$m \frac{dV_p}{dt} = mW_{zп} = T_{zп} + R_{zп} + G_{zп} \quad (3.4)$$

— движение ракеты в направлении вектора скорости;

$$mW_{yп} = mV_p \omega_{хп} = T_{yп} + R_{yп} + G_{yп}, \quad (3.5)$$

$$\mathcal{Y}_{хр} \dot{\omega}_{хр} - (\mathcal{Y}_{zр} - \mathcal{Y}_{yр}) \omega_{zр} \omega_{yр} = M_{ха} + M_{хр}. \quad (3.6)$$

— движение ракеты в вертикальной плоскости;

$$mW_{хп} = mV_p \omega_{yп} = T_{хп} + R_{хп} + G_{хп}, \quad (3.7)$$

$$\mathcal{Y}_{yр} \dot{\omega}_{yр} - (\mathcal{Y}_{хр} - \mathcal{Y}_{zр}) \omega_{хр} \omega_{zр} = M_{ya} + M_{yр} \quad (3.8)$$

— движение ракеты в горизонтальной плоскости;

$$\mathcal{Y}_{zр} \dot{\omega}_{zр} - (\mathcal{Y}_{yр} - \mathcal{Y}_{хр}) \omega_{yр} \omega_{хр} = M_{za} + M_{zр} \quad (3.9)$$

— движение ракеты вокруг продольной оси (по крену).

В написанных уравнениях  $T_{хп}$ ,  $T_{yп}$ ,  $T_{zп}$  — проекции силы тяги основного двигателя на оси поточной системы.

Уравнения (3.4)—(3.9) справедливы для любых летательных аппаратов, движущихся как в пределах атмосферы, так и вне ее. При полете в пределах атмосферы в качестве управляющих можно применять как реактивные, так и аэродинамические силы, однако предпочтение обычно отдается последним. В этом случае в уравнениях движения реактивные моменты  $M_{хр} = M_{yр} = M_{zр} = 0$ .

На летательный аппарат, летящий вне атмосферы, аэродинамические силы не действуют; в этом случае для его управления можно использовать лишь реактивные силы и поэтому в уравнениях движения необходимо положить равными нулю аэродинамические силы и моменты:

$$R_{хп} = R_{yп} = R_{zп} = 0,$$

$$M_{ха} = M_{ya} = M_{za} = 0.$$

Для последующего анализа уравнений движения необходимо конкретизировать способы создания управляющих сил и моментов.

## § 3.2. СПОСОБЫ СОЗДАНИЯ УПРАВЛЯЮЩИХ СИЛ И МОМЕНТОВ

### а. Управление с помощью аэродинамических сил

Полная аэродинамическая сила  $\vec{R}$  приложена к ракете в точке, называемой центром давления, который в общем случае не совпадает с центром масс. Поэтому помимо силы  $\vec{R}$ , которую всегда можно привести к центру масс, на ракету действует еще и аэродинамический момент  $\vec{M}$ , стремящийся повернуть ее вокруг центра масс.

Аэродинамическая сила  $\vec{R}$  выражается формулой [6]:

$$\vec{R} = \vec{c} PS, \quad (3.10)$$

где  $\vec{c}$  — векторный коэффициент полной аэродинамической силы;

$$P = \frac{1}{2} \rho V_p^2 \quad (3.11)$$

— скоростной напор, зависящий от плотности воздуха  $\rho$  и скорости ракеты  $V_p$ ;  $S$  — характерная площадь ракеты.

Проектируя силу  $\vec{R}$  (рис. 3.4) на оси поточной системы, с учетом 3.10) получим

$$\left. \begin{aligned} R_{zп} = Z = c_z PS, \\ R_{yп} = Y = c_y PS, \\ R_{xп} = X = c_x PS, \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

где  $c_z$ ,  $c_y$ ,  $c_x$  — аэродинамические коэффициенты лобового сопротивления, подъемной и боковой сил соответственно.

Сила лобового сопротивления  $Z$  направлена противоположно вектору скорости  $\vec{V}_p$  и не может создавать поперечные ускорения. Подъемная  $Y$  и боковая  $X$  силы взаимортогональны, лежат в плоскости, нормальной к вектору  $\vec{V}_p$  и могут быть использованы как управляющие.

Аэродинамические коэффициенты силы лобового сопротивления, подъемной и боковой сил можно представить следующими зависимостями [4]:

$$\left. \begin{aligned} c_z &= c_z(M, \alpha_a, \alpha_c), \\ c_y &= c_y(M, \alpha_a), \\ c_x &= c_x(M, \alpha_c), \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

где  $M = \frac{V_p}{V_3}$  — число Маха;  $V_3$  — скорость звука.

При  $M > 2$  и небольших углах  $\alpha_a$  можно полагать

$$c_y \approx \left| \frac{\partial c_y}{\partial \alpha_a} \right|_{\alpha_a=0} \cdot \alpha_a = c_y^{\alpha_a} \cdot \alpha_a. \quad (3.14)$$

Аналогичное соотношение имеет место и для коэффициента боковой силы  $c_x$ :

$$c_x = c_x^{\alpha_c} \alpha_c. \quad (3.15)$$

Поэтому для подъемной и боковой сил можно записать

$$Y = c_y^{\alpha_a} P S \alpha_a, \quad X = c_x^{\alpha_c} P S \alpha_c. \quad (3.16)$$

Отсюда следует, что управляющие силы (поперечные ускорения  $\vec{W}_F$ ) можно создавать посредством изменения углов атаки и сколь-

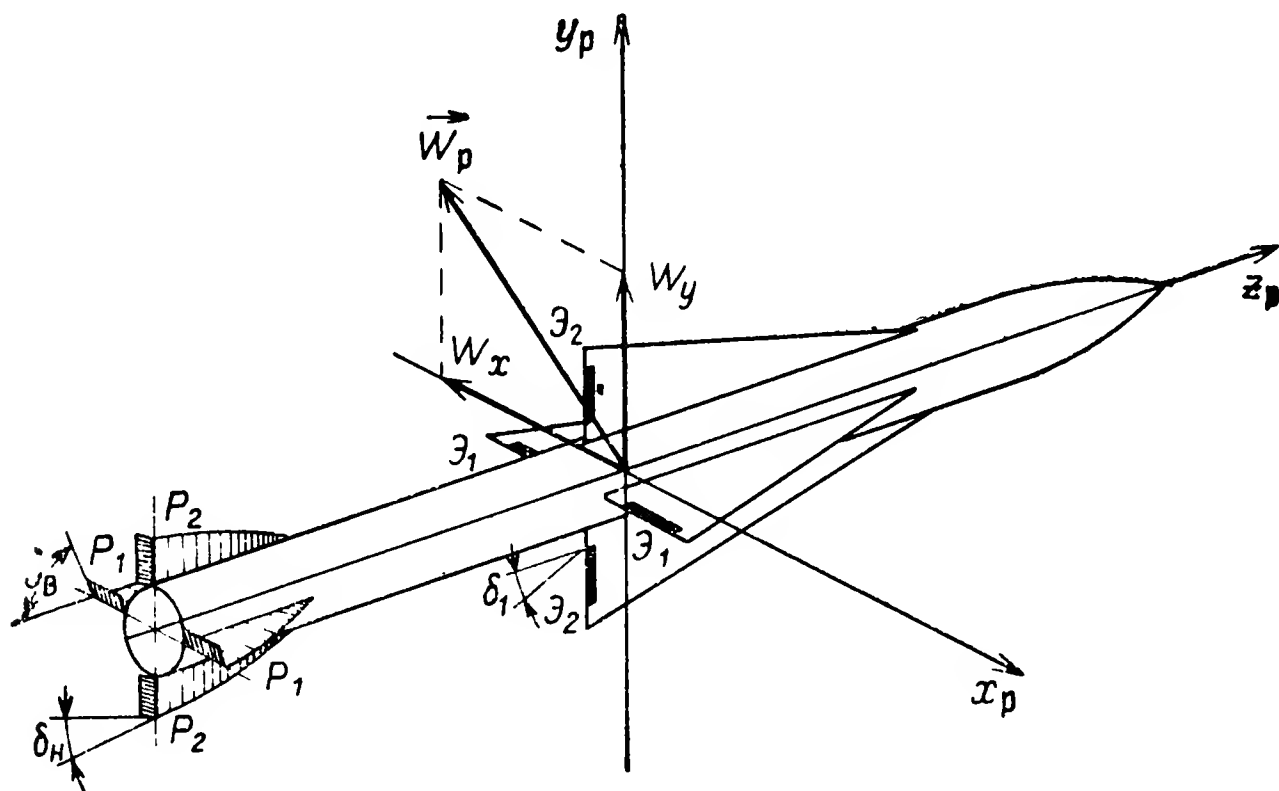


Рис. 3.5

жения ракеты. Основная доля подъемной и боковой сил образуется несущими плоскостями — крыльями. Поэтому управлять ракетой можно двумя способами: поворачивая относительно набегающего потока всю ракету или поворачивая только одни крылья.

По способу создания поперечного ускорения различают декартовое и полярное рулевые управления. При декартовом управлении рулевые органы ракеты создают поперечные ускорения  $W_y$  и  $W_x$ , для чего она снабжается двумя парами крыльев и рулей (рис. 3.5). Ускорение  $W_y$  создается при отклонении на угол  $\delta_v$  рулей высоты (тангажа) ( $P_1, P_1$ ), а ускорение  $W_x$  — при отклонении на угол  $\delta_n$  рулей направления (курса) ( $P_2, P_2$ ). Управляющий момент крена возникает при повороте электронов  $\epsilon_1, \epsilon_1$  (или  $\epsilon_2, \epsilon_2$ ) в противоположные стороны на угол  $\pm \delta_\epsilon$ .

В случае декартового управления маневр ракеты в любом направлении осуществляется без крена  $|\gamma = 0|$  сообщением ей соот-



ветствующим образом подобранных ускорений  $W_y$  и  $W_x$ . В аэродинамически осесимметричных ракетах при  $\gamma = 0$  управление по курсу и тангажу осуществляется независимо действующими системами, одна из которых приводит в движение рули курса, а другая — рули тангажа. При этом третий канал управления обеспечивает стабилизацию ракеты по крену. При наличии крена ( $\gamma \neq 0$ ) независимость работы каналов по курсу, тангажу и крену нарушается. Поэтому декартовое управление предполагает наличие на ракете специальной системы, которая либо обеспечивает ее стабилизацию по крену, либо измеряет крен и вводит необходимые поправки при формировании команд по курсу и тангажу. Ракеты с декартовым управлением имеют осевую аэродинамическую симметрию и применяются в тех случаях, когда необходимые максимальные поперечные ускорения  $W_{y\text{макс}}$  и  $W_{x\text{макс}}$  приблизительно равны. Сюда, например, относятся ракеты классов «земля — воздух» и «воздух — воздух». Ракеты с полярным управлением имеют плоскую аэродинамическую симметрию (самолетная схема) и применяются в комплексах вида «земля — земля» и «воздух — земля».

Главный момент аэродинамических сил относительно центра масс выражается формулой

$$\vec{M}_a = \vec{m}PSl, \quad (3.17)$$

где  $\vec{m}$  — векторный коэффициент главного момента аэродинамических сил;  $l$  — характерный размер (расстояние между центром масс и центром давления).

Проектируя момент  $\vec{M}_a$  на оси связанной системы, получим:

$$\left. \begin{aligned} M_{zp} &= m_z PSl_z, \\ M_{yp} &= m_y PSl_y, \\ M_{xp} &= m_x PSl_x. \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

Здесь  $m_z$ ,  $m_y$ ,  $m_x$  — аэродинамические коэффициенты моментов вращения ракеты по крену ( $\gamma$ ), рысканию ( $\psi$ ) и тангажу ( $\vartheta$ ) соответственно.

При малых углах атаки и скольжения аэродинамические моменты (3.18) можно представить следующими линеаризованными соотношениями [4]:

$$\left. \begin{aligned} M_{zp} &= \left( m_{z\delta}^{\delta} \delta_{\delta} - m_{z\omega}^{\omega} \frac{l_z}{V_p} \omega_{zp} \right) PSl_z, \\ M_{yp} &= \left( m_{y\delta}^{\delta} \delta_{\delta} - m_{y\omega}^{\omega} \frac{l_y}{V_p} \omega_{yp} - m_{y\alpha}^{\alpha} \alpha_c \right) PSl_y, \\ M_{xp} &= \left( m_{x\delta}^{\delta} \delta_{\delta} - m_{x\omega}^{\omega} \frac{l_x}{V_p} \omega_{xp} - m_{x\alpha}^{\alpha} \alpha_a \right) PSl_x, \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

где  $m_{zр}^u, m_{ур}^u, m_{хр}^u$  — коэффициенты аэродинамических моментов, характеризующие эффективность действия рулей;

$m_{zр}^{\bar{\omega}}, m_{ур}^{\bar{\omega}}, m_{хр}^{\bar{\omega}}$  — коэффициенты аэродинамических моментов, характеризующие демпфирование ракеты при ее поворотах относительно центра масс;

$m_{ур}^{\alpha_c}, m_{хр}^{\alpha_a}$  — коэффициенты аэродинамических моментов, определяющие путевую и продольную устойчивость ракеты при закрепленных в нейтральном положении рулях.

Статический момент обусловлен действием подъемной и боковой сил и характеризует устойчивость ракеты относительно углов атаки и скольжения.

## 6. Управление с помощью реактивных сил и моментов

Управление ракетами с помощью газодинамических сил осуществляется посредством: газовых рулей, поворотов основного реактивного двигателя относительно корпуса ракеты (или поворотов

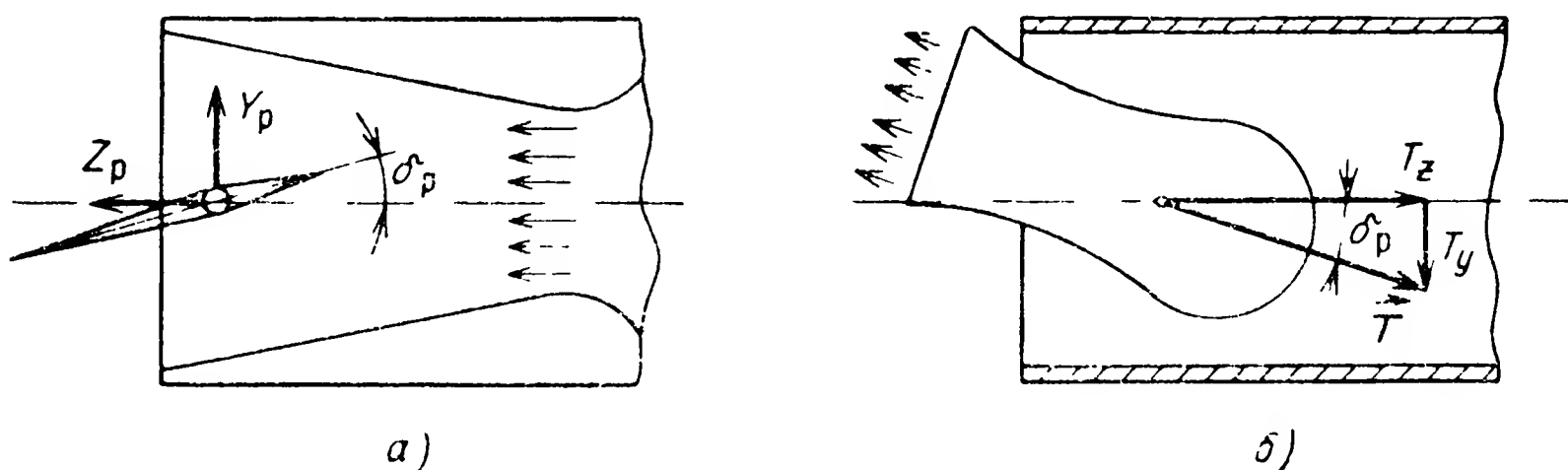


Рис. 3.6

только сопла двигателя), а также специальных установленных на ракете небольших реактивных двигателей.

Газовые рули изготавливаются из жаропрочных материалов и размещаются в струе выходящих из сопла газов (рис. 3.6, а). В результате обтекания руля возникает газодинамическая подъемная сила  $Y_p$ , создающая момент, поворачивающий ракету, а также сила  $Z_p$  лобового сопротивления руля, вызывающего потерю тяги. При повороте ракеты изменяется направление силы тяги  $\vec{T}$ , что и ведет к изменению траектории центра масс.

При управлении ракетой посредством поворотов реактивного двигателя образуется боковая сила  $T_y = T \sin \delta_p$ , поворачивающая ракету вокруг центра масс (рис. 3.6, б). Действие этой силы аналогично случаю управления с помощью газовых рулей.

Для создания управляющих сил и моментов применяются также специальные реактивные двигатели, размещенные на снаряде соответствующим образом. Вспомогательные двигатели способны обеспечить управление ракетой и в том случае, когда основной двигатель уже не работает. Управление с помощью реактивных сил более подробно рассматривается в 4-й части книги.

### § 3.3. СТРУКТУРНАЯ СХЕМА ЗВЕНА «РАКЕТА»

Ракету можно представить сложным динамическим звеном со многими входами и выходами. Входными (регулирующими) переменными являются величины, характеризующие перемещения органов управления. В аэродинамически осесимметричных ракетах с декартовым управлением такими величинами являются углы поворота рулей направления  $\delta_n$ , высоты  $\delta_b$  и элеронов  $\delta_e$ , а также возмущающие воздействия в виде сил  $\vec{F}$  ( $F_x, F_y, F_z$ ) и моментов  $\vec{M}$  ( $M_x, M_y, M_z$ ), приложенных к ракете извне (рис. 3.7).

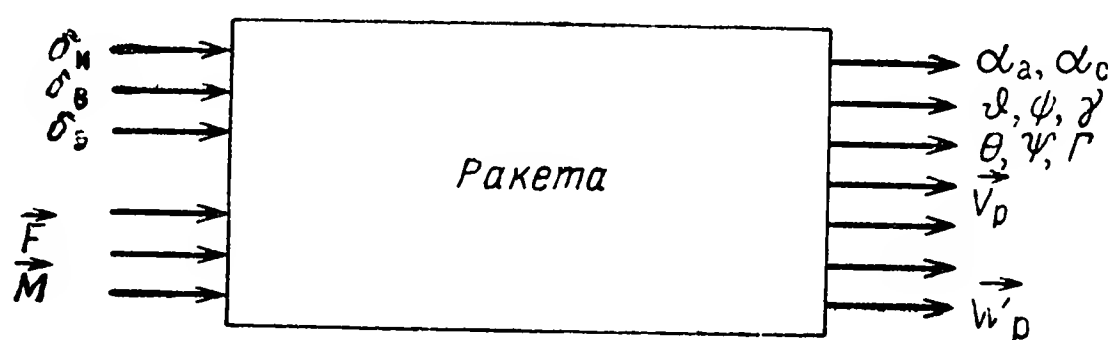


Рис. 3.7

Выходными (регулируемыми) переменными ракеты являются кинематические параметры ее движения: скорость  $\vec{V}_p$ , ускорение  $\vec{W}_p$ , угол поворота траектории  $\Psi$ , угол наклона траектории  $\theta$ , углы рыскания  $\psi$ , тангажа  $\vartheta$  и крена  $\gamma$ , углы атаки  $\alpha_a$  и скольжения  $\alpha_c$ , угловые скорости  $\omega_{xp}, \omega_{yp}, \omega_{zp}$ , высота полета  $H$  и другие параметры. Таким образом, как динамическое звено ракету можно характеризовать совокупностью передаточных функций, каждая из которых связывает выбранную пару входной и выходной переменных. Целью настоящего параграфа является отыскание некоторых из этих передаточных функций.

Связь между входными и выходными параметрами ракеты описывается уравнениями движения (3.4) ÷ (3.9), которые с учетом полученных в § 3.1 и § 3.2 соотношений можно записать в следующей форме:

$$mW_{zp} = T \cos \alpha_c \cos \alpha_a - c_z(M, \alpha_a, \alpha_c, \delta_n, \delta_b, \delta_e) PS - G \sin \theta \quad (3.20)$$

— движение в направлении вектора скорости  $\vec{V}_p$ ;

$$\left. \begin{aligned} mW_{yp} &= mV_p \omega_{xp} = T \sin \alpha_a + c_y(M, \alpha_a, \delta_b) PS - G \cos \theta \cos \Gamma, \\ \mathcal{I}_{xp} \dot{\omega}_{xp} - (\mathcal{I}_{zp} - \mathcal{I}_{yp}) \omega_{zp} \omega_{yp} &= \\ &= m_x(\alpha_a, \alpha_c, M, \dots, \delta_b, \delta_n, \delta_e) PS l_x, \\ \omega_{xp} &= \dot{\theta} \cos \Gamma - \dot{\Psi} \cos \vartheta \sin \Gamma, \\ \omega_{xp} &= \dot{\vartheta} \cos \gamma - \dot{\psi} \cos \theta \sin \gamma \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

— движение в вертикальной плоскости;

$$\left. \begin{aligned}
 mW_{xп} &= mV_p \omega_{yп} = \\
 &= T \cos \alpha_a \sin \alpha_c - c_x (M, \alpha_c, \delta_H) PS + \\
 &\quad + G \cos \theta \sin \Gamma, \\
 \mathcal{I}_{yп} \omega_{yп} - (\mathcal{I}_{xп} - \mathcal{I}_{zп}) \omega_{xп} \omega_{zп} &= \\
 &= m_y (\alpha_a, \alpha_c, M, \dots, \delta_B, \delta_\Theta, \delta_H) PS l_y, \\
 \omega_{yп} &= \dot{\Psi} \cos \theta \cos \Gamma + \dot{\theta} \sin \Gamma, \\
 \omega_{yр} &= \dot{\psi} \cos \vartheta \cos \gamma + \dot{\vartheta} \sin \gamma.
 \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

— движение в горизонтальной плоскости;

$$\begin{aligned}
 \mathcal{I}_{zр} \dot{\omega}_{zр} - (\mathcal{I}_{yр} - \mathcal{I}_{xр}) \omega_{yр} \omega_{xр} &= m_z (\alpha_a, \alpha_c, M, \dots, \delta_B, \delta_H, \delta_\Theta) PS l_z, \\
 \omega_{zр} &= \gamma + \dot{\psi} \sin \vartheta.
 \end{aligned} \quad (3.23)$$

— вращение ракеты вокруг продольной оси  $oz_p$ .

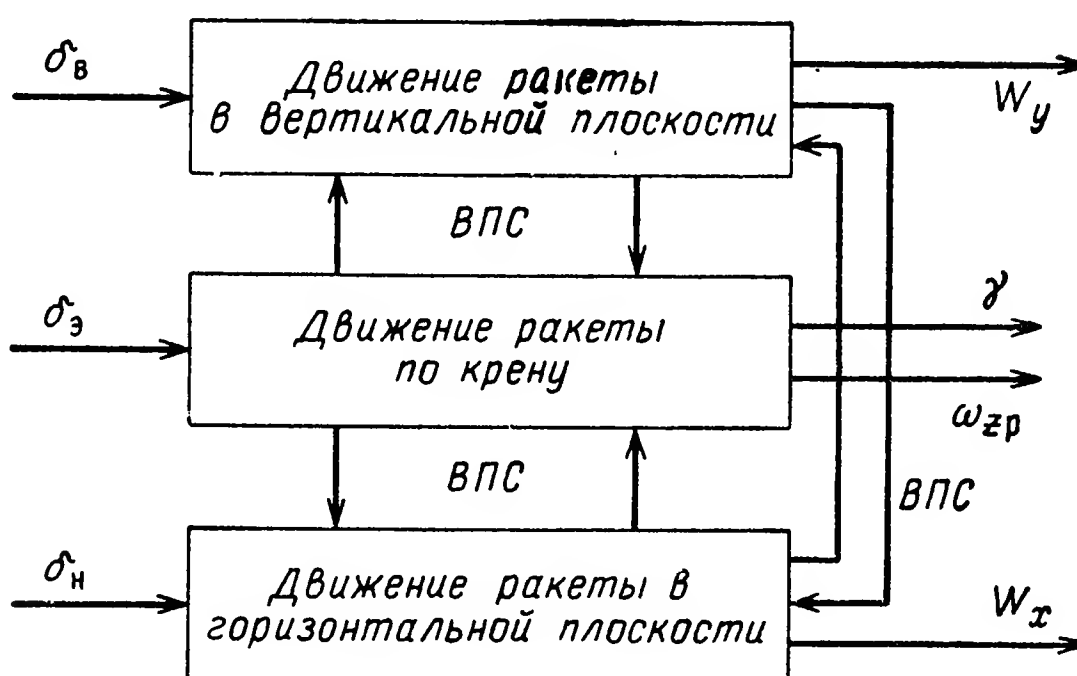


Рис. 3.8

Пространственное движение ракеты определяется сложной системой нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, из которых видно, что в общем случае ракету можно представить совокупностью трех динамических звеньев, отражающих ее движение в вертикальной и горизонтальной плоскостях и вращение по крену (рис. 3.8). Все движения ракеты взаимосвязаны так, что маневр ракеты, например, в вертикальной плоскости может вызвать ее перемещения в горизонтальной плоскости или ее вращение по крену. Взаимосвязь движений обусловлена наличием в уравнениях инерционных (вызванных моментами инерций) и аэродинамических членов, а также членов, учитывающих гироскопические эффекты (не показанных в данном случае). Кроме того, взаимные связи содержатся в кинематических уравнениях, определяющих угловые скорости  $\omega_{xп}$ ,  $\omega_{xр}$  и  $\omega_{yп}$ ,  $\omega_{yр}$ . На структурной схеме (рис. 3.8) это отображено взаимными перекрестными связями (ВПС) между динамическими звеньями ракеты.

Система уравнений пространственного движения ракеты (3.20) — (3.23) оказывается сложной и ею пользуются лишь при анализе методами математического моделирования. В случае аналитического исследования динамики ракеты или системы управления в целом обычно идут на значительные упрощения исходной системы.

Поскольку системы управления снарядами, подлежащие дальнейшему анализу, должны обеспечивать создание поперечных ускорений, а в процессе движения ракеты регулировка силы тяги обычно не производится, уравнение (3.20) из дальнейшего рассмотрения можно исключить. Далее необходимо учесть то обстоятельство, что при нормальном режиме полета углы атаки и скольжения малы ( $\alpha_a \leq 15 \div 20^\circ$ ,  $\alpha_c \leq 15 \div 20^\circ$ ), и в первом приближении можно полагать, что

$$\begin{aligned} \cos \alpha_a &\approx \cos \alpha_c \approx 1, \\ \sin \alpha_a &\simeq \alpha_a, \quad \sin \alpha_c \simeq \alpha_c. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Малыми также являются углы отклонения рулевых органов снаряда

$$\delta_{\text{нм}} \simeq \delta_{\text{вм}} \approx \delta_{\text{эм}} \leq 20^\circ. \quad (3.25)$$

При этих условиях для подъемной  $Y$  и боковой  $X$  сил оказываются справедливыми линеаризованные зависимости (3.16). Будут также справедливы и формулы (3.19) для аэродинамических моментов. Таким образом, при выполнении условий (3.24) и (3.25) аэродинамические силы и моменты можно считать линейными функциями углов и угловых скоростей.

Дальнейшее упрощение уравнений движения ракеты осуществляется введением допущений, при которых перекрестные связи становятся несущественными и ими можно пренебречь. Это означает, что сложное пространственное движение ракеты распадается на два независимых в общем случае криволинейных плоских движения (продольное и боковое), осуществляющихся во взаимно ортогональных плоскостях. Без существенных дополнительных ограничений можно потребовать, чтобы одна из плоскостей была вертикальной (продольное движение), другая — горизонтальной (боковое движение). Из уравнений (3.21) — (3.23) нетрудно установить, что при стабилизации ракеты по скорости вращения по крену, т. е. при  $\dot{\gamma} = 0$ , исчезают перекрестные связи, обусловленные моментами инерции и аэродинамическими моментами. При стабилизации же ракеты по углу крена ( $\gamma = 0$ ), а также предотвращении скручивания поточной системы относительно опорной ( $\Gamma = 0$ ) исчезают кинематические перекрестные связи.

Принимая во внимание принятые допущения, пространственное движение ракеты можно представить следующей системой уравнений:

продольное движение

Б

$$\left. \begin{aligned} mV_p \omega_{x\Pi} &= (T + c_y^a PS) \alpha_a - G \cos \theta, \\ \mathcal{Y}_{xp} \dot{\omega}_{xp} &= \left( m_{xp}^{\delta_B} \delta_B - m_{xp}^{\bar{\omega}_{xp}} \frac{l_x}{V_p} \omega_{xp} - m_{xp}^{\alpha_a} \alpha_a \right) PS l_x, \\ \omega_{x\Pi} &= \dot{\theta}, \quad \omega_{xc} = \dot{\vartheta}; \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

боковое движение

$$\left. \begin{aligned} mV_p \omega_{y\Pi} &= (T - c_x^c PS) \alpha_c, \\ \mathcal{Y}_{yp} \dot{\omega}_{yp} &= \left( m_{yp}^{\delta_H} \delta_H - m_{yp}^{\bar{\omega}_{yp}} \frac{l_y}{V_p} \omega_{yp} - m_{yp}^{\alpha_c} \alpha_c \right) PS l_y, \\ \omega_{y\Pi} &= \dot{\Psi} \cos \theta, \quad \omega_{yp} = \dot{\psi} \cos \vartheta; \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

движение по крену

$$\gamma = 0. \quad (3.28)$$

Продольное движение ракеты оказывается не зависящим от бокового, и систему (3.26) можно, таким образом, анализировать автономно. В то же время из (3.27) видно, что продольное движение ракеты оказывает влияние на ее боковое движение. Оба движения становятся взаимно независимыми лишь при малых углах тангажа  $\vartheta$  и наклона траектории ракеты  $\theta$ , т. е. при полете в плоскости, близкой к горизонтальной, когда можно считать  $\cos \vartheta \simeq \cos \theta = 1$ .

Введем следующие дополнительные ограничения:

$$m = \text{const}, \quad T = \text{const}, \quad \mathcal{Y}_{xp}, \quad \mathcal{Y}_{yp} = \text{const}, \quad P = \text{const}.$$

При этих допущениях с учетом ограничений, введенных ранее, движение ракеты описывается линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. Чтобы получить уравнения (3.26) и (3.27) в операторной форме, введем следующие обозначения:

$$T_{vB} = \frac{mV_p}{T + c_y^a PS}, \quad T_{vH} = \frac{mV_p \cos \theta}{T - c_x^c PS} \quad (3.29)$$

— постоянные времени ракеты по тангажу и рысканию;

$$a_{\delta_B} = \frac{m_{xp}^{\delta_B} PS l_x}{\mathcal{Y}_{xp}}, \quad a_{\delta_H} = \frac{m_{yp}^{\delta_H} PS l_y}{\mathcal{Y}_{yp} \cos \vartheta} \quad (3.30)$$

— относительные коэффициенты эффективности рулей;

$$a_{\alpha_a} = \frac{m_{xp}^{\alpha_a} P S l_x}{\mathcal{J}_{xp}},$$

$$a_{\alpha_c} = \frac{m_{yp}^{\alpha_c} P S l_y}{\mathcal{J}_{yp} \cos \vartheta} \quad (3.31)$$

— относительные коэффициенты статической устойчивости;

$$a_{\dot{\vartheta}} = \frac{m_{xp}^{\bar{\omega}} \frac{l_x^2}{V_p} P S}{\mathcal{J}_{xp}},$$

$$a_{\dot{\varphi}} = \frac{m_{yp}^{\bar{\omega}} \frac{l_y^2}{V_p} P S}{\mathcal{J}_{yp} \cos \vartheta} \quad (3.32)$$

— относительные коэффициенты аэродинамического демпфирования.

При малых углах  $\theta$  и  $\vartheta$  для аэродинамически осесимметричных ракет имеем

$$a_{\delta_B} = a_{\delta_H}, \quad a_{\dot{\vartheta}} = a_{\dot{\varphi}}, \quad a_{\alpha_a} = a_{\alpha_c}, \quad (3.33)$$

$$T_{v_B} = T_{v_H} = T_v.$$

Поэтому дальнейшее рассмотрение можно вести применительно к одной, например, вертикальной плоскости движения, распространяя полученные результаты на движение в горизонтальной плоскости.

С учетом введенных обозначений уравнения (3.26) в операторной форме имеют следующий вид:

$$p\theta = \frac{1}{T_v} (\alpha_a - T_v \frac{g}{V_p} \cos \theta), \quad (3.34)$$

$$(p^2 + a_{\dot{\vartheta}} p) \vartheta + a_{\alpha_a} \alpha_a = a_{\delta_B} \delta_B, \quad (3.35)$$

где  $p = \frac{d}{dt}$  — оператор дифференцирования.

Второе слагаемое в правой части (3.34) характеризует уменьшение полезного угла атаки ракеты за счет ее веса. Это означает, что даже при горизонтальном полете, когда  $\theta = 0$ , необходимо иметь некоторый начальный угол атаки, создающий подъемную силу, компенсирующую вес ракеты. Для упрощения весовой член в уравнении (3.34) либо отбрасывают вовсе, либо заменяют постоянной величиной, равной его максимальному значению [3], т. е. значению

$$\alpha_{a_0} \simeq T_v \frac{g}{V_p}. \quad (3.36)$$



Коэффициент  $\frac{1}{T_v}$  в уравнении (3.34) определяет скорость изменения угла наклона траектории  $\theta$  при заданном угле атаки  $\alpha_a$ , т. е. характеризует маневренные качества ракеты.

Коэффициент  $T_v$  называется аэродинамической постоянной времени ракеты. Передаточная функция  $K_{\alpha_a}^{\delta_B}(p)$  характеризует колебания ракеты по углу атаки при отклонениях руля высоты. Ее можно найти из уравнения (3.35), если из него исключить угол  $\vartheta$ . Для этого необходимо воспользоваться соотношением

$$\vartheta = \theta + \alpha_a, \quad (3.37)$$

а также уравнением (3.34).

В результате несложных преобразований получим

$$K_{\alpha_a}^{\delta_B}(p) = \frac{a_{\delta_B}}{p^2 + \left(a_{\dot{\vartheta}} + \frac{1}{T_v}\right)p + \left(\frac{a_{\dot{\vartheta}}}{T_v} + a_{\alpha_a}\right)} \quad (3.38)$$

или

$$K_{\alpha_a}^{\delta_B}(p) = \frac{a_{\delta_B}^*}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}, \quad (3.39)$$

где

$$T = \frac{1}{\sqrt{\frac{a_{\dot{\vartheta}}}{T_v} + a_{\alpha_a}}};$$

$$\xi = \frac{a_{\dot{\vartheta}} + \frac{1}{T_v}}{2 \sqrt{\frac{a_{\dot{\vartheta}}}{T_v} + a_{\alpha_a}}};$$

$$a_{\delta_B}^* = \frac{a_{\delta_B}}{\frac{a_{\dot{\vartheta}}}{T_v} + a_{\alpha_a}}. \quad (3.40)$$

Для некоторых современных ракет характерны значительные (порядка секунды) постоянные времени  $T$  и слабое затухание ( $\xi = 0,1 \div 0,15$ ) возмущенного движения. Постоянная времени  $T$  и демпфирование ракеты  $\xi$  существенно зависят от высоты и скорости полета. Поэтому передаточная функция ракеты имеет переменные параметры. Для улучшения динамических характеристик ракеты (уменьшения  $T$  и увеличения  $\xi$ ) и стабилизации ее параметров она охватывается обратными связями по ускорению  $W_p$  и по другим выходным переменным.

Передаточная функция от угла атаки  $\alpha_a$  к углу наклона траектории  $\theta$  определяется из (3.34) и равна

$$K_{\theta}^{\alpha_a}(p) = \frac{1}{T_v p}. \quad (3.41)$$

Наличие оператора  $p$  в знаменателе (3.41) означает, что при отклонении руля высоты на некоторый угол  $\delta_v$  угол наклона траектории ракеты  $\theta$  будет непрерывно изменяться. После установки руля в исходное положение ( $\delta_v = 0$ ) ракета будет сохранять направление полета, установившееся к этому моменту. Передаточная

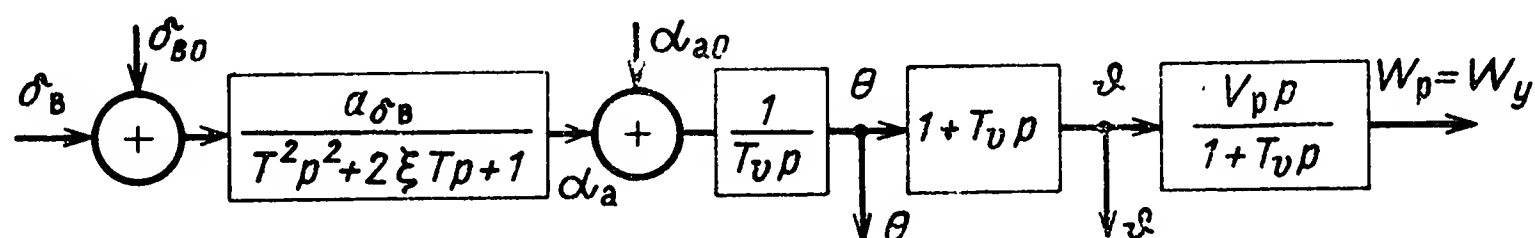


Рис. 3.9

функция от угла наклона траектории  $\theta$  к углу тангажа  $\vartheta$  определяется соотношениями (3.34) и (3.37) и равна

$$K_{\vartheta}^{\theta}(p) = T_v p + 1. \quad (3.42)$$

Наконец, воспользовавшись соотношением

$$W_p = W_y = V_p \dot{\theta}, \quad (3.43)$$

легко получить передаточную функцию для поперечного ускорения

$$K_{\omega_p}^{\theta}(p) = V_p p. \quad (3.44)$$

Соотношения (3.39), (3.41), (3.42) и (3.43) позволяют построить структурную схему продольного движения ракеты. На рис. 3.9 эта схема изображена с учетом весового члена в уравнении (3.34), определяемого формулой (3.36).

Пользуясь приведенной структурной схемой, нетрудно получить любую передаточную функцию для продольного движения ракеты;

$$K_{\theta}^{\delta_v}(p) = \frac{a_{\delta}^*}{T_v (T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)}, \quad (3.45)$$

$$K_{\vartheta}^{\delta_v}(p) = \frac{a_{\delta}^* (T_v p + 1)}{T_v (T^2 p^2 + 2\xi T p + 1) p}, \quad (3.46)$$

$$K_{\omega}^{\delta_v}(p) = \frac{a_{\delta}^* V_p}{T_v (T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)}; \quad K_{\omega}^{\vartheta}(p) = \frac{V_p p}{(T_v p + 1)}. \quad (3.47)$$

Соотношения, аналогичные (3.45), (3.46) и (3.47), можно получить и для бокового движения ракеты. Однако при этом необходимо

помнить, что в общем случае коэффициенты  $T_{\psi H}$ ,  $a_{\delta H}$ ,  $a_{\alpha c}$  и  $a_{\psi}$  зависят от углов  $\theta$  и  $\vartheta$ , т. е. от режима полета ракеты в вертикальной плоскости. Учитывая принятые ранее допущения относительно указанных коэффициентов, структурную схему ракеты при ее боковом и продольном движениях можно представить в форме, показанной на рис. 3.10.

Уравнение  $\omega_{yn} = \dot{\Psi} \cos \theta$  из системы (3.27) в полученной структурной схеме пространственного движения ракеты позволяет учесть связь, обусловленную влиянием продольного движения на боковое. Эта связь на рис. 3.10 показана нелинейным элементом «cos».

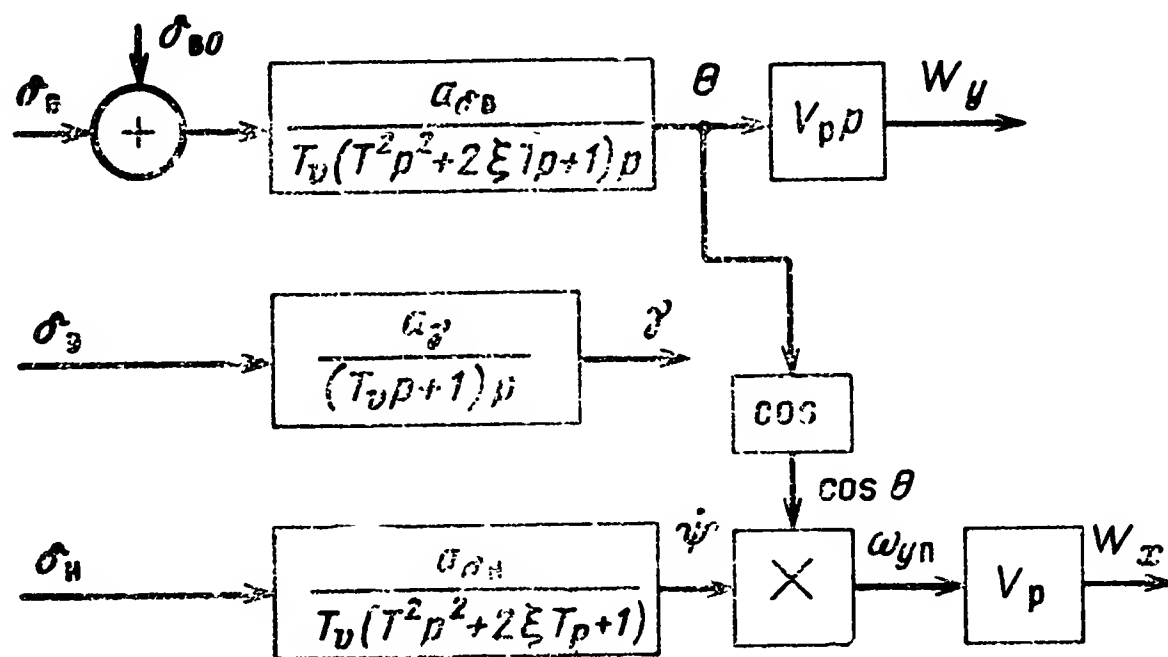


Рис. 3.10

Структурная схема ракеты составлена в предположении, что имеет место стабилизации по углу крена  $\gamma = 0$ . Передаточная функция ракеты по крену, устанавливающая зависимость между углом отклонения элеронов  $\delta_{\vartheta}$  и углом крена, может быть получена из уравнений (3.23), которые с учетом принятых ранее допущений следует представить в операторной форме. В результате получаем следующее соотношение для передаточной функции:

$$K_{\gamma}^{\delta_{\vartheta}}(p) = \frac{a_{\gamma}}{p(T_{\gamma} p + 1)}, \quad (3.48)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_{\gamma} &= \frac{m_{z p}^{\delta_{\vartheta}}}{m_{z p}^{\omega_{z p}}}, \\ T_{\gamma} &= \frac{\mathcal{I}_{z p}}{m_{z p}^{\omega_{z p}} P S l_z} \end{aligned} \right\} \quad (3.49)$$

— коэффициент усиления и постоянная времени ракеты для канала крена;  $m_{z p}^{\delta_{\vartheta}}$ ,  $m_{z p}^{\omega_{z p}}$  — аэродинамические коэффициенты вра-

щающего и демпфирующего моментов;  $\mathcal{I}_{z_p}$  — момент инерции ракеты относительно оси  $z_p$ .

Структурная схема движения ракеты по крену состоит из инерционного и интегрирующего звеньев, что свидетельствует о том, что она поворачивается по крену до тех пор, пока отклонены элероны.

### К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. Какую систему координат можно выбирать в качестве опорной при исследовании динамики систем управления ракетами класса «земля — земля», «земля — воздух», и «воздух — воздух»?

2. Укажите расположение осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  поточной, связанной и исполнительной систем координат в случае осесимметричного снаряда с декартовым управлением.

3. Перечислите основные способы создания управляющих сил и моментов.

4. Каковы основные различия при управлении ракетами с декартовым и полярным управлением?

5. Перечислите основные входные и выходные параметры ракеты как объекта регулирования при декартовом управлении.

6. Перечислите основные допущения, при которых продольное и боковое движения осесимметричной ракеты можно считать взаимнонезависимыми.

7. Составьте структурную схему пространственного движения ракеты с учетом связей между каналами [см. уравнения (3.26) и (3.27)].

8. Получите выражения для передаточных функций ракеты  $K_{\psi}^{\delta_n}(p)$  и  $K_{\gamma}^{\delta_{\vartheta}}(p)$ .

Литература [3, 4, 5, 6].

---

## ПРИНЦИПЫ АВТОНОМНОГО УПРАВЛЕНИЯ

### § 4.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ

#### а. Принцип работы и области применения автономных систем

Автономное управление летательным аппаратом полностью осуществляется размещенными на нем автоматическими устройствами, которые в процессе полета не получают никакой информации ни

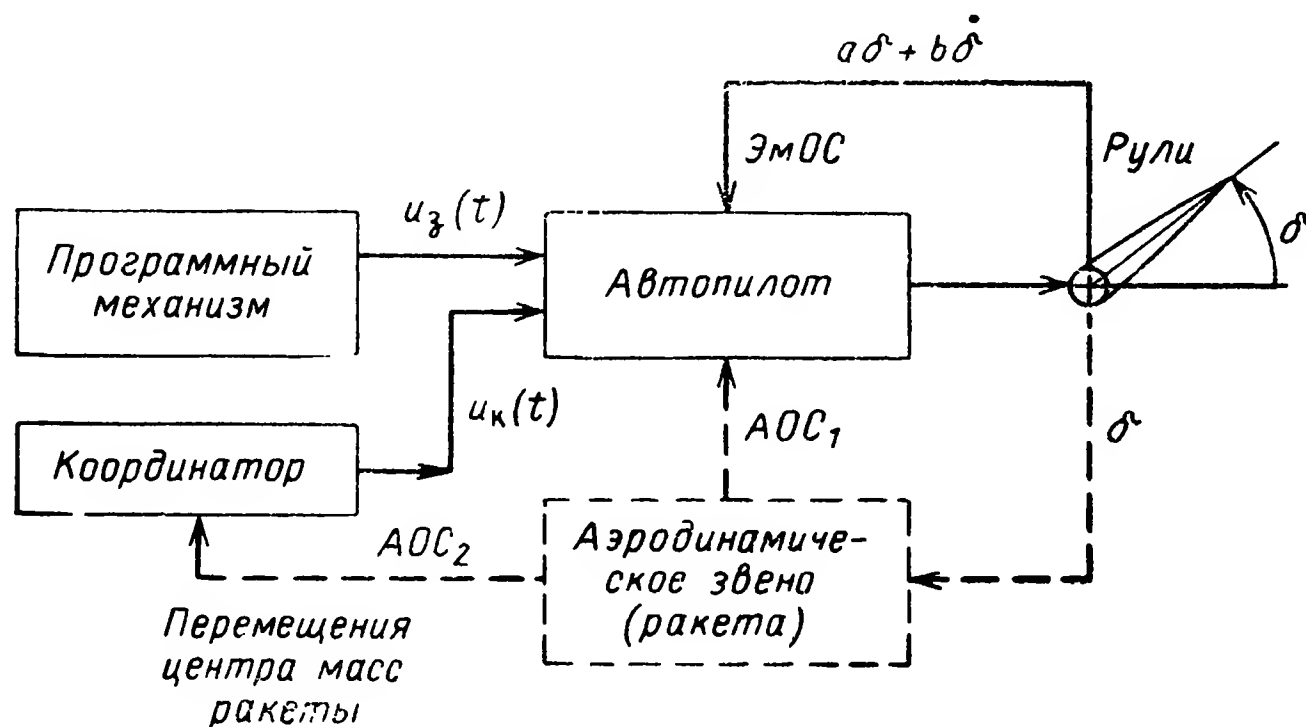


Рис. 4.1

от цели ни от командного пункта. Принцип действия автономной системы поясняется рис. 4.1. Координатор определяет текущие значения параметров движения летательного аппарата. Измеренные значения  $\vec{u}_k(t)$  подаются в автопилот, где вычисляются отклонения от заданной программы полета  $\vec{u}_z(t)$  и в соответствии с ними вырабатываются команды управления. В результате текущие значения параметров траектории приводятся в соответствие с программой.

Электрохимическая и аэродинамическая обратные связи (ЭМОС и АОС<sub>1</sub>) служат для обеспечения устойчивого и точного полета ракеты по траектории, задаваемой программой. Электромеха-

ническая обратная связь осуществляется путем измерения угла поворота руля ( $\delta$ ) и его производных. Аэродинамическая обратная связь АОС<sub>1</sub> осуществляется путем измерения чувствительными элементами, входящими в состав автопилота, углов поворота ракеты вокруг центра масс и их производных и введения этих величин в закон управления. Аэродинамическая обратная связь АОС<sub>2</sub> образуется путем измерения ускорения ракеты  $\overrightarrow{W}_p$  и его интегралов (скорости и текущих координат). Введение обратной связи АОС<sub>2</sub> производится посредством измерения указанных параметров движения центра масс ракеты с помощью автономного координатора.

Системы автономного управления применяются для стабилизации параметров движения летательного аппарата и для управления этими параметрами по заранее установленной программе.

Задача стабилизации заключается в поддержании постоянства заданных значений одного или нескольких параметров движения летательного аппарата в процессе его полета. Автономные системы могут применяться для стабилизации углового положения летательного аппарата относительно одной, двух или всех трех осей. Так, например, в осесимметричных ракетах с декартовым управлением осуществляется стабилизация по углу крена, а в космических летательных аппаратах — спутниках может возникнуть необходимость в стабилизации относительно всех трех осей.

Автономные системы могут использоваться также для стабилизации одного или нескольких параметров движения центра масс, например, для поддержания постоянства скорости полета  $\overrightarrow{V}_p$ , высоты  $H$ , курса  $\Psi$  ракеты и т. п.

В случае применения автономных систем для программного управления ориентацией летательного аппарата или движением его центра масс основной задачей является обеспечение соответствия текущих значений параметров движения значениям, устанавливаемым программой. Поскольку программа задается полностью перед пуском, автономное управление возможно только при наведении на цели, координаты которых известны заранее. Сюда относятся неподвижные цели или цели, движущиеся по прогнозируемой траектории. Это обстоятельство является серьезным недостатком автономных систем.

Основным достоинством автономного управления является хорошая защищенность от действия организованных помех, возможность управляемого полета на очень большие дальности, а также мобильность стартовых установок.

В том или ином виде автономные системы могут применяться на ракетах почти всех классов. Автономные системы, работающие в режиме стабилизации и программного управления, применяются в ракетах как ближнего, так и дальнего действия: на этапе пуска (при наборе ракетой необходимой для аэродинамического управления скорости), при выводе ракет или спутников на заданную баллистическую

траекторию, а также при навигации самолетов-снарядов дальнего действия и космических кораблей.

Примерами автономного управления полетом являются наведение крылатых и баллистических ракет класса «земля — земля». Управление баллистическими ракетами рассматривается в гл. 23 и 24. Поэтому здесь в качестве примера рассмотрим автономное управление крылатой ракетой (рис. 4.2). Фиксированная опорная траектория рассчитывается до пуска ракеты на основании

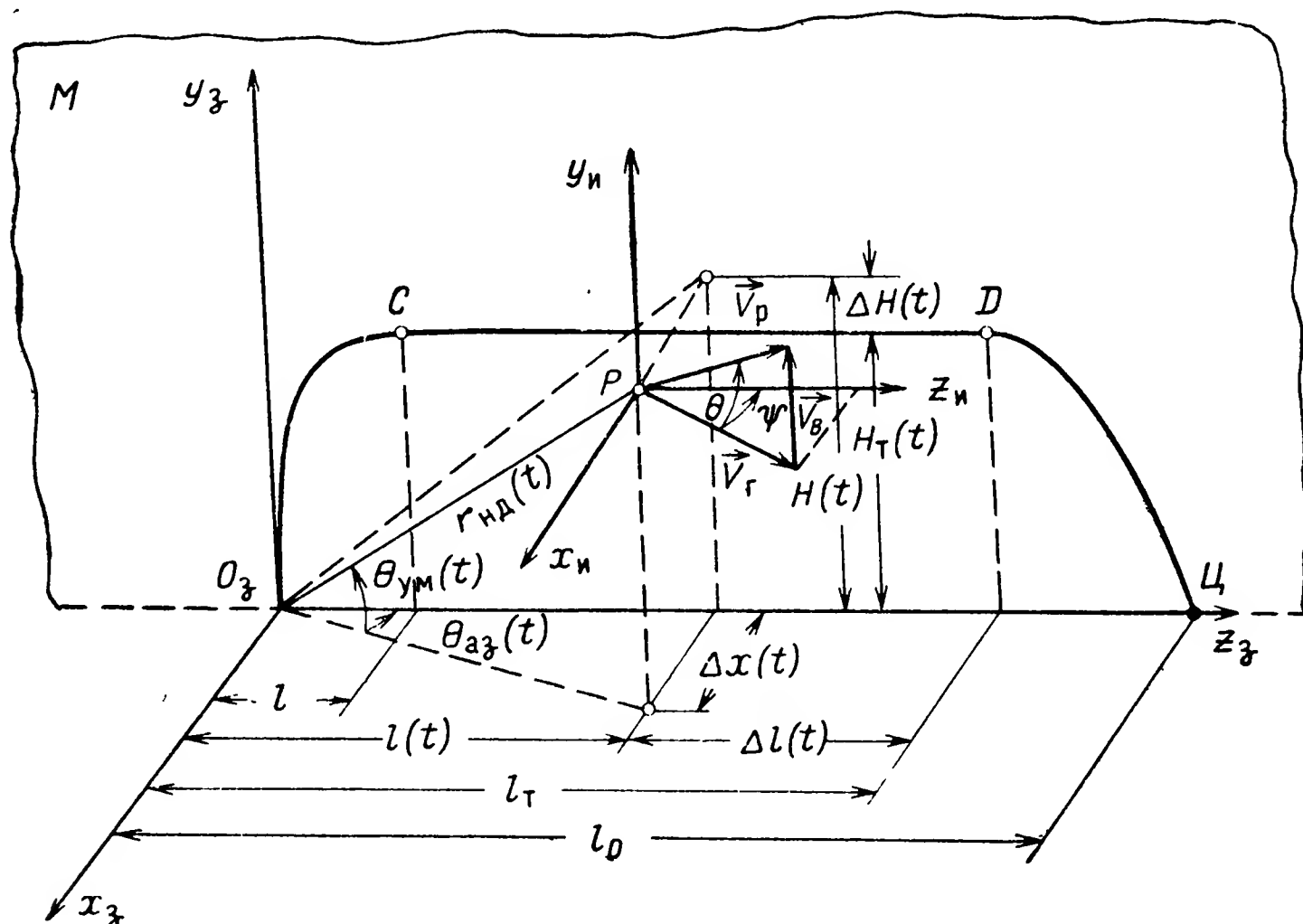


Рис. 4.2

априорной информации о координатах точки старта и цели и закладывается в программный механизм системы управления. Для простоты в дальнейшем кривизной и вращением Земли пренебрегаем. Тогда допустимо считать, что опорная траектория лежит в плоскости  $M$ , нормальной к поверхности Земли и проходящей через точку старта ракеты и цель. Опорная траектория строится в земной системе координат  $O_z x_z y_z z_z$ . Положение ракеты  $P$  можно задавать текущими значениями пройденного пути  $l(t)$ , высоты полета  $H(t)$  и бокового сноса  $x(t)$  или значениями наклонной дальности  $r_{нд}(t)$ , азимута  $\theta_{аз}(t)$  и угла места  $\theta_{ум}(t)$  и т. п. (рис. 4.2). В зависимости от способа задания положения ракеты получаются различные уравнения рассогласования, характеризующие степень отклонения координат ракеты от требуемых, назначенных программой полета, а следовательно, и различный состав автономных измерительных средств. В случае определения положения ракеты прямоугольными координатами получаем следующие уравнения для параметров рассогласования:



$$\left. \begin{aligned} H_T(t) - H(t) &= \Delta H(t), \\ x_T(t) - x(t) &= \Delta x(t), \\ l_T(t) - l(t) &= \Delta l(t), \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

где  $H_T(t)$ ,  $x_T(t)$ ,  $l_T(t)$  — заданные программой текущие координаты ракеты;  $H(t)$ ,  $x(t)$ ,  $l(t)$  — истинные значения координат;  $\Delta H(t)$ ,  $\Delta x(t)$  и  $\Delta l(t)$  — параметры рассогласования по высоте, боковому сносу и оставшаяся дальность полета соответственно.

Чтобы удерживать ракету на фиксированной траектории необходимо в каждый момент времени обеспечивать выполнение требований

$$\Delta H(t) = 0, \quad \Delta x(t) = 0.$$

Параметр рассогласования  $\Delta l(t)$  в данном случае определяет дальность, оставшуюся до точки  $D$  (рис. 4.2) (переход ракеты в режим пикирования).

На участке горизонтального полета  $CD$  уравнения рассогласования принимают вид

$$\left. \begin{aligned} H_T - H(t) &= \Delta H(t) \quad (H_T = \text{const}), \\ -x(t) &= \Delta x(t) \quad (x_T = 0), \\ l_T - l(t) &= \Delta l(t) \quad (l_T = \text{const}). \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

Таким образом для обеспечения горизонтального полета крылатой ракеты на ее борту необходимо иметь программный механизм с заложенными в него данными о высоте  $H_T$  и дальности  $l_T$  горизонтального полета, а также автономные измерительные средства, позволяющие получать текущие значения высоты полета  $H(t)$ , пройденного пути  $l(t)$  и бокового сноса  $x(t)$ .

Системы автономного управления различают по способам измерения параметров движения ракеты и в соответствии с этим подразделяют на гироскопические, инерциальные, астронавигационные, системы наведения по земным ориентирам, радиотехнические и комбинированные.

В настоящее время имеется обширная литература, где интересующиеся могут найти подробное изложение принципов действия и теории перечисленных автономных систем (в частности, можно рекомендовать [7, 10, 30, 31, 32]. Поэтому здесь мы остановимся лишь на краткой характеристике перечисленных систем автономного управления.

## 6. Краткая характеристика автономных систем

### Гироскопические системы управления

Основными элементами гироскопической системы являются свободные (трехстепенные) и скоростные (двухстепенные) гироскопы, а также программное устройство.

С помощью указанных приборов на ракете образуется опорная система координат, в которой можно измерять текущие значения параметров ориентации летательного аппарата (углы и угловые скорости). Это позволяет осуществлять стабилизацию, а при наличии программного устройства и автономное управление ориентацией летательного аппарата.

Гироскопические системы нашли применение при стабилизации ракет по крену, для программного управления углом тангажа ракеты при выводе ее на баллистическую траекторию и в других случаях программного управления параметрами ориентации.

### Инерциальные системы управления

Инерциальное управление основано на определении скоростей и координат центра масс летательного аппарата путем непрерывного интегрирования его линейного ускорения, измеряемого акселерометрами (датчиками линейных ускорений). После первого интегрирования ускорения получается скорость движения летательного аппарата, а после второго — пройденный путь.

В общем случае инерциальная система автономного управления состоит из трех акселерометров с взаимно-ортогональными осями чувствительности, интеграторов, счетно-решающего прибора и устройства, программирующего движение летательного аппарата. Оси чувствительности акселерометров образуют измерительную систему координат. Поскольку траектория летательного аппарата проложена в опорной системе координат, для определения текущих координат положения центра масс на борту оси измерительной системы должны совпадать по направлению с осями опорной системы. Для этого акселерометры располагаются на гиростабилизированной платформе, которая на борту летательного аппарата образует модель опорной системы.

### Астронавигационные системы

Астронавигационные системы основаны на использовании известных законов движения небесных тел.

Местоположение точки на поверхности земли можно определить по результатам измерения углов между направлениями из этой точки на 1-е и 2-е светила и соответствующими проекциями этих направлений на горизонтальную плоскость. Эти углы называются высотами светил.

Чувствительным элементом системы являются два секстанта (астроориентатора), обеспечивающие автоматическое сопровождение выбранных светил по угловым координатам. Секстанты располагают на гиростабилизированной платформе, образующей опорную систему координат. В результате слежения за светилами определяются их высоты, которые далее с помощью счетно-решающего прибора пересчитываются в координаты, характеризующие текущее положение летательного аппарата.

## Системы управления по земным ориентирам

В таких системах в качестве чувствительных элементов используются приборы, реагирующие на физические параметры среды, окружающей Землю, например магнитное и электрическое поле, силы гравитации, свойства атмосферы, ориентиры (предметы и изображения) на поверхности Земли и проч.

Параметры фактической траектории летательного аппарата определяются в процессе измерения указанных ориентиров, а сопоставление результатов измерения с программой, позволяет определить параметры рассогласования. Физические ориентиры Земли можно использовать и как самостоятельные средства вождения летательных аппаратов, и как вспомогательные, обеспечивающие лучшую точность других автономных систем.

Такие системы используются главным образом для навигации беспилотных и пилотируемых самолетов.

## Радиотехнические автономные системы

К радиотехническим автономным системам относят радионавигационные системы; системы управления по земным радиоориентирам, системы, основанные на использовании доплеровского измерителя путевой скорости и угла сноса, радиовысотомеры и др.

Радионавигационные системы основаны на пеленгации радиоизлучения (в виде флуктуационного шума) некоторыми небесными телами, законы движения которых известны. Так же как и в астронавигационных системах, для измерения текущих координат антенна радиосекстанта должна быть расположена на гиростабилизированной платформе.

В системах управления по земным радиоориентирам используется излучение нескольких радиопередающих устройств, расположенных над земной поверхностью и имеющих точно известные координаты. Прием на борту ракеты сигналов этих радиопередатчиков позволяет определить координаты и скорость ракеты. Типичным примером таких систем является гиперболическая разностно-дальномерная система [7].

Возможно также применение бортового радиолокатора, позволяющего получить на ракете радиолокационное изображение местности, над которой пролетает ракета. Сопоставление этого изображения с заранее заготовленной радиолокационной картой той же местности позволяет определить отклонение ракеты от заданной программной траектории.

Применение доплеровского измерителя путевой скорости и радиовысотомера рассмотрено в § 4.5.

## Комбинированные системы автономного управления

Для повышения точности автономных систем управления в ряде случаев применяют комбинацию двух или более различных систем.

Примером комбинации нерадиотехнических систем автономного управления является астроинерциальная система.

Инерциальная система определяет скорость полета с высокой точностью, в то время как точность измерения координат, вследствие ухода осей гироскопов, оказывается недостаточной.

Астронавигационная система, наоборот, позволяет измерять координаты с высокой точностью, а точность измерения скорости, которая получается путем дифференцирования координат, оказывается низкой.

Комбинированная астроинерциальная система позволяет измерять с высокой точностью как скорость, так и координаты летательного аппарата.

В инерциальных системах может применяться коррекция погрешностей и с помощью различных радиотехнических средств. Такая комбинированная система называется радиоинерциальной.

### в. Структурная схема системы автономного управления

В случае управления летательным аппаратом при помощи реактивных сил автономная система может состоять из двух независимо действующих систем, одна из которых управляет ориентацией, а другая — полетом.

При управлении летательным аппаратом лишь с помощью аэродинамических сил управление полетом осуществляется путем соответствующего изменения ориентации ракеты относительно воздушного потока. Поэтому для управления полетом ракеты здесь используют соответствующие каналы системы ориентации. Структурная схема автономного управления ориентацией и полетом ракеты при помощи аэродинамических сил показана на рис. 4.3. Она состоит из программных устройств, автопилота, координатора и динамических звеньев ДЗ-1, ДЗ-2 и ДЗ-3. Программные устройства вырабатывают напряжения  $\vec{u}_{31}$  и  $\vec{u}_{32}$ , задающие программу соответственно для ориентации ракеты и для перемещения ее центра масс.

Координатор измеряет параметры движения центра масс ракеты и выдает их в виде соответствующих напряжений.

Автопилот состоит из усилителя-преобразователя, рулевой машины (приводов рулей), чувствительных элементов параметров ориентации корпуса ракеты и датчиков электромеханической обратной связи (ЭМОС), вводящих в автопилот информацию об углах поворота рулей и их производных.

В усилителе-преобразователе на основе информации, полученной от программных механизмов, координатора и датчиков поворо-

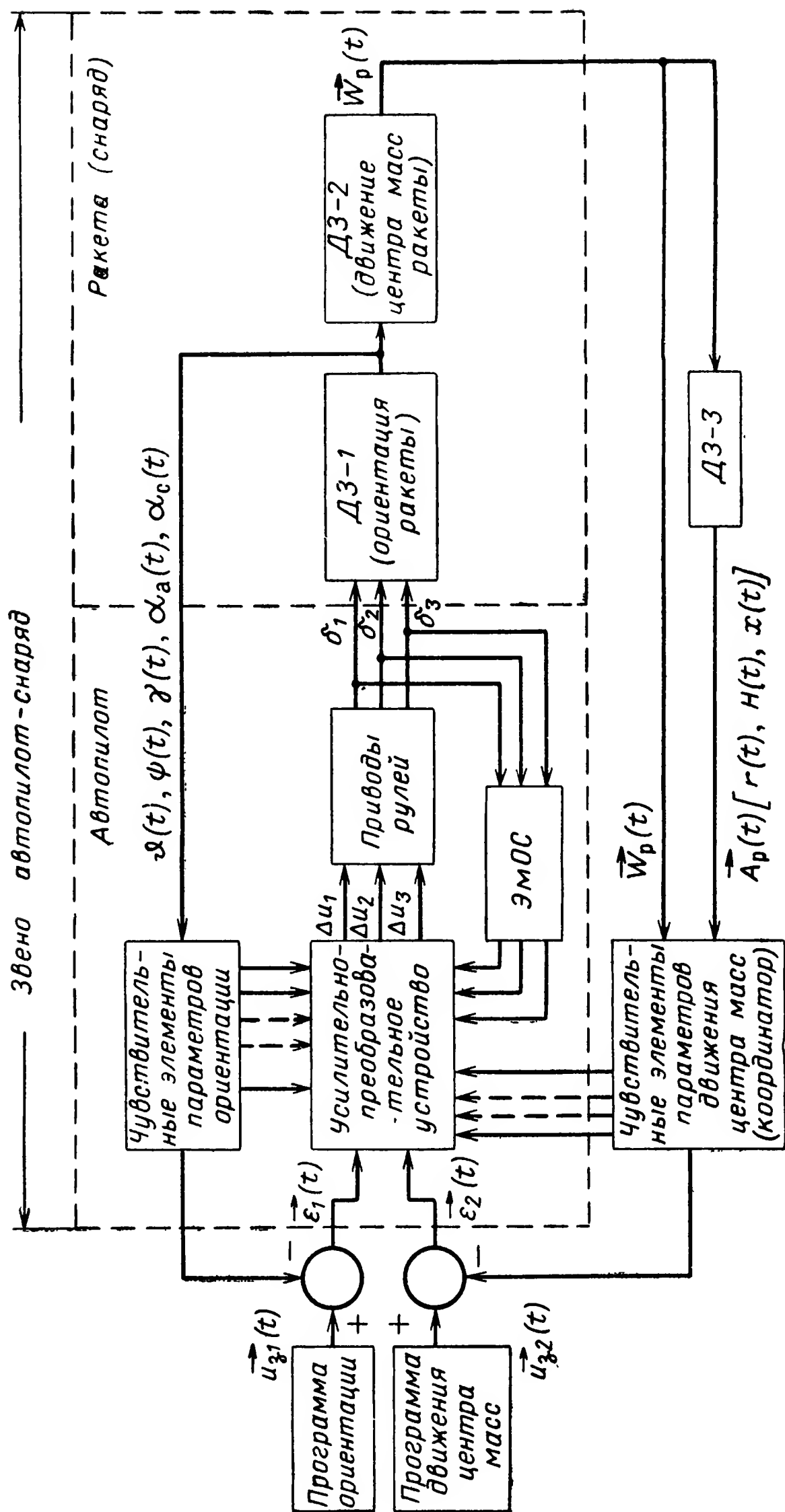


Рис. 4.3

тов корпуса и рулей ракеты, вырабатываются команды управления, которые после соответствующего усиления подаются на приводы рулей.

Для обеспечения требуемого качества управления в усилителе-преобразователе производятся в общем случае не только безынерционные линейные преобразования входных напряжений (суммирование, вычитание и усиление), но и инерционные преобразования (дифференцирование и интегрирование), а также нелинейная обработка (например, ограничение по максимуму).

Если значение параметра движения на выходе программного устройства сохраняется неизменным, то автономная система управления работает в режиме стабилизации данного параметра, т. е. стремится сохранить его заданное значение при воздействии на ракету возмущающих сил  $\vec{F}(t)$ , моментов  $\vec{M}(t)$  и прочих помех. Если параметры движения на выходе программного устройства являются заданными функциями времени, то автономная система работает в режиме программного управления.

## § 4.2. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СИСТЕМЫ АВТОНОМНОГО УПРАВЛЕНИЯ

### а. Уравнения автопилота

При управлении осесимметричными ракетами автопилот стремится выполнить таким образом, чтобы каждый из его каналов управлял каким-либо одним видом движения с помощью одного рулевого органа, а перекрестные связи между каналами отсутствовали. Такой автопилот имеет три независимых канала управления: по тангажу, по курсу и по крену.

Уравнения автопилота являются нелинейными дифференциальными уравнениями высокого порядка с переменными коэффициентами. Однако при анализе в первом приближении обычно полагают, что возмущения, действующие на ракету и автопилот, невелики, так что все элементы автопилота остаются линейными.

При этом условии, пользуясь рис. 4.3, можно составить уравнение автопилота, пригодное для анализа любого его канала

$$\delta = K_{\text{пр}}(p) [K_1(p) \varepsilon_1 + K_2(p) \varepsilon_2], \quad (4.3)$$

где  $K_{\text{пр}}(p)$  — передаточная функция привода руля;  $K_1(p)$ ,  $K_2(p)$  — передаточные функции преобразования параметров  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  соответственно в команды, подаваемые на рулевые машины (привод)\*;

$$\varepsilon_1 = \left[ u_{31} - \sum_{j=1}^n K_{\text{чэ}j}(p) \alpha_j \right] \text{ и } \varepsilon_2 =$$

---

\* Далее для простоты будем считать преобразование параметров  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  в команды безынерционным. Это позволяет передаточные функции  $K_1(p)$  и  $K_2(p)$  заменить коэффициентами  $K_1$  и  $K_2$ .



— параметры рассогласования контуров ориентации и управления полетом соответственно;  $u_{31}$  — заданная программа ориентации ракеты;  $\alpha_j$  — значение измеряемого параметра;  $K_{чэj}(p)$  — передаточная функция  $j$ -го чувствительного элемента.

Для составления уравнения автопилота в явной форме необходимо знать передаточные функции привода рулей и чувствительных элементов. Привод рулей является общим элементом контура ориентации и управления полетом. Остальные же элементы схемы автопилота определяются составом изменяемых параметров движения ракеты, который, в свою очередь, зависит от принятого закона управления.

## 6. Исполнительные устройства автопилота (привод рулей)

Привод обеспечивает перемещение рулевых органов ракеты в соответствии с поступающими на его вход сигналами. Он должен обладать возможно большим быстродействием и обеспечивать пере-

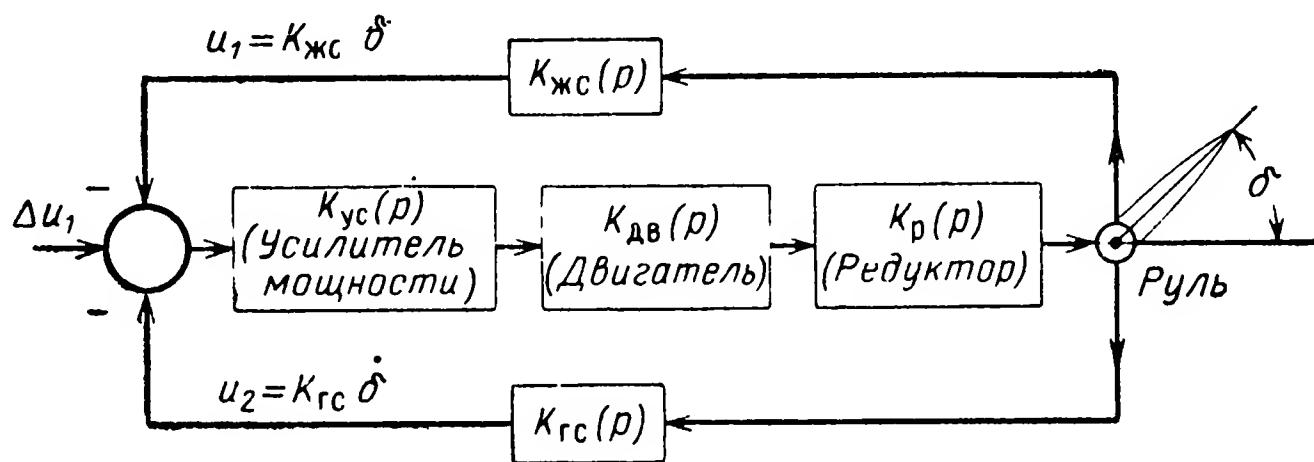


Рис. 4.4

мещение руля в необходимых пределах. В ракетах используют электрические, гидравлические, газовые (на горячем газе) и пневматические рулевые машины.

Для улучшения динамических свойств рулевого привода применяется обратная связь по углу отклонения руля  $\delta$  (жесткая обратная связь) и по угловой скорости  $\dot{\delta}$  (гибкая обратная связь) (рис. 4.4).

Сигнал жесткой обратной связи снимается с потенциометрического датчика угла поворота руля и выражается формулой

$$u_1 = K_{жс} \delta. \quad (4.4)$$

Сигнал гибкой обратной связи образуется тахогенератором, приводимым в действие приводом руля, и выражается формулой

$$u_2 = K_{гс} \dot{\delta}. \quad (4.5)$$

Оба сигнала могут подаваться на вход усилителя мощности привода, где суммируются с напряжением  $\Delta u_1$  с выхода функционального преобразователя.



Полагая суммирование идеальным, получаем

$$u = \Delta u_1 - K_{жс} \delta - K_{гс} \dot{\delta}. \quad (4.6)$$

В этом случае передаточная функция привода запишется в виде (рис. 4.4).

$$K_{пр}(p) = \frac{K_1}{T_1^2 p^2 + 2\xi_1 T_1 p + 1} = \frac{\delta}{\Delta u_1}, \quad (4.7)$$

где

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{K_{пр}}{a_0 + K_{пр} K_{жс}}; \\ T_1 &= \sqrt{\frac{a_2}{a_0 + K_{пр} K_{жс}}} = T \sqrt{\frac{a_0}{a_0 + K_{пр} K_{жс}}}; \\ \xi_1 &= \frac{a_1 + K_{пр} K_{гс}}{2 \sqrt{a_2 (a_0 + K_{пр} K_{жс})}}; \end{aligned} \quad (4.8)$$

$a_0 = \frac{M_{ш}}{\delta}$  — коэффициент шарнирного момента, вызванного набегающим потоком воздуха;  $a_1, a_2$  — коэффициенты, характеризующие параметры рулевой машины;  $K_{пр} = K_{ус} K_{дв} K_p$  — коэффициент усиления привода (рис. 4.4);  $T$  — постоянная времени рулевой машины без обратных связей.

Видно, что введение обратных связей по  $\delta$  и  $\dot{\delta}$ , не меняя структуры дифференциального уравнения привода, существенно изменяет его параметры  $T_1, \xi_1$  и  $K_1$ . Особенно важным здесь является то, что при достаточно большом значении  $K_{жс}$  зависимость параметров привода от шарнирного момента  $M_{ш}(a_0)$  становится несущественной и их приближенно можно считать постоянными. Кроме того, из (4.8) следует, что  $T_1 < T$ , т. е. жесткая обратная связь увеличивает быстродействие привода. В ряде случаев приближенного анализа систем управления это позволяет считать его безынерционным по сравнению с другими элементами.

Введение гибкой обратной связи увеличивает демпфирование привода  $\xi_1$  [см. (4.8)]. Это позволяет в достаточно широких пределах изменять характер переходного процесса. В установившемся режиме

$$\delta = K_1 \Delta u_1, \quad (4.9)$$

т. е. имеет место прямая пропорциональная зависимость между управляющим напряжением  $\Delta u_1$  и углом отклонения руля  $\delta$ .

#### в. Чувствительные элементы автопилота

В автопилотах ракет в качестве чувствительных элементов обычно применяются свободные, дифференцирующие и интегрирующие гироскопы, датчики линейных ускорений (акселерометры) и измерители скоростного потока.

В отсутствие внешних моментов ось свободного гироскопа сохраняет устойчивое положение в пространстве и поэтому может быть использована в качестве начала отсчета углов тангажа, курса и крена. Прибор обладает значительным быстродействием и в большинстве случаев может считаться безынерционным.

Эффект на выходе потенциометрического датчика свободного гироскопа равен

$$u_{\phi} = K_{\phi} (\phi_3 - \phi) = K_{\phi} \Delta\phi, \quad (4.10)$$

где  $\phi_3$  — заданное положение оси гироскопа в пространстве;  $\phi$  — фактическое положение оси гироскопа;  $\Delta\phi$  — зафиксированное прибором отклонение угла от заданного.

Датчик угловых скоростей представляет собой гироскоп с двумя степенями свободы. Ось вращения ротора гироскопа устанавливается нормально к той оси ракеты, относительно которой измеряется ее угловая скорость.

Передаточная функция датчика угловых скоростей может быть представлена колебательным звеном.

$$K_{\dot{\phi}}(p) = \frac{K_{\dot{\phi}}}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1} = \frac{u_{\dot{\phi}}}{\dot{\phi}}, \quad (4.11)$$

где  $T$  и  $\xi$  — постоянная времени и относительное демпфирование;  $\dot{\phi}$  — измеряемая угловая скорость.

Если угловая скорость ракеты невелика ( $\omega < 1 \div 2$  1/сек), то она измеряется практически без искажений и при приближенном анализе оказывается возможным пользоваться следующим уравнением датчика угловых скоростей:

$$u_{\dot{\phi}} \simeq K_{\phi} \dot{\phi}. \quad (4.12)$$

Датчик линейных ускорений (акселерометр) представляет собой груз на пружине с демпфером. Он устанавливается на ракете таким образом, чтобы ось чувствительности совпадала с направлением измеряемых перегрузок. Возникающие ускорения смещают груз, который, в свою очередь, передвигает связанный с ним движок потенциометрического датчика.

В результате на выходе акселерометра в установившемся режиме получается напряжение.

$$u_w = K_w W_p$$

или

$$u_n = g K_w n = K_n n, \quad (4.13)$$

где  $n = W_p/g$  — перегрузка.

В системах управления акселерометры используются для измерения поперечных ускорений (перегрузок), а в сочетании с интеграторами — для измерения скорости и пройденного пути.

### § 4.3. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ АВТОНОМНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИЕЙ

#### а. Программное управление углом тангажа

Как уже отмечалось, в осесимметричных ракетах продольное и боковое движения описываются одинаковыми уравнениями, поэтому можно ограничиться рассмотрением движения ракеты в какой-либо одной плоскости, например вертикальной.

В общем случае продольное движение зависит от многих переменных, однако в качестве основной регулируемой переменной обычно выбирается угол тангажа ракеты  $\vartheta$ ,

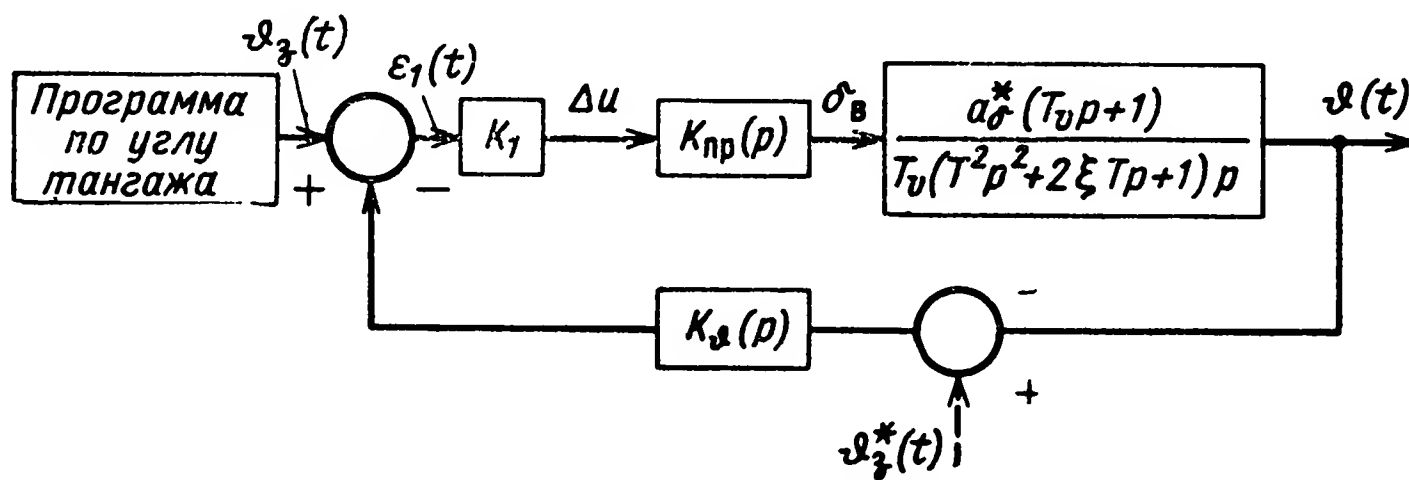


Рис. 4.5

Система программного управления углом тангажа в этом случае описывается следующими уравнениями:

$$\delta_B = K_{пр}(p) K_1 [\vartheta_3 - K_{\vartheta}(p) \vartheta], \quad (4.14)$$

$$\vartheta = K_{\vartheta_p}^{\delta_B}(p) \delta_B, \quad (4.15)$$

где  $\vartheta_3$  — заданная программа управления углом тангажа;  $K_{\vartheta}(p)$  — передаточная функция измерителя угла тангажа, например, свободного гироскопа;  $K_{\vartheta_p}^{\delta_B}$  — передаточная функция ракеты, определяемая формулой (3.48).

Структурная схема автономного управления углом тангажа показана на рис. 4.5. Она может использоваться, например, для стабилизации горизонтального полета самолетов-снарядов и в автономных системах программного выведения ракет на баллистическую траекторию. Командные (программные) сигналы можно подавать либо на вход преобразователя  $\vartheta_3(t)$ , либо механически поворачивая рамку свободного гироскопа  $\vartheta_3^*(t)$  (рис. 4.5).

#### б. Стабилизация ракеты по углу крена

Стабилизация ракеты по углу и угловой скорости крена всегда желательна. В ракетах обычно применяется независимая система стабилизации крена. Структурная схема системы стабилизации

крена показана на рис. 4.6. Схема составлена на основании следующих уравнений:

$$\gamma = K_{\gamma}^{\delta_3}(p) \delta_3 \quad (4.16)$$

— уравнение движения ракеты по крену;

$$\delta_3 = K_{\text{пр}}(p) K_1 [\gamma_3 - K_{\gamma}(p) \gamma - K_{\dot{\gamma}}(p) p\gamma] \quad (4.17)$$

— уравнение автопилота, полученное из общего соотношения (4.3), где принято  $\varepsilon_2 K_2 = 0$ .

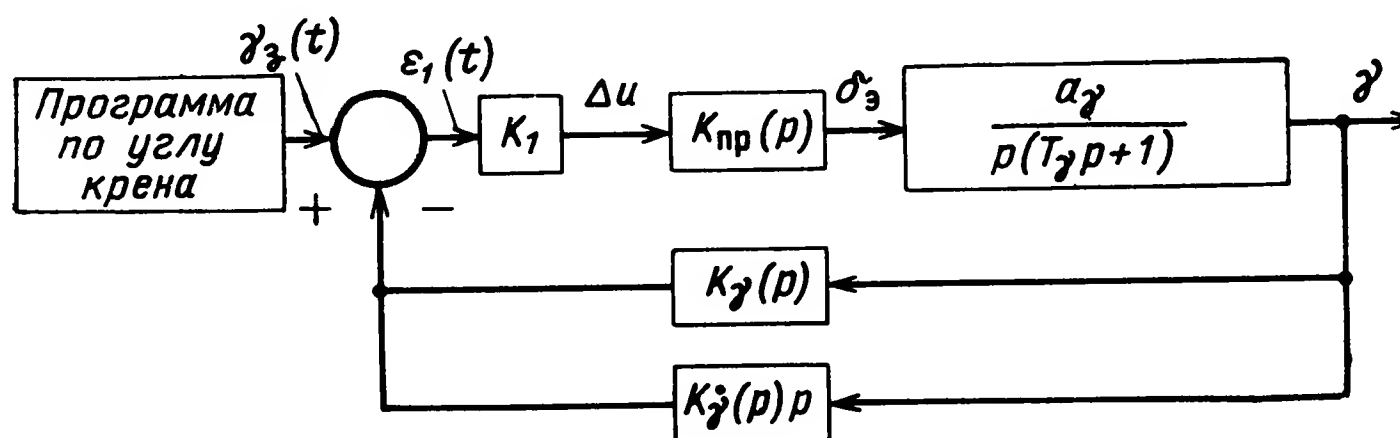


Рис. 4.6

В уравнениях и на структурной схеме (рис. 4.6) приняты следующие обозначения:

$K_{\gamma}^{\delta_3}(p)$  — передаточная функция ракеты по углу крена (3.48);

$\gamma_3, \gamma$  — программа по углу крена и значение угла крена, отрабатываемое системой стабилизации соответственно;

$K_{\text{пр}}(p), K_{\gamma}(p), K_{\dot{\gamma}}(p)$  — передаточные функции привода руля, свободного гироскопа и датчика угловой скорости крена соответственно;

$K_1$  — коэффициент передачи преобразователя параметра рассогласования  $\varepsilon_1$  в команды на рули.

Уравнения (4.16) и (4.17) образуют замкнутую систему, которая описывает динамику звена автопилот-снаряд по крену.

#### § 4.4. СТРУКТУРНАЯ СХЕМА ЗВЕНА АВТОПИЛОТ-СНАРЯД

Звено автопилот-снаряд, рассматриваемое как элемент контура управления полетом (рис. 4.3), устанавливает связь между рассогласованием  $\varepsilon_2(t)$  и нормальным ускорением ракеты  $W_p(t)$ .

Эту связь при малых рассогласованиях можно определить следующим линейным уравнением:

$$W_p(t) = K_{\text{а-с}}(p) \varepsilon_2(t), \quad (4.18)$$

где  $K_{\text{а-с}}(p)$  — передаточная функция звена автопилот-снаряд.

Для устойчивого и точного управления полетом ракеты система ориентации должна быть построена так, чтобы коэффициент пере-

дачи звена автопилот-снаряд мало зависел от изменения высоты и скорости полета, а свободные колебания в системе быстро затухали, не приводя к значительным «выбросам» поперечного ускорения ракеты.

Для улучшения качества управления в закон управления вводятся сигналы обратной связи. При управлении движением ракеты в вертикальной плоскости один из них пропорционален угловой скорости вращения продольной оси ракеты по тангажу  $\dot{\vartheta}$ , а другой — ее поперечному ускорению или углу атаки  $\alpha_a$ . Величина  $\dot{\vartheta}$  измеряется датчиком угловых скоростей с передаточной функцией  $K_{\dot{\vartheta}}(p)$ , а  $W_p$  — расположенным соответствующим образом датчиком линейных ускорений с передаточной функцией  $K_w(p)$ .

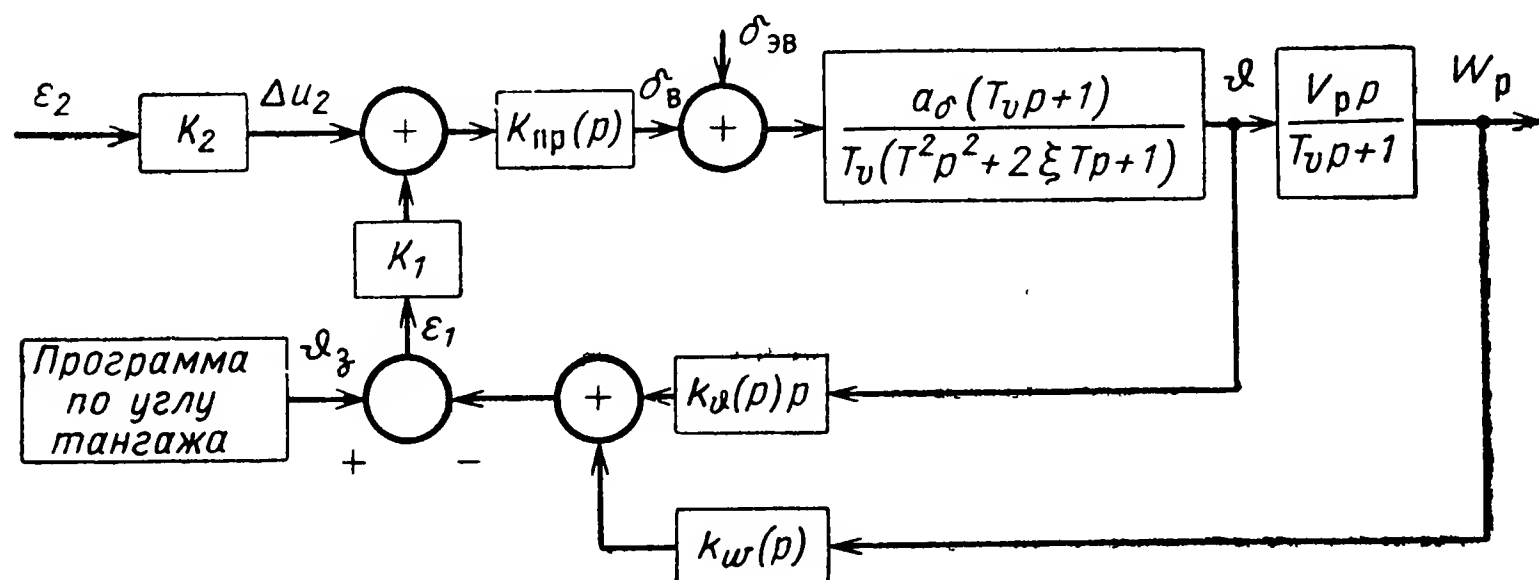


Рис. 4.7

Пользуясь общим соотношением (4.3), нетрудно составить уравнение автопилота, управляющего продольным движением ракеты;

$$\delta_{\text{в}} = K_{\text{пр}}(p) \{K_1 [\dot{\vartheta}_3 - K_{\dot{\vartheta}}(p) p \dot{\vartheta} - K_w(p) W_p] + K_2 \varepsilon_2\} - \delta_{\text{эв}}. \quad (4.19)$$

Уравнения ракеты имеют вид

$$W_p = K_w^{\dot{\vartheta}}(p) \dot{\vartheta}, \quad \dot{\vartheta} = K_{\dot{\vartheta}}^{\delta_{\text{в}}}(p) \delta_{\text{в}}. \quad (4.20)$$

Структурная схема звена автопилот-снаряд, составленная на основании уравнений (4.19) и (4.20), приведена на рис. 4.7. В уравнениях и на структурной схеме введены следующие обозначения:

$\varepsilon_1$  — параметр рассогласования контура ориентации;

$\dot{\vartheta}_3$  — программа по углу тангажа (в случае неавтономного управления, например при самонаведении или телеуправлении  $\dot{\vartheta}_3 = 0$ );

$\varepsilon_2$  — параметр рассогласования в контуре управления полетом ракеты (при автономном управлении  $\varepsilon_2$  образуется в результате сопоставления текущего значения параметра движения центра масс с его программным значением (рис. 4.3); при самонаведении или телеуправлении  $\varepsilon_2 = u_{\text{вых}}$ , т. е. сигналу, получающемуся на выходе радиозвена);

$\delta_{эв}$  — эквивалентное отклонение руля, обусловленное действием на ракету возмущающих сил и моментов;

$K_1, K_2$  — коэффициенты передачи устройств преобразования параметров рассогласования  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  в команды на рули (устройства формирования команд).

Уравнения (4.19) и (4.20) образуют замкнутую систему, описывающую динамику звена автопилот-снаряд. Для выяснения основных особенностей этого звена далее для простоты будем полагать чувствительные элементы и привод руля безынерционными и линейными, т. е.

$$K_{пр}(p) \simeq K_{пр}, \quad K_1 K_{\dot{\vartheta}}(p) \simeq K_{\dot{\vartheta}}^*, \quad K_1 K_w(p) = K_w^*. \quad (4.21)$$

Кроме того, положим  $\vartheta_3 = 0$ . В результате несложных преобразований соотношений (4.19) и (4.20) с учетом принятых допущений можно получить следующее выражение для передаточной функции звена автопилот-снаряд:

$$K_{a-c}(p) = \frac{W_p}{\varepsilon_2} = \frac{K_2 K_{пр} K_{\dot{\vartheta}^B}^{\delta}(p)}{1 + K_w^* K_{пр} K_{\dot{\vartheta}^B}^{\delta}(p) + K_{\dot{\vartheta}}^* K_{пр} \frac{K_{\dot{\vartheta}^B}^{\delta}(p)}{K_w^{\delta}(p)}}. \quad (4.22)$$

Подставляя сюда выражения для передаточных функций ракеты, определяемые (3.46) и (3.47) окончательно получим

$$K_{a-c}(p) = \frac{a_{\delta}^* K_{пр} K_2 V_p}{T_v (T_{a-c}^2 p^2 + 2\xi_{a-c} T_{a-c} p + 1)}, \quad (4.23)$$

где

$$T_{a-c} = \frac{T}{\sqrt{1 + \frac{a_{\delta}^* K_{пр}}{T_v} (K_{\dot{\vartheta}}^* + V_p K_w^*)}}; \quad (4.24)$$

$$\xi_{a-c} = \frac{\xi + \frac{a_{\delta}^* K_{пр}}{2T} K_{\dot{\vartheta}}^*}{\sqrt{1 + \frac{a_{\delta}^* K_{пр}}{T_v} (K_{\dot{\vartheta}}^* + V_p K_w^*)}}. \quad (4.25)$$

Из этих соотношений следует, что звено автопилот-снаряд можно приближенно представить колебательным звеном с постоянной времени  $T_{a-c}$  и относительным демпфированием  $\xi_{a-c}$ . Обратная связь по  $\dot{\vartheta}$  и по ускорению  $W_p$  изменяет динамические характеристики ракеты. В частности, при соответствующем выборе передаточных функций  $K_{\dot{\vartheta}}^*$  и  $K_w^*$  быстродействие звена автопилот-снаряд можно сделать значительно большим быстродействия ракеты, не охваченной обратными связями. В ряде случаев приближенного анализа

систем управления высокоманевренными ракетами это обстоятельство дает основание считать звено автопилот-снаряд безынерционным в сравнении с остальными звеньями контура управления полетом. Из (4.25) также следует, что обратная связь по  $\delta$  позволяет в достаточно широких пределах менять относительное демпфирование звена автопилот-снаряд, а следовательно, и характер установления поперечного ускорения  $W_p$ .

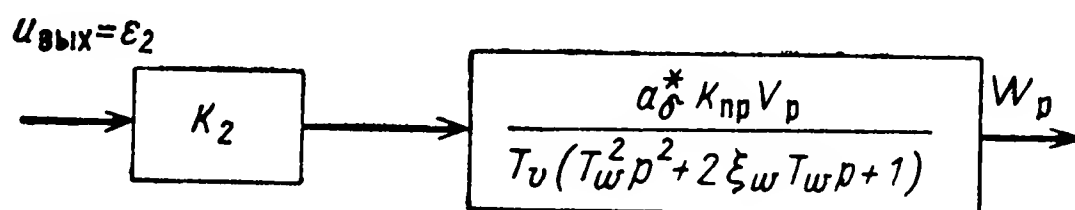


Рис. 4.8

Таким образом, структурную схему звена «автопилот-снаряд» при управлении продольным движением ракеты можно представить в более простом виде (рис 4.8).

## § 4.5. АУТОНОМНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОЛЕТОМ

### а. Кинематические уравнения

Автономное управление полетом рассмотрим на примере наведения крылатой ракеты по фиксированной траектории (рис. 4.2) \*. В этом случае необходимо измерять параметры рассогласования  $\Delta H$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta l$ , которые определяются уравнениями (4.1), а на участке горизонтального полета — уравнениями (4.2). При заданной программе полета на ракете необходимо измерять текущие значения высоты полета  $H(t)$ , бокового сноса  $x(t)$  и пройденного пути  $l(t)$ . Программное управление каждым из трех параметров обычно осуществляется независимо, поэтому автономная система состоит из систем управления высотой полета, коррекции бокового сноса и управления дальностью. Последняя определяет точку  $D$  (начала пикирования, рис. 4.2).

При полете в спокойной атмосфере (без ветра) траектория крылатой ракеты определяется величиной и направлением вектора воздушной скорости. Положение вектора скорости ракеты в измерительной системе  $px_n, y_n, z_n$ , оси которой совпадают по направлению с соответствующими осями земной системы  $ox_3, y_3, z_3$ , можно задать углом наклона траектории к горизонту  $\theta$  и углом поворота траектории  $\psi$ .

Связь между параметрами траектории и регулируемыми величинами ( $H, x, l$ ) устанавливается кинематическими уравнениями.

\* Автономное управление космическими аппаратами рассмотрено в 24-й гл.



Изменение высоты полета определяется вертикальной составляющей вектора скорости ракеты  $\vec{V}_в$  (рис. 4.2), т. е.

$$pH = V_в = V_p \sin \theta, \quad p = \frac{d}{dt}. \quad (4.26)$$

На участке, соответствующем горизонтальному полету ( $CD$ ), угол  $\theta$  остается малым, поэтому

$$pH \simeq V_p \theta, \quad (4.27)$$

отсюда передаточная функция кинематического звена запишется в виде

$$K_{кз}(p) = \frac{V_p}{p}. \quad (4.28)$$

Кинематическое уравнение при боковом движении ракеты в горизонтальной плоскости (рис. 4.2).

$$px = V_p \cos \theta \sin \Psi. \quad (4.29)$$

Полагая  $\theta$  и  $\Psi$  малыми, получаем

$$px \simeq V_p \Psi. \quad (4.30)$$

Уравнения (4.26) и (4.27) при заданной программе полета устанавливают характер изменения параметров рассогласования и позволяют составить структурную схему автономного управления полетом.

## 6. Автономное управление высотой полета

При стабилизации ракеты по крену ( $\gamma = 0$ ) для изменения высоты полета достаточно управлять ее продольным движением. Поэтому здесь справедлива структурная схема звена автопилот-

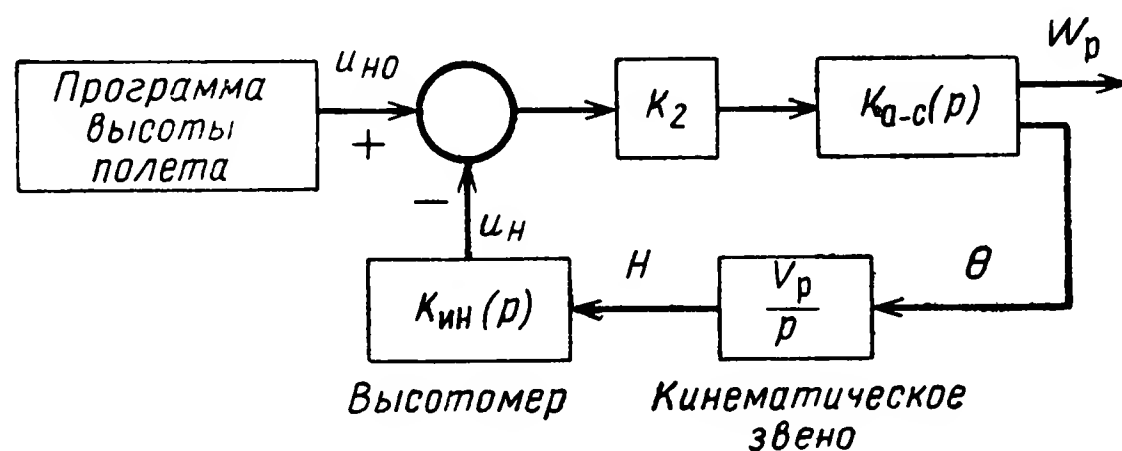


Рис. 4.9

снаряд, показанная на рис. 4.8. Пользуясь общей функциональной схемой (рис. 4.3) и учитывая кинематическое уравнение (4.27), нетрудно составить структурную схему автономного управления высотой полета (рис. 4.9). Высота полета  $H$  определяется барометрическим измерителем или радиовысотомером. Барометрический изме-

ритель обеспечивает полет ракеты на высоте постоянного атмосферного давления независимо от рельефа местности. Действие радиовысотомера основано на измерении времени  $\Delta t$  распространения электромагнитных колебаний от ракеты до поверхности земли и обратно. Поэтому он измеряет истинную высоту полета над поверхностью земли. На рис. 4.9  $K_{иН}(p)$  — передаточная функция измерителя высоты.

#### в. Автономное управление боковым сносом и дальностью полета

Управление курсом  $\Psi$  крылатой ракеты обычно обеспечивается боковой силой, образованной горизонтальной подъемной силой, которая возникает при кренах крылатой ракеты. Угол крена создается элеронами, а руль поворота обеспечивает нулевое значение угла скольжения ( $\alpha_c = 0$ ), который возникает при кренах. Такой разворот (при  $\alpha_c = 0$ ) называют координированным. Боковое движение ракеты с плоской аэродинамической симметрией, таким образом, можно определить двумя уравнениями [3]:

$$\gamma = -\frac{a_\gamma}{p(T_\gamma p + 1)} \delta_\delta, \quad (4.31)$$

$$\psi = -\frac{g}{V_\gamma p} \gamma,$$

где передаточная функция в первом уравнении совпадает с (3.48), а второе уравнение устанавливает связь между креном ракеты и ее углом рыскания  $\psi$ ;  $\vec{V}_\gamma$  — горизонтальная составляющая скорости (рис. 4.2).

Так как при координированном развороте  $\alpha_c = 0$ , угол рыскания  $\psi$  совпадает с углом поворота траектории  $\Psi$ .

Для составления структурной схемы управления боковым сносом уравнения ракеты (4.31) необходимо дополнить уравнениями автопилота (4.3), параметра рассогласования (4.1), измерителя бокового сноса и кинематического звена (4.30):

$$\delta_\delta = K_{пр}(p)[K_1 \varepsilon_1 + K_2 \Delta u_x], \quad (4.3)$$

$$\Delta u_x = u_{хт} - u_x, \quad u_{хт} = 0, \quad (4.1)$$

$$u_x = K_{иx}(p)x, \quad (4.32)$$

$$x = \frac{V_\gamma}{p} \Psi. \quad (4.30)$$

Здесь  $\varepsilon_1$  — параметр рассогласования в контуре ориентации (рис. 4.3);  $K_{иx}(p)$  — передаточная функция измерителя бокового сноса (координатора).

Структурная схема автономного управления боковым сносом показана на рис. 4.10. Для определения бокового отклонения применяются как автономные, так и неавтономные измерители. Основные способы автономного измерения были перечислены в § 4.1. Здесь мы остановимся на более подробном рассмотрении лишь

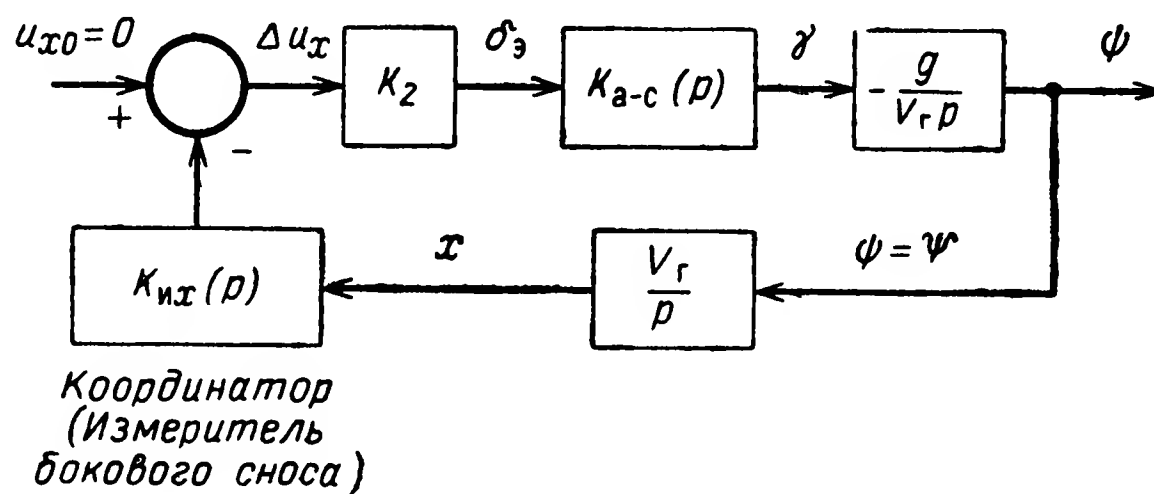


Рис. 4.10

автономного радиотехнического измерителя, основанного на использовании эффекта Доплера.

При горизонтальном полете крылатой ракеты с учетом ветра ее траектория определяется путевой скоростью  $\vec{V}_n$ , которая отличается от воздушной скорости ракеты  $\vec{V}_p$  на скорость ветра  $\vec{V}_{вет}$  (рис. 4.11).

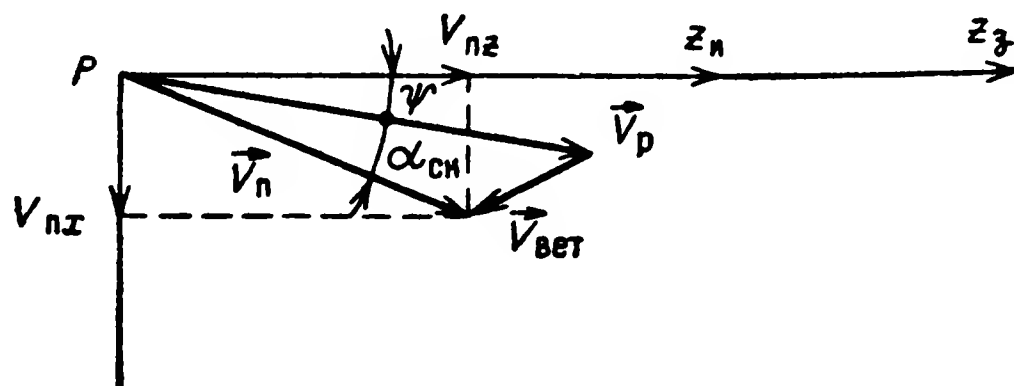


Рис. 4.11

Если ось  $pz_n$  совпадает по направлению с осью  $oz_3$  (рис. 4.2), то боковой снос ракеты равен

$$\Delta x = \int_0^t V_{nx}(t) dt, \quad (4.33)$$

где

$$V_{nx} = V_n \sin(\alpha_{сн} + \Psi) \quad (4.34)$$

— проекция путевой скорости на ось  $px_n$ .

Аналогичным образом можно найти и оставшуюся до точки пикирования дальность

$$\Delta l = l_r - \int_0^t V_{pz}(t) dt, \quad (4.35)$$

где

$$V_{pz} = V_n \cos(\alpha_{сн} + \Psi). \quad (4.36)$$

Таким образом, при заданном направлении полета  $\Psi$  для определения  $\Delta x$  и  $\Delta l$  необходимо на борту ракеты иметь информацию

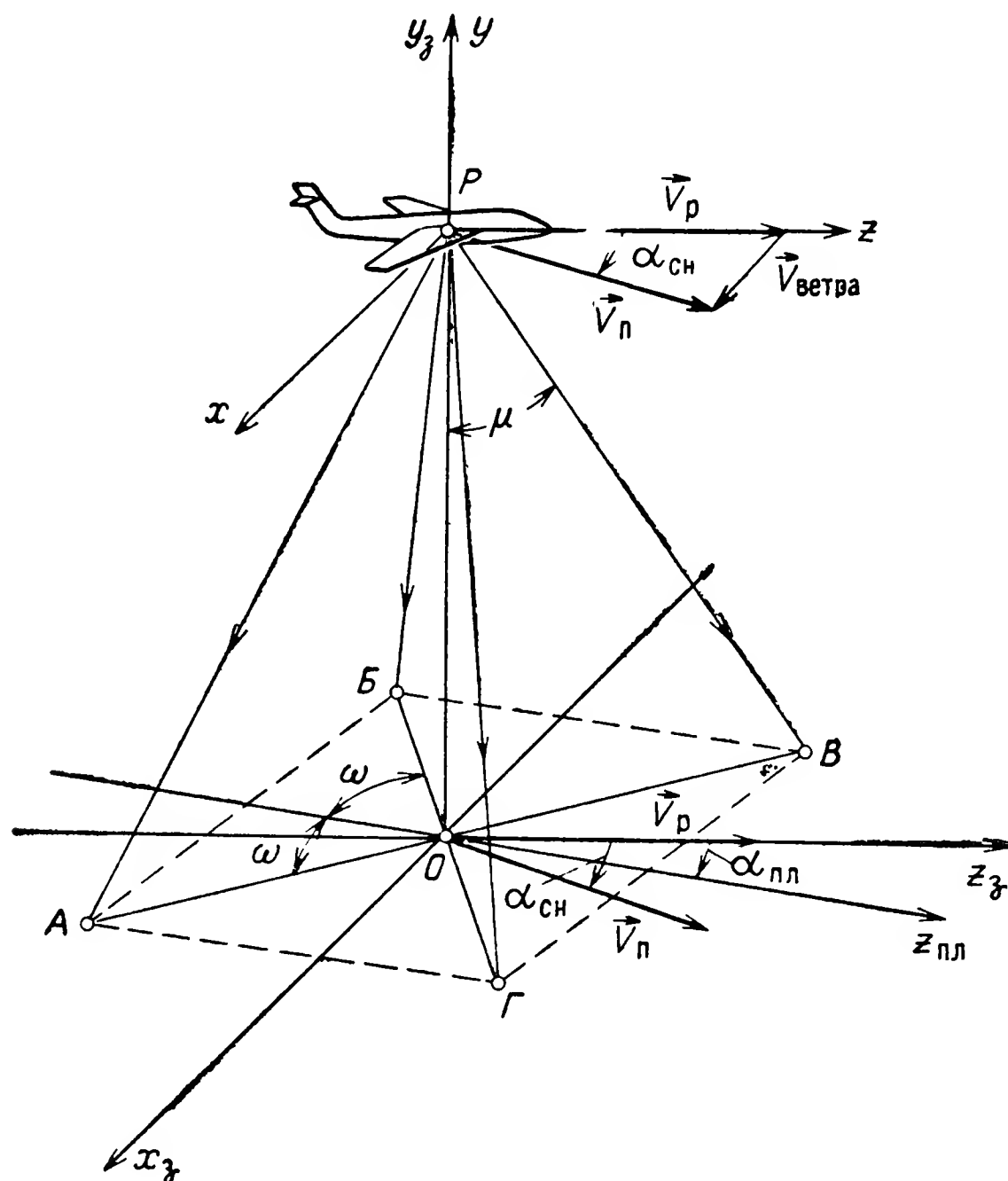


Рис. 4.12

о путевой скорости  $\vec{V}_n$  и угле сноса  $\alpha_{сн}$ . Это можно сделать с помощью доплеровского измерителя путевой скорости и угла сноса (ДИСС). Различные способы технической реализации ДИСС и оценка точности их работы приведены в [31]. Поэтому здесь для примера рассмотрен один из возможных вариантов построения ДИСС (рис. 4.12). ДИСС содержит антенную систему, стабилизированную в горизонтальной плоскости, передатчик, приемник, измеритель частоты Допплера и вычислители угла сноса и путевой скорости. Антенная система формирует четыре симметричные относительно вертикали  $Op$  диаграммы, наклоненные к ней под углом  $\mu$ . Частота сигналов,

принимаемых антеннами с такими диаграммами направленности, отличается от частоты сигналов, излучаемых передатчиками, на величины доплеровских сдвигов  $F_{ДА}$ ,  $F_{ДБ}$ ,  $F_{ДВ}$ ,  $F_{ДГ}$ , которые зависят от путевой скорости ракеты и определяются соотношениями [31]:

$$\left. \begin{aligned} F_{ДА} &= -\frac{2V_{\Pi}}{\lambda} \sin \mu \cos [\omega + (\alpha_{сн} - \alpha_{пл})], \\ F_{ДБ} &= -\frac{2V_{\Pi}}{\lambda} \sin \mu \cos [\omega - (\alpha_{сн} - \alpha_{пл})], \\ F_{ДВ} &= \frac{2V_{\Pi}}{\lambda} \sin \mu \cos [\omega + (\alpha_{сн} - \alpha_{пл})], \\ F_{ДГ} &= \frac{2V_{\Pi}}{\lambda} \sin \mu \cos [\omega - (\alpha_{сн} - \alpha_{пл})], \end{aligned} \right\} \quad (4.37)$$

где  $\lambda$  — длина волны;  $\alpha_{пл}$  — угол поворота стабилизированной платформы с антенной системой относительно продольной оси ракеты. Остальные обозначения ясны из рис. 4.12.

Излучение и прием обычно осуществляется двумя элементами антенны по двум диагонально расположенным направлениям  $АВ$  или  $БГ$ . После детектирования принятых сигналов выделяются напряжения со следующими разностными частотами:

$$\left. \begin{aligned} F_{ДАВ} &= \frac{4V_{\Pi}}{\lambda} \sin \mu \cos [\omega + (\alpha_{сн} - \alpha_{пл})], \\ F_{ДБГ} &= \frac{4V_{\Pi}}{\lambda} \sin \mu \cos [\omega - (\alpha_{сн} - \alpha_{пл})]. \end{aligned} \right\} \quad (4.38)$$

С выхода измерителя этих доплеровских частот сигнал подается в сравнивающее устройство, которое вырабатывает напряжение

$$u_{сy} = KV_{\Pi} \sin (\alpha_{сн} - \alpha_{пл}), \quad (4.39)$$

где  $K$  — коэффициент передачи устройства.

Это напряжение является сигналом ошибки в следящей системе, поворачивающей платформу. Очевидно, что платформа будет поворачиваться до тех пор, пока  $\alpha_{пл} = \alpha_{сн}$ . Таким образом, угол поворота платформы относительно продольной оси определяет угол сноса.

Величину вектора путевой скорости можно найти из (4.38) в момент, когда  $\alpha_{пл} = \alpha_{сн}$ , т. е.

$$V_{\Pi} = \frac{\lambda F_{ДАВ}}{4 \sin \mu \cos \omega}. \quad (4.40)$$

Информация о  $V_{\Pi}$  и  $\alpha_{сн}$  далее используется для управления боковым сносом.

## К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. Перечислите основные области применения автономных систем. Какой признак кладется в основу классификации автономных систем?

2. Дайте краткую характеристику гироскопических, инерциальных радиотехнических и комбинированных систем автономного управления.

3. Укажите назначение основных элементов общей структурной схемы автономного управления, показанной на рис. 4.3.

4. Составьте структурную схему автопилота по его уравнению (4.3)

5. Перечислите виды привода рулевых органов ракеты. Для какой цели применяется жесткая и гибкая обратная связь в приводе рулевых органов?

6. Назовите чувствительные элементы, применяемые в автономных системах управления полетом. Дайте характеристику их передаточных функций.

7. Составьте структурную схему стабилизации ракеты по углу крена. Для какой цели применяется обратная связь по  $\dot{\gamma}$ ?

8. Составьте структурную схему программного управления ракетой по углу тангажа. Как будет изменяться  $\vartheta(t)$  на выходе, если  $\vartheta_3(t) = 0$ , или изменяется скачком на величину  $\vartheta_3$  и далее остается постоянным?

9. Для какой цели применяются обратные связи по  $W_p$  и  $\dot{\vartheta}$  в схеме на рис. 4.7? Составьте аналогичную структурную схему звена «автопилот-снаряд» для случая, когда применяется обратная связь по  $\dot{\vartheta}$  и  $\alpha_a$ .

Литература [3, 7, 8, 9, 10, 30, 31, 32].

---

## КИНЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ НАВЕДЕНИЯ СНАРЯДОВ НА ПРОИЗВОЛЬНО ДВИЖУЩИЕСЯ ЦЕЛИ

### § 5.1. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Если КП и цель неподвижны (или движутся по траекториям, форма которых точно известна еще до пуска снаряда и не изменяется в процессе наведения), то снаряд должен наводиться по фиксированной траектории, вид которой определен еще до пуска снаряда (ракеты). Один из примеров наведения ракеты по фиксированной траектории был рассмотрен в гл. 4 (наведение крылатой ракеты «земля — земля»). Другой пример (наведение баллистической ракеты) рассматривается далее, в гл. 23.

В данной главе мы рассмотрим методы, обеспечивающие наведение снаряда на цель в тех случаях, когда цель или КП (или цель и КП) движутся по траекториям, форма которых заранее (до пуска снаряда) неизвестна и, кроме того, может изменяться в процессе наведения.

В этих случаях наведение по фиксированным траекториям невозможно и применяются другие методы наведения. Основными из них являются: 1) прямой метод; 2) метод погони; 3) метод параллельного сближения; 4) метод пропорционального наведения; 5) метод накрытия цели.

Для характеристики этих методов обратимся к рис. 5.1. На этом рисунке изображены расположение ракеты  $P$ , цели  $C$  и командного пункта  $O$  в произвольный момент времени и применены следующие обозначения. Цель имеет скорость  $\vec{V}_c$ , а ракета  $\vec{V}_p$ ;  $\vec{r}_c$  — радиус-вектор цели относительно КП;  $\vec{r}_p$  — радиус-вектор ракеты относительно КП;  $\vec{r}$  — радиус-вектор цели относительно ракеты (линия цели);  $z_p$  — продольная ось ракеты;  $\beta$  — угол упреждения.

**Прямой** называется такой метод наведения, при котором продольная ось ракеты ( $z_p$ ) в каждый момент времени направлена на цель.

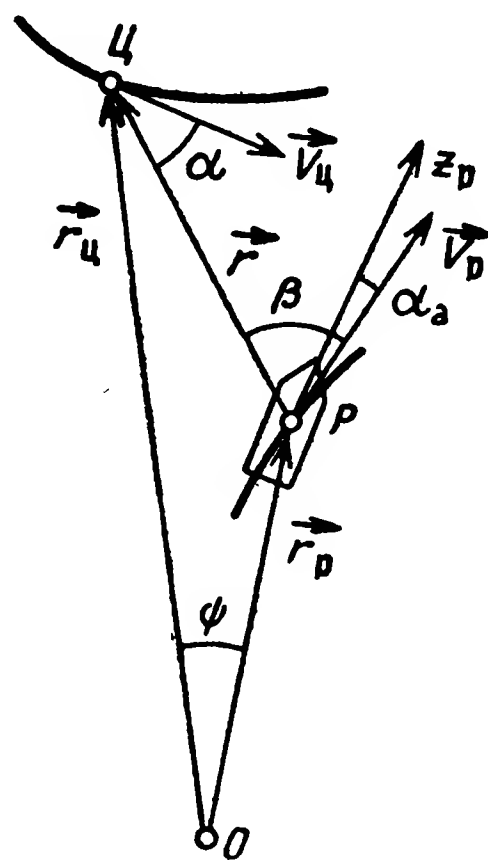


Рис. 5.1



Методом погони называется метод, при котором в каждый момент времени вектор скорости ракеты  $\vec{V}_p$  направлен на цель\*, т. е. угол упреждения равен нулю

$$\beta = 0. \quad (5.1)$$

Методом параллельного сближения (методом последовательных упреждений) называется метод, при котором вектор скорости ракеты  $\vec{V}_p$  в каждый момент времени направлен в упрежденную точку, соответствующую этому моменту времени. При этом упрежденной называется такая точка  $A$  (рис. 5.2), в которой ракета встрети-

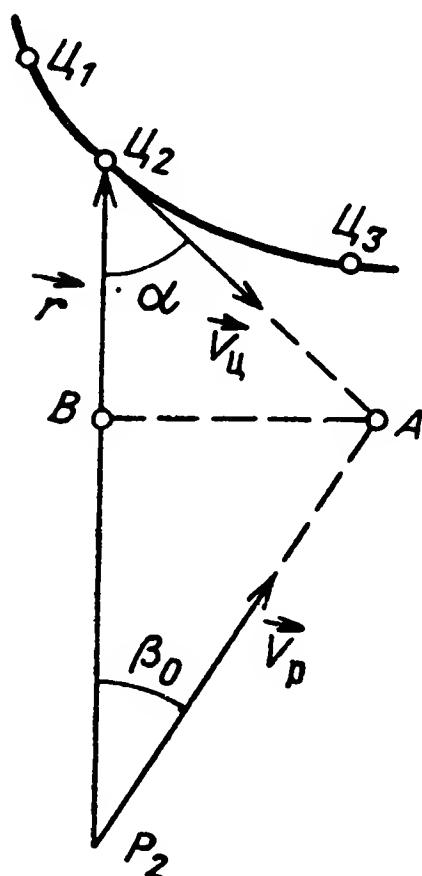


Рис. 5.2

бы с целью, если векторы скорости цели и ракеты в дальнейшем оставались неизменными. Пусть цель летит по произвольной траектории  $C_1, C_2, C_3$  и в момент  $t$  находится в точке  $C_2$ , а ракета в этот момент находится в точке  $P_2$  (рис. 5.2). Тогда в соответствии с рис. 5.2 упрежденная точка  $A$ , соответствующая моменту  $t$ , найдется из условия

$$\Delta t_1 = \Delta t_2, \quad (5.2)$$

где  $\Delta t_1 = \frac{C_2 A}{V_c}$  и  $\Delta t_2 = \frac{P_2 A}{V_p}$  — соответственно время полета цели и ракеты до точки встречи.

Следовательно, условие идеального упреждения имеет вид

$$\frac{C_2 A}{V_c} = \frac{P_2 A}{V_p}. \quad (5.3)$$

Но из рис. 5.2 следует, что  $AB = C_2 A \sin \alpha = P_2 A \sin \beta_0$

(где  $AB$  — перпендикуляр из точки  $A$  на линию цели  $\vec{r}$ ). Поэтому условие идеального упреждения принимает вид

$$\sin \beta_0 = \frac{V_c}{V_p} \sin \alpha. \quad (5.4)$$

Угол  $\beta_0$  называется углом идеального упреждения. Следовательно, при наведении по методу ПС (параллельного сближения) в любой момент должно выполняться условие

$$\beta = \beta_0. \quad (5.5)$$

\* При наличии ветра следует различать истинную скорость ракеты  $\vec{V}_p$  и ее воздушную скорость  $\vec{V}_p^1$  (т. е. скорость ракеты относительно воздушного потока, которая может быть измерена флюгером, установленным на ракете).

Если на цель направляется не истинная скорость  $\vec{V}_p$ , а воздушная скорость  $\vec{V}_p^1$ , то соответствующий метод наведения называют флюгерным.

Если цель летит по криволинейной траектории, то угол  $\alpha$  непрерывно изменяется и требуемый угол упреждения  $\beta_0$  также непрерывно изменяется в соответствии с соотношением (5.4). Поэтому данный метод иногда называется методом последовательных (непрерывных) упреждений. Как будет доказано ниже, при наведении по этому методу линия цели  $\vec{r}$  перемещается в пространстве поступательно (не поворачивается), т. е. остается параллельной исходному направлению. Поэтому этот метод часто называют также методом параллельного сближения. В дальнейшем мы будем применять именно этот термин как более распространенный.

Итак, при наведении по методу параллельного сближения линия цели  $\vec{r}$  перемещается поступательно, а вектор скорости ракеты  $\vec{V}_p$  в каждый момент времени направлен в упрежденную точку, т. е. выполняется условие (5.5).

**Методом накрытия цели** называется такой метод наведения, при котором в каждый момент времени ракета находится на прямой «КП — цель»; следовательно, при методе накрытия цели должно выполняться условие

$$\psi = 0, \quad (5.6)$$

где  $\psi$  — угол между векторами  $\vec{r}_ц$  и  $\vec{r}_p$ .

**Методом пропорционального наведения** называется такой метод, при котором в каждый момент времени выполняется условие

$$\omega_p = c\omega_r,$$

где  $\omega_p$  и  $\omega_r$  — соответственно угловые скорости векторов  $\vec{V}_p$  и  $\vec{r}$  в фиксированной (невращающейся) системе координат;  $c$  — константа, называемая навигационной постоянной.

Следовательно, при пропорциональном наведении угловая скорость вращения вектора скорости ракеты пропорциональна угловой скорости вращения линии цели  $\vec{r}$ .

Прямой метод наведения, как показывает анализ, дает удовлетворительные результаты лишь при наведении на неподвижные цели, причем даже и в этом случае он может дать недопустимо большие ошибки, если не усложнить специальным образом закона управления, т. е. если не отказаться, по существу, от требования точного направления продольной оси ракеты на цель (см. например, [1]). Поэтому далее этот метод нами не рассматривается.

При кинематическом анализе далее для простоты полагается, что траектории ракеты и цели являются плоскими кривыми, расположенными в одной плоскости.

## § 5.2. НАВЕДЕНИЕ ПО МЕТОДУ ПОГОНИ

Аналитические выражения для формы траектории ракеты при наведении по методу погони на произвольно движущуюся цель сложны и громоздки, графическое же построение траектории не представляет никаких затруднений. Метод графического построения приведен на рис. 5.3. При построении заданными являются траектория цели  $Ц_0Ц_k$ , отношение скоростей цели и ракеты

$\xi = \frac{V_{ц}}{V_p}$  и точки расположения цели и ракеты в момент начала наведения (точки  $Ц_0$  и  $P_0$  соответственно).

Для построения траектории ракеты разбиваем траекторию цели на ряд малых участков  $Ц_0Ц_1$ ,  $Ц_1Ц_2$ ,  $Ц_2Ц_3$  и т. д. Так как участок  $Ц_0Ц_1$  мал, то можно считать, что во время движения цели по этому участку ( $t_1 - t_0$ ) ракета движется по направлению  $P_0Ц_0$  (так как скорость  $\vec{V}_p$  направлена на цель) и проходит путь

$$P_0P_1 = \frac{Ц_0Ц_1}{V_{ц}} V_p = \frac{Ц_0Ц_1}{\xi}.$$

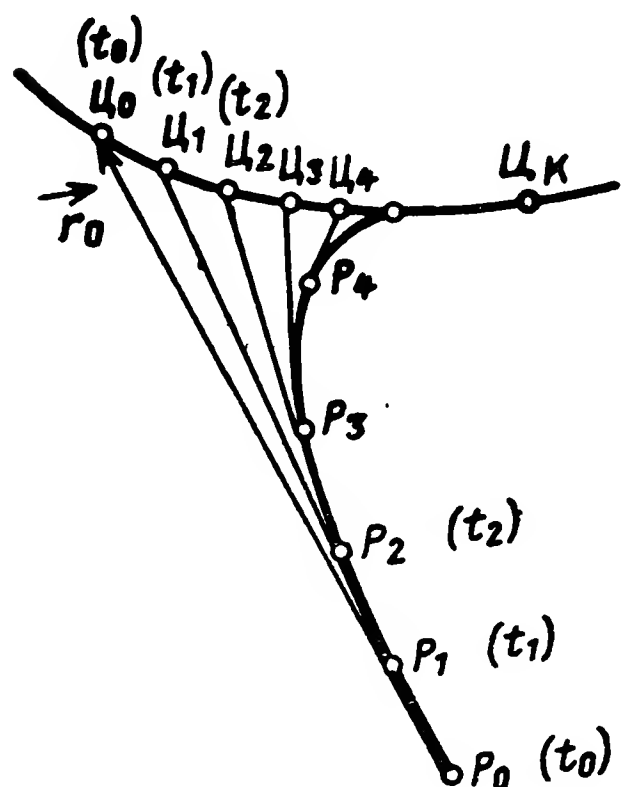


Рис. 5.3

Поэтому, откладывая отрезок  $P_0P_1$ , находим точку  $P_1$ , в которой ракета окажется в момент  $t_1$  (на рис. 5.3 принято  $\xi = 0,5$ ). Так как вектор  $\vec{V}_p$  в каждый момент времени должен быть направлен на цель, то в момент  $t_1$  он будет направлен по прямой  $P_1Ц_1$ . Поэтому, когда цель пройдет путь  $Ц_1Ц_2$ , ракета пройдет путь  $P_1P_2 = \frac{Ц_1Ц_2}{\xi}$ . Откладывая этот отрезок на направления  $P_1Ц_1$ , находим точку  $P_2$ , в которой ракета окажется в момент  $t_2$ . Продолжая аналогичные построения, находим, что траектория ракеты проходит через точки  $P_0, P_1, P_2, P_3, P_4$  и т. д.

Чем меньше выбраны отрезки  $Ц_0Ц_1$ ,  $Ц_1Ц_2$ ,  $Ц_2Ц_3$  и т. д., тем точнее будет построение. По мере приближения к точке встречи целесообразно уменьшать величину отрезков.

Если скорости  $V_{ц}$  и  $V_p$  изменяются во времени, то при построении отношение скоростей также должно быть задано как функция времени  $\xi(t)$  и определение отрезков  $P_0P_1$ ,  $P_1P_2$ ,  $P_2P_3$  и т. д. нужно производить соответственно для значений  $\xi(t_0)$ ,  $\xi(t_1)$ ,  $\xi(t_2)$  и т. д.

Кривизна кривой погони может быть выражена аналитически сравнительно просто при прямолинейном и равномерном движении цели.

Здесь характерны следующие два случая:

первый случай  $\xi = \frac{V_{\text{ц}}}{V_{\text{р}}} < \frac{1}{2}$  (медленные цели);

второй случай  $\xi \geq \frac{1}{2}$  (быстрые цели).

В первом случае ( $\xi < \frac{1}{2}$ ) кривизна траектории  $k$  растет по мере приближения ракеты к точке встречи и в точке встречи стремится к бесконечности. Это означает, что радиус кривизны  $\rho = \frac{1}{k}$  в точке

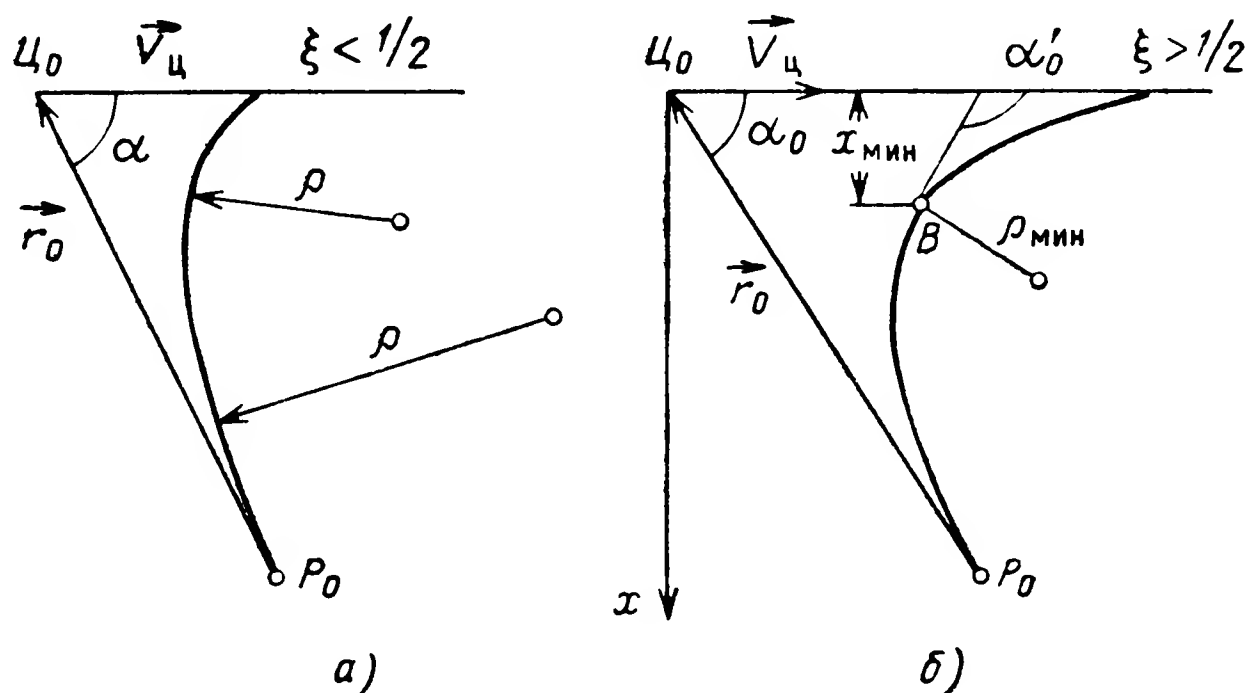


Рис. 5.4

встречи стремится к нулю (рис. 5.4, а). Следовательно, при  $\xi < \frac{1}{2}$  получается

$$k_{\text{макс}} = \infty. \quad (5.7)$$

Во втором случае ( $\xi \geq \frac{1}{2}$ ) при стрельбе навстречу ( $\alpha < \frac{\pi}{2}$ ) ракета в конце траектории всегда атакует цель в хвост (рис. 5.4, б). В этом случае при сближении ракеты с целью кривизна траектории сначала возрастает, достигает в некоторой точке  $B$  максимума (при  $x = x_{\text{мин}}$ ), а затем снова убывает (рис. 5.4, б). Поперечное ускорение, которое должна развивать ракета для следования по кривой погони, равно

$$W_{\text{р}} = V_{\text{р}}^2 k. \quad (5.8)$$

При  $\xi \leq \frac{1}{2}$  получается  $k_{\text{макс}} = \infty$  и  $W_{\text{рм}} = \infty$ . Так как ракета не может развивать такого ускорения, то она «сойдет», с идеальной кривой погони и пролетит мимо цели.

При  $\xi > \frac{1}{2}$  кривизна не достигает бесконечности, но требуемые ускорения так же могут быть настолько велики, что ракета не сможет двигаться до конца по кривой погони.

Из приведенных соотношений следует, что из-за большой кривизны кривой погони ракета будет «сходиться» с этой кривой в той точке  $M$ , в которой радиус кривизны  $\rho = \frac{1}{k}$  делается меньше минимально допустимого радиуса кривизны ракеты  $\rho_0 = \frac{V_p^2}{W_{pm}}$  (рис. 5.5).

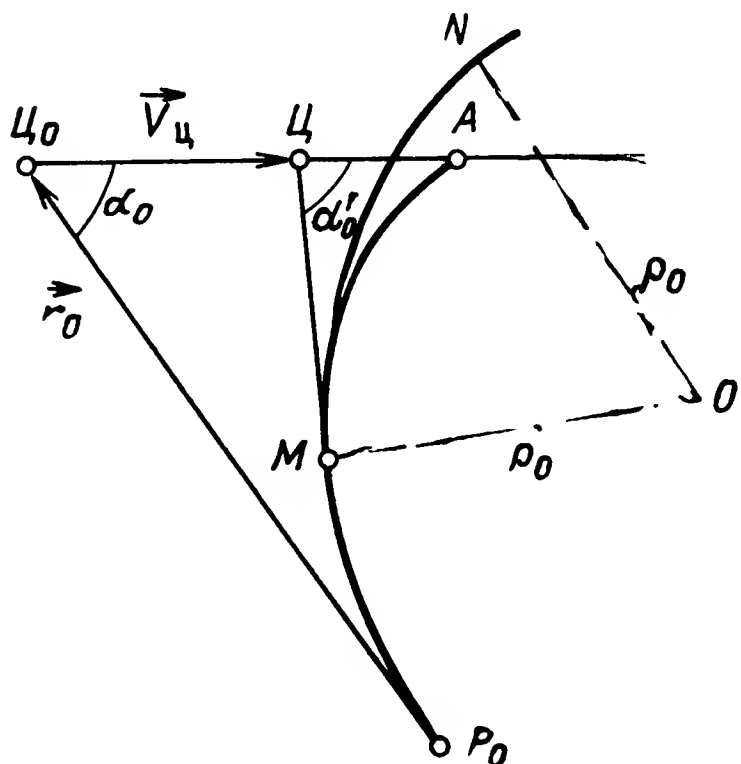


Рис. 5.5

Полагая, что после схода с кривой погони ракета будет продолжать двигаться с минимально возможным радиусом кривизны, т. е. по окружности  $MN$  радиуса  $\rho_0$ , можно вычислить промах — ошибку пролета ракеты мимо цели. Этот промах оказывается равным (при  $r_0 \geq \rho_0$ )

$$h = \frac{\xi^2 \rho_0}{2} \sin \alpha'_0, \quad (5.9)$$

где  $\alpha'_0$  — значение угла  $\alpha$  в момент схода ракеты с кривой погони.

При  $\xi \leq 0,1$  получается  $\alpha'_0 \approx \alpha_0$  и

$$h \approx \frac{\xi^2 \rho_0}{2} \sin \alpha_0. \quad (5.10)$$

Из формулы (5.9) следует, что максимальный промах равен

$$h_{\text{макс}} = \frac{\xi^2 \rho_0}{2}. \quad (5.11)$$

Так как  $\xi = \frac{V_{\text{ц}}}{V_p}$  и  $\rho_0 = \frac{V_p^2}{W_{pm}}$ , то формулу (5.11) можно записать в следующем виде

$$h_{\text{макс}} = \frac{V_{\text{ц}}^2}{2W_{pm}}. \quad (5.12)$$

Эта формула дает:

при  $V_{\text{ц}} = 300 \text{ м/сек}$  и  $W_{pm} = 10 g$

$$h_{\text{макс}} = 450 \text{ м}; \quad (5.13)$$

при  $V_{\text{ц}} = 30 \text{ м/сек}$  и  $W_{pm} = 10 g$

$$h_{\text{макс}} = 4,5 \text{ м}.$$

Из этих примеров видно, что при наведении на быстро движущиеся цели метод погони дает недопустимо большие ошибки наведения.

Приведенные выше соотношения относятся к случаю прямолинейного и равномерного движения цели. Так как даже в этом случае кривизна траектории ракеты доходит до бесконечности, то и с учетом маневров цели максимальное значение кривизны кривой погони может быть бесконечно большим.

### § 5.3. НАВЕДЕНИЕ ПО МЕТОДУ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СБЛИЖЕНИЯ

Выше указывалось, что при наведении по методу ПС (методу параллельного сближения) в каждый момент времени должно выполняться следующее соотношение идеального упреждения:

$$\sin \beta_0 = \xi \sin \alpha. \quad (5.14)$$

Это соотношение можно записать также в виде

$$V_p \sin \beta_0 - V_{\zeta} \sin \alpha = 0. \quad (5.15)$$

Выясним, при каких условиях имеет место соотношение (5.15). Для этого рассмотрим общий случай полета ракеты на цель. Этот случай изображен на рис. 5.6. Цель движется по кривой  $\zeta_0 \zeta_k$ , а ракета — по кривой  $P_0 P_k$ . В произвольный момент времени  $t$  цель находится в точке  $\zeta_1$ , а ракета — в точке  $P_1$ . За бесконечно малое время  $dt$  цель перемещается из точки  $\zeta_1$  в точку  $\zeta_2$ , а ракета — из точки  $P_1$  в точку  $P_2$ .

Следовательно,

$$\zeta_1 \zeta_2 = V_{\zeta} dt, \quad P_1 P_2 = V_p dt.$$

При этом угол, составляемый вектором  $\vec{r}$  (направлением «ракета — цель») с некоторой осью  $z$  фиксированной системы координат, изменяется от  $\varphi$  до  $\varphi + d\varphi$ .

Из рис. 5.6 получаются следующие соотношения, справедливые с точностью до бесконечно малых величин высших порядков малости

$$EP_2 = ED + DP_2 = B\zeta_2 + DP_2, \quad (5.16)$$

где

$$EP_2 = P_1 P_2 \sin \beta = V_p dt \sin \beta;$$

$$B\zeta_2 = \zeta_1 \zeta_2 \sin \alpha = V_{\zeta} dt \sin \alpha;$$

$$DP_2 = r d\varphi.$$

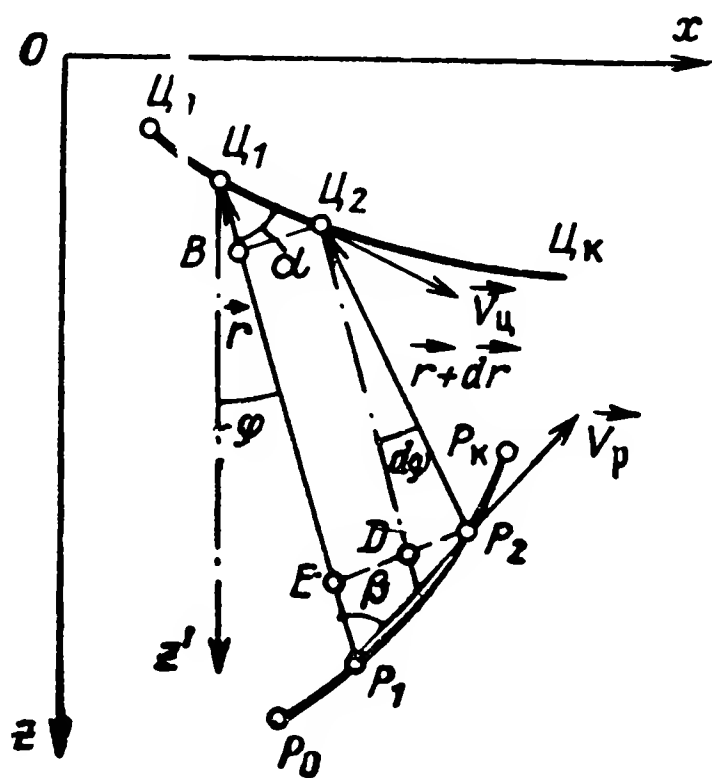


Рис. 5.6

Поэтому соотношение (5.16) принимает вид

$$V_p dt \sin \beta = V_{\text{ц}} dt \sin \alpha + r d\varphi$$

или

$$V_p \sin \beta - V_{\text{ц}} \sin \alpha = r \frac{d\varphi}{dt}. \quad (5.17)$$

Соотношение (5.17) было выведено в предположении произвольной (в пределах плоского случая) формы траектории ракеты и, следовательно, произвольного значения угла упреждения  $\beta$ . При наведении же по методу ПС должно выполняться условие (5.15).

Поэтому из формул (5.15) и (5.16) получается следующее условие движения ракеты по идеальной траектории ПС:

$$\frac{d\varphi}{dt} = 0 \quad (5.18)$$

или

$$\varphi = \text{const.}$$

Условие (5.18) означает, что вектор  $\vec{r}$  должен сохранять в пространстве постоянное направление, т. е. перемещаться параллельно самому себе. Следовательно, при движении ракеты по идеальной траектории, соответствующей методу ПС, направление «ракета — цель» перемещается чисто поступательно, т. е. параллельно самому себе. Этот метод поэтому и называют методом параллельного сближения.

Из этой особенности метода ПС вытекает следующий простой способ графического построения траектории ракеты (рис. 5.7).

Пусть заданы траектория цели  $\text{Ц}_0 \text{Ц}_k$  и отношение скоростей  $\xi(t)$  и известно, что в момент  $t = t_0$  цель и ракета находились в точках  $\text{Ц}_0$  и  $P_0$  соответственно. Тогда для построения траектории ракеты, соответствующей идеальному наведению по методу ПС, поступаем следующим образом.

1. Разбиваем траекторию  $\text{Ц}_0 \text{Ц}_k$  на ряд малых участков  $\text{Ц}_0 \text{Ц}_1$ ,  $\text{Ц}_1 \text{Ц}_2$  и т. д. и проводим из точек  $\text{Ц}_0$ ,  $\text{Ц}_1$ ,  $\text{Ц}_2$  и т. д. прямые, параллельные направлению  $\vec{r}_0$ .

2. Вычисляем соответствующие участки траектории ракеты

$$P_0 P_1 = \text{Ц}_0 \text{Ц}_1 \frac{V_p}{V_{\text{ц}}} = \frac{\text{Ц}_0 \text{Ц}_1}{\xi(t_0)},$$

$$P_1 P_2 = \frac{\text{Ц}_1 \text{Ц}_2}{\xi(t_1)} \quad \text{и т. д.}$$



3. При помощи циркуля с раствором, равным отрезку  $P_0P_1$ , засекаем из точки  $P_0$ , как из центра, дугу на прямой, проходящей через точку  $C_1$ . Пересечение дуги с этой прямой дает точку  $P_1$ , в которой ракета окажется в момент  $t_1$ .

4. Проведя далее засечку из точки  $P_1$  радиусом  $P_1P_2$ , находим точку  $P_2$ , в которой ракета окажется в момент  $t_2$ , и т. д.

5. Проводя через найденные точки  $P_0, P_1, P_2, \dots$  плавную кривую, находим тем самым искомую траекторию ракеты.

Чем меньше взяты участки на траектории цели, тем точнее построение. Для более точного нахождения точки встречи интервал между соседними точками на траектории цели следует уменьшать по мере приближения к точке встречи.

При прямолинейном движении цели и постоянстве отношения скоростей  $\frac{V_{ц}}{V_p}$  угол упреждения  $\beta$  постоянен и траектория ракеты получается прямолинейной.

При маневрах цели траектория ракеты искривляется, и для следования по этой траектории ракета должна развивать некоторое поперечное ускорение  $W_p$ . Можно показать, что это ускорение определяется следующей формулой:

$$W_p = \frac{W_{цп} \cos \alpha + W_{цк} \sin \alpha}{\sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \alpha}}, \quad (5.19)$$

где  $\xi = \frac{V_{ц}}{V_p}$ ;  $W_{цп}$  и  $W_{цк}$  — поперечное и касательное ускорения цели.

Ускорение  $W_p$  получается максимальным при

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_{кр} = \frac{W_{цк}}{W_{цп}} \frac{1}{(1 - \xi^2)}, \quad (5.20)$$

при этом

$$W_{pm} = \sqrt{W_{цп}^2 + \frac{W_{цк}^2}{1 - \xi^2}}. \quad (5.21)$$

Так как в большинстве случаев  $\xi \leq \frac{1}{2}$  и  $W_{цк} \leq \frac{1}{2} W_{цп}$ , то в первом приближении можно полагать

$$W_{pm} \approx W_{цп} \quad (5.22)$$

(при  $W_{цп} \leq 5g$  получается  $W_{pm} \leq 5g$ ), т. е. поперечные ускорения, требуемые от ракеты для движения по идеальной траектории ПС, не превышают ускорения цели. Поэтому не представляет больших затруднений создать ракету, которая могла бы следовать по любой возможной траектории ПС.

Приведенные данные показывают, что с точки зрения формы траектории наведение по методу ПС дает большие преимущества по сравнению с наведением по методу погони.

Выясним теперь связь между ошибкой упреждения  $\Delta\beta$ , возникающей при наведении по методу ПС, и угловой скоростью  $\frac{d\varphi}{dt}$  линии цели. При идеальном наведении по методу ПС в каждый момент времени должно выполняться условие идеального упреждения (5.15).

Если ракета по каким-либо причинам летит не точно по траектории ПС, то существует ошибка упреждения

$$\Delta\beta = \beta - \beta_0. \quad (5.23)$$

Так как при любом законе движения ракеты угол  $\beta$  удовлетворяет соотношению (5.17), то из (5.15) и (5.17) имеем

$$\sin \beta - \sin \beta_0 = \frac{r}{V_p} \frac{d\varphi}{dt}, \quad (5.24)$$

но

$$\sin \beta - \sin \beta_0 = 2 \sin \frac{\beta - \beta_0}{2} \cos \frac{\beta + \beta_0}{2} = 2 \sin \frac{\Delta\beta}{2} \cos \left( \beta_0 + \frac{\Delta\beta}{2} \right).$$

Так как ошибка  $\Delta\beta$  должна быть мала, то с большой точностью можно полагать  $\sin \beta - \sin \beta_0 = \Delta\beta \cos \beta_0$  и (5.24) принимает вид

$$\Delta\beta \approx \frac{r}{V_p \cos \beta_0} \frac{d\varphi}{dt}. \quad (5.25)$$

Если  $\xi = \frac{V_{ц}}{V_p} \leq 0,5$ , то  $\sin \beta_0 \leq 0,5$  и  $\cos \beta_0 \geq 0,87$ , поэтому при  $\xi \leq 0,5$  получается

$$\Delta\beta \simeq \frac{r}{V_p} \frac{d\varphi}{dt}. \quad (5.25')$$

Из формул (5.25) и (5.25') видно, что при наведении по методу ПС ошибка упреждения  $\Delta\beta$  пропорциональна угловой скорости  $\frac{d\varphi}{dt}$  линии цели (в фиксированной, т. е. невращающейся системе координат). Отсюда следует, что при наведении по методу ПС угловая скорость  $\frac{d\varphi}{dt}$  линии цели (в фиксированной системе координат) может служить мерой отклонения ракеты от правильного полета на цель, т. е. играть роль параметра рассогласования

$$\varepsilon = \frac{d\varphi}{dt}, \quad (5.26)$$

измеряемого радиозвеном.

#### § 5.4. МЕТОД ПРОПОРЦИОНАЛЬНОГО НАВЕДЕНИЯ

Пусть в произвольный момент времени цель и ракета находятся соответственно в точках  $C$  и  $P$  и имеют скорости  $\vec{V}_c$  и  $\vec{V}_p$  (рис. 5.8). При этом линия цели  $\vec{r}$  и вектор  $\vec{V}_p$  образуют с фиксированным в пространстве направлением  $N$  некоторые углы  $\varphi$  и  $\eta$  соответственно (на рис. 5.8 принято для простоты, что векторы  $\vec{V}_c$  и  $\vec{V}_p$  и направление  $N$  расположены в одной плоскости).

Методом пропорционального наведения называется такой метод, при котором в любой момент времени выполняется условие

$$\frac{d\eta}{dt} = c \frac{d\varphi}{dt}, \quad (5.27)$$

где  $c$  — навигационная постоянная, т. е. угловая скорость вращения вектора скорости ракеты  $\vec{V}_p$ , пропорциональна угловой скорости вращения линии цели  $\vec{r}$ .

Так как поперечное ускорение ракеты  $W_p$  связано с угловой скоростью  $\frac{d\eta}{dt}$  соотношением

$$W_p = V_p \frac{d\eta}{dt}, \quad (5.28)$$

то условие (5.27) можно записать также в следующем виде

$$W_p = c V_p \frac{d\varphi}{dt}. \quad (5.29)$$

Отсюда следует, что при методе пропорционального наведения поперечное ускорение ракеты должно быть пропорционально угловой скорости линии цели  $\frac{d\varphi}{dt}$  и скорости ракеты  $V_p$ .

Докажем, что рассмотренные выше методы погони и ПС являются предельными частными случаями метода пропорционального наведения, получающимися при  $c = 1$  и  $c = \infty$  соответственно.

Из (5.29) имеем

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{W_p}{c V_p}. \quad (5.30)$$

Из этого соотношения следует, что при  $c = \infty$  должно быть

$$\frac{d\varphi}{dt} = 0 \quad (5.31)$$

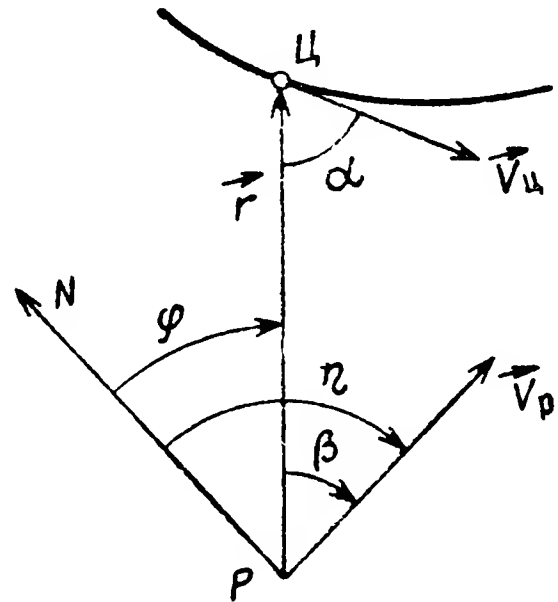


Рис. 5.8

(так как скорость  $V_p$  не равна нулю, а ускорение  $W_p$  не может быть бесконечно большим).

Но условие (5.31) совпадает с приведенным выше условием (5.18) движения ракеты по идеальной траектории ПС. Следовательно, при  $c = \infty$  метод пропорционального наведения совпадает с методом параллельного сближения.

Для рассмотрения случая  $c = 1$  учтем, что в соответствии с рис. 5.8

$$\eta = \varphi + \beta \quad (5.32)$$

и условие (5.27) может быть записано в следующем виде

$$\frac{d\beta}{dt} = (c - 1) \frac{d\varphi}{dt}. \quad (5.33)$$

Отсюда следует, что при  $c = 1$  должно быть

$$\frac{d\beta}{dt} = 0, \quad (5.34)$$

так как при  $c = 1$  угловая скорость  $\frac{d\varphi}{dt}$  не может быть бесконечно большой. (Действительно, из (5.30) следует, что при  $c = 1$  получается  $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{W_p}{V_p}$  и в силу конечности ускорения  $W_p$  и отличия от нуля скорости  $V_p$  величина  $\frac{d\varphi}{dt}$  не может быть бесконечно большой.)

Условие (5.34) можно записать также в следующем виде

$$\beta = \text{const} = \beta_{\text{нач}}, \quad (5.35)$$

где  $\beta_{\text{нач}}$  — начальное значение угла упреждения, имеющее место в момент начала самонаведения.

Поэтому если выбрать

$$\beta_{\text{нач}} = 0 \quad (5.36)$$

(т. е. обеспечить, чтобы в момент начала самонаведения угол упреждения был равным нулю), то условие (5.34) приводится к виду

$$\beta = 0, \quad (5.37)$$

т. е. совпадает с условием наведения ракеты по методу погони.

Таким образом, при  $c = 1$  и выполнении условия (5.36) метод пропорционального наведения совпадает с методом погони.

Таким образом доказано, что метод пропорционального наведения при  $c = 1$ ,  $\beta_{\text{нач}} = 0$  совпадает с методом погони, а при  $c = \infty$  — с методом параллельного сближения.

Как отмечалось ранее, при методе погони кинематическая траектория ракеты получается весьма криволинейной, а при методе ПС кривизна траектории получается минимально возможной. Поэтому

кривизна кинематической траектории ракеты существенно зависит от величины навигационной постоянной и получается минимальной при  $c = \infty$ .

Однако такое значение навигационной постоянной практически осуществить невозможно. Действительно, из (5.29) следует, что для осуществления пропорционального наведения необходимо измерять угловую скорость  $\frac{d\varphi}{dt}$  вращения цели в фиксированной системе координат (например, в земной или в гироскопической системе координат) и вырабатывать поперечное ускорение  $W_p$ , пропорциональное этой угловой скорости.

Если навигационная постоянная  $c$  велика, то, как следует из (5.29), даже при наличии весьма малой измеряемой величины  $\frac{d\varphi}{dt}$  должно вырабатываться весьма большое поперечное ускорение ракеты. Это означает, что коэффициент передачи системы управления от входа радиозвена (измеряющего величину  $\frac{d\varphi}{dt}$ ) до выхода звена автопилот-снаряд (вырабатывающего поперечное ускорение  $W_p$ ) должен быть весьма велик, а при  $c = \infty$  он должен быть бесконечно большим, что, конечно, неосуществимо. Отсюда следует, что практически невозможно осуществить не только бесконечно большое, но и даже весьма большое значение навигационной постоянной  $c$ .

Кроме того, вывод о том, что форма траектории ракеты получается наиболее прямолинейной при  $c = \infty$ , был получен не при реальном, а при кинематическом анализе, т. е. без учета влияния переходных процессов, возникающих в системе управления, и в предположении, что в момент начала самонаведения условие (5.29) уже выполняется. Более детальный анализ [132] процесса наведения показывает, что при реальном осуществлении метода пропорционального наведения наилучшие результаты получаются не при  $c = \infty$ , а при

$$c \approx 4 \div 6. \quad (5.38)$$

При этом форма траектории оказывается уже достаточно близкой к идеальной кинематической траектории, имеющей место при  $c = \infty$ .

При невозмущенном режиме полета ракеты (в условиях, когда требуемое от ракеты поперечное ускорение  $W_p(t)$  тождественно равно нулю) кинематическая траектория при пропорциональном наведении получается точно такой же (прямолинейной), как и при методе ПС, даже если  $c = 4 \div 6$ . В общем случае имеет место возмущенный режим полета (из-за маневров цели, непостоянства отношения скоростей и наличия начальной ошибки упреждения  $\Delta \beta_{\text{нач}}$ ), и кинематические траектории при методах пропорционального наведения и параллельного сближения оказываются различными.

Однако, как отмечалось ранее, при  $c \approx 4 \div 6$  это различие оказывается сравнительно небольшим. Поэтому при приближенных расчетах полагают, что форма кинематической траектории при методе пропорционального наведения (при  $c \approx 4 \div 6$ ) получается такой же, как при методе ПС (методе параллельного сближения).

Так как в силу сказанного ранее метод параллельного сближения, строго говоря, неосуществим, то метод пропорционального наведения можно рассматривать при  $c \approx 4 \div 6$  как приближенную практическую реализацию метода параллельного сближения. Исторически метод пропорционального наведения и возник вслед за методом ПС вследствие стремления сохранить основное преимущество метода ПС (хорошую форму траектории) и в то же время обеспечить его практическую реализуемость.

### § 5.5. МЕТОД НАКРЫТИЯ ЦЕЛИ

При наведении по методу накрытия цели ракета в любой момент времени находится на направлении радиуса-вектора цели относительно КП. Эта особенность данного метода позволяет применять простой способ графического построения траектории ракеты (рис. 5.9). При построении в общем случае должны быть предварительно заданы траектория цели  $C_0 C_k$ , траектория КП ( $O_0 O_k$ ) и отношения скоростей

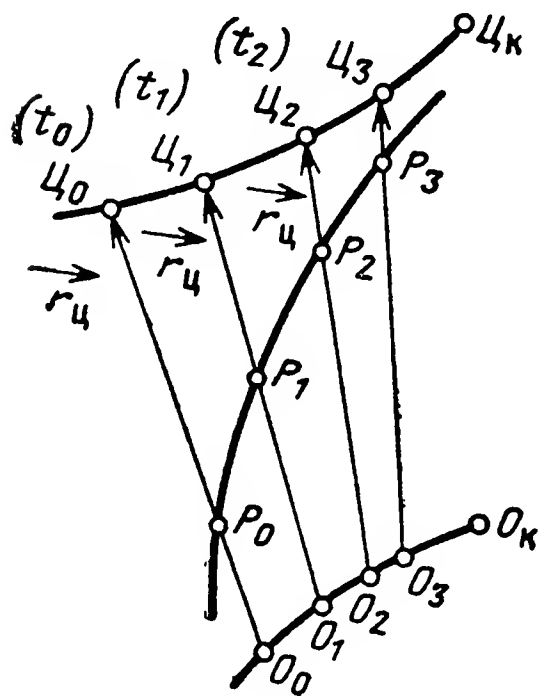


Рис. 5.9

$$\xi(t) = \frac{V_{\text{ц}}(t)}{V_{\text{р}}(t)} \quad \text{и} \quad \xi_k(t) = \frac{V_{\text{ц}}(t)}{V_{\text{к}}(t)}$$

(здесь  $V_{\text{к}}$  — скорость КП).

Для построения искомой траектории ракеты разбиваем траекторию цели на ряд малых участков:  $C_0 C_1, C_1 C_2 \dots$  и находим соответствующие участки траектории КП из соотношений

$$O_0 O_1 = C_0 C_1 \frac{V_{\text{к}}}{V_{\text{ц}}} = \frac{C_0 C_1}{\xi_{\text{к}}(t_0)},$$

$$O_1 O_2 = \frac{C_1 C_2}{\xi_{\text{к}}(t_1)} \quad \text{и т. д.}$$

(если цель неподвижна, а КП движется, то построение начинается с разбивки на малые участки траектории КП).

Затем соединяем прямыми точки  $C_0$  и  $O_0$ ,  $C_1$  и  $O_1$  и т. д. Далее вычисляем искомые отрезки траектории ракеты

$$P_0 P_1 = C_0 C_1 \frac{V_p}{V_{\text{ц}}} = \frac{C_0 C_1}{\xi(t_0)},$$

$$P_1 P_2 = \frac{C_1 C_2}{\xi(t_1)} \quad \text{и т. д.}$$

Устанавливая раствор циркуля равным отрезку  $P_0 P_1$ , проводим дугу из точки  $P_0$ , как из центра, до пересечения с прямой  $C_1 O_1$ . Точка пересечения дуги с этой прямой и дает искомую точку траектории ракеты  $P_1$ . Следующую засечку проводим из точки  $P_1$ , как из центра, радиусом, равным  $P_1 P_2$ , и находим точку пересечения  $P_2$ . Аналогичным путем находятся и следующие точки траектории ракеты. Проведя через найденные точки плавную кривую, находим тем самым искомую траекторию ракеты. Эта траектория в дальнейшем называется трехточечной кривой.

Если наведение по методу накрытия цели начинается с момента вылета ракеты с КП, то точка  $P_0$  выбирается совпадающей с точкой  $O_0$ , соответствующей начальному положению КП.

Форма трехточечной кривой в сильной степени зависит от соотношения между скоростями цели ( $V_{\text{ц}}$ ), ракеты ( $V_p$ ) и КП ( $V_k$ ) и от формы траектории цели и КП. Математический анализ кривизны трехточечной кривой в общем случае движения цели и КП весьма сложен. Поэтому ограничимся рассмотрением двух характерных случаев.

В первом случае КП (расположенный, например, на самолете-носителе) движется по методу ПС, т. е. вектор скорости  $\vec{V}_k$  в каждый момент времени направлен в упрежденную точку, соответствующую этому моменту времени (рис. 5.10). При этом, как было доказано в § 5.3, точки  $O_0, O_1, O_2, \dots$  последовательных положений КП должны находиться на параллельных прямых, проходящих через соответствующие (по времени) точки  $C_0, C_1, C_2, \dots$  положений цели.

Так как ракета наводится по методу накрытия цели, то в те моменты времени, когда цель находится в точках  $C_0, C_1, C_2, \dots$ , ракета должна находиться соответственно на прямых  $O_0 C_0, O_1 C_1, O_2 C_2$ , т. е. на проходящих через точки  $C_0, C_1, C_2, \dots$  параллельных прямых. Но это означает, что при этом ракета движется точно так же, как если бы она наводилась на цель по методу параллельного сближения. Следовательно, если КП движется по закону параллельного сближения, то траектория ракеты, наводимой на цель по методу накрытия цели, получается точно такой же, как и при наведении ракеты по методу ПС, т. е. имеет минимально возможную (при данном характере движения цели) кривизну.

Во втором характерном случае КП неподвижен (что соответствует, например, наведению зенитных ракет). При этом будем для упрощения полагать, что наведение по методу накрытия цели начинается с момента вылета ракеты с КП.



Выведем сначала соотношение для угла упреждения  $\beta$ .

Пусть цель движется по произвольной кривой и за бесконечно малый интервал времени  $dt$  перемещается из точки  $C_1$  в точку  $C_2$  (рис. 5.11), т. е.  $C_1C_2 = V_{\text{ц}}dt$ . Тогда ракета, наводимая по методу накрытия цели и находившаяся в момент  $t$  в некоторой точке  $P_1$ , должна к моменту  $t + dt$  переместиться в точку  $P_2$ , находящуюся на прямой  $OC_2$  и отстоящую от точки  $P_1$  на расстояние  $P_1P_2 = V_p dt$ .

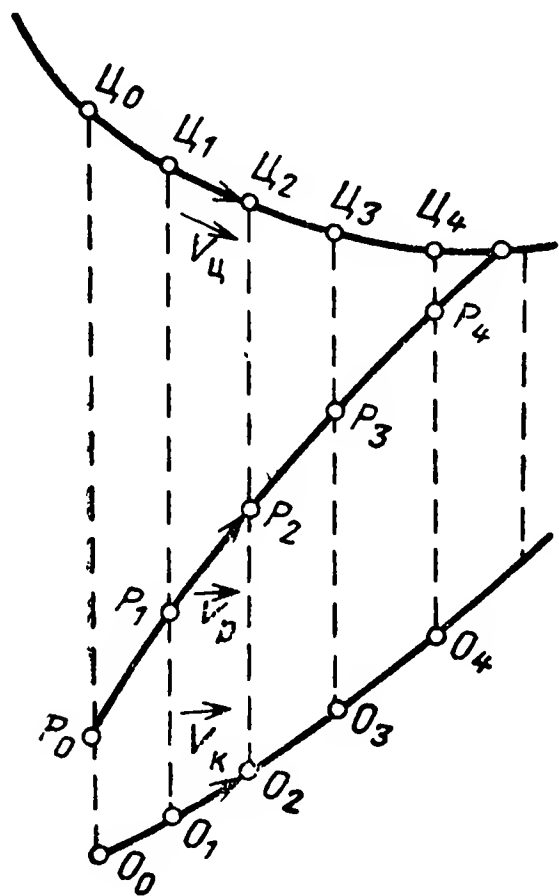


Рис. 5.10

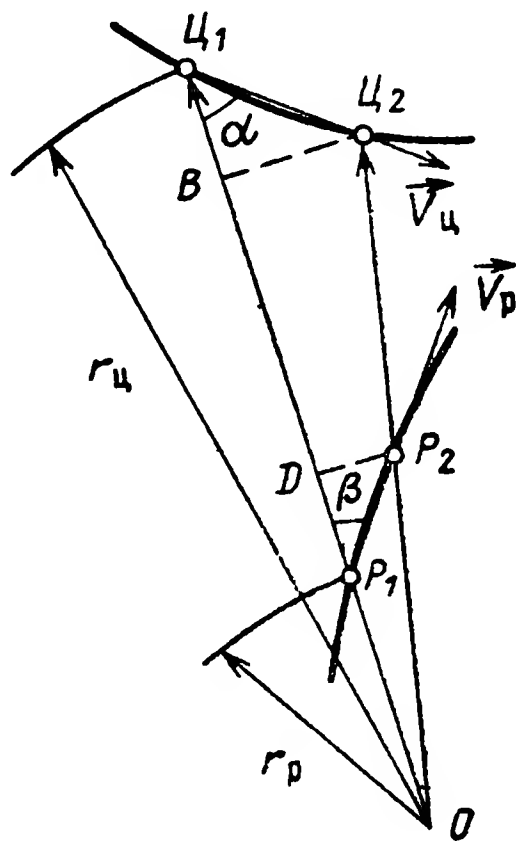


Рис. 5.11

Из рис. 5.11 следует, что с точностью до бесконечно малых величин высших порядков малости

$$\frac{BC_2}{DP_2} = \frac{r_{\text{ц}}}{r_{\text{п}}}. \quad (5.39)$$

Но

$$BC_2 = C_1C_2 \sin \alpha, \quad DP_2 = P_1P_2 \sin \beta,$$

поэтому равенство (5.39) можно записать в следующем виде

$$\frac{V_{\text{ц}} dt \sin \alpha}{V_{\text{п}} dt \sin \beta} = \frac{r_{\text{ц}}}{r_{\text{п}}},$$

откуда

$$\sin \beta = \frac{r_{\text{п}}}{r_{\text{ц}}} \frac{V_{\text{ц}}}{V_{\text{п}}} \sin \alpha. \quad (5.40)$$

На начальном участке траектории, когда  $\frac{r_{\text{п}}}{r_{\text{ц}}} \ll 1$ , получается  $\beta \approx 0$  и вектор скорости ракеты направлен примерно на цель, т. е. так же, как при наведении по кривой погони. В конце

траектории, когда  $\frac{r_p}{r_c} \approx 1$ , получается  $\sin \beta = \frac{V_c}{V_p} \sin \alpha$ , т. е. угол упреждения близок к углу идеального упреждения  $\beta_0$  [см. формулу (5.15)].

Для анализа кривизны трехточечной кривой рассмотрим сначала случай прямолинейного и равномерного движения цели. Пусть цель движется по некоторой прямой  $L_0$  (рис. 5.12) со скоростью  $\vec{V}_c$ . Расстояние  $P_{0н}$  от КП до этой прямой называется наклонным параметром цели.

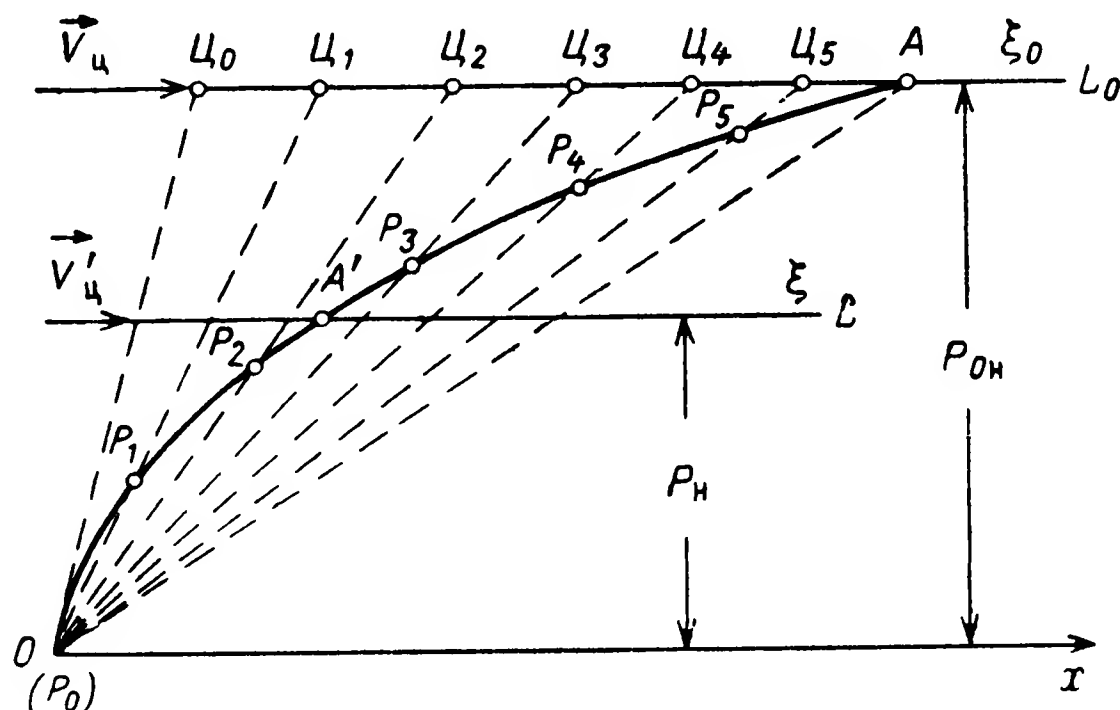


Рис. 5.12

Как было выяснено выше, зная траекторию цели и отношение скоростей  $\xi_0 = \frac{V_c}{V_p}$ , можно построить траекторию ракеты. Эта траектория проходит через точки  $O, P_1, P_2, P_3, \dots, A$ , где  $A$  — точка встречи с целью.

Трехточечная кривая, построенная для какого-либо отношения скоростей  $\xi_0$ , остается справедливой и для любого другого отношения скоростей  $\xi$ , если полагать, что цель движется не по прямой  $L_0$  с параметром  $P_{0н}$ , а по прямой  $L$  с параметром

$$P_n = P_{0н} \frac{\xi}{\xi_0}. \quad (5.41)$$

Точка встречи ракеты с целью находится как пересечение трехточечной кривой с траекторией цели. Поэтому для отношения скоростей  $\xi_0$  точкой встречи является точка  $A$ , а для отношения скоростей  $\xi$  — точка  $A'$  (рис. 5.12).

Указанное свойство трехточечных кривых использовано при построении семейства трехточечных кривых, изображенного на рис. 5.13. Это семейство построено для  $\xi = 1$  и курса цели  $L_0$ , имеющего наклонный параметр

$$P_{0н} = a.$$

Каждая кривая соответствует определенному значению угла выстрела  $\theta_0$  (под углом выстрела понимается значение полярного угла цели в момент выстрела, т. е. в момент вылета ракеты из точки  $O$ ), как это указано в таблице.

Номер кривой	1	2	3	4	5	6
Угол выстрела, град . . . . .	160	150	140	120	90	45

В соответствии с соотношением (5.41) это семейство кривых, построенное для  $\xi = 1$ , остается справедливым для любого отношения

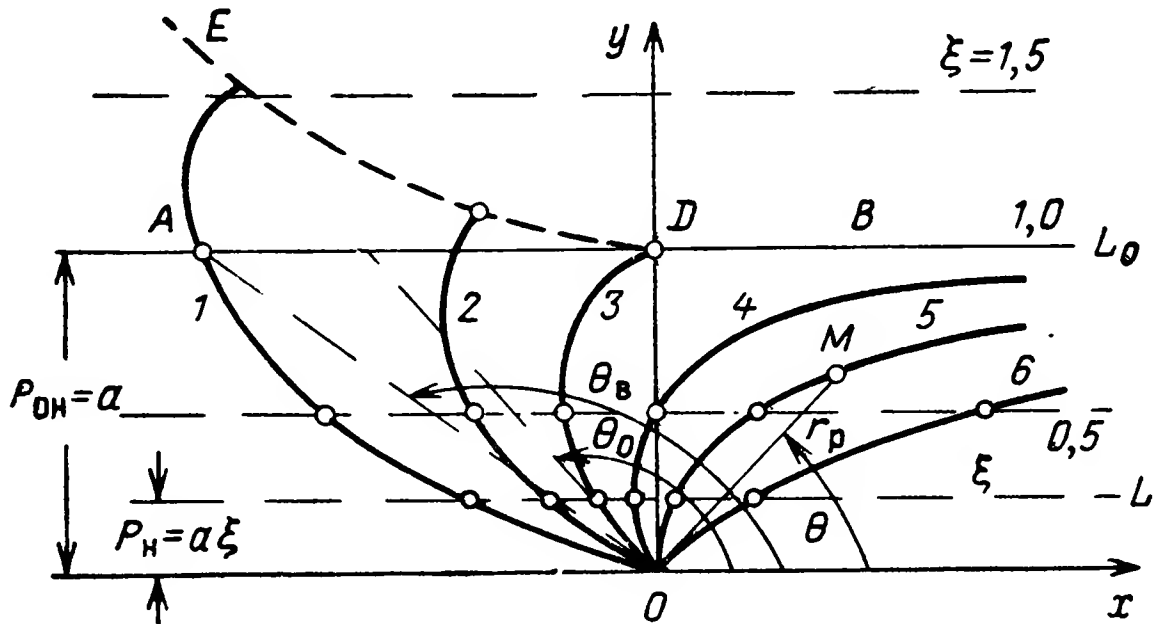


Рис. 5.13

скоростей  $\xi$ , если считать, что цель летит по прямой, имеющей наклонный параметр

$$P_H = P_{0H} \frac{\xi}{\xi_0} = a\xi. \tag{5.42}$$

Таким образом, семейство кривых, приведенное на рис. 5.13, позволяет найти траекторию ракеты при любых углах выстрела  $\theta_0$  и любых отношениях скоростей  $\xi$ .

Из рис. 5.13 видно, что семейство трехточечных кривых ограничено сверху граничной кривой  $ED$  и прямой  $DB$ . Выше этой границы встреча ракеты с целью невозможна вследствие того, что ракета не успевает следовать за перемещением цели.

Кривизна трехточечных кривых определяется следующим выражением [1]:

$$k = \frac{\sin^2 \theta}{a} \left( 2 - \frac{r_p \sin 2\theta}{\sqrt{a^2 - r_p^2 \sin^4 \theta}} \right). \tag{5.43}$$

Здесь  $k$  — кривизна кривой в произвольной точке  $M$  (рис. 5.13), имеющей полярные координаты  $r_p$  и  $\theta$ .

Так как поперечное ускорение ракеты  $W_p$  связано с кривизной  $k$  соотношением

$$W_p = V_p^2 k, \quad (5.44)$$

то получается

$$W_p = V_p^2 \frac{\sin^2 \theta}{a} \left( 2 - \frac{r_p \sin 2\theta}{\sqrt{a^2 - r_p^2 \sin^4 \theta}} \right). \quad (5.45)$$

Анализ этого выражения, приведенный в [1], дает следующие результаты:

1. При наведении по методу накрытия цели желательно выбирать

$$V_p = 2V_{ц \text{ макс}}, \quad (5.46)$$

где  $V_{ц \text{ макс}}$  — максимально возможное значение скорости цели, на поражение которой рассчитывается данная система управления.

2. При выполнении соотношения (5.46) максимальное значение ускорения  $W_p$  получается при  $\xi = 0,5$  и оказывается равным

$$W_{pm} \approx \frac{4V_{ц \text{ макс}}^2}{r_{pв}} \sin \theta_v \leq \frac{4V_{ц \text{ макс}}^2}{r_{pв}}, \quad (5.47)$$

где  $r_{pв}$  и  $\theta_v$  — полярные координаты точки встречи ракеты с целью.

Из этих соотношений следует, что требуемое поперечное ускорение возрастает с увеличением скорости цели  $V_{ц \text{ макс}}$  и с уменьшением расстояния  $r_{pв}$  от КП до точки встречи. Оно зависит также от угла встречи  $\theta_v$ , достигая наибольшего значения при  $\theta_v = 90^\circ$ . Весь анализ, приведенный ранее, был выполнен для прямолинейного движения цели. Точный математический анализ трехточечных кривых с учетом всевозможных маневров цели весьма сложен. Поэтому приведем лишь следующее неравенство, заимствованное из [1]:

$$W'_{pm} \leq W_{pm} + W_{ц}, \quad (5.48)$$

где  $W_{pm}$  — ускорение, требуемое от ракеты при прямолинейном и равномерном движении цели и определяемое формулой (5.47);  $W_{ц}$  — поперечное ускорение цели;  $W'_{pm}$  — максимальное поперечное ускорение, требуемое от ракеты для следования по трехточечной кривой при наиболее опасном маневре цели с ускорением  $W_{ц}$ .

Из формул (5.47) и (5.48) следует, что при  $\sin \theta_v = 1$ ,  $V_{ц \text{ макс}} = 300 \text{ м/сек}$ ,  $W_{ц} = 5 g$  и  $r_{pв} = 10 \text{ км}$ , получается  $W_{pm} = 8,6 g$ .

При тех же значениях  $\sin \theta_v$  и  $W_{ц}$ , но при  $V_{ц \text{ макс}} = 600 \text{ м/сек}$  и  $r_{pв} = 1 \text{ км}$  получается  $W_{pm} \approx 150 g$ .

Как видно, во втором случае применение метода накрытия цели нецелесообразно, так как требует от ракеты слишком больших поперечных ускорений.

Приведенное выше рассмотрение кинематических методов наведения показывает, что с точки зрения кривизны траектории и требуемых поперечных ускорений ракеты наилучшими являются метод параллельного сближения и метод пропорционального наведения (при  $c \approx 4 \div 6$ ), а наихудшим — метод погони. Метод накрытия цели занимает промежуточное положение.

Однако при окончательном выборе кинематического метода наведения приходится учитывать еще целый ряд факторов, и в первую очередь сложность практической его реализации. Рассмотрение этих факторов производится в следующих главах книги при анализе различных способов построения систем управления.

### К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. Докажите, что условие идеального упреждения имеет вид

$$\sin \beta_0 = \frac{V_n}{V_p} \sin \alpha.$$

2. Какие исходные данные необходимы и достаточны для построения кинематической траектории ракеты, наводимой на произвольно движущуюся цель?

3. На рис. 5.3 построена кривая погони для  $\xi = \frac{V_n}{V_p} = \frac{1}{2}$ . Постройте кривую погони для тех же исходных данных, но при  $\xi = 1/4$ .

4. Докажите, что при наведении по методу последовательных упреждений линия цели  $\vec{r}$  должна перемещаться поступательно.

5. При каких условиях траектория ракеты, наводимой по методу погони, будет прямолинейна?

6. Почему метод пропорционального наведения (при  $c = 4 \div 6$ ) может рассматриваться как практическая реализация метода последовательных упреждений?

7. Каким способом можно графически построить траекторию ракеты при методе пропорционального наведения, если исходить из соотношения (5.27), записанного в виде

$$\frac{\Delta \eta}{\Delta t} = c \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} ?$$

Постройте этим способом траекторию ракеты для  $c = 4$  (для тех же исходных данных, которые использованы на рис. 5.7 для построения траектории при  $c = \infty$ ).

8. При каких условиях траектория ракеты, наводимой по методу накрытия цели, прямолинейна?

9. Дайте сравнительный анализ формы кинематических траекторий при различных методах наведения.

10. Поясните (качественно), почему на рис. 5.13 кривизна траекторий, расположенных целиком левее оси  $y$  (траектории 1, 2 и 3), получается наибольшей в точках встречи с целью, а кривизна траекторий, расположенных целиком правее оси  $y$  (траекторий 5, 6), максимальна в точке выстрела (в точке  $O$ )?

Литература [1, 2, 3].

## РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ САМОНАВЕДЕНИЯ

### § 6.1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Как отмечалось в § 1.3, самонаведением называется автоматическое наведение ракеты на цель, основанное на использовании энергии, идущей от цели к ракете. В зависимости от характера используемой энергии системы самонаведения разделяются на радиотехнические, тепловые, световые, акустические и комбинированные. Комбинированными называются такие системы самонаведения, в которых для повышения надежности и точности самонаведения используются одновременно два или более видов энергии, например энергия радиоволн и тепловая энергия.

В зависимости от места расположения первичного источника энергии самонаведение подразделяется, как уже отмечалось в гл. 1, на пассивное, активное и полуактивное.

Общая структурная схема системы самонаведения имеет вид, изображенный на рис. 1.14 (или на рис. 1.12, 1.13). При этом роль радиозвена выполняет локатор или пеленгатор, устанавливаемый на ракете и измеряющий параметры движения цели относительно ракеты. Обычно этими параметрами являются угловые координаты  $\psi_x$  и  $\psi_y$  (и их производные) и дальность  $r$  (рис. 1.7). Поэтому часто локатор называют также координатором. Следовательно, основными составными частями системы управления при самонаведении являются устанавливаемые на борту локатор (координатор) цели и автопилот.

В случае полуактивного самонаведения, кроме того, требуется установка на командном пункте передатчика, облучающего цель первичной энергией  $P_1$  (так называемого передатчика подсвета цели).

Для самонаведения могут применяться различные кинематические методы наведения. В случае произвольно движущихся целей из описанных в гл. 5 кинематических методов могут применяться следующие:

- 1) метод погони,
- 2) метод пропорционального наведения.

При наведении на неподвижные цели может применяться также прямой метод наведения. Метод пропорционального на-

ведения можно рассматривать как практическую реализацию метода параллельного сближения.

Метод погони, как следует из § 5.2, можно применять лишь против неподвижных или медленно движущихся целей. Поэтому при самонаведении на быстро движущиеся маневрирующие цели наиболее распространенным кинематическим методом является метод пропорционального наведения.

## § 6.2. МИНИМАЛЬНАЯ ДАЛЬНОСТЬ, ТРЕБУЕМАЯ ПРИ САМОНАВЕДЕНИИ

В момент перехода ракеты на самонаведение вектор ее скорости  $\vec{V}_p$  составляет с направлением на цель некоторый угол упреждения  $\beta$  (рис. 6.1). Этот угол может отличаться от требуемого угла упреждения  $\beta_0$  на некоторую величину

$$\Delta\beta = \beta - \beta_0, \quad (6.1)$$

называемую ошибкой упреждения.

При наведении по методу погони  $\beta_0 = 0$ , а при методе пропорционального наведения  $\beta_0$  определяется соотношением (5.4).

Если за время полета до цели ракета не успеет ликвидировать ошибку упреждения  $\Delta\beta$ , то она пролетит мимо цели. Следовательно, минимально необходимая дальность самонаведения  $r_0$  должна определяться из условия, чтобы за время самонаведения ракета успела исправить свою траекторию и свести к нулю начальную ошибку упреждения

$\Delta\beta$ . Чем больше будет начальная ошибка  $\Delta\beta$ , тем большая потребуется дальность  $r_0$ .

Вычислим минимальное требуемое значение дальности сначала для метода погони.

В § 5.2 указывалось, что этот метод применим лишь при  $\xi \ll 1$  (где  $\xi = V_{ц}/V_p$ ). Поэтому при определении требуемой дальности можно в первом приближении полагать  $\xi = 0$ , т. е. считать цель неподвижной. Тогда минимальная дальность  $r_{окр}$ , необходимая для попадания ракеты в цель, при наличии начальной ошибки упреждения  $\Delta\beta$  определится из рис. 6.2.

В момент начала самонаведения ракета находится в точке  $P_0$ , а цель — в точке  $C_0$ . С момента начала самонаведения и вплоть до встречи с целью ракета при идеальном управлении должна двигаться все время с максимально отклоненными рулями, т. е. по окруж-

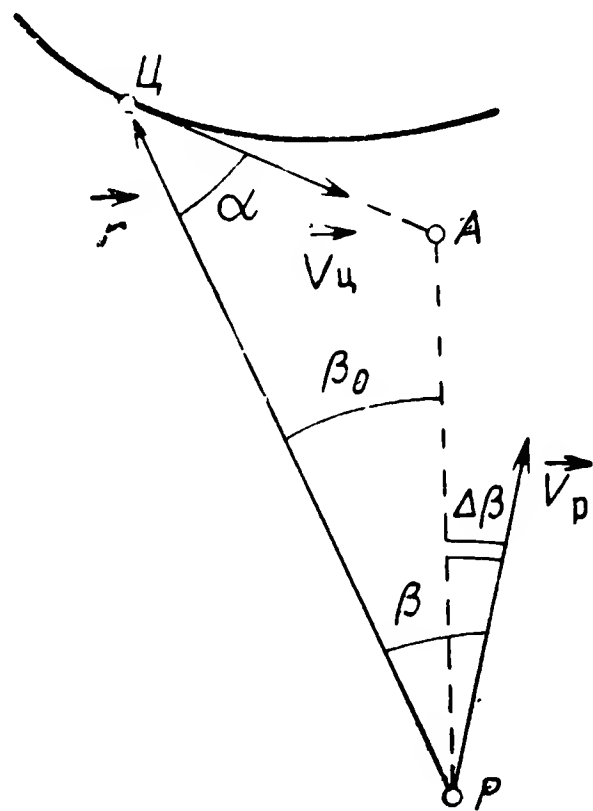


Рис. 6.1



ности радиуса  $\rho_0$ , где  $\rho_0$  — минимально возможный радиус кривизны траектории ракеты, определяемый соотношением

$$\rho_0 = \frac{V_p^2}{W_{pm}}, \quad (6.2)$$

где  $W_{pm}$  — максимально возможное поперечное ускорение ракеты.

Из рис. 6.2 следует, что

$$r_{0\text{ кр}} = 2P_0B = 2\rho_0 \sin \frac{\mu}{2},$$

где  $\frac{\mu}{2} = \Delta\beta$ ; поэтому

$$r_{0\text{ кр}} = 2\rho_0 \sin \Delta\beta. \quad (6.3)$$

При выводе этой формулы мы полагали систему управления безынерционной (так как приняли, что ракета в первый же момент самонаведения развивает в нужном направлении максимальное

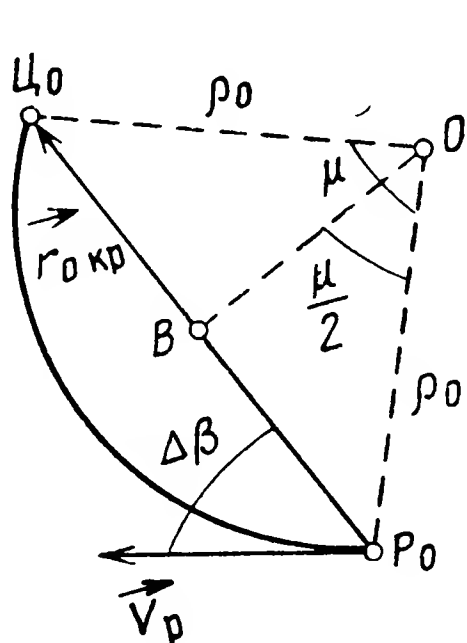


Рис. 6.2

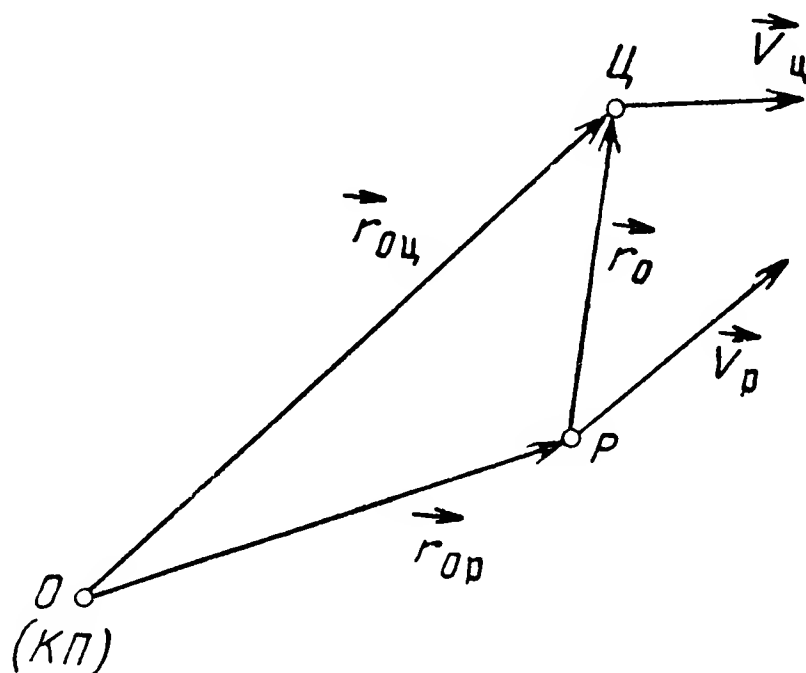


Рис. 6.3

ускорение  $W_{pm}$ ), а цель — неподвижной. Делая небольшой запас на инерционность управления и движение цели, можно полагать, что дальность самонаведения по методу погони должна удовлетворять условию

$$r_0 \geq (2,5 \div 3) \rho_0 \sin \Delta\beta. \quad (6.4)$$

Если  $\Delta\beta \leq 30^\circ$ , то вместо (6.4) можно полагать

$$r_0 \geq (2,5 \div 3) \rho_0 \Delta\beta. \quad (6.4')$$

Это соотношение было получено для самонаведения по методу погони. Вывод соответствующих соотношений для методов параллельного сближения (см., например, [1]) и пропорционального наведения оказывается значительно более громоздким, но результаты получаются весьма близкими к (6.4). Поэтому в первом приближении можно полагать, что соотношение (6.4) определяет требуемую

минимальную дальность самонаведения не только в случае наведения по методу погони, но и при наведении по методам параллельного сближения и пропорционального наведения. Пусть, например,  $V_p = 1000 \text{ м/сек}$ ;  $W_{pm} = 10g$  и  $\Delta\beta = 0,2 \text{ рад} \approx 12^\circ$ . Тогда из соотношений (6.4') и (6.2) получим

$$r_0 \geq 2,5 \div 3 \text{ км.}$$

Если  $V_p = 1000 \text{ м/сек}$ ,  $W_{pm} = 2g$  и  $\Delta\beta = 0,3 \text{ рад} \approx 18^\circ$ , то требуется  $r_0 = 35 \div 45 \text{ км}$ . Из этих примеров видно, что требуемая минимальная дальность самонаведения может составлять как единицы, так и десятки километров.

### § 6.3. СРАВНЕНИЕ ПАССИВНЫХ, АКТИВНЫХ И ПОЛУАКТИВНЫХ СИСТЕМ САМОНАВЕДЕНИЯ

Большим преимуществом пассивных систем перед активными и полуактивными является отсутствие специального облучения цели с ракеты или командного пункта. Благодаря этому система делается более простой, а ее действие — скрытым от противника.

Поэтому если цели свойственно ярко выраженное излучение какого-либо вида энергии, то этот вид энергии наиболее пригоден для самонаведения. Так, например, если целью является радиолокатор противника или какой-либо другой объект, имеющий непрерывно или длительно действующий радиопередатчик в диапазоне волн, пригодном для самонаведения, то возможно применение пассивной радиотехнической системы самонаведения; если цель является интенсивным излучателем тепла, то применимо пассивное тепловое самонаведение и т. д.

Основным преимуществом полуактивных систем по сравнению с активными является то, что мощный первичный источник энергии, облучающий цель, располагается вне ракеты (обычно на КП) и не гибнет вместе с ракетой. Вследствие этого бортовая аппаратура управления более проста, имеет меньшие вес и габариты. Кроме того, в этом случае можно получить большую мощность облучающего передатчика и более высокое усиление его антенной системы и обеспечить благодаря этому большую дальность действия системы самонаведения.

Важным преимуществом активных систем перед полуактивными является полная независимость процесса самонаведения от командного пункта. Это преимущество особенно существенно, если ракета выпускается с самолета-носителя, т. е. при подвижном КП. Кроме того, здесь передатчик своим излучением выдает противнику расположение не КП, а лишь ракеты.

При активном самонаведении в принципе проще, чем при полуактивном, осуществить хорошую селекцию сигнала от помех, так как передатчик расположен в том же месте, что и приемник (на борту ра-

кеты) и, следовательно, в приемник может быть непосредственно введен образец зондирующего сигнала, облучающего цель.

Наконец, активное самонаведение может оказаться более целесообразным, чем полуактивное в тех случаях, когда процесс самонаведения должен начинаться не с момента вылета ракеты с КП, а лишь при большом удалении ракеты от КП и малой дальности от ракеты до цели.

#### § 6.4. СРАВНЕНИЕ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ, ТЕПЛОВЫХ И СВЕТОВЫХ СИСТЕМ САМОНАВЕДЕНИЯ

Основным преимуществом световых систем, основанных на использовании видимой части спектра электромагнитных волн, является возможность применения пассивного способа самонаведения, так как большинство целей излучает или отражает видимые лучи. Так, например, большинство воздушных целей отражает солнечный и лунный свет значительно сильнее, чем окружающий их фон, и такие цели поэтому могут быть выделены на этом фоне системой светового самонаведения. Однако световые системы имеют существенный недостаток — очень резкую зависимость дальности действия от метеорологических условий. Дождь, снег, туман и облака настолько резко снижают эту дальность, что самонаведение делается практически невозможным. Таким образом, надежное световое самонаведение возможно лишь при хороших метеорологических условиях. Но даже и при хороших метеорологических условиях световое самонаведение будет невозможным в тех направлениях, в которых в угол зрения угломера системы будет попадать значительная мешающая энергия от Солнца или Луны.

Значительно большую область применения могут иметь тепловые системы самонаведения, основанные на использовании инфракрасной части спектра электромагнитных волн. Инфракрасные (тепловые) лучи имеют диапазон волн 0,76—400 *мкм*. Однако для целей самонаведения во второй мировой войне использовались волны в диапазоне 1—5 *мкм*, так как в этом диапазоне находится максимум теплового излучения большинства целей, волны этого диапазона меньше затухают в атмосфере и более удобны для построения приемных устройств [1].

Большинство воздушных целей и многие наземные и морские цели являются достаточно сильными источниками тепловых лучей. Поэтому основным преимуществом тепловых систем, как и световых, является возможность применения пассивного способа самонаведения. Дальность действия тепловых систем в меньшей степени зависит от метеорологических условий, чем дальность действия световых систем. Однако и тепловые лучи сильно затухают в атмосфере при плохих метеорологических условиях (дождь, туман, облака). Кроме того, действию тепловых систем днем сильно мешает тепловое излучение Солнца.

Наименьшую зависимость от метеорологических условий имеют радиотехнические системы самонаведения. При длине волны порядка 10 см или больше работа радиотехнической системы практически не зависит от метеорологических условий.

В диапазоне волн 5—10 см действие метеорологических условий также незначительно и начинает существенно сказываться лишь при  $\lambda < 5$  см. Однако даже при  $\lambda \leq 3$  см их действие на распространение радиоволн значительно меньше, чем на распространение тепловых или световых волн. Помехи от излучения Солнца и Луны также несравненно меньше.

Основным недостатком радиотехнических систем является невозможность применения в большинстве случаев пассивного способа самонаведения. Пассивное самонаведение возможно лишь в тех частных случаях, когда цель содержит радиолокатор или какой-либо радиопередатчик, работающий непрерывно или достаточно длительно на волне, близкой к волне системы самонаведения. Однако не всегда можно рассчитывать, что условия, необходимые для пассивного радиосамонаведения, будут выполнены, поэтому в общем случае приходится применять специальное облучение («подсвечивание») цели. Это усложняет аппаратуру управления, делает процесс управления менее скрытым и облегчает противнику возможность создания помех.

Приведенное выше сравнение различных систем самонаведения показывает, что каждая из этих систем имеет как серьезные преимущества, так и серьезные недостатки. Однако наибольшее распространение получили радиотехнические и тепловые системы самонаведения.

Тепловые системы, как правило, пассивны, а радиотехнические полуактивны, активны и пассивны.

Дальнейшее рассмотрение систем самонаведения производится применительно к радиотехническим системам, но многие результаты остаются справедливыми и для тепловых систем.

## § 6.5. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СХЕМЫ СИСТЕМ САМОНАВЕДЕНИЯ

Как уже отмечалось ранее, основным кинематическим методом при самонаведении на быстро движущиеся маневрирующие цели является метод пропорционального наведения. Поэтому рассмотрение функциональных схем систем самонаведения будем производить ради краткости лишь для этого метода наведения.

Как следует из соотношения (5.29), для осуществления пропорционального наведения необходимо измерять угловую скорость  $d\varphi/dt$  линии цели  $\vec{r}$  и создавать посредством рулевых органов поперечное ускорение  $\vec{W}_p$ , пропорциональное этой угловой скорости. При этом угловая скорость  $d\varphi/dt$  должна измеряться в фиксирован-

ной системе координат, не поворачивающейся при поворотах корпуса ракеты. На борту ракеты такая система координат может быть создана с помощью гироскопов и называется в дальнейшем стабилизированной или гироскопической системой координат.

Соотношение (5.29) было получено для плоского случая, т. е. в предположении, что векторы скорости ракеты и цели  $\vec{V}_p$  и  $\vec{V}_ц$

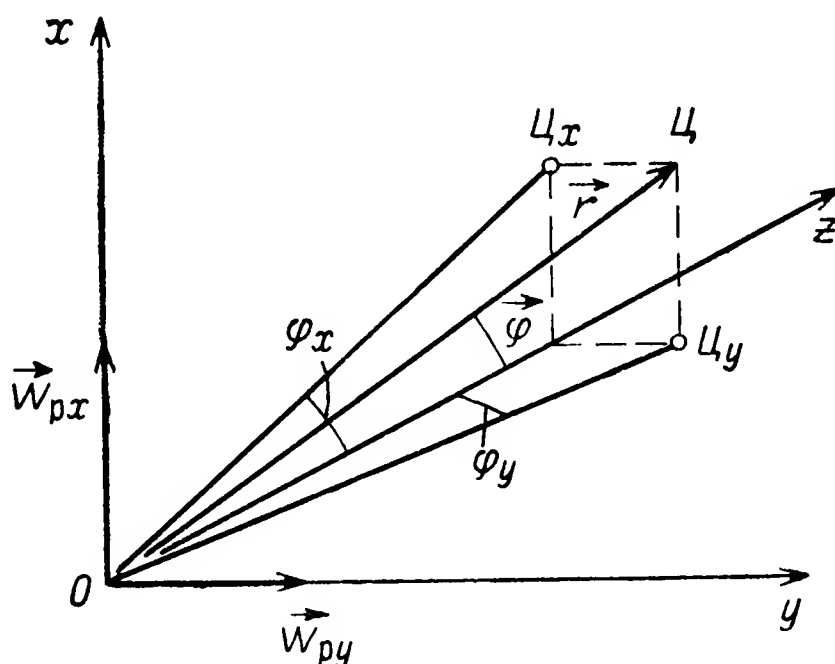


Рис. 6.4

расположены в одной плоскости. В общем, т. е. пространственном, случае соотношение (5.29) должно быть заменено следующими двумя соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} W_{px} &= cV_p \frac{d\varphi_x}{dt}, \\ W_{py} &= cV_p \frac{d\varphi_y}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (6.5)$$

где  $\frac{d\varphi_x}{dt}$  и  $\frac{d\varphi_y}{dt}$  — соответственно угловые скорости вращения линии цели  $\vec{r}$  вокруг осей  $y$  и  $x$  стабилизированной системы координат  $xuz$  (рис. 6.4);  $W_{px}$  и  $W_{py}$  — составляющие поперечного ускорения ракеты  $W_p$  вдоль осей  $x$  и  $y$ .

Отсюда следует, что основной задачей локатора (координатора) системы самонаведения является измерение составляющих  $\dot{\varphi}_x$  и  $\dot{\varphi}_y$  угловой скорости линии цели  $\vec{r}$  в стабилизированной системе координат.

В радиотехнических системах самонаведения могут применяться различные способы измерения этих составляющих угловой скорости. Мы ограничимся рассмотрением лишь следующих наиболее типичных способов, основанных соответственно на применении:

- 1) стабилизированной антенны;
- 2) антенной системы со следящим гирос приводом;

Перейдем к рассмотрению функциональных схем систем управления, соответствующих этим способам самонаведения.

Эта функциональная схема изображена на рис. 6.5.

Diagram illustrating the control system for a rocket, showing the flow of signals and components:

- Coordinate System:** A 3D coordinate system with axes  $x$ ,  $y$ , and  $z$ . Angles  $\varphi$  and  $\psi$  are indicated. A vector  $\vec{r}$  points from the origin to a point  $A_2$ .
- Antenna (А):** Receives signals from the **МНУ** (Memory Unit) and the **Локатор**.
- Локатор (координатор):** Receives signals from the antenna and outputs a signal  $u_{\text{вых}}$  to the switch  $\Pi_2$ .
- Switches:**
  - $\Pi_1$  receives a signal from the **КНУ** (Control Unit) and outputs to the **МНУ**.
  - $\Pi_2$  receives a signal from the **Локатор** and outputs to the **Ап** (Actuator) and the **МНУ**.
- МНУ (Memory Unit):** Receives signals from the antenna and the switches, and outputs to the **Стабилизированная платформа**.
- Стабилизированная платформа (Stabilized Platform):** Receives signals from the **МНУ** and outputs to the **Корпус ракеты**.
- Корпус ракеты (Rocket Body):** The main structure of the rocket.
- Ап (Actuator):** Receives a signal from the switch  $\Pi_2$  and controls the **Рули** (Control Surfaces).
- КНУ (Control Unit):** Provides a reference signal to the switch  $\Pi_1$ .
- Рули (Control Surfaces):** The final output of the control system, shown as a curved line.

но этой платформы посредством моторов начальной установки (МНУ). На рис. 6.5 и далее для большей наглядности равносигнальная зона изображается с помощью двух лепестков  $A_1$  и  $A_2$  диаграмм направленности антенной системы  $A$ .

Команды начальной установки подаются с командного пункта, на котором имеется радиолокатор, определяющий направление «ракета — цель»  $\vec{r}$ .

\* Антенная система, являющаяся неотъемлемой частью всякого локатора, изображена на рис. 6.5 и на некоторых других рисунках в виде отдельного блока А лишь для большей наглядности.



бортового локатора (координатора). Для этого переключатель  $\Pi_1$  переводится в положение 2 и моторы МНУ начинают управляться выходным напряжением  $\vec{u}_{\text{вых}}$  координатора.

При малых значениях угла  $\varphi$  это напряжение является достаточно точной мерой этого угла, т. е.

$$\vec{u}_{\text{вых}} = \vec{K} \varphi, \quad (6.6)$$

где  $\vec{K}$  — коэффициент пропорциональности.

Так как отклонение  $\vec{\varphi}$  в общем случае имеет две составляющие  $\varphi_x$  и  $\varphi_y$  (рис. 6.4), то и напряжение  $\vec{u}_{\text{вых}}$  имеет две составляющие  $u_{\text{вых } x}$  и  $u_{\text{вых } y}$ , где

$$u_{\text{вых } x} = K_x \varphi_x, \quad u_{\text{вых } y} = K_y \varphi_y. \quad (6)$$

Физически напряжения  $u_{\text{вых } x}(t)$  и  $u_{\text{вых } y}(t)$  образуются на выходах двух каналов локатора (координатора), предназначенных соответственно для измерения двух составляющих  $\varphi_x$  и  $\varphi_y$  пространственного углового отклонения  $\vec{\varphi}$ .

Под действием напряжений  $u_{\text{вых } x}$  и  $u_{\text{вых } y}$  моторы МНУ поворачивают ось  $z$  равносигнальной зоны до тех пор, пока не выполняются условия

$$u_{\text{вых } x}(t) \equiv 0, \quad u_{\text{вых } y}(t) \equiv 0. \quad (6.8)$$

При этом, как следует из (6.7), при точной работе локатора будет  $\varphi_x(t) \equiv 0$  и  $\varphi_y(t) \equiv 0$ , т. е. ось равносигнальной зоны будет направлена на цель.

После окончания начальной установки переключатель  $\Pi_2$  переходит из положения 1 в положение 2. Так как при этом переключатель  $\Pi_1$  остается в положении 2, то моторы МНУ оказываются обесточенными и в дальнейшем антенная система оказывается жестко связанной со стабилизированной платформой. Очевидно, тем самым оказывается стабилизированной в пространстве и система координат  $xuz$ , связанная с равносигнальной зоной локатора. Строго говоря, для стабилизации этой системы координат не всегда требуется стабилизировать всю механическую конструкцию антенно-фидерной системы, но в дальнейшем для краткости часто будем заменять слова «стабилизация системы координат, связанной с равносигнальной зоной антенной системы» словами «стабилизация антенны».

Итак, после перехода переключателя  $\Pi_2$  в положение 2 и в дальнейшем антенна локатора оказывается стабилизированной, а его выход подключенным к автопилоту. С этого момента ракета начинает управляться сигналами, поступающими с выхода бортового локатора, т. е. начинается процесс самонаведения.



В процессе самонаведения линия цели  $\vec{r}$  поворачивается (если ракета летит не точно в упрежденную точку) и, следовательно, появляются некоторые составляющие  $\varphi_x(t)$  и  $\varphi_y(t)$  угла  $\vec{\varphi}(t)$ . При этом на выходе локатора появляются напряжения  $u_{\text{вых } x}(t)$  и  $u_{\text{вых } y}(t)$ , определяемые соотношениями (6.7).

Дифференцирование этих напряжений позволяет получить напряжения

$$\left. \begin{aligned} u'_{\text{вых } x}(t) &= K_x \frac{d\varphi_x}{dt}, \\ u'_{\text{вых } y}(t) &= K_y \frac{d\varphi_y}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (6.9)$$

пропорциональные угловым скоростям  $\frac{d\varphi_x}{dt}$  и  $\frac{d\varphi_y}{dt}$  вращения линии цели  $\vec{r}$  в стабилизированной системе координат, и, следовательно, могущие быть использованными для образования команд на рулевые органы ракеты\*.

Таким образом, система управления, функциональная схема которой изображена на рис. 6.5, действительно позволяет осуществить самонаведение по методу пропорционального наведения.

Основными недостатками такой системы являются, во-первых, конструктивная сложность создания антенной системы (или ее части), установленной на стабилизированной платформе и допускающей возможность поворотов относительно этой платформы (при начальной установке), и, во-вторых, необходимость сравнительно широкого угла зрения бортового локатора (координатора).

Для пояснения второго недостатка рассмотрим рис. 6.6.

На этом рисунке рассматривается плоский случай; принято, что цель летит прямолинейно и скорости  $V_{\text{ц}}$  и  $V_{\text{р}}$  постоянны. В момент начала самонаведения ( $t = 0$ ) цель находится в точке  $C_0$ , а ракета — в точке  $P_0$ . В этот момент вектор скорости ракеты направлен не точно в упрежденную точку  $A$ , а с некоторой начальной ошибкой упреждения

$$\Delta\beta = \Delta\beta_0. \quad (6.10)$$

При этом, как следует из (5.25') и (5.29), линия цели  $\vec{r}$  в процессе полета ракеты поворачивается с угловой скоростью

$$\frac{d\varphi}{dt} \approx \frac{V_{\text{р}}}{r} \Delta\beta \quad (6.10')$$

---

\* Так как при дифференцировании подчеркиваются высокие частоты, то во избежание резкого ухудшения помехоустойчивости необходимо на выходе дифференцирующего звена ставить фильтр нижних частот с возможно более узкой полосой пропускания (предел сужению полосы этого фильтра ставится допустимым значением инерционности управления).

и с помощью рулей ракеты создается поперечное ускорение

$$W_p = \frac{cV_p^2}{r} \Delta \beta. \quad (6.11)$$

Вследствие этого ракета движется по кривой с некоторым радиусом кривизны

$$\rho = \frac{V_p^2}{W_p}. \quad (6.12)$$

При этом, как видно из рис. 6.6, ошибка упреждения  $\Delta \beta$  непрерывно уменьшается, а следовательно, в соответствии с (6.11) уменьшается

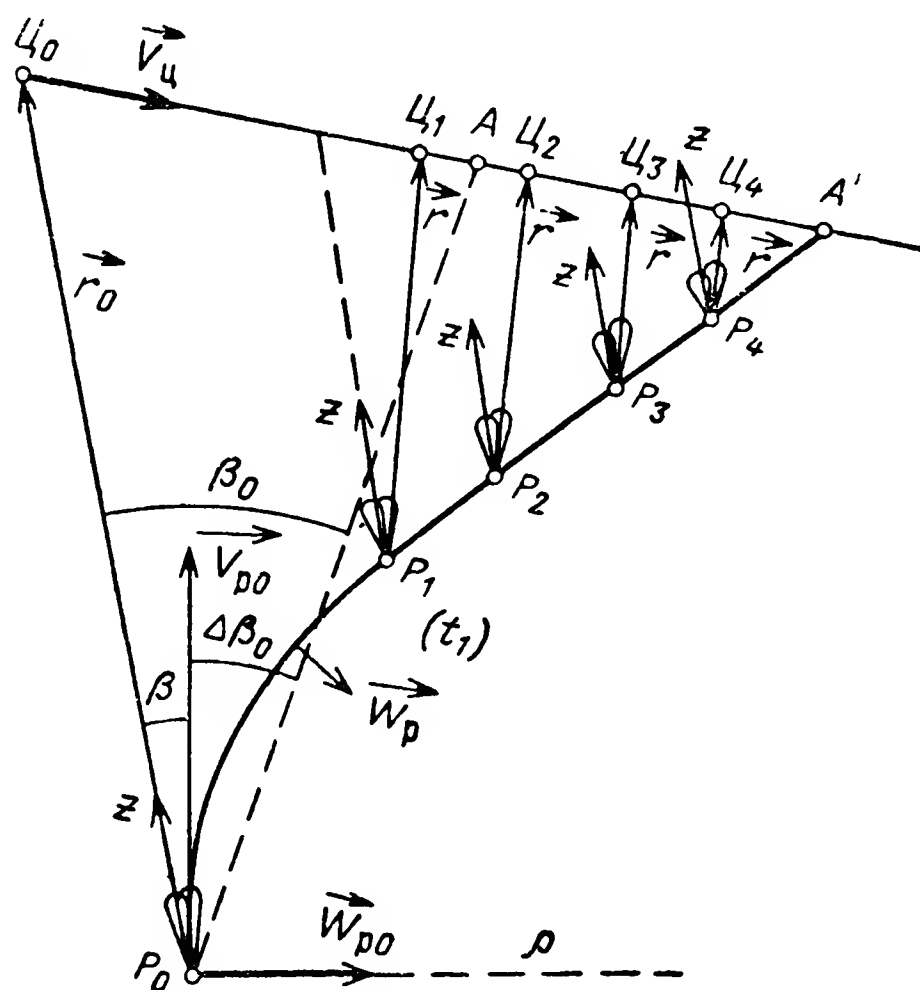


Рис. 6.6

ускорение  $W_p$  и увеличивается радиус кривизны траектории ракеты. В некоторой точке  $P_1$ , соответствующей моменту времени  $t_1$ , ошибка упреждения делается равной нулю, ускорение  $W_p$  также становится равным нулю и в дальнейшем ракета летит прямолинейно вплоть до встречи с целью в точке  $A'$ .

Так как в течение интервала времени  $0 \div t_1$  ошибка упреждения уменьшается от  $\Delta \beta_0$  до нуля, угловая скорость  $\frac{d\varphi}{dt}$  линии  $\vec{r}$  уменьшается в соответствии с (6.10') от величины  $\frac{V_p \Delta \beta_0}{r_0}$  до нуля (рис. 6.7, а). Такому изменению производной  $d\varphi/dt$  соответствует изменение угла  $\varphi(t)$  от нуля до некоторого максимального значения  $\varphi_m$  (рис. 6.7, б).

Таким образом, в рассмотренном случае угол  $\varphi$  между стабилизированной осью  $z$  антенной системы и направлением на цель из-

меняется в процессе самонаведения от нуля до некоторого установившегося значения  $\varphi_{уст} = \varphi_m$ .

Для того чтобы при этом бортовой локатор (координатор) не потерял цель, необходимо, чтобы его полезный угол зрения  $\varphi_n$  (рис. 6.8) удовлетворял условию

$$\varphi_n > 2 \varphi_m. \quad (6.13)$$

Здесь и далее под полезным углом понимается такой угол зрения локатора, в пределах которого сохраняется достаточно надежное

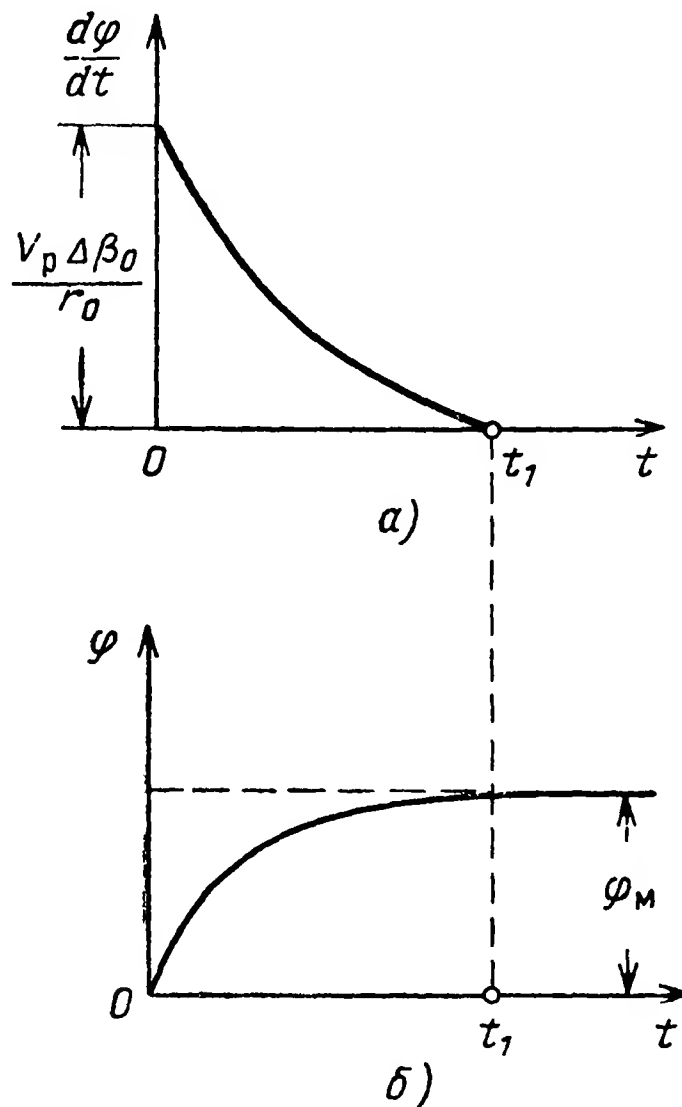


Рис. 6.7

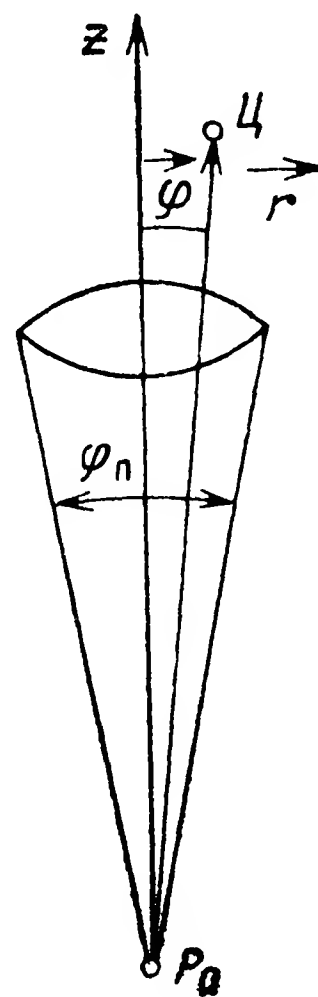


Рис. 6.8

измерение угловых отклонений  $\vec{\varphi}$  от оси равносигнальной зоны локатора  $z$ .

Как показано в [1], величина  $\varphi_m$  может определяться по следующей приближенной формуле:

$$\varphi_m \approx \frac{r_{0 \text{ кр}}}{4 r_0} \Delta \beta_0. \quad (6.14)$$

Здесь  $r_0$  — расстояние от ракеты до цели в момент начала самонаведения;  $r_{0 \text{ кр}}$  — критическое, т. е. минимальное, значение этого расстояния, при котором ракета успевает до встречи с целью уменьшить ошибку до нуля.

Величина  $r_{0 \text{ кр}}$  может быть вычислена по формуле (6.3)

$$r_{0 \text{ кр}} \approx 2 \rho_0 \Delta \beta,$$

где

$$\rho_0 = \frac{V_p^2}{W_{pm}}.$$

Формула (6.14) справедлива при  $r_0 \geq 2r_{0\text{кр}}$ .

Из этой формулы следует, что при  $r_0 = 2r_{0\text{кр}}$  получается

$$\varphi_m \approx \frac{\Delta \beta_0}{8}. \quad (6.15)$$

Отсюда следует, что величина  $\varphi_m$  может достигать нескольких градусов и не может считаться пренебрежимо малой. Кроме того, нужно иметь в виду, что формула (6.14), равно как и приведенное выше рассмотрение, получены без учета маневров цели, непостоянства отношения скоростей  $V_{ц}/V_p$ , инерционности управления и других факторов. С учетом всех этих факторов величина  $\varphi_m$  может достигать в неблагоприятных случаях 5—10° и более. При этом, как следует из (6.13), потребуется слишком широкий угол зрения бортового лоатора. Расширение же угла зрения приводит к следующим отрицательным последствиям:

1) увеличивается ширина диаграммы направленности антенной системы и соответственно уменьшается усиление антенны, а значит, и дальность действия системы;

2) уменьшается точность пеленгации цели;

3) ухудшается пространственная избирательность, вследствие чего ухудшается разрешающая способность и помехоустойчивость системы.

Наиболее радикальным путем, позволяющим преодолеть эту трудность и применить достаточно узкий угол зрения  $\varphi_n$  лоатора, является отказ от применения стабилизированной антенны и переход к применению автоследящей антенны, т. е. антенны, ось равносигнальной зоны которой в процессе самонаведения следит за целью.

## **6. Функциональная схема системы самонаведения со следящим гирос приводом**

Эта функциональная схема изображена на рис. 6.9.

Антенная система устанавливается жестко на стабилизированной платформе. Повороты антенны, необходимые для направления оси  $z_a$  ее равносигнальной зоны на цель, осуществляются путем поворотов стабилизированной платформы. Для этого используется явление прецессии гироскопов.

Упрощенная схема, поясняющая принцип действия рассматриваемой системы, изображена на рис. 6.10.

Если приложить некоторый момент  $M_x$  к внешней рамке 1 гироскопа (рис. 6.10), то внутренняя рамка 2, а следовательно, и ось

$z_r$  начнет поворачиваться вокруг оси  $CD$  с угловой скоростью  $\dot{\varphi}_{ax}$ , пропорциональной приложенному моменту

$$\dot{\varphi}_{ax} = a_x M_x, \quad (6.16)$$

где  $a_x$  — константа;  $\dot{\varphi}_{ax}$  — угловая скорость вращения в инерциальной (связанной со звездами) системе координат.

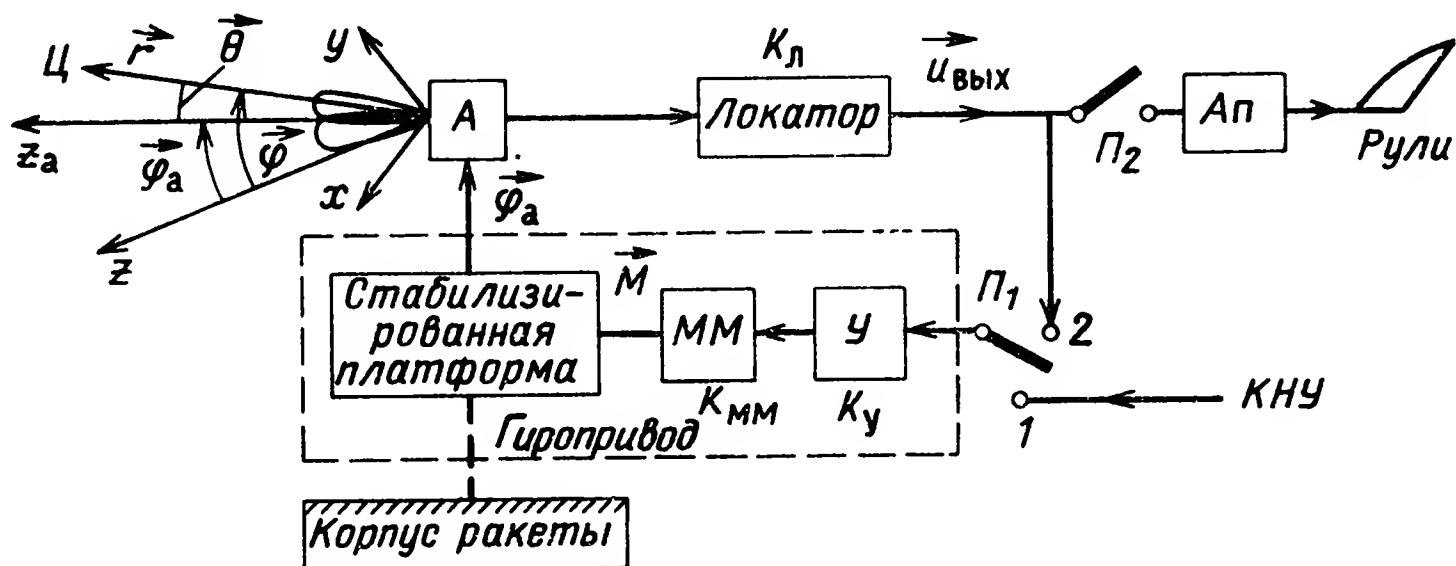


Рис. 6.9

Аналогично, если приложить момент  $M_y$  к внутренней рамке 2 гироскопа (рис. 6.10), то ось  $z_r$  гироскопа начнет прецессировать в плоскости, перпендикулярной оси  $A_0B$ , с угловой скоростью

$$\dot{\varphi}_{ay} = a_y M_y. \quad (6.16')$$

Антенная система  $A$  жестко связана с внутренней рамкой ги-

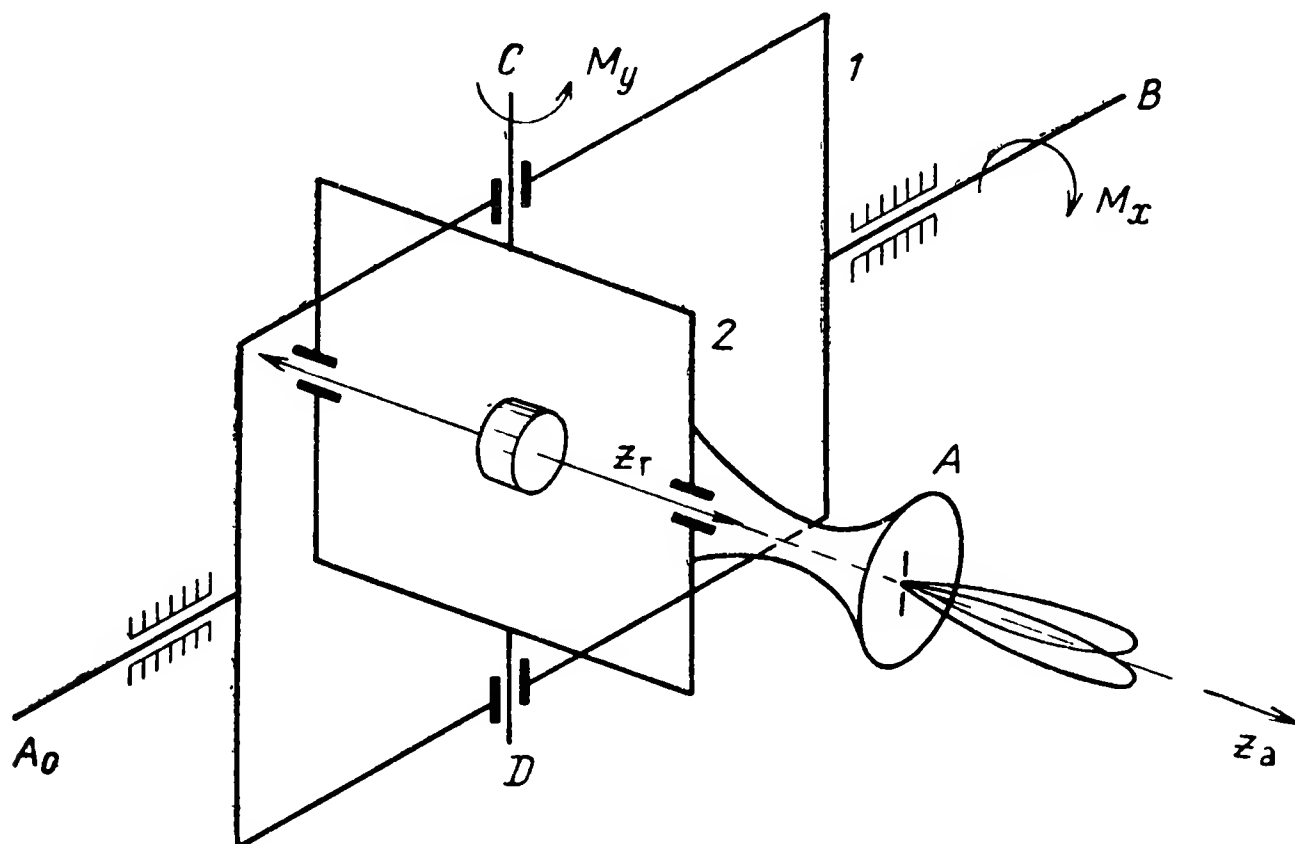


Рис. 6.10

роскопа и ось  $z_a$  ее равносигнальной зоны все время совпадает с осью  $z_r$  гироскопа. Поэтому моменты  $M_x$  и  $M_y$  вызывают по-

вороты оси  $z_a$  в плоскостях, перпендикулярных соответственно осям  $CD$  и  $A_0B$  с угловыми скоростями  $\dot{\varphi}_{ax}$  и  $\dot{\varphi}_{ay}$ .

В соответствии с изложенным принципом моментные моторы  $ММ$  (рис. 6.9), создающие моменты  $M_x$  и  $M_y$  вокруг двух взаимно перпендикулярных осей, заставляют стабилизированную платформу с антенной системой прецессировать также вокруг двух перпендикулярных осей с угловыми скоростями  $\dot{\varphi}_{ax}$  и  $\dot{\varphi}_{ay}$ , пропорциональными приложенным моментам.

В векторной форме это можно записать в виде соотношения

$$\vec{\dot{\varphi}}_a = \vec{a} \vec{M}, \quad (6.17)$$

которое соответствует двум скалярным соотношениям:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varphi}_{ax} &= a_x M_x, \\ \dot{\varphi}_{ay} &= a_y M_y, \end{aligned} \right\} \quad (6.18)$$

где  $a_x$  и  $a_y$  — коэффициенты пропорциональности.

Очевидно, (6.18) можно записать также в виде

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{ax} &= \frac{a_x}{p} M_x, \\ \varphi_{ay} &= \frac{a_y}{p} M_y, \end{aligned} \right\} \quad (6.19)$$

где  $p = \frac{d}{dt}$  — дифференциальный оператор.

Перед началом самонаведения переключатель  $П_2$  разомкнут, а  $П_1$  находится в положении 1. При этом команды начальной установки КНУ, усиленные усилителем  $У$ , поступают на моментные моторы и заставляют платформу прецессировать до тех пор, пока ось  $z_a$  антенной системы совпадет с направлением на цель  $\vec{r}$ . После этого переключатель  $П_1$  переходит в положение 2, и устанавливается процесс автослежения локатора за целью. Затем замыкается переключатель  $П_2$  и начинается процесс самонаведения ракеты.

Система, состоящая из стабилизированной платформы, моментных моторов  $ММ$  и усилителя  $У$ , называется гирос приводом, так как производимые ею повороты (в данном случае повороты антенной системы) основаны на явлении прецессии гироскопов.

В данном случае гирос привод осуществляет слежение локатора за целью (по угловым координатам) и поэтому называется следящим гирос приводом.

Докажем, что система, функциональная схема которой изображена на рис. 6.9, действительно обеспечивает пропорциональное наведение. При этом для упрощения будем рассматривать движение в одной плоскости, что позволит вместо векторных величин  $\vec{\varphi}_a$ ,

$\vec{\varphi}$ ,  $\vec{\theta}$ ,  $\vec{u}_{\text{вых}}$ ,  $\vec{M}$  и т. п. пользоваться соответствующими скалярными величинами  $\varphi$ ,  $\theta$ ,  $u_{\text{вых}}$ ,  $M$  и т. д.

Положим далее измеряемые величины настолько малыми, что систему, изображенную на рис. 6.9, можно считать для этих величин линейной. Тогда локатор и гирос привод можно характеризовать

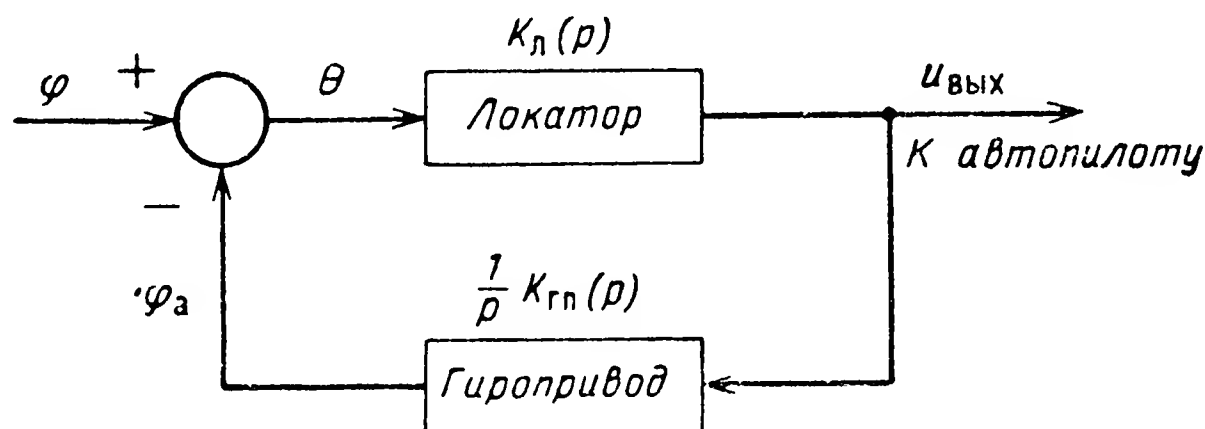


Рис. 6.11

операторными коэффициентами передачи  $K_{\text{л}}(p)$  и  $K_{\text{гп}}(p)$  соответственно, т. е. полагать

$$\left. \begin{aligned} u_{\text{вых}}(t) &= K_{\text{л}}(p) \theta(t) \\ \varphi_a(t) &= \frac{1}{p} K_{\text{гп}}(p) u_{\text{вых}}(t), \end{aligned} \right\} \quad (6.20)$$

где

$$\left. \begin{aligned} K_{\text{гп}}(p) &= a K_{\text{мм}}(p) K_{\text{у}}(p); \\ p &= \frac{d}{dt}; \end{aligned} \right\} \quad (6.21)$$

$K_{\text{мм}}(p)$  и  $K_{\text{у}}(p)$  — коэффициенты передачи моментного мотора ММ и усилителя У соответственно.

Из рис. 6.9 следует, что

$$\theta = \dot{\varphi} - \varphi_a. \quad (6.22)$$

С учетом этого соотношения структурная схема локатора совместно с гирос приводом может быть изображена в виде, приведенном на рис. 6.11.

Из этой схемы или из соотношений (6.20), (6.21) и (6.22) имеем

$$u_{\text{вых}}(t) = \frac{K_{\text{л}}(p)}{p + K_{\text{л}}(p) K_{\text{гп}}(p)} \dot{\varphi}(t), \quad (6.23)$$

$$\theta(t) = \frac{1}{p + K_{\text{л}}(p) K_{\text{гп}}(p)} \dot{\varphi}(t). \quad (6.24)$$

Если измеряемая угловая скорость постоянна, т. е.

$$\dot{\varphi}(t) = \omega_0, \quad (6.25)$$



где  $\omega_0 = \text{const}$ , то значения  $u_{\text{вых}}(t)$  и  $\theta(t)$  в установившемся режиме (при  $t \rightarrow \infty$ ) могут быть найдены из выражений (6.23) и (6.24), если в них положить  $\dot{\varphi}(t) = \omega_0$  и  $p = 0$ . Поэтому установившиеся значения равны

$$u_{\text{вых} y} = \frac{\omega_0}{K_{\text{гп}}(0)} \quad (6.26)$$

и

$$\theta_y = \frac{\omega_0}{K_{\text{л}}(0) K_{\text{гп}}(0)}, \quad (6.27)$$

где  $K_{\text{гп}}(0)$  и  $K_{\text{л}}(0)$  — значения коэффициентов передачи  $K_{\text{гп}}(p)$  и  $K_{\text{л}}(p)$  при  $p = 0$ , т. е. при нулевой частоте.

Из выражения (6.26) следует, что в установившемся режиме напряжение на выходе локатора оказывается пропорциональным угловой скорости  $\omega_0$  линии  $\vec{r}$  (в инерциальной системе координат). Поэтому оно может быть использовано для образования команд на рули ракеты.

Если измеряемая угловая скорость  $d\varphi/dt$  изменяется во времени, то выходное напряжение  $u_{\text{вых}}(t)$  не будет точно пропорциональным этой угловой скорости из-за возникающей при этом динамической ошибки. Но динамические ошибки возникают и при других способах измерения угловой скорости. Поэтому наличие этой ошибки нельзя считать специфическим недостатком системы со следящим гирос приводом.

Таким образом, в системе со следящим гирос приводом, изображенной на рис. 6.9, на вход автопилота поступает напряжение, пропорциональное угловой скорости  $d\varphi/dt$  линии цели в стабилизированной (инерциальной) системе координат, как это требуется для пропорционального метода наведения ракеты на цель.

Из формулы (6.27) следует, что ось равносигнальной зоны  $z_a$  направлена на цель неточно, а с ошибкой, установившееся значение которой тем больше, чем больше измеряемая угловая скорость  $\omega_0$  и чем меньше произведение коэффициентов передачи  $K_{\text{гп}}(0)K_{\text{л}}(0)$ . Для того чтобы иметь возможность осуществлять надежное слежение за целью (по угловым координатам) при достаточно малом угле зрения  $\varphi_{\text{л}}$  локатора (рис. 6.8), необходимо, чтобы ошибка  $\theta$  и, в частности, ее установившееся значение  $\theta_y$  были малы. Для этого, как следует из выражений (6.24) и (6.27), нужно правильно выбирать произведение  $K_{\text{л}}(p) K_{\text{гп}}(p)$  передаточных функций локатора и гирос привода и, в частности, обеспечить достаточно большое значение этого произведения при  $p = 0$ , т. е. при нулевой частоте.

## в. Функциональная схема системы управления с автоследящей антенной, установленной на корпусе ракеты

Эта функциональная схема изображена на рис. 6.12. Антенна устанавливается на корпусе ракеты таким образом, чтобы ось  $z_a$  ее равносигнальной зоны могла поворачиваться в пространстве следующими моторами СМ.

Перед началом самонаведения переключатель  $\Pi_1$  находится в положении 1, а ключи  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$  разомкнуты. При этом команды начальной установки КНУ устанавливают ось  $z_a$  в направлении на цель, т. е. обеспечивают грубое выполнение условия  $\theta = 0$ . После этого переключатель  $\Pi_1$  переводится в по-

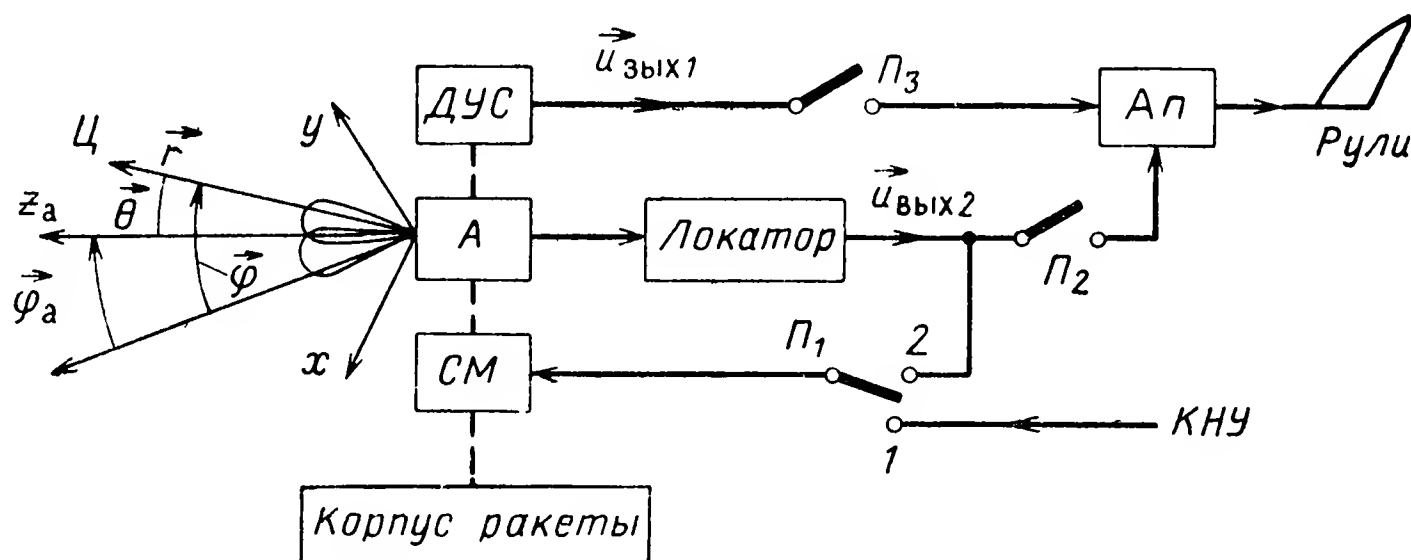


Рис. 6.12

ложение 2 и устанавливается режим автослежения локатора за целью. Затем замыкаются контакты  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$  и начинается самонаведение ракеты на цель.

При этом на вход автопилота поступают напряжения  $\vec{u}_{\text{вых1}}$  и  $\vec{u}_{\text{вых2}}$  от гироскопического датчика угловых скоростей (ДУС) и от локатора соответственно.

Датчиками угловых скоростей являются прецессионные гироскопы, жестко связанные с антенной А. При поворотах антенны они выдают напряжения

$$\text{и } \left. \begin{aligned} u_{\text{вых1} x} &= K_{dx} \frac{d\varphi_{ax}}{dt} \\ u_{\text{вых1} y} &= K_{dy} \frac{d\varphi_{ay}}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (6.28)$$

где  $\frac{d\varphi_{ax}}{dt}$  и  $\frac{d\varphi_{ay}}{dt}$  — угловые скорости вращения антенны в инерциальной (гироскопической) системе координат;  $K_{dx}$  и  $K_{dy}$  — константы.

В векторной записи соотношения (6.28) имеют вид

$$\vec{u}_{\text{вых1}} = \vec{K}_d \frac{d\vec{\varphi}_a}{dt}. \quad (6.29)$$

Напряжение  $\vec{u}_{\text{вых2}}$  при точной работе локатора пропорционально ошибке автослежения  $\vec{\theta}$ , т. е.

$$\vec{u}_{\text{вых2}} = \vec{K}_l \vec{\theta}. \quad (6.30)$$

Из рис 6.12 следует, что  $\vec{\varphi} = \vec{\varphi}_a + \vec{\theta}$  и

$$\frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \frac{d\vec{\varphi}_a}{dt} + \frac{d\vec{\theta}}{dt}. \quad (6.31)$$

Поэтому для получения напряжения, пропорционального угловой скорости  $\frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ , в автопилоте производится дифференцирование напряжения  $\vec{u}_{\text{вых } 2}$  и последующее суммирование с напряжением  $\vec{u}_{\text{вых } 1}$ , т. е. образуется напряжение

$$\vec{u}_{\text{рез}} = \vec{u}_{\text{вых } 1} + p\vec{u}_{\text{вых } 2}, \quad (6.32)$$

где  $p = \frac{d}{dt}$ .

Если выполняется условие

$$\vec{K}_л = \vec{K}_д, \quad (6.33)$$

то из (6.29), (6.30), (6.31) и (6.32) получается

$$\vec{u}_{\text{рез}} = \vec{K}_д \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \quad (6.34)$$

т. е. полученное в автопилоте результирующее напряжение  $\vec{u}_{\text{рез}}$  действительно оказывается пропорциональным угловой скорости  $\frac{d\vec{\varphi}}{dt}$  линии цели (в инерциальной системе координат), несмотря на наличие ошибки автослежения  $\vec{\theta}$ .

Преимуществом данной системы по сравнению со всеми рассмотренными ранее является установка антенны на корпусе ракеты, а не на стабилизированной платформе. Благодаря этому конструкция системы значительно упрощается, особенно если габариты антенной системы велики (например, превышают 0,3—0,5 м). Однако при установке антенны на корпусе возникает весьма существенный недостаток вследствие появления паразитной обратной связи через корпус ракеты. Рассмотрим механизм этой паразитной связи.

Пусть под действием рулей или по каким-либо другим причинам произошел поворот корпуса ракеты. Так как следящие моторы СМ обладают некоторой инерционностью, то поворот корпуса ракеты вызовет поворот корпуса антенны, а значит, и оси  $z_a$  на некоторый угол  $\vec{\Delta}$ . При этом, как следует из рис. 6.12, углы  $\vec{\varphi}_a$  и  $\vec{\theta}$  получают приращения, равные по величине и обратные по знаку, т. е. примут значения

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} \vec{\varphi}'_a &= \vec{\varphi}_a + \vec{\Delta} \\ \vec{\theta}' &= \vec{\theta} - \vec{\Delta} \end{aligned} \right\} \quad (6.35)$$

Поэтому напряжения  $\vec{u}_{\text{вых } 1}$  и  $\vec{u}_{\text{вых } 2}$  окажутся равными

$$\vec{u}'_{\text{вых } 1} = \vec{K}_д (p\vec{\varphi}_a + p\vec{\Delta})$$

$$\vec{u}'_{\text{вых } 2} = \vec{K}_л (\vec{\theta} - \vec{\Delta}),$$

а результирующее напряжение  $\vec{u}_{рез}$  окажется равным

$$\vec{u}'_{рез} = \vec{K}_д (\rho \vec{\Phi}_a + \rho \vec{\Delta}) + \rho \vec{K}_л (\vec{\theta} - \vec{\Delta}),$$

т. е.

$$\vec{u}'_{рез} = (\vec{K}_д \rho \vec{\Phi}_a + \rho \vec{K}_л \vec{\theta}) + (\vec{K}_д \rho \vec{\Delta} - \rho \vec{K}_л \vec{\Delta}). \quad (6.36)$$

Если условие (6.33) (условие компенсации ошибки автослежения  $\theta$ ) выполняется точно, то вторая скобка равна нулю, т. е. появление отклонения  $\vec{\Delta}$  не сказывается на величине результирующего напряжения  $\vec{u}_{рез}$  и, следовательно, не вызывает никакого дополнительного отклонения рулей ракеты. Однако в действительности условие (6.33) идеально точно выполняться не будет и отклонение  $\vec{\Delta}$  вызовет изменение результирующего напряжения  $\vec{u}_{рез}$ , образуемого в автопилоте, а следовательно, и некоторое отклонение рулей. Но отклонение рулей вызовет новый поворот корпуса ракеты, т. е. цепь обратной связи замкнется.

Следовательно, в системе имеется паразитная обратная связь, замыкающаяся через корпус ракеты. Это затрудняет обеспечение устойчивости управления ракетой и понижает точность управления.

В описанных выше системах самонаведения связь через корпус ракеты практически отсутствует вследствие того, что корпус ракеты развязан относительно корпуса антенны стабилизированной платформой. В данной же системе (рис. 6.12), как следует из изложенного, такая развязка может быть практически достигнута лишь при достаточно точном выполнении условия компенсации (6.33).

Из приведенного ранее описания трех способов измерения угловой скорости  $\frac{d\varphi}{dt}$  следует, что каждый из этих способов имеет как существенные преимущества, так и существенные недостатки.

При небольших габаритах стабилизируемой части антенно-фидерной системы предпочтение может быть отдано антенне со следящим гирос приводом, а при больших габаритах может оказаться целесообразным применение автоследящей антенны, установленной на корпусе ракеты.

## § 6.6. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ СИСТЕМЫ САМОНАВЕДЕНИЯ

### а. Общие соотношения

Структурная схема системы самонаведения может быть представлена любым из видов, приведенных на рис. 1.12, 1.13 и 1.14 и состоит из кинематического звена КЗ, радиозвена и звена автопилот-снаряд (рис. 1.13 и 1.14). (Каждое из этих крупных звеньев, в свою очередь, может состоять из ряда более мелких звеньев.)

В дальнейшем нам будет удобнее полагать, что структурная схема имеет вид, изображенный на рис. 1.14. Кроме того, для простоты будем полагать, что применяется декартовое рулевое управление с автономной стабилизацией крена и перекрестные связи между каналами управления по курсу и тангажу отсутствуют

(влияние этих связей рассматривается далее, в гл. 9). При этом можно ограничиться рассмотрением управления в одной плоскости, т. е. заменить векторные переменные  $\vec{A}_u(t)$ ,  $\vec{A}_p(t)$ ,  $\vec{\varepsilon}(t)$ ,  $\vec{u}_{\text{вых}}(t)$  и  $\vec{W}_p(t)$  соответствующими скалярными переменными. Тогда схема рис. 1.14 принимает вид, изображенный на рис. 6.13.

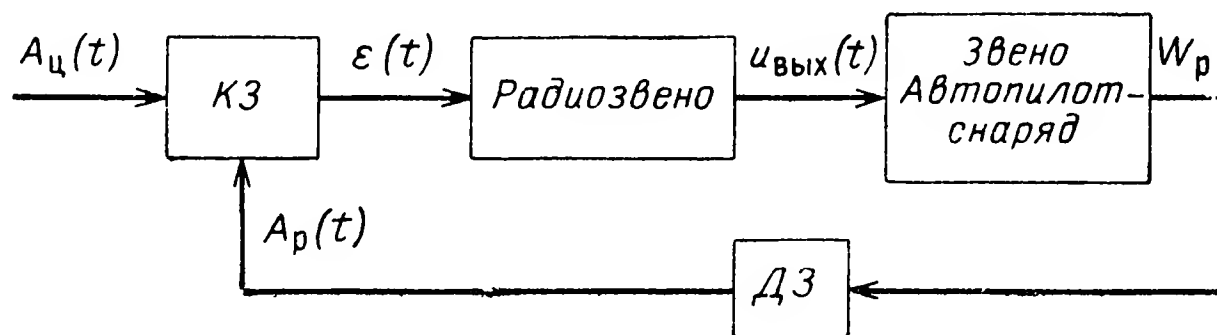


Рис. 6.13

Здесь  $A_u(t)$  и  $A_p(t)$  — перемещения цели и ракеты соответственно;  $\varepsilon(t)$  — параметр рассогласования, измеряемый радиозвеном и характеризующий отклонение реальной траектории от кинематической;  $u_{\text{вых}}(t)$  — напряжение на выходе радиозвена;  $W_p(t)$  — полное ускорение ракеты. ДЗ — динамическое звено.

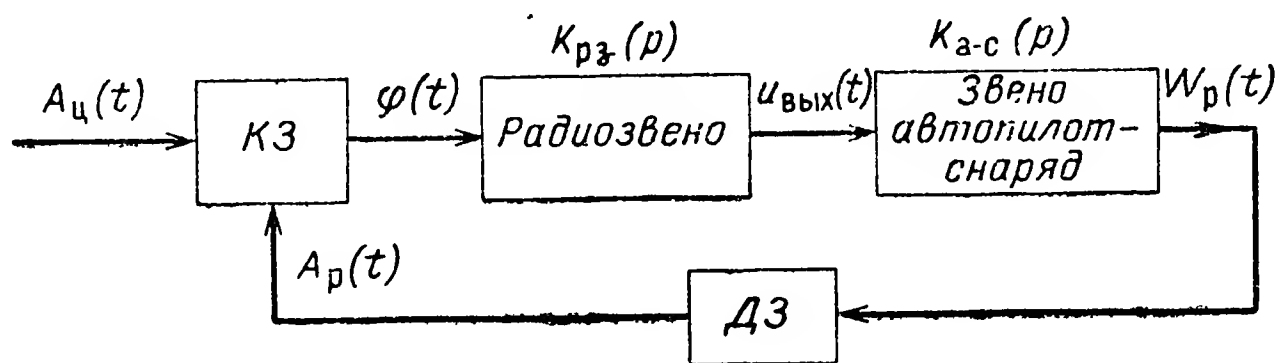


Рис. 6.14

Будем полагать, как это было принято в предыдущей главе, что самонаведение осуществляется по методу пропорционального наведения. При этом, как следует из (5.26), под  $\varepsilon(t)$  можно понимать угловую скорость  $d\varphi/dt$  линии цели  $r$  в фиксированной (инерциальной) системе координат

$$\varepsilon(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = p\varphi(t). \quad (6.37)$$

Так как при этом между  $\varepsilon(t)$  и  $\varphi(t)$  существует весьма простая линейная связь, то с равным правом в схеме, изображенной на рис. 6.13, можно принимать

$$\varepsilon(t) = \varphi(t), \quad (6.38)$$

полагая, что операция дифференцирования осуществляется в радиозвене. При этом схема на рис. 6.13 принимает вид, изображенный на рис. 6.14.

## 6. Характеристики радиозвена и звена автопилот-снаряд

Для осуществления идеального пропорционального наведения между ускорением  $W_p(t)$  и углом  $\varphi(t)$  должна существовать связь, определяемая соотношением (5.29), которое можно записать в следующем виде:

$$W_p(t) = cV_p p\varphi(t), \quad (6.39)$$

где  $p = \frac{d}{dt}$ .

Из сопоставления этого соотношения со схемой рис. 6.14 следует, что радиозвено и звено автопилот-снаряд должны быть линейными звеньями с общей передаточной функцией

$$K_{pz}(p) K_{a-c}(p) = cV_p p. \quad (6.40)$$

Здесь  $K_{pz}(p)$  и  $K_{a-c}(p)$  — передаточные функции радиозвена и звена автопилот-снаряд.

Так как мы приняли ранее, что в радиозвене осуществляется операция дифференцирования угла  $\varphi$ , то следует полагать

$$\left. \begin{aligned} K_{pz}(p) &= K_{0\,pz} p, \\ K_{a-c}(p) &= K_{0\,a-c}, \end{aligned} \right\} \quad (6.41)$$

причем

$$K_{0\,pz} K_{0\,a-c} = cV_p. \quad (6.42)$$

Иначе говоря, автопилот-снаряд должен быть линейным безынерционным звеном, а радиозвено должно состоять из безынерционного усилителя и дифференцирующей ячейки.

Однако в силу того, что как радиозвено, так и звено автопилот-снаряд должны быть **линейными** звеньями, с равным правом можно включить дифференцирующую ячейку не в радиозвено, а в звено автопилот-снаряд, т. е. полагать

$$K_{pz}(p) = K'_{0\,pz}, \quad K_{a-c}(p) = K'_{0\,a-c} p, \quad (6.43)$$

где  $K'_{0\,pz} K'_{0\,a-c} = cV_p$ .

Таким образом, для осуществления идеального пропорционального наведения необходимо, чтобы радиозвено и звено автопилот-снаряд были безынерционными (за исключением дифференцирующей ячейки, входящей в состав одного из этих звеньев). Однако радиозвено и звено автопилот-снаряд невозможно сделать практически безынерционными (см., например, гл. 4). Кроме того, даже если бы это было возможно по конструктивным соображениям, эти звенья нельзя было бы сделать безынерционными из-за действия всевозможных помех. Действительно, безынерционная система обладала бы бесконечно широкой полосой пропускания и, следова-

тельно, была бы полностью «забита» всевозможными помехами. Для устранения такой опасности приходится ограничивать полосу пропускания системы введением соответствующих инерционностей. Кроме того, для устранения опасности перегрузки ракеты слишком большими поперечными ускорениями в состав автопилота обычно вводится ограничитель команд с нелинейной характеристикой, изображенной на рис. 6.15.

С учетом сказанного в простейших случаях полагают, что при не слишком больших помехах

$$K_{pz}(p) \approx \frac{K_{0\,pz} p}{1 + T_{\phi} p}, \quad (6.44)$$

а звено автопилот-снаряд имеет структуру, изображенную на рис. 6.16, т. е. состоит из безынерционного нелинейного элемента НЭ

с характеристикой  $f_0(u_1)$  (рис. 6.15) и инерционного элемента с передаточной функцией

$$K'_{a-c}(p) = \frac{K_{0\,a-c}}{1 + 2\xi_{a-c} T_{a-c} p + T_{a-c}^2 p^2}. \quad (6.45)$$

Коэффициенты передачи  $K_{0\,pz}$  и  $K_{0\,a-c}$  выбираются таким образом, чтобы выполнялись условия (6.42) и (5.38). Коэффициент демпфирования  $\xi_{a-c}$  выбирается близким к единице, а требуемые величины

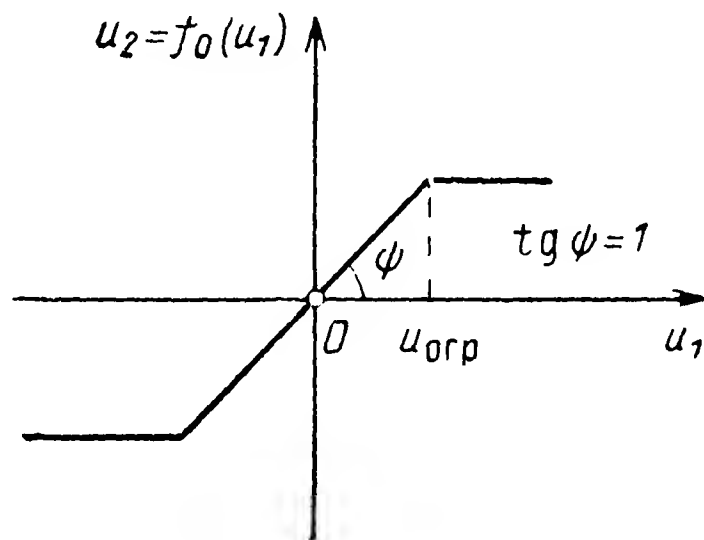


Рис. 6.15

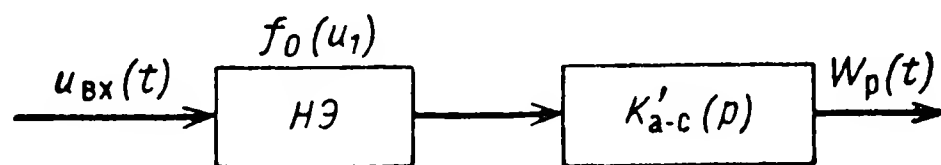


Рис. 6.16

постоянных времени  $T_{\phi}$  и  $T_{a-c}$  зависят от характера целей, величины и характера помех и других факторов. В случае воздушных целей, как отмечалось в § 2.2, постоянная времени системы должна быть порядка десятых долей секунды. При этом такой же порядок должны иметь и величины  $T_{\phi}$  и  $T_{a-c}$ .

Следует иметь в виду, что эквивалентная схема (рис. 6.16) и соотношения (6.44) и (6.45) применяются лишь в качестве простейшего приближения. При более точных исследованиях приходится учитывать, что структура и уравнения, описывающие поведение радиозвена и звена автопилот-снаряд, являются более сложными. Соответственно усложняются и методы исследования. (Эти методы излагаются далее, в гл. 12—18.)

Рассмотрим особенности построения радиозвена, связанные со способом измерения угловой скорости  $d\phi/dt$ .



В § 6.4 были описаны три различных способа измерения величины  $d\varphi/dt$ ; однако для краткости мы ограничимся рассмотрением лишь двух из этих способов: системы со стабилизированной антенной и системы со следящим гирос приводом.

При применении стабилизированной антенны (рис. 6.5) угол  $\varphi$  измеряется локатором, антенна которого в процессе самонаведения стабилизирована в пространстве. Следовательно, роль радиозвена выполняет этот локатор, и для нахождения передаточной функции радиозвена достаточно найти связь между напряжением  $u_{\text{вых}}(t)$  на выходе радиолокатора и углом  $\varphi(t)$ , т. е. отклонением цели от оси равносигнальной зоны этого радиолокатора.

При применении антенны со следящим гирос приводом (рис. 6.9) структурная схема радиозвена имеет более сложный вид, изображенный на рис. 6.11, т. е. состоит из собственно радиолокатора (пеленгатора) и гирос привода. При малых отклонениях передаточные функции локатора и гирос привода равны  $K_{\text{л}}(p)$  и  $\frac{1}{p} K_{\text{гп}}(p)$  соответственно, а передаточная функция радиозвена в целом равна, как следует из рис. 6.11 или соотношения (6.23),

$$K_{\text{pz}}(p) = \frac{u_{\text{вых}}(t)}{\varphi(t)} = \frac{K_{\text{л}}(p) p}{p + K_{\text{л}}(p) K_{\text{гп}}(p)}. \quad (6.46)$$

Как видно, в данном случае операция дифференцирования осуществляется в радиозвене, а не в автопилоте.

Если звенья с передаточными функциями  $K_{\text{л}}(p)$  и  $K_{\text{гп}}(p)$  можно полагать безынерционными, т. е.

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} K_{\text{л}}(p) &\approx K_{\text{л}}(0) \\ K_{\text{гп}}(p) &\approx K_{\text{гп}}(0), \end{aligned} \right\} \quad (6.47)$$

то из (6.46) имеем

$$K_{\text{pz}}(p) = \frac{K_{0 \text{ pz}} p}{1 + T_{\text{ф}} p}, \quad (6.48)$$

где

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} K_{0 \text{ pz}} &= \frac{1}{K_{\text{гп}}(0)} \\ T_{\text{ф}} &= \frac{1}{K_{\text{л}}(0) K_{\text{гп}}(0)}. \end{aligned} \right\} \quad (6.49)$$

Следовательно, при выполнении условий (6.47) передаточная функция радиозвена со следящим гирос приводом приводится к виду (6.44). При этом коэффициент передачи радиозвена  $K_{0 \text{ pz}}$  и его постоянная времени  $T_{\text{ф}}$  определяются соотношениями (6.49).

## в. Характеристики кинематического и динамического звеньев

Для нахождения уравнений, описывающих кинематическое звено КЗ и динамическое звено ДЗ (рис. 6.14), рассмотрим рис. 6.17.

Ось  $z$  фиксированной в пространстве системы координат  $xz$  выбрана совпадающей с радиусом-вектором  $\vec{r}_0$ , т. е. направлением ракета — цель в момент начала самонаведения. В этот момент ракета находится в начале координат, а цель — в точке  $C_0$ . В произ-

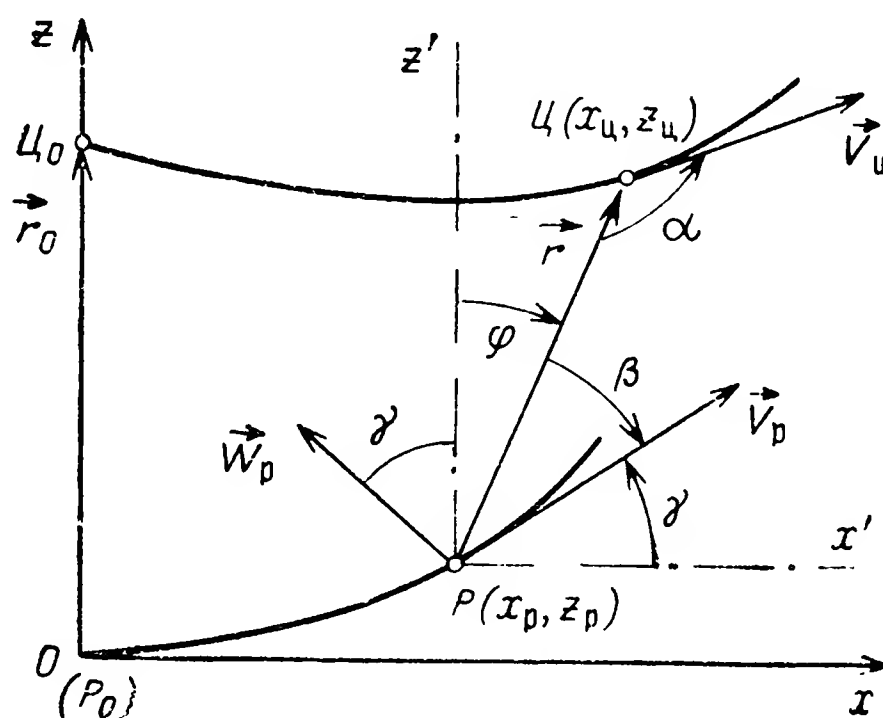


Рис. 6.17

вольный момент времени цель и ракета находятся соответственно в точках  $C(x_c, z_c)$  и  $P(x_p, z_p)$ . Положительные направления отсчета углов  $\varphi$  и  $\gamma$  показаны стрелками.

Для простоты будем полагать, что модуль скорости ракеты постоянен, т. е. ее касательное ускорение равно нулю. При этом полное ускорение ракеты  $\vec{W}_p$  равняется ее поперечному ускорению и, следовательно, перпендикулярно вектору скорости  $\vec{V}_p$ , как это и принято на рис. 6.17.

Из рис. 6.17 вытекают следующие соотношения:

$$\sin \varphi = \frac{x_c - x_p}{r}, \quad (6.50)$$

$$\cos \varphi = \frac{z_c - z_p}{r}, \quad (6.51)$$

$$r = \sqrt{(x_c - x_p)^2 + (z_c - z_p)^2}, \quad (6.52)$$

$$W_{px} = -W_p \sin \gamma, \quad (6.53)$$

$$W_{py} = W_p \cos \gamma, \quad (6.54)$$

$$V_{px} = V_p \cos \gamma, \quad (6.55)$$

$$V_{py} = V_p \sin \gamma. \quad (6.56)$$

Кроме того, очевидно:

$$V_{px} = \frac{1}{p} W_{px} + V_{px0}, \quad (6.57)$$

$$V_{pz} = \frac{1}{p} W_{pz} + V_{pz0}, \quad (6.58)$$

$$x_p = \frac{1}{p} V_{px}, \quad (6.59)$$

$$z_p = \frac{1}{p} V_{pz}. \quad (6.60)$$

Здесь  $V_{px0}$  и  $V_{pz0}$  — соответственно значения составляющих  $V_{px}$  и  $V_{pz}$  скорости  $\vec{V}_p$  в момент начала самонаведения;

$$p = \frac{d}{dt}. \quad (6.61)$$

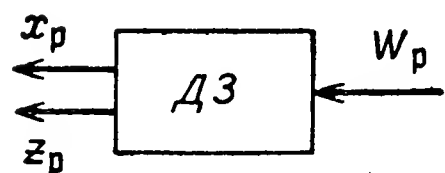
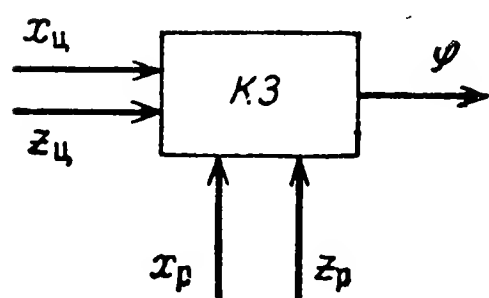


Рис. 6.18

Скорость ракеты  $V_p$  была принята постоянной. Будем полагать ее известной. Известны также величины  $V_{px0}$  и  $V_{pz0}$ . Как следует из рис. 6.14, уравнения кинематического звена должны давать связь угла  $\varphi$  с перемещениями  $A_{ц}(t)$  и  $A_p(t)$  цели и ракеты. В рассматриваемом случае перемещения цели задаются координатами  $(x_{ц}, z_{ц})$ , а перемещения ракеты — координатами  $(x_p, z_p)$ . Поэтому кинематическое звено дает связь между углом  $\varphi$  и координатами  $(x_{ц}, z_{ц})$  и  $(x_p, z_p)$  (см. рис. 6.18). Эта связь выражается уравнениями (6.50), (6.51) и (6.52). Следовательно, эти уравнения

и являются уравнениями, полностью определяющими кинематическое звено (в рассматриваемом, т. е. плоском, случае).

Динамическое звено, как следует из рис. 6.14, характеризует связь между перемещениями ракеты и ее ускорением. Поэтому в рассматриваемом случае оно имеет вид, изображенный на рис. 6.18, и описывается системой уравнений (6.53) — (6.60). Эта система содержит 8 уравнений с 8 неизвестными ( $x_p, z_p, V_{px}, V_{pz}, W_{px}, W_{pz}, \sin \gamma, \cos \gamma$ ) и, следовательно, полностью определяет все характеристики динамического звена.

Таким образом, в рассматриваемом случае (движение в одной плоскости, постоянная по модулю скорость ракеты) кинематическое и динамическое звенья системы самонаведения полностью описываются уравнениями (6.50) — (6.60).

Наиболее простой вид эти уравнения принимают, если курсы ракеты и цели близки к встречным ( $\alpha = 0$  и  $\beta = 0$ ) или к догонным ( $\alpha = \pi$ ,  $\beta = 0$ ).

При курсах, близких к встречным, можно полагать

$$V_{px0} = 0, \quad (6.62)$$

$$\sin \varphi \approx \varphi, \quad (6.63)$$

$$\frac{dr}{dt} = -(V_{ц} + V_p). \quad (6.64)$$

Соотношение (6.64) легко получается, если учесть, что

$$\frac{dr}{dt} = V_r = -(V_{ц} \cos \alpha + V_p \cos \beta).$$

Так как мы приняли скорость ракеты  $V_p$  постоянной, то из (6.64) получается

$$r(t) = r_0 - V_p t - \int_0^t V_{ц}(t) dt. \quad (6.65)$$

Если, кроме того, постоянна и скорость цели  $V_{ц}$ , то

$$r(t) = r_0 - (V_p + V_{ц}) t. \quad (6.65')$$

Из соотношений (6.50), (6.57), (6.59), (6.62) и (6.63) получается

$$\varphi = \frac{x_{ц} - x_p}{r}, \quad (6.66)$$

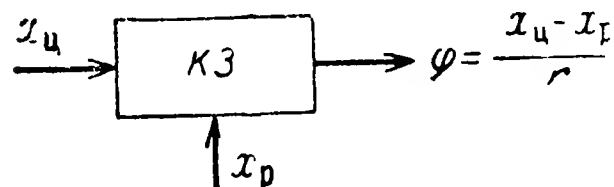
$$x_p = \frac{1}{p^2} W_p. \quad (6.67)$$

При принятых допущениях уравнения (6.65), (6.66) и (6.67) полностью определяют структуру кинематического и динамического звеньев. Действительно, скорость ракеты  $V_p$  была принята постоянной и известной. Величина  $r_0$  и функция  $V_{ц}(t)$  являются исходными данными, для которых должен быть проведен анализ, и, следовательно, также могут считаться заданными. Поэтому соотношение (6.65) полностью определяет закон изменения расстояния  $r(t)$ . При этом по формулам (6.66) и (6.67) однозначно определяется связь между функциями  $\varphi(t)$  и  $W_p(t)$ . [Функция  $x_{ц}(t)$  относится к исходным внешним данным и может считаться заданной.]

Следовательно, при курсах, близких к встречным, можно полагать, что кинематическое и динамическое звенья системы самонаведения имеют вид, изображенный на рис. 6.19 и описываются соотношениями (6.65), (6.66) и (6.67).

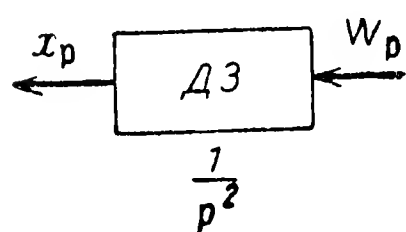
Если курсы ракеты и цели существенно отличны от встречных (или догонных), но режим полета ракеты близок к невозмущенному, то значительное упрощение уравнений кинематического и динамического звеньев может быть получено методом малых возмущений.

Для применения этого метода удобнее рассматривать движение ракеты и цели не в декартовой, а в полярной системе координат, как показано на рис. 6.20. На этом рисунке  $z$  — фиксированная в пространстве ось, от которой отсчитываются углы  $\gamma_p$ ,  $\gamma_u$  и  $\varphi$ . Положительные направления отсчета углов показаны на рис. 6.20 стрелками. Скорость сближения ракеты с целью равна



$$\frac{dr}{dt} = -(V_u \cos \alpha + V_p \cos \beta). \quad (6.68)$$

Кроме того, в соответствии с формулой (5.17) имеем



$$V_p \sin \beta - V_u \sin \alpha = -r \frac{d\varphi}{dt}. \quad (6.69)$$

Рис. 6.19

[При выводе формулы (5.17) предполагалось, что угол  $\varphi$  отсчитывается по часовой стрелке, а на рис. 6.20 он отсчитывается против часовой стрелки. Поэтому в правой части уравнения (6.69) поставлен знак минус.]

Но из рис. 6.20 следует, что

$$\alpha = \gamma_u + \varphi \quad (6.70)$$

и

$$\beta = \gamma_p - \varphi. \quad (6.71)$$

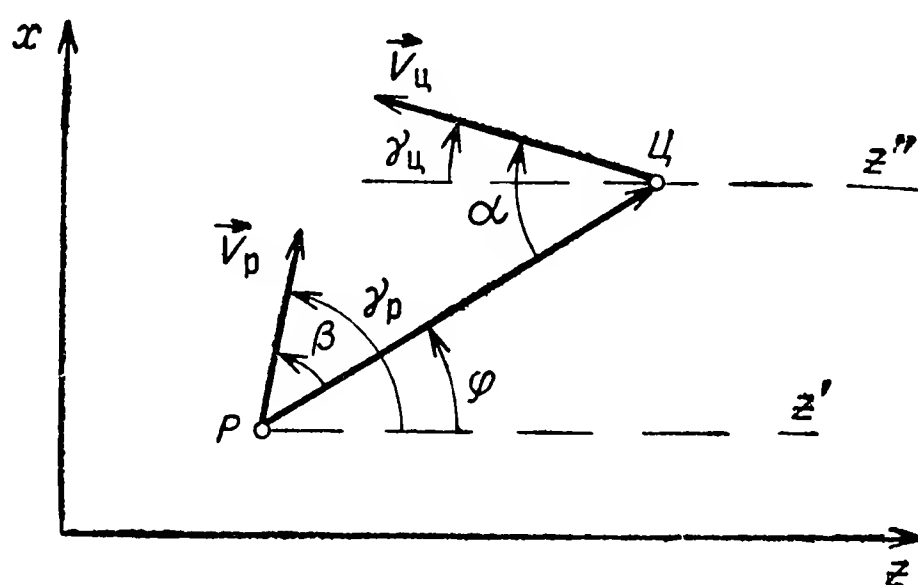


Рис. 6.20

Поэтому соотношения (6.68) и (6.69) могут быть записаны в следующем виде:

$$\frac{dr}{dt} = -[V_u \cos (\gamma_u + \varphi) + V_p \cos (\gamma_p - \varphi)], \quad (6.72)$$

$$r \frac{d\varphi}{dt} = V_u \sin (\gamma_u + \varphi) - V_p \sin (\gamma_p - \varphi). \quad (6.73)$$

При невозмущенном режиме полета ракета летит по прямой в упрежденную точку и, следовательно, выполняется условие иде-

ального упреждения (5.15)

$$V_p \sin \beta_0 - V_{\text{ц}} \sin \alpha_0 = 0. \quad (6.74)$$

Здесь и далее индекс «0» применяется для обозначения невозмущенного режима.

В невозмущенном режиме линия цели  $\vec{r}$  перемещается поступательно, т. е.

$$\varphi = \varphi_0 = \text{const}. \quad (6.75)$$

В дальнейшем будем полагать, как это было принято ранее, что

$$\varphi_0 = 0. \quad (6.76)$$

При этом, как следует из (6.70) и (6.71),

$$\alpha_0 = \gamma_{\text{ц}_0}, \quad \beta_0 = \gamma_{p_0} \quad (6.77)$$

и соотношение (6.74) принимает вид

$$V_p \sin \gamma_{p_0} - V_{\text{ц}} \sin \gamma_{\text{ц}_0} = 0. \quad (6.78)$$

Рассмотрим теперь режим полета при наличии малых возмущений. При этом примем для простоты, что модули скоростей ракеты и цели  $V_p$  и  $V_{\text{ц}}$  постоянны. Тогда, возмущения будут проявляться в отклонениях траекторий цели и ракеты от прямолинейных и в наличии некоторой начальной ошибки упреждения  $\Delta \beta_0$ . Поэтому при малых возмущениях можно полагать:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{\text{ц}} &= \gamma_{\text{ц}_0} + \Delta \gamma_{\text{ц}}, \\ \gamma_p &= \gamma_{p_0} + \Delta \gamma_p, \\ \varphi &= \varphi_0 + \Delta \varphi = \Delta \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (6.79)$$

где  $\Delta \gamma_{\text{ц}}$ ,  $\Delta \gamma_p$  и  $\varphi$  — малые возмущения.

Подставляя (6.79) в (6.72) и (6.73) и учитывая малость величин  $\Delta \gamma_{\text{ц}}$ ,  $\Delta \gamma_p$  и  $\varphi$ , а также равенство (6.78), получаем после несложных преобразований

$$\frac{dr}{dt} = -(V_{\text{ц}} \cos \gamma_{\text{ц}_0} + V_p \cos \gamma_{p_0}), \quad (6.80)$$

$$\begin{aligned} r \frac{d\varphi}{dt} &= \Delta \gamma_{\text{ц}} V_{\text{ц}} \cos \gamma_{\text{ц}_0} - \Delta \gamma_p V_p \cos \gamma_{p_0} + \\ &+ \varphi (V_{\text{ц}} \cos \gamma_{\text{ц}_0} + V_p \cos \gamma_{p_0}). \end{aligned} \quad (6.81)$$

Умножая левую и правую части равенства (6.80) на  $\varphi$  и складывая с (6.81), получаем

$$\varphi \frac{dr}{dt} + r \frac{d\varphi}{dt} = \Delta\gamma_{\text{ц}} V_{\text{ц}} \cos \gamma_{\text{ц}_0} - \Delta\gamma_{\text{р}} V_{\text{р}} \cos \gamma_{\text{р}_0},$$

т. е.

$$\frac{d(r\varphi)}{dt} = \Delta\gamma_{\text{ц}} V_{\text{ц}} \cos \gamma_{\text{ц}_0} - \Delta\gamma_{\text{р}} V_{\text{р}} \cos \gamma_{\text{р}_0}.$$

Отсюда следует, что

$$\varphi = \frac{1}{r} \left[ \frac{1}{p} (\Delta\gamma_{\text{ц}} V_{\text{ц}} \cos \gamma_{\text{ц}_0}) - \frac{1}{p} (\Delta\gamma_{\text{р}} V_{\text{р}} \cos \gamma_{\text{р}_0}) \right]. \quad (6.82)$$

Так как

$$W_{\text{р}} = V_{\text{р}} \frac{d\gamma_{\text{р}}}{dt} = V_{\text{р}} \frac{d(\gamma_{\text{р}_0} + \Delta\gamma_{\text{р}})}{dt} = V_{\text{р}} \frac{d\Delta\gamma_{\text{р}}}{dt},$$

то

$$\Delta\gamma_{\text{р}} = \frac{1}{V_{\text{р}}} \frac{1}{p} W_{\text{р}} + \Delta\gamma_{\text{р}_0}.$$

Но из (6.71), (6.76), (6.77) и (6.79) следует, что

$$\Delta\gamma_{\text{р}_0} = \Delta\beta_0,$$

поэтому

$$\Delta\gamma_{\text{р}} = \frac{1}{V_{\text{р}}} \frac{1}{p} W_{\text{р}} + \Delta\beta_0.$$

Аналогично нетрудно доказать, что

$$\Delta\gamma_{\text{ц}} = \frac{1}{V_{\text{ц}}} \frac{1}{p} W_{\text{ц}},$$

где  $W_{\text{ц}}$  — поперечное ускорение цели.

Подставляя эти выражения в (6.82), получаем (при  $V_{\text{р}} = \text{const}$   $V_{\text{ц}} = \text{const}$ )

$$\varphi = \frac{\Delta x_{\text{ц}} - \Delta x_{\text{р}}}{r}, \quad (6.83)$$

где

$$\Delta x_{\text{ц}} = \frac{1}{p^2} W_{\text{ц}} \cos \gamma_{\text{ц}_0}; \quad (6.84)$$

$$\Delta x_{\text{р}} = \frac{1}{p} \Delta\beta_0 V_{\text{р}} \cos \gamma_{\text{р}_0} + \frac{1}{p^2} W_{\text{р}} \cos \gamma_{\text{р}_0}. \quad (6.85)$$

Расстояние  $r$ , входящее в формулу (6.83), определяется из уравнения (6.80). Так как при принятых выше допущениях входящие



в правую часть этого выражения величины  $V_{\text{ц}}$ ,  $V_{\text{р}}$ ,  $\gamma_{\text{ц}0}$  и  $\gamma_{\text{р}0}$  не изменяются во времени, то интегрирование дает

$$r(t) = r_0 - (V_{\text{ц}} \cos \gamma_{\text{ц}0} + V_{\text{р}} \cos \gamma_{\text{р}0}) t. \quad (6.86)$$

Из соотношений (6.83) — (6.86) следует, что при малых возмущениях и неизменных  $V_{\text{ц}}$  и  $V_{\text{р}}$  кинематическое звено полностью описывается уравнениями (6.83), (6.84) и (6.86), а динамическое звено — уравнением (6.85).

Эти уравнения линейны относительно возмущений  $W_{\text{ц}}$  и  $W_{\text{р}}$  (или соответствующих им возмущений  $\Delta \gamma_{\text{ц}}$  и  $\Delta \gamma_{\text{р}}$ ), вследствие чего анализ замкнутой системы регулирования значительно упрощается.

Если курсы ракеты и цели близки к встречным и  $\Delta \beta_0 = 0$ , то в формулах (6.85) и (6.86) следует полагать

$$\cos \gamma_{\text{ц}0} = \cos \gamma_{\text{р}0} = 1, \quad \beta_0 = 0, \quad \Delta \beta_0 = 0,$$

и, как нетрудно убедиться, они сводятся к полученным выше уравнениям (6.65') и (6.67).

#### г. Характеристика структурной схемы в целом

Из изложенного ранее можно сделать следующие основные заключения о характеристиках структурной схемы системы самонаведения.

1. При самонаведении по методу пропорционального наведения и рассмотрении движения в одной плоскости справедлива структурная схема, приведенная на рис. 6.14.

2. При небольших помехах можно в первом приближении полагать, что радиозвено является линейным четырехполюсником с передаточной функцией  $K_{\text{рз}}(p)$ , определяемой соотношением (6.44), а звено автопилот-снаряд состоит из безынерционного нелинейного элемента с характеристикой, изображенной на рис. 6.15, и линейного четырехполюсника с передаточной функцией, определяемой соотношением (6.45).

Структура радиозвена зависит от способа измерения угловой скорости  $d\varphi/dt$  линии цели. Так, например, при применении стабилизированной антенны передаточная функция радиозвена совпадает с передаточной функцией радиолокатора. В случае же антенны со следящим гирос приводом структурная схема радиозвена имеет более сложный вид, изображенный на рис. 6.11.

3. При постоянной по модулю скорости ракеты кинематическое и динамическое звенья могут быть представлены в виде, изображенном на рис. 6.18, и описываются соответственно уравнениями (6.50) — (6.52) и (6.53) — (6.60). Эти уравнения являются нелинейными уравнениями с переменными параметрами. Наиболее простыми кинематическое и динамическое звенья получаются при курсах, близких к встречным (или к догонным). При этом они имеют вид,

изображенный на рис. 6.19, и описываются весьма простыми линейными уравнениями с единственным переменным коэффициентом  $r(t)$ .

Если курсы ракеты и цели существенно отличаются от встречных или догонных, то уравнения кинематического и динамического

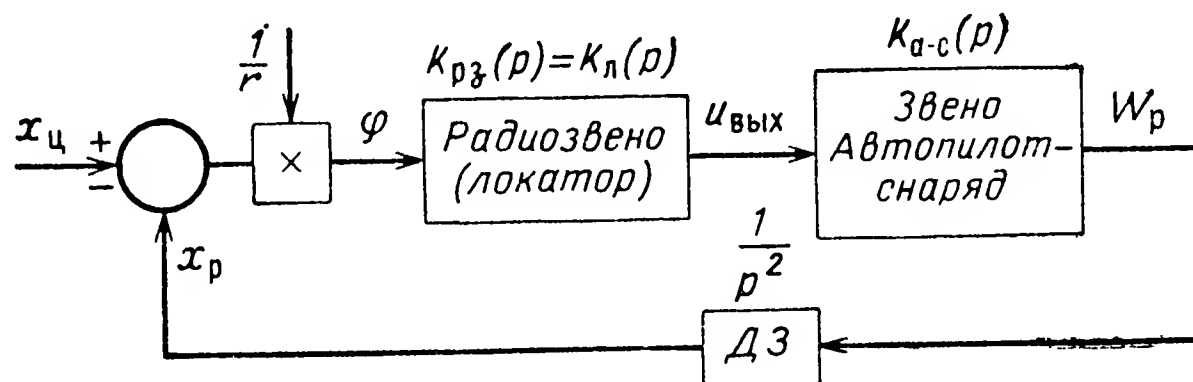


Рис. 6.21

звеньев получаются линейными лишь при малых возмущениях. При этом они описываются уравнениями (6.83) — (6.86) (при  $V_ц = \text{const}$  и  $V_p = \text{const}$ ).

4. Изложенное выше позволяет составлять структурные схемы системы самонаведения в целом для различных режимов полета и

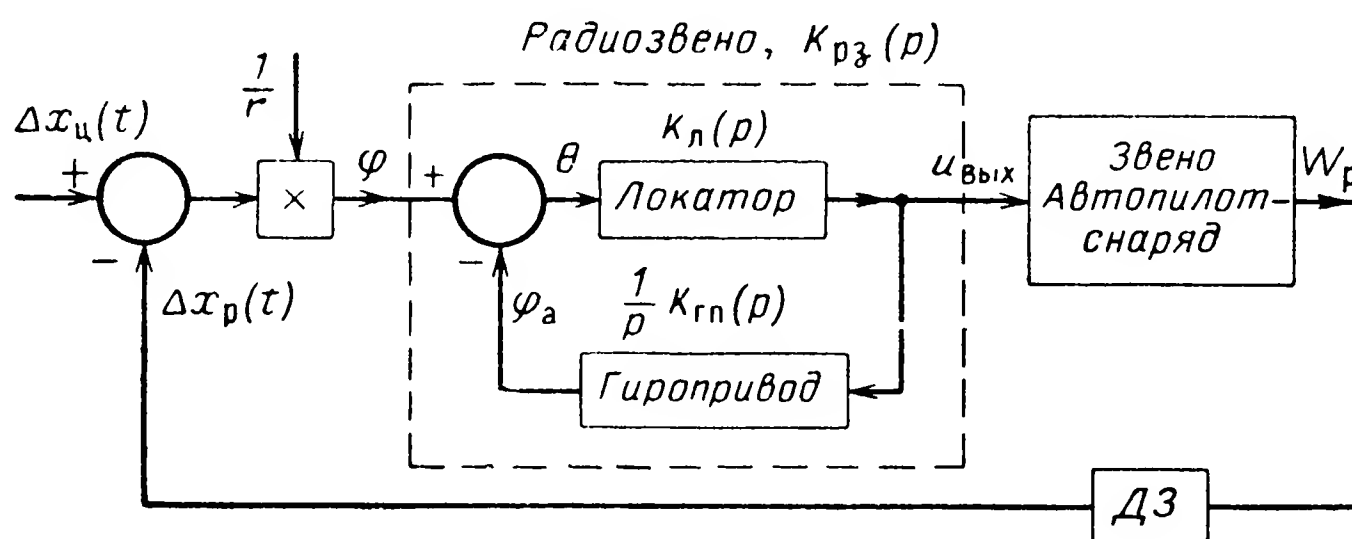


Рис. 6.22

способов измерения угловой скорости  $d\varphi/dt$ . Так, например, при полете по курсам, близким к встречным, и применении стабилизированной антенны структурная схема системы самонаведения имеет вид, изображенный на рис. 6.21. При этом  $r(t)$  определяется по формуле (6.65) или (6.65').

Если режим полета ракеты близок к невозмущенному,  $V_p = \text{const}$  и  $V_ц = \text{const}$ , а измерение угловой скорости осуществляется с помощью следящего гиропривода, то структурная схема системы самонаведения имеет вид, изображенный на рис. 6.22. При этом функции  $\Delta x_ц(t)$  и  $r(t)$  определяются по формулам (6.84) и (6.86), а динамическое звено описывается уравнением (6.85).

Аналогичным образом могут быть составлены структурные схемы и для других случаев.

Математические методы анализа и синтеза таких и подобных им структурных схем даются в гл. 12—18.

## § 6.7. ОСНОВНЫЕ ИСТОЧНИКИ ОШИБОК САМОНАВЕДЕНИЯ

Ошибки самонаведения ракеты на цель могут быть разбиты на следующие основные группы в зависимости от их характера и происхождения:

1. Ошибки наведения, вызываемые инерционностью управления, при наличии маневров цели.

2. Ошибки наведения, вызываемые ограниченной маневренностью ракеты, при большой кривизне требуемой траектории, обусловленной выбранным кинематическим методом наведения.

3. Ошибки наведения, вызываемые ограниченной маневренностью ракеты, при большой кривизне траектории, обусловленной действием приборных ошибок.

4. Ошибки наведения, вызываемые приборными ошибками вследствие наличия мертвой зоны управления.

Рассмотрим несколько подробнее каждую группу ошибок.

Ошибки первой группы (динамические ошибки) свойственны не только самонаведению, но и телеуправлению и были рассмотрены в § 2.2. Характер этих ошибок наглядно иллюстрируется соотношением

$$h_{\text{макс}} \approx \frac{1}{3} W_{\text{цм}} \tau_{\text{э}}^2, \quad (2.17)$$

где  $h_{\text{макс}}$  — максимальное значение ошибки наведения (промаха), вызванной маневром цели с ускорением  $W_{\text{цм}}$ , при наличии в системе управления запаздывания  $\tau_{\text{э}}$ .

Из соотношения (2.17) видно, что данная ошибка вызвана совокупным действием двух факторов — маневра цели и запаздывания  $\tau_{\text{э}}$ . При отсутствии любого из этих факторов (т. е. при  $W_{\text{цм}} = 0$  или  $\tau_{\text{э}} = 0$ ) ошибка данного вида исчезает.

Ошибки второй группы также свойственны не только самонаведению, но и телеуправлению и были рассмотрены ранее (гл. 2 и 5). В гл. 5 было показано, что наибольшая кривизна траекторий требуется при наведении ракеты на цель по методу погони. При этом за счет ограниченной маневренности ракеты возникает ошибка, максимальное значение которой определяется соотношением (5.12):

$$h_{\text{макс}} = \frac{V_{\text{ц}}^2}{2W_{\text{рм}}},$$

где  $V_{\text{ц}}$  — скорость цели;  $W_{\text{рм}}$  — максимально возможное ускорение ракеты.

Из формулы (5.12) видно, что эта ошибка уменьшается с увеличением маневренности ракеты (т. е. с увеличением ускорения  $W_{pm}$ ) и уменьшением скорости цели и делается равной нулю в случае неподвижной цели. Так как существуют такие методы наведения, которые не требуют большой кривизны траектории (например, метод ПС), то ошибки второй группы свойственны не всем системам самонаведения, а лишь тем из них, которые основаны на неблагоприятных (с точки зрения формы траектории) методах наведения, например системам самонаведения по методу погони.

Ошибки наведения первой и второй групп имеют место даже в системах, лишенных приборных ошибок (здесь и далее под приборными ошибками понимаются все ошибки, вызываемые неидеальностью действия аппаратуры управления, за исключением ошибок, вызываемых инерционностью управления, которые вынесены в отдельный класс ошибок).

Наличие приборных ошибок (в том числе ошибок, вызываемых действием помех) сказывается в появлении третьей и четвертой групп ошибок наведения\*.

Ошибки наведения третьей группы возникают вследствие того, что наличие приборных ошибок может настолько искривить траекторию ракеты, требуемую для попадания в цель, что ракета ввиду своей ограниченной маневренности не сможет следовать по этой траектории и пролетит мимо цели.

Рассмотрим, наконец, ошибки четвертой группы, вызываемые приборными ошибками вследствие наличия так называемой мертвой зоны управления.

Пусть  $\Delta\beta$  — угловая ошибка в направлении вектора скорости ракеты (ошибка упреждения); тогда соответствующая ей линейная ошибка равна

$$\Delta x \approx r \Delta\beta,$$

где  $r$  — расстояние от ракеты до цели.

На некотором минимальном расстоянии  $r_{m3}$  до цели система управления практически перестает действовать, и ошибка  $\Delta x_{m3} \approx r_{m3} \Delta\beta$ , которая имеет место в этот момент времени, в дальнейшем не корректируется и может даже несколько возрасти. Поэтому ракета пролетает мимо цели на расстоянии

$$h \geq \Delta x_{m3} = r_{m3} \Delta\beta$$

(более точная формула для вычисления промаха  $h$  приводится ниже).

---

\* При действии весьма сильных помех возможна полная потеря цели головкой самонаведения (т. е. потеря цели на все или почти все время самонаведения). Возникающие при этом весьма большие ошибки наведения могут быть отнесены к пятой группе ошибок.

То минимальное расстояние  $r_{мз}$ , на котором система управления перестанет нормально действовать, называется мертвой зоной управления.

Мертвая зона управления может вызываться следующими основными причинами:

1. Импульсный радиолокатор, входящий в систему управления, имеет мертвую зону, обусловленную невозможностью отделить импульс, отраженный от цели, от мощного зондирующего импульса, если расстояние от ракеты до цели уменьшается до некоторой величины  $r_1$ , определяемой известным соотношением

$$r_1 = \frac{c \Delta t}{2}, \quad (6.87)$$

где  $c$  — скорость света;  $\Delta t$  — минимально различимый радиолокатором интервал времени между прямым и отраженным импульсами.

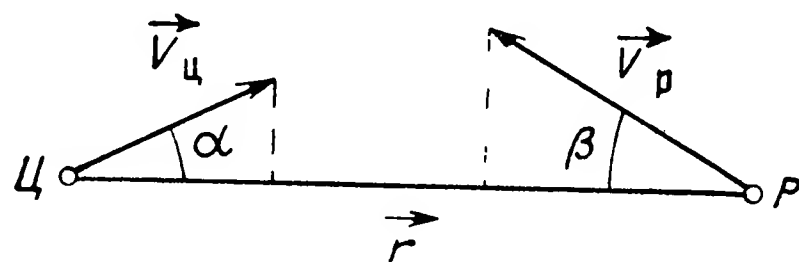


Рис. 6.23

Обеспечение в ракетной аппаратуре интервала  $\Delta t$ , значительно меньшего 0,3—0,5 мксек, может представлять трудности. Это обуславливает мертвую зону  $r_1$  порядка 50—70 м.

2. Система управления вследствие своей инерционности дает некоторое эквивалентное запаздывание  $\tau_э$  в исполнении появившейся на ее входе команды. Это означает, что все отклонения ракеты от правильного полета на цель, обнаруженные радиолокатором за время, меньшее, чем  $\tau_э$ , до встречи ракеты с целью, не успевают вызвать соответствующей корректировки траектории полета ракеты до встречи ракеты с целью. Таким образом, инерционность управления создает мертвую зону

$$r_2 \approx |V_r| \tau_э, \quad (6.88)$$

где  $\tau_э$  — эквивалентное запаздывание системы управления (см. гл. 1);  $V_r$  — скорость сближения ракеты с целью, определяемая соотношением

$$V_r = \frac{dr}{dt}. \quad (6.89)$$

Если ракета и цель имеют скорости  $\vec{V}_р$  и  $\vec{V}_ц$  соответственно (рис. 6.23), то

$$V_r = -(V_ц \cos \alpha + V_р \cos \beta). \quad (6.90)$$

В худшем случае, при стрельбе точно навстречу, скорость сближения максимальна и равна

$$|V_{rм}| = V_ц + V_р. \quad (6.90')$$

Поэтому максимальное значение мертвой зоны равно

$$r_{2 \text{ макс}} \approx (V_{\text{ц}} + V_{\text{р}}) \tau_{\text{э}}. \quad (6.91)$$

Пусть, например,

$$(V_{\text{ц}} + V_{\text{р}})_{\text{макс}} \approx 1000 \text{ м/сек.}$$

Полагая, что запаздывание  $\tau_{\text{э}}$  не превышает 0,3 — 0,5 сек, получим

$$r_{2 \text{ макс}} \approx 300 \div 500 \text{ м.} \quad (6.92)$$

3. При очень малых расстояниях до цели линейный размер цели становится сравнимым с расстоянием  $r$ , выходит за пределы полезного угла зрения радиопеленгатора и работа последнего резко ухудшается. Очевидно, это явление будет иметь место при следующем расстоянии до цели:

$$r = r_3 = \frac{l_{\text{м}}}{\Phi_{\text{п}}},$$

где  $l_{\text{м}}$  — максимальный линейный размер цели;  $\Phi_{\text{п}}$  — полезный угол зрения радиопеленгатора.

Если принять  $l_{\text{м}} = 15 \div 30 \text{ м}$  и  $\Phi_{\text{п}} = 10^\circ$ , то получится  $r_3 = 75 \div 150 \text{ м}$ .

4. При малых расстояниях до цели напряжение на входе радиопеленгатора возрастает во времени столь быстро, что автоматическая регулировка усиления может не успевать компенсировать это изменение. Поэтому при отсутствии дополнительной специальной программной регулировки усиления нормальная работа радиопеленгатора может нарушиться.

5. При отсутствии специальных мер резкое возрастание чувствительности радиопеленгатора к перемещениям ракеты, которое получается при  $r \rightarrow 0$ , может привести к потере динамической устойчивости регулирования.

Из сказанного очевидно, что система самонаведения имеет некоторую мертвую зону  $r_{\text{мз}}$ , которая может достигать 200—500 м, и вызывается в основном инерционностью управления (запаздыванием). Выясним, какая ошибка наведения может вызываться наличием мертвой зоны. В момент достижения ракетой расстояния  $r_{\text{мз}}$  (рис. 6.24), равного мертвой зоне, цель находится в точке  $C$ , а ракета — в точке  $P$ . При этом вектор скорости ракеты относительно цели, равный

$$\vec{V}_{\text{отн}} = \vec{V}_{\text{р}} - \vec{V}_{\text{ц}}.$$

образует с линией визирования цели  $r_{\text{мз}}$  некоторый угол  $\delta$ . Так как мы полагаем, что в мертвой зоне векторы  $\vec{V}_{\text{р}}$  и  $\vec{V}_{\text{ц}}$  остаются неизменными, то неизменным оказывается и вектор относительной скорости  $\vec{V}_{\text{отн}}$ . Это означает, что в системе координат, связанной с целью,

ракета движется по прямой  $PDB$ , а расстояние  $r$  между ракетой и целью достигает минимума, когда ракета оказывается в точке  $B$ , являющейся основанием перпендикуляра, опущенного из точки  $C$  на прямую  $PB$ . Поэтому промах равен

$$h = CB = r_{мз} \sin \delta. \quad (6.93)$$

Будем полагать, что векторы  $\vec{V}_ц$  и  $\vec{V}_р$  расположены в одной плоскости. Пусть  $CN$  — фиксированное направление в этой плоскости. Тогда из рис. 6.24 следует, что

$$\dot{\varphi} = \frac{V_{отн \perp}}{r_{мз}},$$

где  $V_{отн \perp} = V_{отн} \sin \delta$  — составляющая вектора  $\vec{V}_{отн}$ , перпендикулярная линии визирования  $\vec{r}_{мз}$ .

Следовательно,

$$\dot{\varphi} = \frac{V_{отн} \sin \delta}{r_{мз}}. \quad (6.94)$$

Из (6.93) и (6.94) имеем

$$h = \frac{r_{мз}^2}{V_{отн}} \dot{\varphi}. \quad (6.95)$$

Здесь  $V_{отн}$  и  $\dot{\varphi}$  — значения относительной скорости ракеты и угловой скорости линии визирования цели в точке  $P$ , т. е. в тот момент, когда расстояние между ракетой и целью достигает величины  $r_{мз}$ . Из рассмотрения треугольника  $PAD$  следует, что

$$V_{отн} = \sqrt{V_{ц}^2 + V_{р}^2 - 2V_{ц}V_{р}\cos \gamma}.$$

и

$$\gamma = \pi - (\alpha + \beta).$$

Поэтому

$$V_{отн} = V_{р} \sqrt{1 + \xi^2 + 2\xi \cos(\alpha + \beta)}. \quad (6.96)$$

Учитывая, кроме того, что в соответствии с (5.25)

$$\Delta\beta = \frac{r}{V_{р} \cos \beta_0} \dot{\varphi},$$

можно формулу (6.95) записать в следующем виде:

$$h = \frac{r_{мз} \Delta\beta \cos \beta_0}{\sqrt{1 + \xi^2 + 2\xi \cos(\alpha + \beta)}}. \quad (6.97)$$

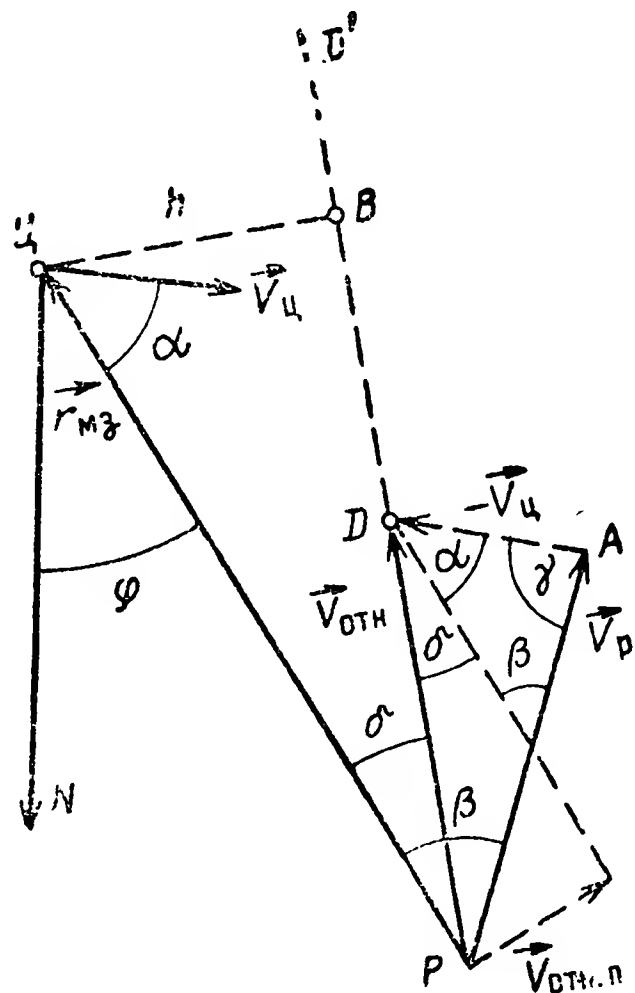


Рис. 6.24



Как было показано в гл. 5, при  $\xi \leq 0,5$  можно полагать  $\cos \beta_0 = 1$ . При этом

$$h = \frac{r_{\text{мз}} \Delta\beta}{\sqrt{1 + \xi^2 + 2\xi \cos(\alpha + \beta)}}. \quad (6.97')$$

Наконец, если  $\xi \ll 1$ , то

$$h \approx r_{\text{мз}} \Delta\beta. \quad (6.97'')$$

В формулах (6.97), (6.97') и (6.97'')  $\Delta\beta$  — значение ошибки упреждения при  $r = r_{\text{мз}}$ , т. е. момент вхождения ракеты в мертвую зону. Пусть  $V_p = 1000$  м/сек и  $r_{\text{мз}} = 300$  м. Тогда при  $\Delta\beta = 0,1$  рад  $= 6^\circ$  будет  $h = 30$  м.

Этот пример показывает, что весьма важно обеспечивать возможно меньшие значения приборной ошибки  $\Delta\beta$  и мертвой зоны  $r_{\text{мз}}$ .

### К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. При каких условиях в энергетическом отношении выгоднее полуактивное самонаведение и при каких — активное?
2. Дайте классификацию систем самонаведения:
  - а) по типу энергии, используемой для самонаведения;
  - б) по месту расположения источника первичной энергии;
  - в) по применяемым кинематическим методам наведения;
  - г) по способу измерения условий скорости линии цели,  $d\varphi/dt$ .
3. Дайте сравнительный анализ различных способов измерения угловой скорости линии цели,  $d\varphi/dt$ .
4. Составьте структурную схему радиозвена, соответствующую функциональной схеме, изображенной на рис. 6.5.
5. Составьте структурную схему, соответствующую функциональной схеме, изображенной на рис. 6.12.
6. Составьте структурную схему системы самонаведения со следящим гирос приводом для встречных курсов ракеты и цели.
7. При каких допущениях кинематическое и динамическое звенья системы самонаведения могут быть представлены в виде, изображенном на рис. 6.19?
8. Прodelайте подробно все выкладки, приводящие соотношения (6.72) и (6.73) соответственно к выражениям (6.80) и (6.81).
9. Каковы основные источники ошибок самонаведения ракеты на цель?
10. В чем принципиальные различия в характере влияния приборных ошибок на величину промаха при самонаведении и при телеуправлении первого вида?

Литература [1, 2, 3].

## РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ

## § 7.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СИСТЕМ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ

В зависимости от способа образования и места формирования команд системы телеуправления первого вида (ТУ-1) подразделяются на командные (с командной радиолинией) и системы лучевого

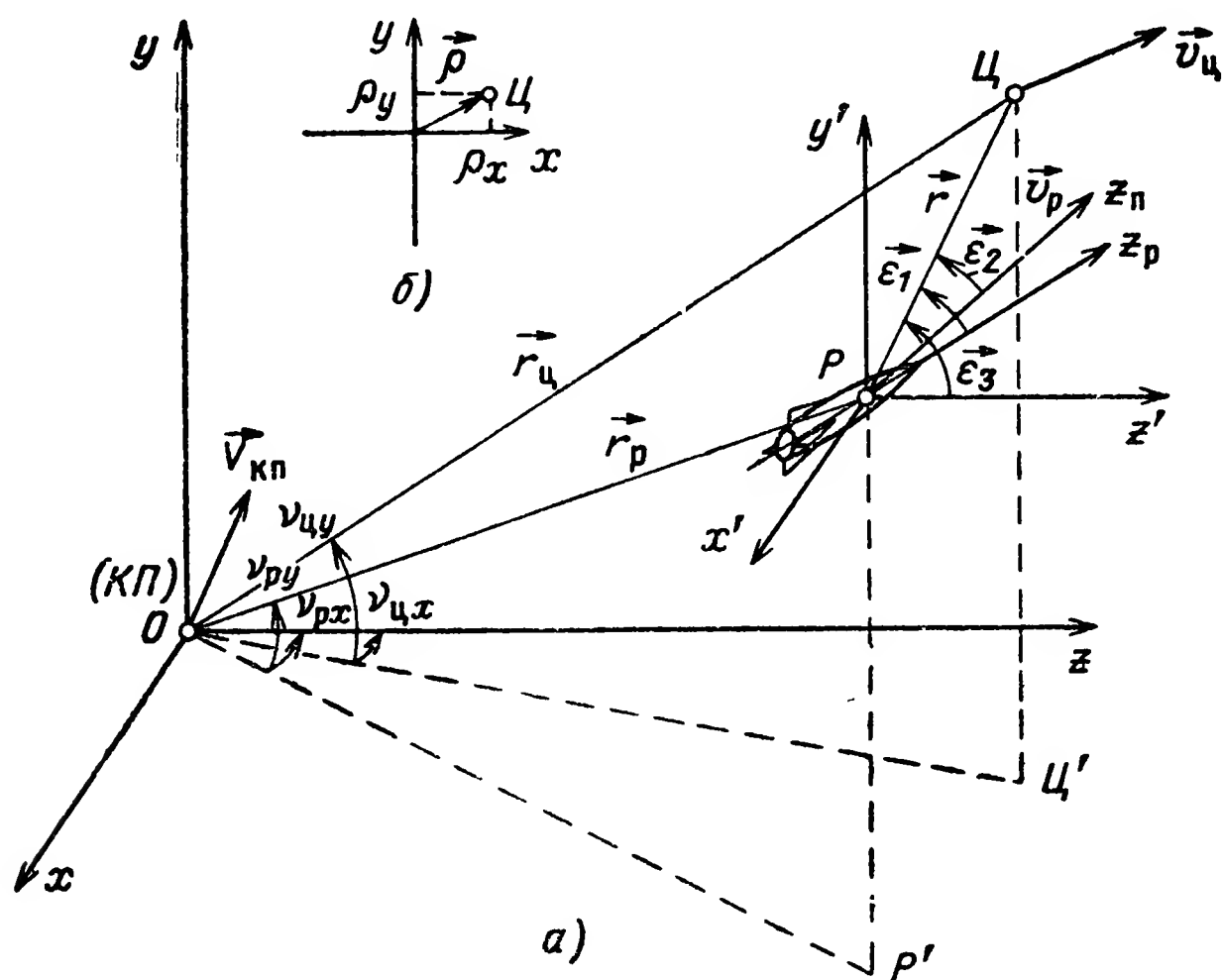


Рис. 7.1

наведения\*. При командном управлении координаты ракеты и цели, характеризуемые векторами  $\vec{r}_p$  и  $\vec{r}_c$  соответственно, определяются с помощью измерительных средств, расположенных на КП (рис. 7.1). Параметр рассогласования формируется с помощью счетно-решающего прибора в зависимости от взаимного расположения КП, ракеты и цели и в соответствии с применяемым кинематическим методом наведения. Команды управления, отвечающие заданному параметру рассогласования, передаются на ракету с помощью ко-

\* Лучевое наведение иногда называют теленаведением.

мандной радиолинии или по проводам. Формирование команд может осуществляться автоматически или оператором. Командное управление применяется с движущегося или неподвижного КП. Первому случаю соответствуют, например, системы командного управления, применяемые на ракетноносцах (кораблях или самолетах), а второму — системы управления комплексами зенитных снарядов. Преимуществом командных систем управления является возможность реализации разнообразных траекторий ракеты в процессе ее сближения с маневрирующей целью, а также сравнительно простое бортовое радиооборудование.

При лучевом наведении для управления ракетой используется определенным образом сформированный на командном пункте и направленный в заданную точку пространства радиолуч. Положением луча управляет счетно-решающее устройство, вырабатывающее команды на основе используемого кинематического метода и измеренных координат  $\vec{r}_ц$  и  $\vec{r}_р$ . В процессе всего наведения ракета должна находиться на оси равносигнальной зоны луча. Формирование команд, удерживающих ракету в нужном положении, осуществляется автоматически аппаратурой, расположенной на ракете.

В командных системах управления и при лучевом наведении применяются как метод накрытия цели, так и различные методы наведения в упрежденную точку.

В системах телеуправления второго вида (ТУ-2) измерительные средства расположены на ракете и определяют положение цели относительно ракеты. По своей структуре автоматическое управление ТУ-2 сходно с самонаведением, однако в отличие от последнего реализация ТУ-2 требует дополнительно канал передачи информации о цели с ракеты на КП и канал передачи команд с КП на ракету. Поэтому ТУ-2 применяется только в системах с ручным управлением.

## § 7.2. ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЕ ВТОРОГО ВИДА (ТУ-2)

### а. Функциональная схема ТУ-2

Процесс наведения ракеты на цель при ТУ-2 в общем случае можно проанализировать, пользуясь уже рассмотренной в первой главе функциональной схемой системы телеуправления с телевизионной головкой (рис. 1.11).

Расположенные на ракете измерительные средства (телевизионная камера или радиолокатор, или тепlopеленгатор и т. п.) обнаруживают отклонения вектора  $\vec{r}$ , характеризующего взаимное положение ракеты и цели, в какой-либо измерительной системе координат (рис. 7.1, а). При телеуправлении второго вида в качестве измерительной системы координат можно использовать связанную  $(p, z_p, y_p, x_p)$ , поточную  $(p, z_п, y_п, x_п)$  или стабилизированную  $(pz', y', x')$ . Измеренное отклонение  $\varepsilon$  ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  или  $\varepsilon_3$ ) передается по линии связи

на командный пункт, где оно преобразуется в параметр рассогласования, удобный для восприятия оператором. В соответствии с величиной и знаком параметра рассогласования вырабатываются сигналы управления, которые далее по командной линии передаются на автопилот ракеты. Изменение траектории ракеты в виде отклонения  $\vec{\epsilon}$  вновь фиксируется измерительными средствами на ракете и таким образом контур наведения замыкается. Поскольку при ТУ-2 параметр  $\vec{\epsilon}$  характеризует отклонение направления ракета — цель  $\vec{r}$  (рис. 7.1, а), здесь возможно применение таких же кинематических методов, как и при самонаведении.

Рассмотрим использование некоторых из них в случае ТУ-2 с оператором.

На рис. 7.1, б показано упрощенное изображение экрана индикатора цели. Цель представлена точкой Ц, а линии  $ox$  и  $oy$  отображают положение осей  $px_p$  и  $py_p$  связанной,  $px_{п}$  и  $py_{п}$  поточной или  $px'$  и  $py'$  стабилизированной системы координат (рис. 7.1, а). Параметр рассогласования  $\vec{\rho}$  пропорционален угловому отклонению  $\vec{\epsilon}$ , и, таким образом, по проекциям  $\rho_x$  и  $\rho_y$  можно судить об отклонениях ракеты в любой из двух взаимноортогональных плоскостей.

Оператор, находясь на командном пункте, формирует сигналы управления так, чтобы пятно Ц оставалось все время приблизительно совмещенным с точкой О.

Если параметр рассогласования измеряется в поточной системе координат, то отклонения  $\vec{r}$  от оси  $p$ ,  $z_{п}$  будут характеризоваться величиной  $\vec{\epsilon}_2$  (рис. 7.1, а). Поэтому оператор, сводя отклонение  $\vec{\epsilon}_2$  к нулю, тем самым обеспечивает совмещение вектора  $\vec{V}_p$  с направлением на цель, и следовательно ракета будет наводиться по кривой погони.

Для наведения ракеты методом последовательных упреждений необходимо, как и при самонаведении, измерять угловое отклонение  $\vec{\epsilon}_3$  в стабилизированной системе координат  $p, z', y', x'$  (рис. 7.1, а).

## 6. Структурная схема ТУ-2

Структурная схема ТУ-2 для наведения в одной плоскости показана на рис. 7.2. На схеме применены следующие обозначения:

$\vec{A}_ц(t), \vec{A}_p(t)$  — перемещения цели и ракеты соответственно;  
 $\vec{\epsilon}(t)$  — угловое отклонение (параметр рассогласования);  
 $\vec{u}_{вых}(t)$  — командные сигналы на входе звена «автопилот-снаряд»;

$\vec{W}_p(t)$  — полное ускорение ракеты;

$u_{п1}(t), u_{п2}(t), u_{п3}(t)$  — помехи измерителю углового отклонения, радиолнии передачи данных измерения и командной радиолнии, приведенные к выходам перечисленных устройств;

$\Delta k(t)$  — ошибки оператора при исполнении команд.

Передаточные функции звена автопилот-снаряд  $K_{а-с}(p)$ , динамического звена  $K_{дз}(p)$  и кинематического звена  $K_{кз}(p)$  (рис. 7.2)

в случае телеуправления второго вида описываются точно такими же уравнениями, что и при самонаведении.

Сравнение структурных схем телеуправления второго вида и самонаведения (рис. 7.2 и рис. 6.14) показывает, что между ними имеется много общего. Отличие заключается лишь в структурной схеме элементов, преобразующих угловые отклонения  $\varepsilon(t)$  в команды на автопилот  $u_{\text{вых}}(t)$ . Поскольку элементы, обведенные на рис. 7.2 пунктирной линией, выполняют те же функции, что и радиозвено при самонаведении, их также уместно назвать радиозвеном. Однако радиозвено в случае ТУ-2 оказывается значительно сложнее. В со-

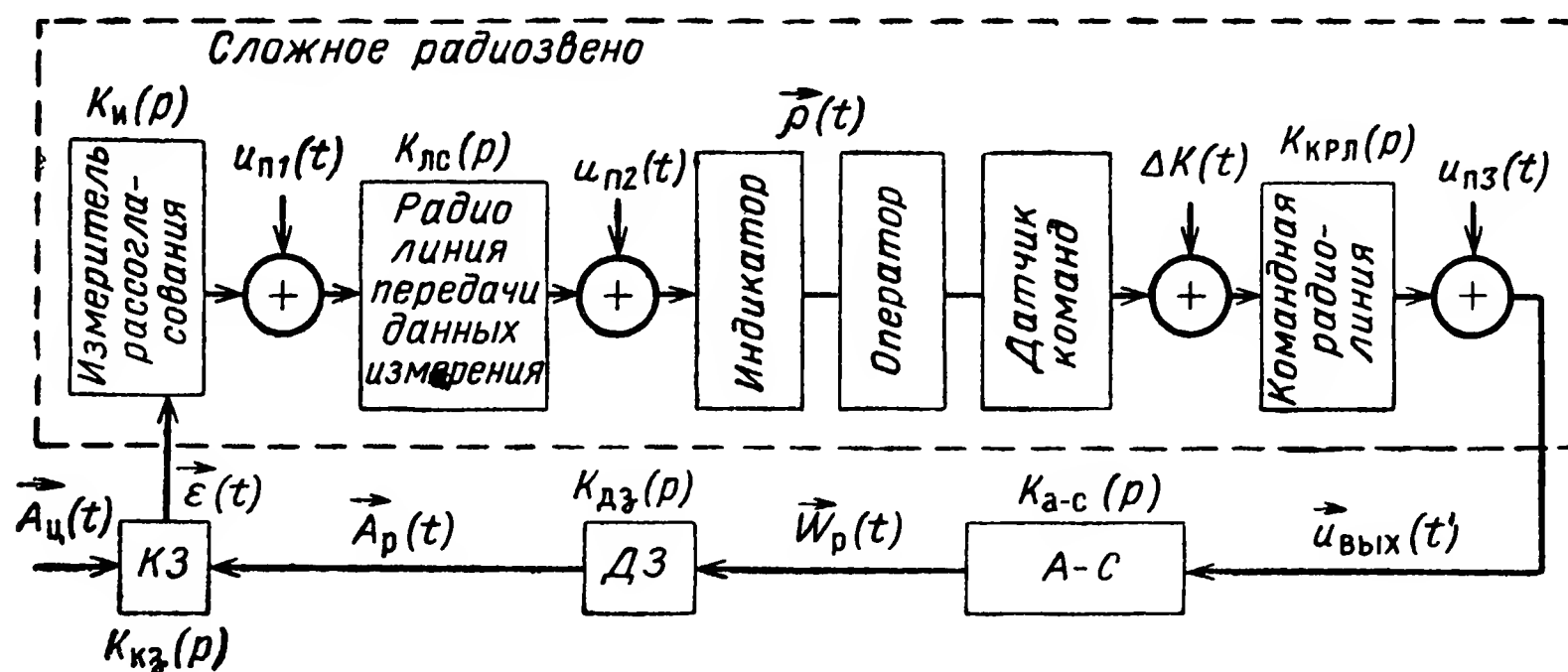


Рис. 7.2

став этого сложного радиозвена входят: измерительное устройство, радиоканал для передачи измеренного отклонения  $\varepsilon(t)$  с ракеты на командный пункт, индикатор, оператор, датчик команд и командная радиолиния.

При расчете системы управления действия оператора удобно заменить эквивалентным динамическим звеном. На основании экспериментальных исследований, проведенных с операторами, управляющими ракетой в различных ситуациях, было установлено, что при определенном навыке в управлении наблюдаются закономерности в реакциях оператора на изменения параметра рассогласования  $\varepsilon(t)$  (рис. 7.1, б). Передаточная функция, характеризующая действия оператора, может быть приближенно представлена следующим соотношением [92]:

$$K_{\text{оп}}(p) = \frac{K_{\text{оп}} M(p)}{N(p)} e^{-\tau p}, \quad (7.1)$$

где  $K_{\text{оп}}(p)$  — коэффициент передачи, который является функцией времени действия оператора и может изменяться в широких пределах;  $\tau$  — время запаздывания реакции оператора, составляющее 0,2—0,4 сек;  $M(p)$  — полином 0—2 порядка;  $N(p)$  — полином 0—4 порядка.

В первом приближении можно полагать

$$K_{\text{оп}}(p) = \frac{K_{\text{оп}}(T_1 p + 1)}{T_2 p + 1}, \quad (7.2)$$

где  $T_1$  и  $T_2$  — постоянные времени, характеризующие действия оператора.

Нетрудно видеть, что оператор осуществляет управление в соответствии с наблюдаемой величиной параметра рассогласования и его производной.

#### в. Сравнение систем ТУ-2 с самонаведением [1]

Так как телеуправление второго вида — ручное, оно приобретает новое качество по сравнению с самонаведением — участие человека в процессе управления ракетой. Это влечет за собой дополнительные преимущества и недостатки.

Основным недостатком управления с помощью оператора является влияние его субъективных свойств на качество и точность управления. Надежность и точность такого управления зависят не только от квалификации оператора, но также и от его физического и морального состояния. В качестве недостатка ручного управления следует также отметить и значительную продолжительность и стоимость подготовки квалифицированных операторов. Однако управление с помощью оператора обладает и существенным преимуществом — участием в процессе управления сознательной воли человека, обеспечивающей гибкость управления, а в ряде случаев и большую помехоустойчивость.

Система телеуправления с телевизионной головкой позволяет в наибольшей степени использовать преимущества участия в управлении оператора, так как она дает наиболее детальное изображение цели. Однако этой системе в наибольшей степени свойственны и недостатки ТУ-2 — большая сложность, чем при самонаведении, и подверженность действию помех каналов связи и управления. Кроме того, при использовании видимых лучей дальность действия невелика и сильно зависит от времени суток и метеоусловий.

Система телеуправления второго вида с радиолокационной головкой значительно проще системы с телевизионной головкой. Кроме того, она позволяет осуществлять радиотехнический контроль цели и тем самым существенно повысить дальность и надежность действия системы. Однако изображение цели в этом случае получается в виде пятна, что не позволяет использовать основное преимущество ТУ-2 с оператором — возможность более детального анализа цели. В то же время и эта система остается более сложной, чем система самонаведения.

а. ТУ-1 по методу накрытия цели

При наведении по методу накрытия цели ракета должна находиться на направлении КП — цель; поэтому в качестве параметра рассогласования здесь принимают угловое отклонение  $\varepsilon$  направления

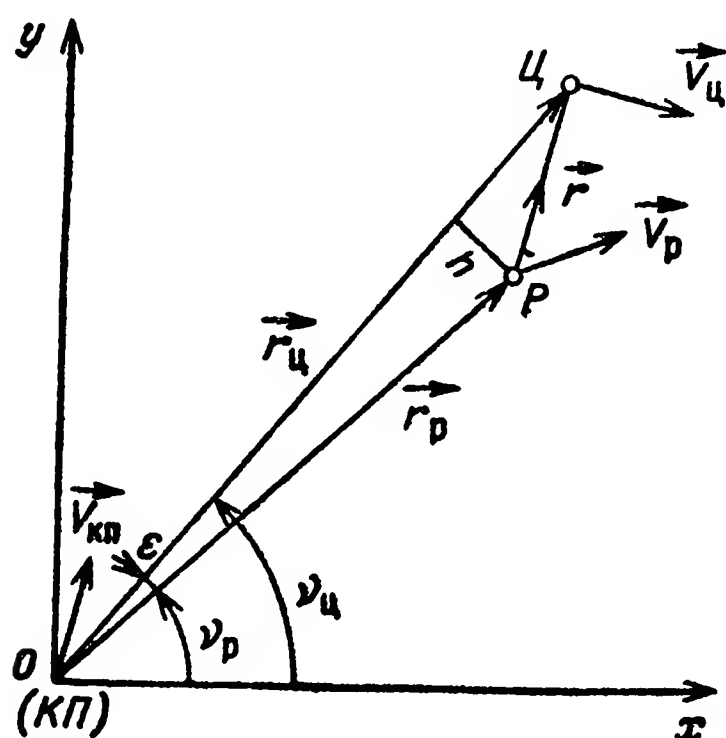


Рис. 7.3

$\vec{r}_р$  от  $\vec{r}_ц$  или линейное отклонение ракеты  $h$  от линии  $\vec{r}_ц$  (рис. 7.3):

$$\varepsilon = v_ц - v_р \quad (7.3)$$

или

$$h = r_р \sin \varepsilon. \quad (7.4)$$

Принимая во внимание малость угла  $\varepsilon$ , приближенно получим

$$h \approx r_р (v_ц - v_р). \quad (7.5)$$

Уравнения (7.3) и (7.5) позволяют определить состав измерительных средств для реализации

метода накрытия цели как при командном, так и при лучевом наведении.

Рассмотрим вначале командное наведение.

Для формирования сигналов управления на командном пункте необходимо иметь угломерное устройство, измеряющее разность

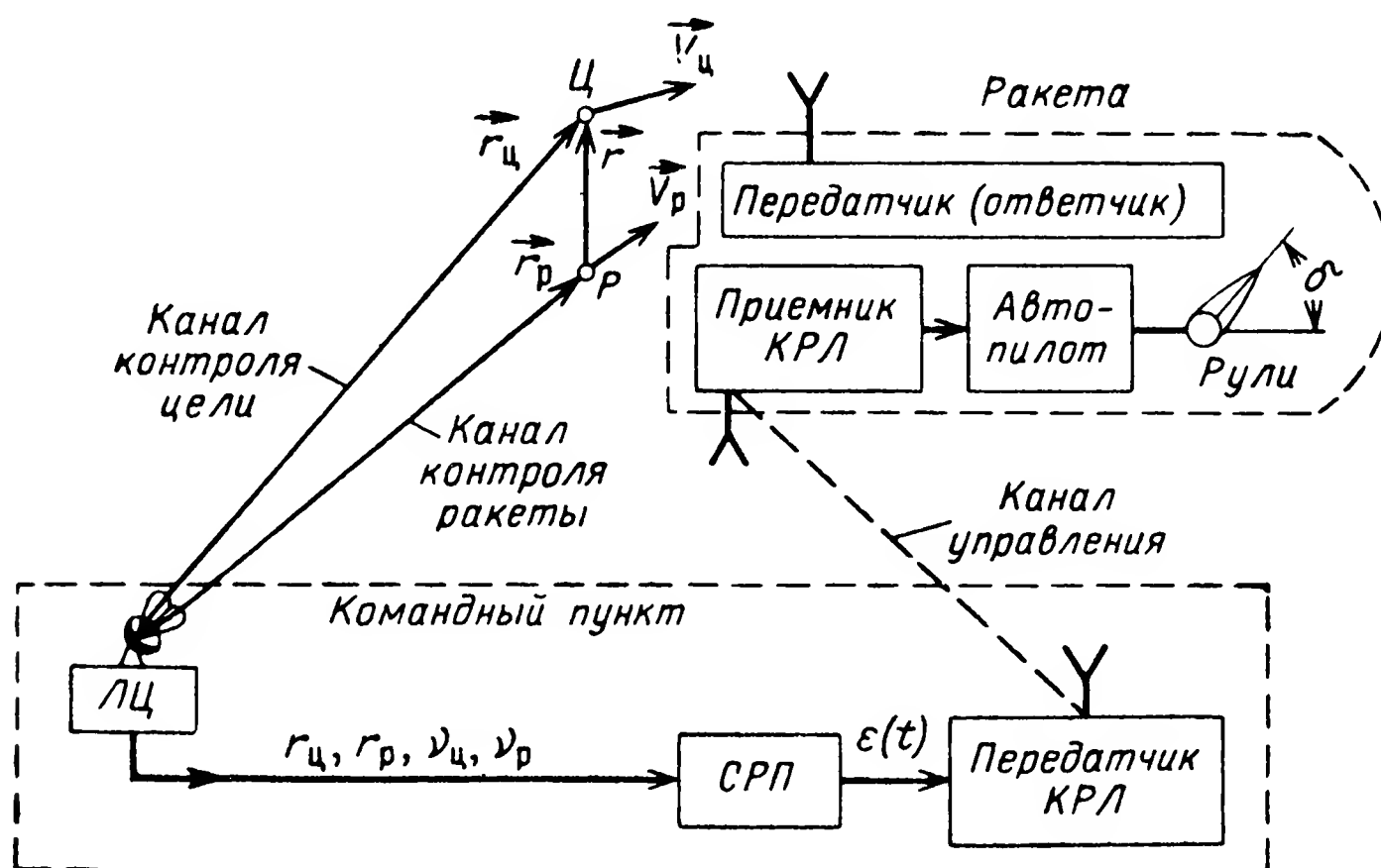


Рис. 7.4



углов  $\nu_{\text{ц}}$  —  $\nu_{\text{р}}$ , а если в качестве параметра рассогласования принята величина  $h$ , то и дальность до ракеты  $r_{\text{р}}$ . Счетно-решающий прибор преобразует измеренные данные в командные сигналы. Один из возможных вариантов осуществления системы командного управления методом накрытия цели показан на рис. 7.4.

При наведении по методу накрытия цели с помощью лучевой системы командные сигналы формируются на ракете. Возможный способ построения функциональной схемы подобных систем пока-

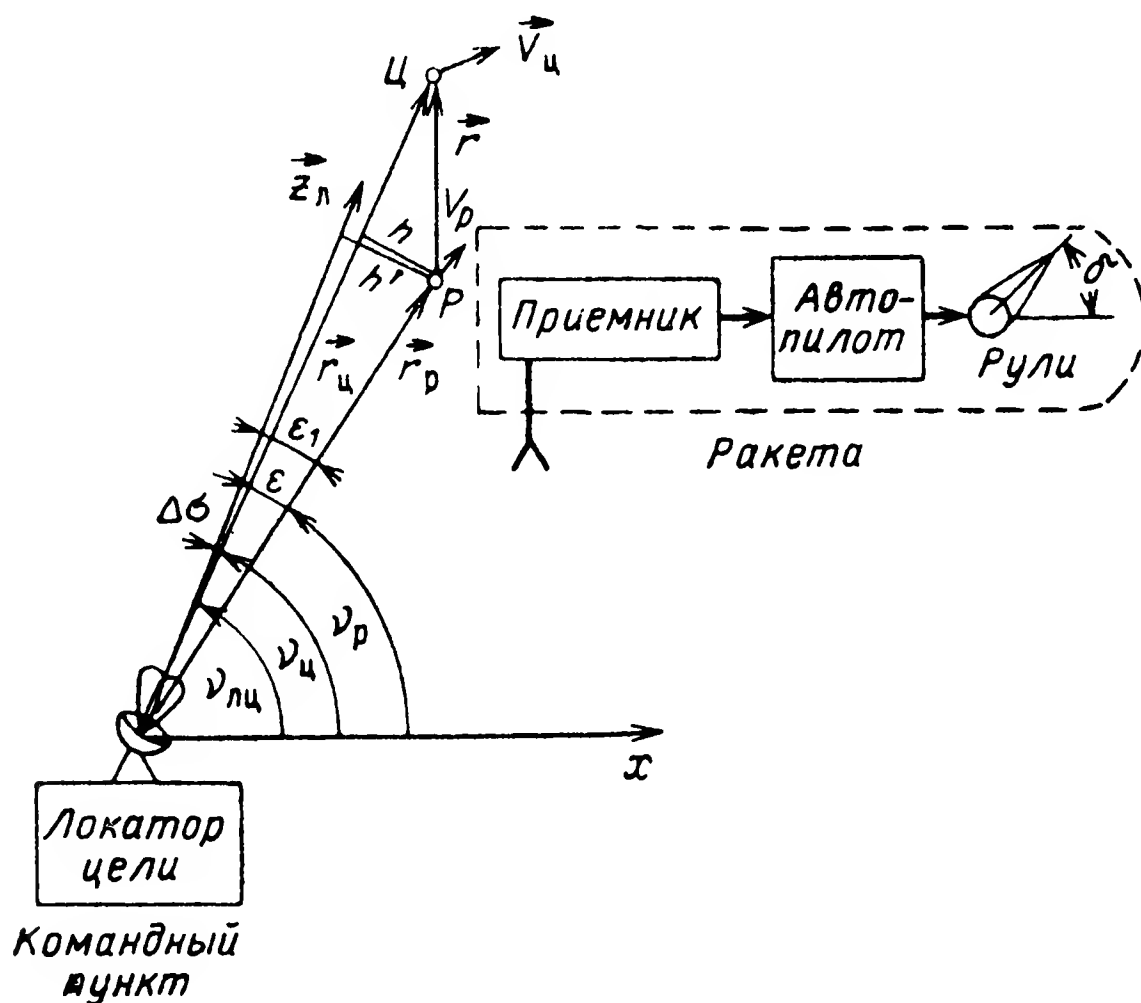


Рис. 7.5

зан на рис. 7.5. Здесь имеется один радиолокатор, работающий в режиме слежения за целью. При этом луч локатора одновременно служит и в качестве управляющего для ракеты, так как любое отклонение ракеты от оси равносигнальной зоны воспринимается измерителем параметра рассогласования, расположенным на ракете. В результате вырабатываются команды на автопилот, и ракета, исправляя свою траекторию, вновь возвращается на ось равносигнальной зоны луча.

Рассмотренная выше функциональная схема лучевого наведения справедлива, когда ракета после старта вышла на равносигнальное направление и перешла в режим наведения по лучу. Ввод ракеты в луч, осуществляемый на стартовом участке, является весьма сложным и ответственным этапом наведения. Некоторые подробности об особенностях стартового участка траектории при лучевом наведении ракеты можно найти в [3] и [11].

## 6. ТУ-1 по методу параллельного сближения

Как отмечалось в гл. 5, идеальная кинематическая траектория ракеты, наводимой по методу параллельного сближения, получается при выполнении любого из следующих условий:

1. Вектор скорости ракеты направлен точно в упрежденную точку, т. е. ошибка упреждения  $\Delta\beta$  равна нулю.

2. Линия ракета — цель  $\vec{r}$  перемещается в пространстве поступательно, т. е. угловая скорость  $d\varphi/dt$  ее вращения равна нулю.

Поэтому в качестве параметра рассогласования можно выбирать ошибку упреждения

$$\Delta\beta = \frac{r}{V_p} \frac{d\varphi}{dt} \quad (5.25)$$

или угловую скорость линии визирования

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Можно также требовать выполнения в установившемся режиме не условия

$$\varphi = \text{const}$$

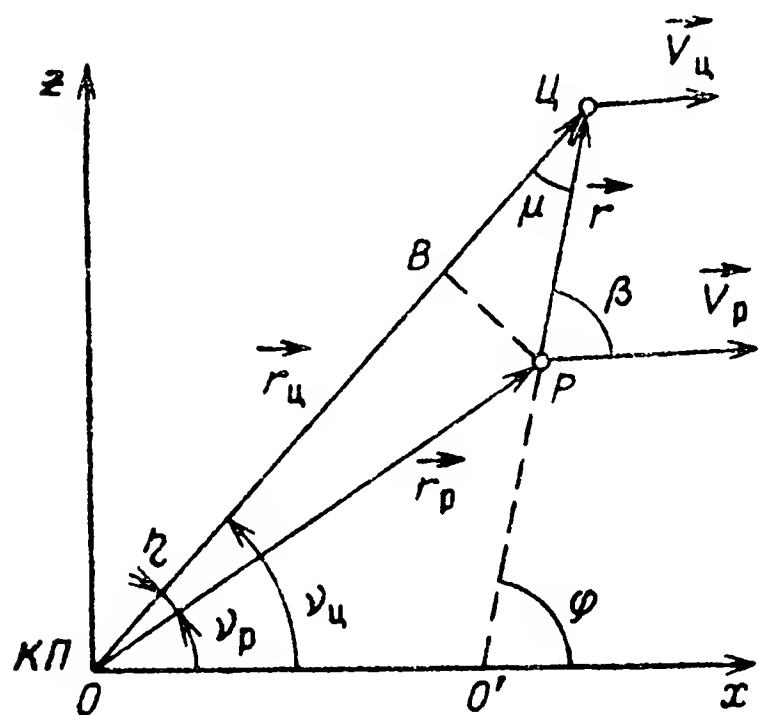


Рис. 7.6

(которое обеспечивается при равенстве нулю ошибки упреждения  $\Delta\beta$  или угловой скорости  $\omega$ ), а более жесткого условия

$$\varphi = \varphi_0, \quad (7.6)$$

где  $\varphi_0$  — значение угла  $\varphi$  в момент начала наведения. От того, какая из величин ( $\Delta\beta$ ,  $\omega$  или какая-либо иная) выбрана в качестве параметра рассогласования  $\varepsilon$ , зависит, с одной стороны, сложность его измерения, а с другой — качество регулирования при наличии различных возмущений, определяющее точность наведения. Поэтому окончательный выбор параметра рассогласования может быть сделан лишь после сравнительного анализа сложности осуществления системы управления и точности наведения для различных видов параметра рассогласования. В дальнейшем при выборе параметра рассогласования мы будем для конкретности исходить из условия (7.6). Рассматривая плоский случай (рис. 7.6), из треугольника  $ОРЦ$  находим

$$PB = r_p \sin \eta = r \sin \mu. \quad (7.7)$$

Но  $\eta = \nu_{\text{ц}} - \nu_p$  и  $\mu = \varphi - \nu_{\text{ц}}$ , поэтому из (7.7) имеем

$$\sin(\nu_{\text{ц}} - \nu_p) = \frac{r}{r_p} \sin(\varphi - \nu_{\text{ц}}), \quad (7.8)$$

откуда

$$v_p = v_{\text{ц}} - \arcsin \left[ \frac{r}{r_p} \sin (\varphi - v_{\text{ц}}) \right]. \quad (7.9)$$

Так как мы хотим, чтобы выполнялось условие (7.6), то требуемое значение  $v_{\text{пт}}$  угла  $v_p$  должно удовлетворять условию

$$v_{\text{пт}} = v_{\text{ц}} - \arcsin \left[ \frac{r}{r_p} \sin (\varphi_0 - v_{\text{ц}}) \right]. \quad (7.10)$$

Поэтому в качестве параметра рассогласования может быть выбрана величина

$$\varepsilon = v_{\text{пт}} - v_p. \quad (7.11)$$

т. е. отклонение направления вектора  $\vec{r}_p$  от требуемого направления, обеспечивающего выполнение условия (7.6).

Из (7.10) и (7.11) следует, что

$$\varepsilon = (v_{\text{ц}} - v_p) - \arcsin \left[ \frac{r}{r_p} \sin (\varphi_0 - v_{\text{ц}}) \right]. \quad (7.12)$$

Если в процессе наведения разности углов  $(v_{\text{ц}} - v_p)$  и  $(\varphi - v_{\text{ц}})$  остаются достаточно малыми, то вместо (7.8) можно полагать

$$v_{\text{ц}} - v_p = \frac{r_{\text{ц}} - r_p}{r_p} (\varphi - v_{\text{ц}}) \quad (7.13)$$

и выражение (7.12) принимает значительно более простой вид:

$$\varepsilon = (v_{\text{ц}} - v_p) - \frac{r_{\text{ц}} - r_p}{r_p} (\varphi_0 - v_{\text{ц}}). \quad (7.14)$$

Разности углов  $(v_{\text{ц}} - v_p)$  и  $(\varphi - v_{\text{ц}})$  малы, если вектор скорости цели в течение всего процесса наведения направлен приблизительно на командный пункт (или в противоположную сторону) и, следовательно, ракета и цель движутся по курсам, близким к встречным или догонным. Поэтому приближенное соотношение (7.14) справедливо при курсах, близких к встречным или догонным.

В формулах (7.12) и (7.14)  $\varphi_0$  — направление вектора  $\vec{r}$  в момент начала наведения, определенное в некоторой фиксированной системе координат  $xoz$  (рис. 7.6).

Управление ракетой может осуществляться с помощью управляющего луча или командной радиолинии.

При применении командной радиолинии функциональная схема системы управления имеет вид, изображенный на рис. 7.7. Радиолокаторы ЛЦ и ЛР измеряют координаты цели  $(\vec{r}_{\text{ц}}, \vec{v}_{\text{ц}})$  и ракеты  $(\vec{r}_p, \vec{v}_p)$ .

На основании данных этих измерений счетно-решающий прибор вычисляет параметр рассогласования  $\vec{\epsilon}$ , передаваемый по командной радиолинии на борт ракеты, где он преобразуется автопилотом в команды на рули.

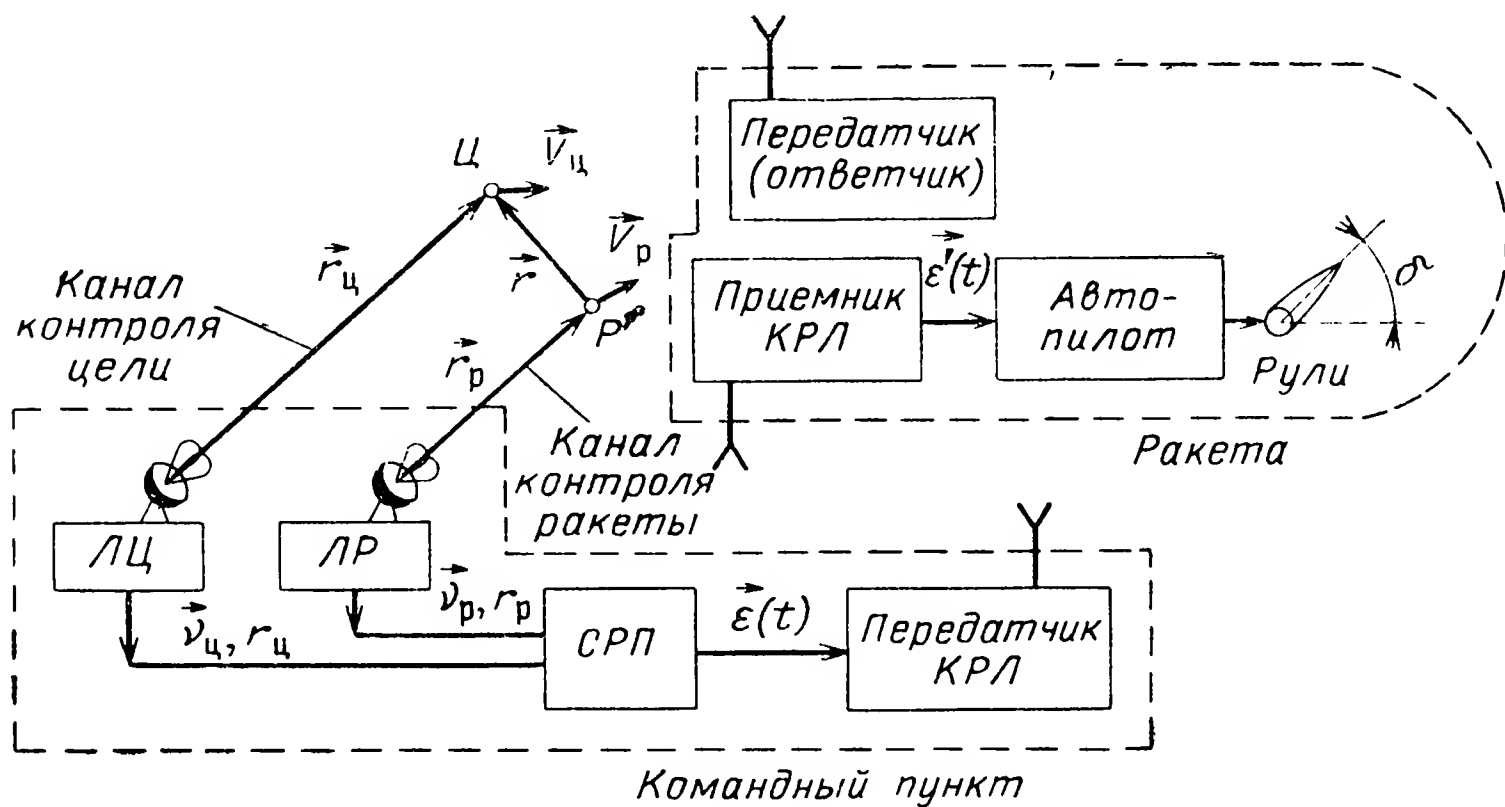


Рис. 7.7

При применении управляющего луча функциональная схема системы наведения принимает вид, изображенный на рис. 7.8.

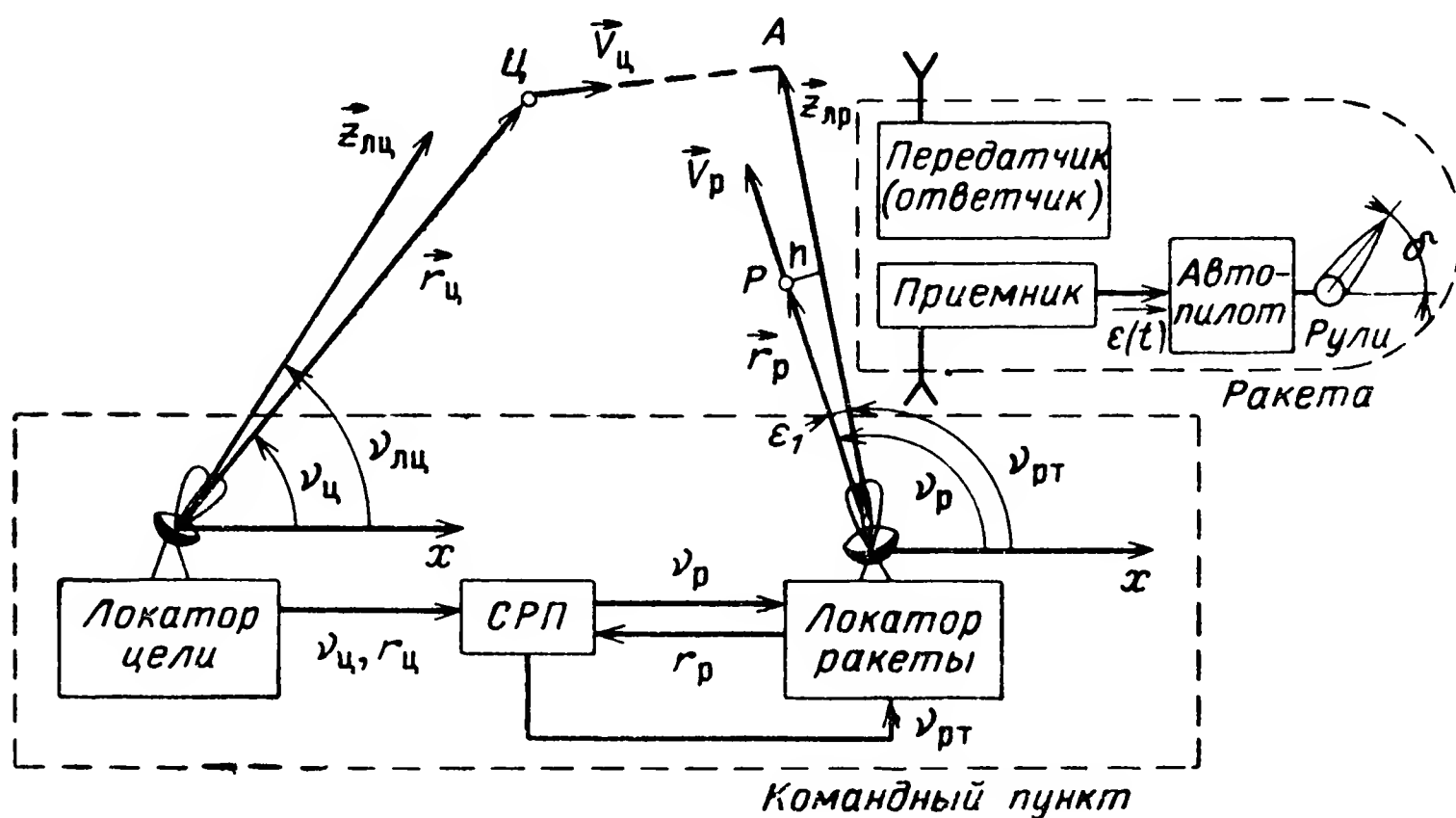


Рис. 7.8

Локатор ракеты, измеряющий координаты ( $r_р$ ,  $\vec{v}_р$ ) создает одновременно равносигнальную зону (луч), на оси которой должна удерживаться ракета. Отклонения ракеты от оси равносигнальной зоны измеряются бортовым приемником и преобразуются автопилотом в команды на рули ракеты. Счетно-решающий прибор (СРП) в этом

случае вычисляет требуемое направление  $\vec{v}_{рт}$  оси равносигнальной зоны локатора ракеты по формуле (7.10) и передает его на локатор ракеты. Входящее в состав этого локатора исполнительное устройство (например, привод антенной системы) должно обеспечивать направление оси равносигнальной зоны в соответствии с требуемым значением угла  $\vec{v}_{рт}$ . Рассмотренные системы командного наведения (рис. 7.4 и рис. 7.7) являются устройствами автоматического управления с замыканием контура через командный пункт. Если в этих системах счетно-решающий прибор заменить оператором с индикатором положения ракеты и цели и датчиком команд, то получится командная система телеуправления первого вида с ручным наведением.

#### § 7.4. СТРУКТУРНАЯ СХЕМА ТУ-1 ПРИ КОМАНДНОМ НАВЕДЕНИИ

##### а. Общие соотношения

Структурная схема ТУ-1 для случая движущегося командного пункта при наведении по методу параллельного сближения показана на рис. 7.9.

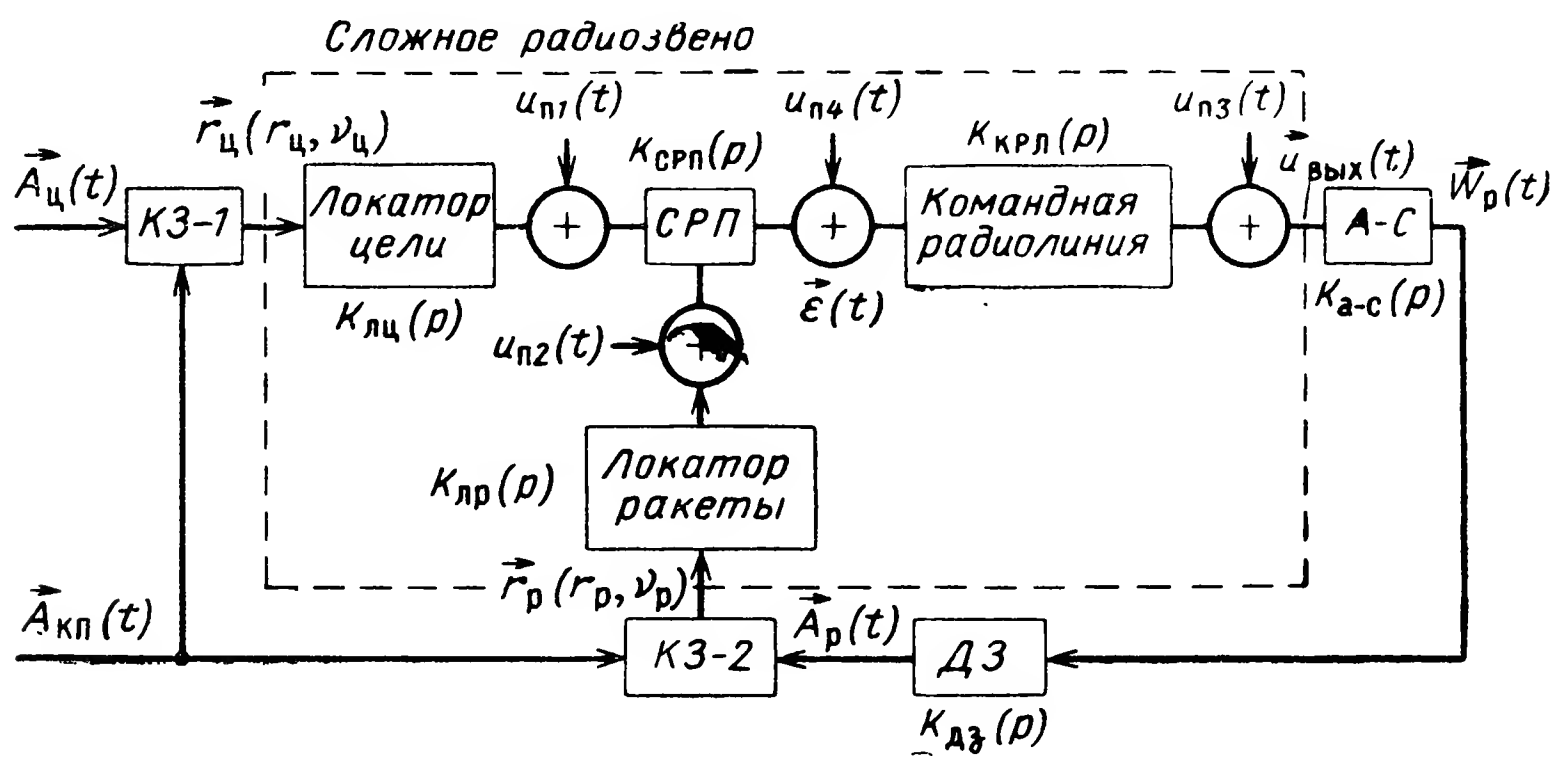


Рис. 7.9

Внешним возмущением для системы телеуправления является движение цели, характеризуемое перемещением  $\vec{A}_{ц}(t)$ . Взаимное перемещение цели  $\vec{A}_{ц}(t)$  и командного пункта  $\vec{A}_{кп}(t)$  приводит к изменению направления командный пункт — цель (вектор  $\vec{r}_{ц}$  на рис. 7.1, а). Это отображается на схеме рис. 7.9 кинематическим звеном КЗ-1. Координаты вектора  $\vec{r}_{ц}$  измеряются локатором цели, на выходе которого в общем случае получаются значения дальности

сти  $r_{ц}$ , азимута  $v_{цх}$  и угла места  $v_{цy}$  цели. Кинематическое звено КЗ-2 отображает взаимное перемещение командного пункта  $\vec{A}_{кп}(t)$  и ракеты  $\vec{A}_p(t)$ . Координаты вектора  $\vec{r}_p$  измеряются локатором ракеты, на выходе которого получаются значения дальности  $r_p$ , азимута  $v_{px}$  и угла места  $v_{py}$  ракеты. Сигналы с выходов локатора цели и локатора ракеты подаются на СРП, который в соответствии с принятым кинематическим методом наведения вырабатывает напряжение, характеризующее параметр рассогласования  $\vec{\varepsilon}(t)$ . По командной радиолинии параметр  $\vec{\varepsilon}(t)$  передается на ракету. Принятые приемным устройством команды  $\vec{u}_{вых}(t)$  поступают на автопилот, в результате чего образуется ускорение  $\vec{W}_p(t)$ , изменяющее траекторию ракеты  $\vec{A}_p(t)$ . Локатор цели, локатор ракеты и командная радиолиния в той или иной степени подвержены воздействию различных помех, а счетно-решающее устройство выполняет математические операции с ошибками. На схеме это отображается некоторыми возмущениями  $u_{п1}(t)$ ,  $u_{п2}(t)$ ,  $u_{п3}(t)$  и  $u_{п4}(t)$ , приведенными к выходу соответствующего устройства.

При детальном рассмотрении структурной схемы командной системы телеуправления ограничимся рассмотрением управления только в одной, например вертикальной, плоскости. Предполагая далее, что при наведении применяется метод параллельного сближения, найдем математические соотношения, описывающие элементы структурной схемы.

#### 6. Характеристики радиозвена и звена автопилот-снаряд

Звено автопилот-снаряд устанавливает связь между командами управления  $\vec{u}_{вых}(t)$ , поступающими на автопилот, и полным ускорением ракеты  $\vec{W}_p(t)$ . В случае движения в одной плоскости эта связь характеризуется передаточной функцией (4.23).

В отличие от самонаведения, где радиозвено можно было представить передаточной функцией  $K_{pz}(p)$ , характеризующей элемент с одним входом и одним выходом (рис. 6.14), при командном телеуправлении радиозвено оказывается значительно более сложным элементом. Так, например, в случае метода параллельного сближения подлежащий измерению параметр рассогласования  $\varepsilon$  определяется (7.12) или (7.14). На выходе идеального радиозвена без помех при этом получим напряжение  $u_{вых}$ , пропорциональное параметру рассогласования  $\varepsilon$ , т. е.  $u_{вых} = K\varepsilon$ . Следует, однако, отметить, что в реальных условиях, когда имеют место искажения сигналов и ошибки измерительных средств, СРП и командной радиолинии, уравнения, описывающие сложное радиозвено, будут иными.

Например, в простейшем случае, когда помехи отсутствуют, а параметр рассогласования определяется формулой (7.14), уравнения радиозвена можно представить в следующем виде:

$$u_{\text{вых}} = K_{\text{крл}}(p) \varepsilon, \quad (7.15)$$

где

$$\varepsilon = K_{v_{\text{ц}}}(p) v_{\text{ц}} - K_{v_{\text{р}}}(p) v_{\text{р}} - \frac{K_{r_{\text{ц}}}(p) r_{\text{ц}} - K_{r_{\text{р}}}(p) r_{\text{р}}}{K_{r_{\text{р}}}(p) r_{\text{р}}} [K_{\varphi}(p) \varphi_0 - K_{v_{\text{ц}}}(p) v_{\text{ц}}]. \quad (7.16)$$

Соответствующая этим уравнениям структурная схема радиозвена показана на рис. 7.10.

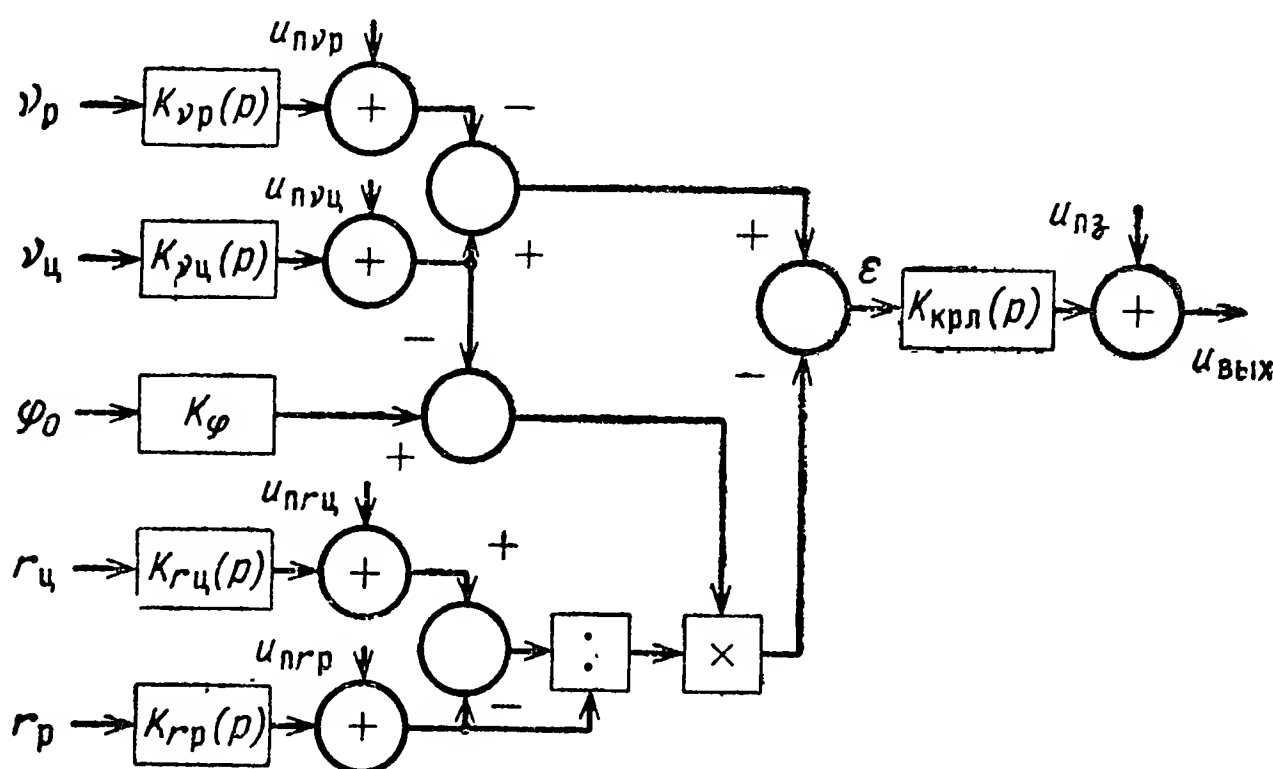


Рис. 7.10

На схеме введены следующие обозначения:

$K_{v_{\text{р}}}(p)$ ,  $K_{v_{\text{ц}}}(p)$  — передаточные функции угломерных устройств локатора ракеты и локатора цели соответственно;

$K_{r_{\text{р}}}(p)$ ,  $K_{r_{\text{ц}}}(p)$  — передаточные функции дальномерных устройств;

$K_{\text{крл}}(p)$  — передаточная функция командной радиолинии.

Кроме того, на схеме отмечены точки, куда вводятся возмущения, эквивалентные действию помех на угломерные устройства ( $u_{nv_{\text{р}}}$ ,  $u_{nv_{\text{ц}}}$ ), дальномеры ( $u_{nr_{\text{р}}}$ ,  $u_{nr_{\text{ц}}}$ ) и командную радиолинию ( $u_{пз}$ ).

### в. Характеристики кинематических и динамических звеньев

Как следует из общей структурной схемы (рис. 7.9), кинематическое звено КЗ-1 устанавливает связь между координатами вектора  $\vec{r}_{\text{ц}}$  ( $r_{\text{ц}}$ ,  $v_{\text{ц}}$ ) и перемещениями командного пункта



$A_{\text{кп}}(t)$  и цели  $\vec{A}_{\text{ц}}(t)$ . На плоскости эта связь определяется следующими кинематическими уравнениями, которые можно получить из рис. 7.11:

$$\frac{dr_{\text{ц}}}{dt} = -V_{\text{к}} \cos(\theta_{\text{к}} - \nu_{\text{к}}) + V_{\text{ц}} \cos(\theta_{\text{ц}} - \nu_{\text{ц}}), \quad (7.17)$$

$$r_{\text{ц}} \frac{d\nu_{\text{ц}}}{dt} = V_{\text{ц}} \sin(\theta_{\text{ц}} - \nu_{\text{ц}}) - V_{\text{к}} \sin(\theta_{\text{к}} - \nu_{\text{к}}). \quad (7.18)$$

Кинематическое звено КЗ-2 устанавливает связь между координатами вектора  $\vec{r}_{\text{р}}(r_{\text{р}}, \nu_{\text{р}})$  и перемещениями командного пункта

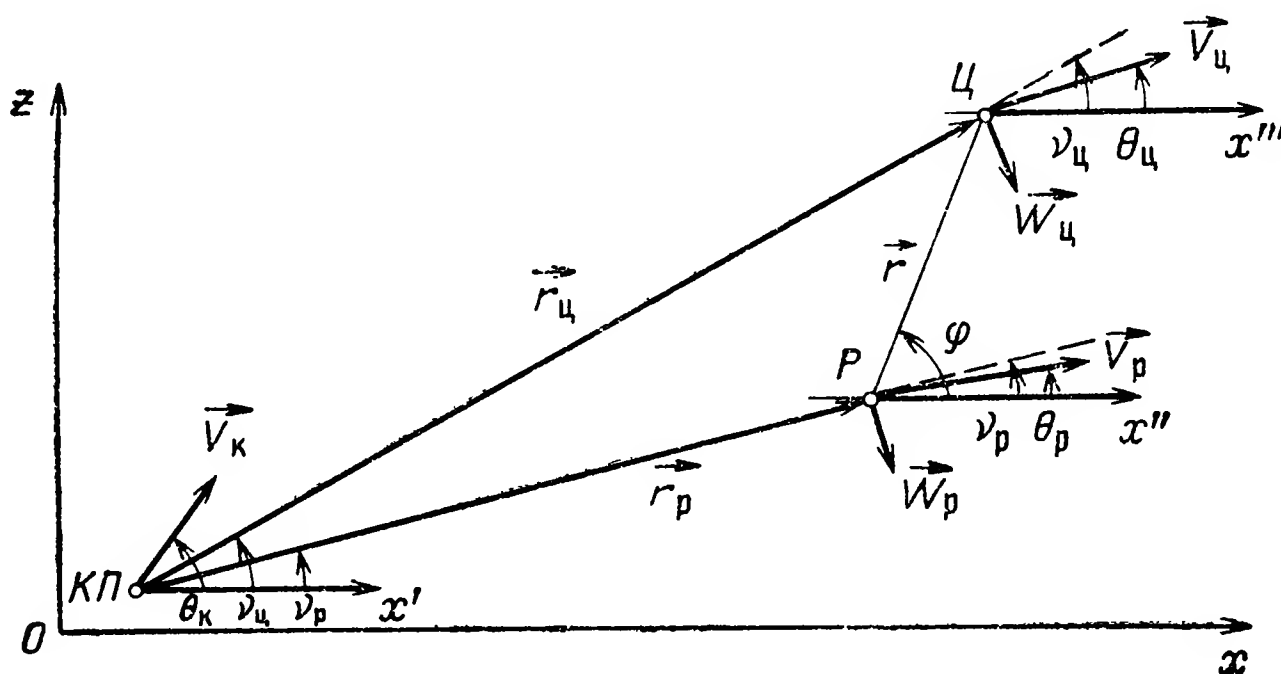


Рис. 7.11

$\vec{A}_{\text{кп}}(t)$  и ракеты  $\vec{A}_{\text{р}}(t)$ . Эта связь определяется следующими уравнениями:

$$\frac{dr_{\text{р}}}{dt} = -V_{\text{к}} \cos(\theta_{\text{к}} - \nu_{\text{р}}) + V_{\text{р}} \cos(\theta_{\text{р}} - \nu_{\text{р}}), \quad (7.19)$$

$$r_{\text{р}} \frac{d\nu_{\text{р}}}{dt} = V_{\text{р}} \sin(\theta_{\text{р}} - \nu_{\text{р}}) - V_{\text{к}} \sin(\theta_{\text{к}} - \nu_{\text{р}}). \quad (7.20)$$

Далее для простоты будем рассматривать управление ракетой с неподвижного командного пункта. В этом случае  $V_{\text{к}}=0$  и для кинематических звеньев КЗ-1 и КЗ-2 получим

$$\frac{dr_{\text{ц}}}{dt} = V_{\text{ц}} \cos(\theta_{\text{ц}} - \nu_{\text{ц}}), \quad (7.21)$$

$$r_{\text{ц}} \frac{d\nu_{\text{ц}}}{dt} = V_{\text{ц}} \sin(\theta_{\text{ц}} - \nu_{\text{ц}}), \quad (7.22)$$

$$\frac{dr_{\text{р}}}{dt} = V_{\text{р}} \cos(\theta_{\text{р}} - \nu_{\text{р}}), \quad (7.23)$$

$$r_{\text{р}} \frac{d\nu_{\text{р}}}{dt} = V_{\text{р}} \sin(\theta_{\text{р}} - \nu_{\text{р}}). \quad (7.24)$$

Динамическое звено ДЗ характеризует связь между ускорением ракеты  $\vec{W}_p(t)$  и соответствующими ему перемещениями  $\vec{A}_p(t)$ . Воспользовавшись рис. 7.11, можно записать следующие уравнения динамического звена ракеты (полагая  $V_p = \text{const}$ ):

$$W_{px} = W_p \sin \theta_p, \quad (7.25)$$

$$W_{pz} = -W_p \cos \theta_p, \quad (7.26)$$

$$V_{px} = V_p \cos \theta_p, \quad (7.27)$$

$$V_{pz} = V_p \sin \theta_p, \quad (7.28)$$

$$V_{px} = \frac{1}{p} W_{px} + V_{px0}, \quad (7.29)$$

$$V_{pz} = \frac{1}{p} W_{pz} + V_{pz0}, \quad (7.30)$$

$$x_p = \frac{1}{p} V_{px}, \quad (7.31)$$

$$z_p = \frac{1}{p} V_{pz}. \quad (7.32)$$

Аналогичным образом можно вывести уравнения динамического звена цели.

В общем случае соотношения, описывающие кинематические и динамические звенья, оказываются нелинейными, с переменными параметрами. Поэтому они практически непригодны для аналитического исследования систем телеуправления и могут быть использованы лишь при аналоговом или цифровом моделировании этих систем. С целью упрощения уравнений обычно осуществляют их линеаризацию методом малых возмущений.

Линеаризация кинематических уравнений методом малых возмущений здесь допустима лишь в частных случаях, когда в процессе наведения ракеты на цель изменения углов  $v_p, v_{ц}, \theta_p, \theta_{ц}$  составляют малую величину. Такая ситуация имеет место во всех тех случаях, когда выполняются условия

$$r \ll r_{ц} \quad \text{и} \quad r \ll r_p, \quad (7.33)$$

а также при наведении примерно навстречу или вдогон.

В этих случаях можно принять:

$$\left. \begin{aligned} v_p &= v_{p0} + \Delta v_p, \\ \theta_p &= \theta_{p0} + \Delta \theta_p, \end{aligned} \right\} \quad (7.34)$$

$$\left. \begin{aligned} v_{ц} &= v_{ц0} + \Delta v_{ц}, \\ \theta_{ц} &= \theta_{ц0} + \Delta \theta_{ц}, \end{aligned} \right\} \quad (7.35)$$

где  $v_{p0}, v_{ц0}, \theta_{p0}, \theta_{ц0}$  — начальные значения углов;  $\Delta v_p, \Delta v_{ц}, \Delta \theta_p, \Delta \theta_{ц}$  — малые возмущения.

Подставляя (7.35) в (7.21) и (7.22) и принимая во внимание при этом малость величин  $\Delta v_{ц}$  и  $\Delta \theta_{ц}$ , после преобразований можно получить следующие уравнения кинематического звена КЗ-1 ( $V_k = 0$ ):

$$\frac{dr_{ц}}{dt} = V_{ц} \cos(\theta_{ц0} - v_{ц0}) - V_{ц} (\Delta \theta_{ц} - \Delta v_{ц}) \sin(\theta_{ц0} - v_{ц0}), \quad (7.36)$$

$$r_{ц} \frac{d\Delta v_{ц}}{dt} = V_{ц} \sin(\theta_{ц0} - v_{ц0}) + V_{ц} (\Delta \theta_{ц} - \Delta v_{ц}) \cos(\theta_{ц0} - v_{ц0}). \quad (7.37)$$

Нетрудно видеть, что уравнения линейны относительно переменных  $\Delta \theta_{ц}$ ,  $\Delta v_{ц}$ ,  $r_{ц}$ .

Умножим далее обе части уравнения (7.36) на  $\Delta v_{ц}$  и сложим его с (7.37). В результате несложных преобразований будем иметь

$$\frac{d(r_{ц} \Delta v_{ц})}{dt} = V_{ц} \sin(\theta_{ц0} - v_{ц0}) + V_{ц} \Delta \theta_{ц} \cos(\theta_{ц0} - v_{ц0}). \quad (7.38)$$

Полученное уравнение можно представить в операторной форме

$$\Delta v_{ц} = \frac{1}{r_{ц}} \left[ \frac{1}{p} V_{ц} \sin(\theta_{ц0} - v_{ц0}) + \frac{1}{p} V_{ц} \Delta \theta_{ц} \cos(\theta_{ц0} - v_{ц0}) \right]. \quad (7.39)$$

Подставляя (7.34) в (7.23) и (7.24) после преобразований, аналогичных сделанным ранее при выводе (7.39), получим следующее уравнение для кинематического звена КЗ-2:

$$\Delta v_p = \frac{1}{r_p} \left[ \frac{1}{p} V_p \sin(\theta_{p0} - v_{p0}) + \frac{1}{p} V_p \Delta \theta_p \cos(\theta_{p0} - v_{p0}) \right]. \quad (7.40)$$

Далее будем полагать, что в процессе всего наведения скорости ракеты и цели сохраняются неизменными, т. е.  $V_p = \text{const}$  и  $V_{ц} = \text{const}$ .

Воспользовавшись соотношением (3.43), связывающим поперечное ускорение ракеты  $W_p$  с угловой скоростью вектора скорости ракеты

$$W_p = V_p \dot{\theta}_p.$$

с аналогичным соотношением для ускорения цели  $W_{ц}$ , формулы (7.39) и (7.40) можно привести к следующему виду:

$$\Delta v_{ц} = \frac{1}{r_{ц}} \left[ \frac{1}{p} V_{ц} \sin(\theta_{ц0} - v_{ц0}) + \frac{1}{p^2} W_{ц} \cos(\theta_{ц0} - v_{ц0}) \right], \quad (7.41)$$

$$\Delta v_p = \frac{1}{r_p} \left[ \frac{1}{p} V_p \sin(\theta_{p0} - v_{p0}) + \frac{1}{p^2} W_p \cos(\theta_{p0} - v_{p0}) \right]. \quad (7.42)$$

Вторые слагаемые в квадратных скобках выражают связь между ускорением цели  $W_{ц}$  (ракеты  $W_p$ ) и соответствующими им пере-

мещениями  $\vec{A}_ц(t)$  и  $\vec{A}_р(t)$ . Поэтому из них следуют выражения для передаточных функций динамического звена цели и ракеты

$$K_{дзц}(p) = \frac{\cos(\theta_{ц0} - v_{ц0})}{p^2}, \quad (7.43)$$

$$K_{дзр}(p) = \frac{\cos(\theta_{р0} - v_{р0})}{p^2}. \quad (7.44)$$

Дальность до цели  $r_ц$ , входящая в (7.41), определяется из уравнения (7.36).

В операторной форме ее можно представить выражением

$$\begin{aligned} r_ц &= r_{ц0} + \frac{1}{p} V_ц \cos(\theta_{ц0} - v_{ц0}) - \\ &- \frac{1}{p} V_ц (\Delta\theta_ц - \Delta v_ц) \sin(\theta_{ц0} - v_{ц0}). \end{aligned} \quad (7.45)$$

Принимая во внимание (3.43) для  $r_ц$ , окончательно получим

$$\begin{aligned} r_ц &= r_{ц0} + \frac{1}{p} V_ц \cos(\theta_{ц0} - v_{ц0}) - \\ &- \frac{1}{p^2} (W_ц - V_ц p \Delta v_ц) \sin(\theta_{ц0} - v_{ц0}). \end{aligned} \quad (7.46)$$

Аналогично для дальности  $r_р$  можно написать

$$\begin{aligned} r_р &= r_{р0} + \frac{1}{p} V_р \cos(\theta_{р0} - v_{р0}) - \\ &- \frac{1}{p^2} (W_р - V_р p \Delta v_р) \sin(\theta_{р0} - v_{р0}). \end{aligned} \quad (7.47)$$

Итак, в случае малых возмущений кинематические звенья КЗ-1 и КЗ-2 полностью определяются уравнениями (7.41), (7.42), (7.46), (7.47), а динамические звенья — передаточными функциями (7.43) и (7.44).

#### г. Структурная схема командной системы ТУ-1 в случае линеаризованных уравнений кинематических звеньев

Полученные выше уравнения кинематических и динамических звеньев (7.41), (7.42), (7.46), (7.47), уравнения сложного радиозвена (7.15), (7.16) и соотношение (4.22) для передаточной функции звена автопилот-снаряд позволяют составить структурную схему командной системы телеуправления первого вида при  $V_k = 0$ .

Для случая линеаризации уравнений кинематических звеньев КЗ-1 и КЗ-2 методом малых приращений схема показана на рис. 7.12. Чтобы не усложнять рисунок, подробно изображены лишь структурные схемы кинематических звеньев. Детальная структур-

ная схема сложного радиозвена приведена на рис. 7.10. На схеме рис. 7.12 введены следующие обозначения:

$V_p \sin(\theta_{p0} - \nu_{p0})$ ,  $V_p \cos(\theta_{p0} - \nu_{p0})$ ,  $r_{p0}$  — начальные условия параметров движения ракеты;

$V_{ц} \sin(\theta_{ц0} - \nu_{ц0})$ ,  $V_{ц} \cos(\theta_{ц0} - \nu_{ц0})$ ,  $r_{ц0}$  — начальные условия параметров движения цели (поскольку постоянные величины  $V_p$ ,  $V_{ц}$ ,  $\theta_{ц0}$ ,  $\theta_{p0}$ ,  $\nu_{ц0}$ ,  $\nu_{p0}$ ,  $r_{ц0}$ ,  $r_{p0}$  заданы, начальные условия определены полностью);

$W_{ц}$  — ускорение цели;

$\nu_{цп}$ ,  $r_{цп}$  — эквивалентные возмущения, обусловленные действием помех на угломерное устройство и дальномер локатора цели;

$\nu_{рп}$ ,  $r_{рп}$  — эквивалентные возмущения, обусловленные действием помех на локатор ракеты;

$u_{пз}$  — эквивалентное возмущение, обусловленное действием помех на командную радиолинию.

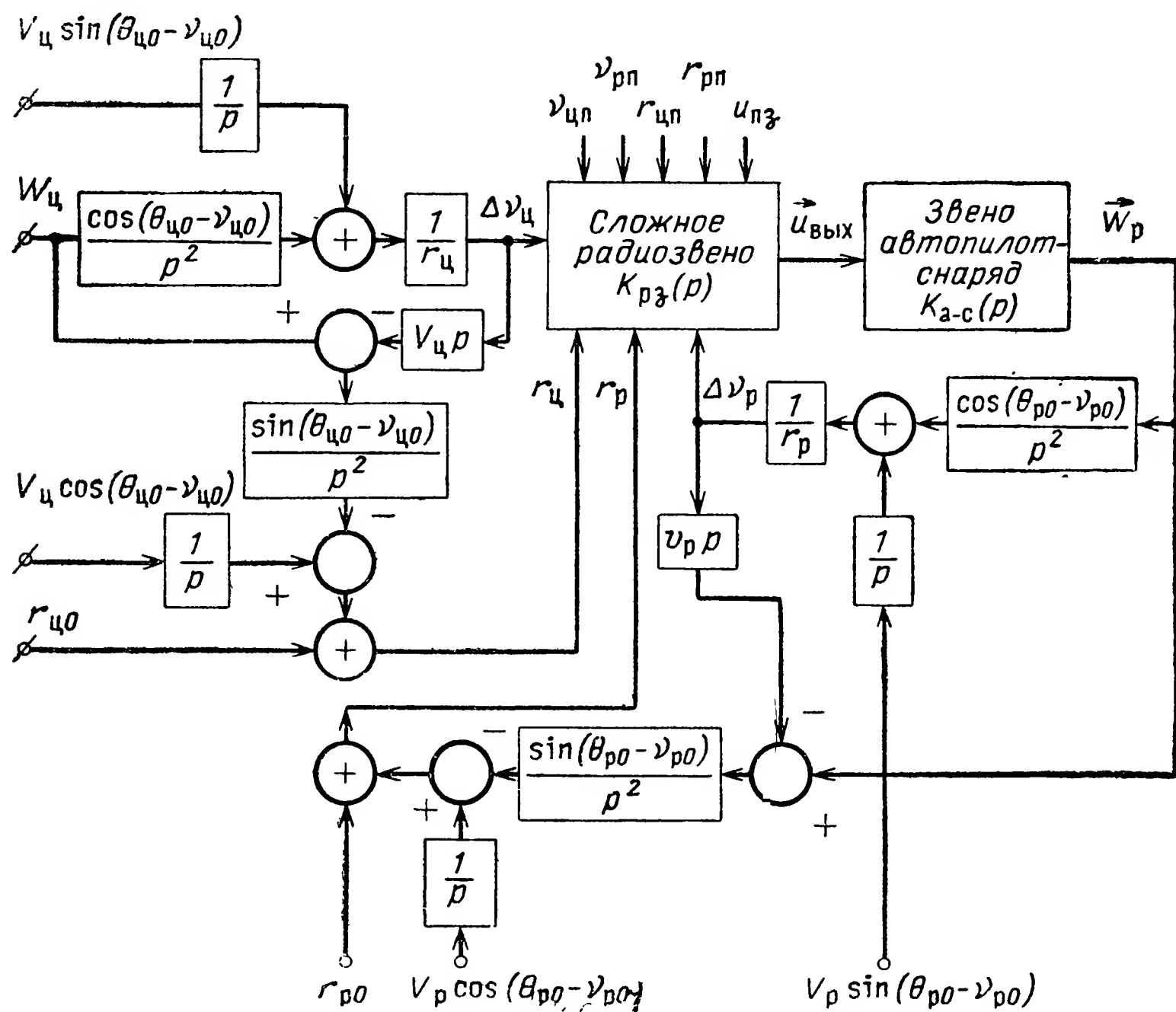


Рис. 7.12

Структурная схема пригодна для анализа всех тех случаев телеуправления первого вида при командном наведении, когда выполняются условия (7.33). Это достаточно общий случай, и поэтому схема получается сложной.

В простейшем случае ТУ-1, когда разности углов  $\theta_{p0} - \nu_{p0}$  и  $\theta_{ц0} - \nu_{ц0}$  таковы, что можно приближенно полагать

$$\left. \begin{aligned} \cos(\theta_{p0} - \nu_{p0}) &\simeq \cos(\theta_{ц0} - \nu_{ц0}) = 1, \\ \sin(\theta_{p0} - \nu_{p0}) &\simeq \sin(\theta_{ц0} - \nu_{ц0}) \simeq 0, \end{aligned} \right\} \quad (7.48)$$

из (7.41), (7.42), (7.46), (7.47) получаются следующие уравнения для кинематических звеньев КЗ-1 и КЗ-2:

$$\Delta \nu_{ц} = \frac{1}{r_{ц}} \frac{1}{p^2} W_{ц}, \quad (7.49)$$

$$\Delta \nu_{p} = \frac{1}{r_{p}} \frac{1}{p^2} W_{p}, \quad (7.50)$$

$$r_{ц} = r_{ц0} + \frac{1}{p} V_{ц}, \quad V_{ц} = V_{ц0} = \text{const}, \quad (7.51)$$

$$r_{p} = r_{p0} + \frac{1}{p} V_{p}, \quad V_{p} = V_{p0} = \text{const}. \quad (7.52)$$

Эти уравнения совместно с соотношениями для сложного радио-звена и звена автопилот-снаряд позволяют составить более про-

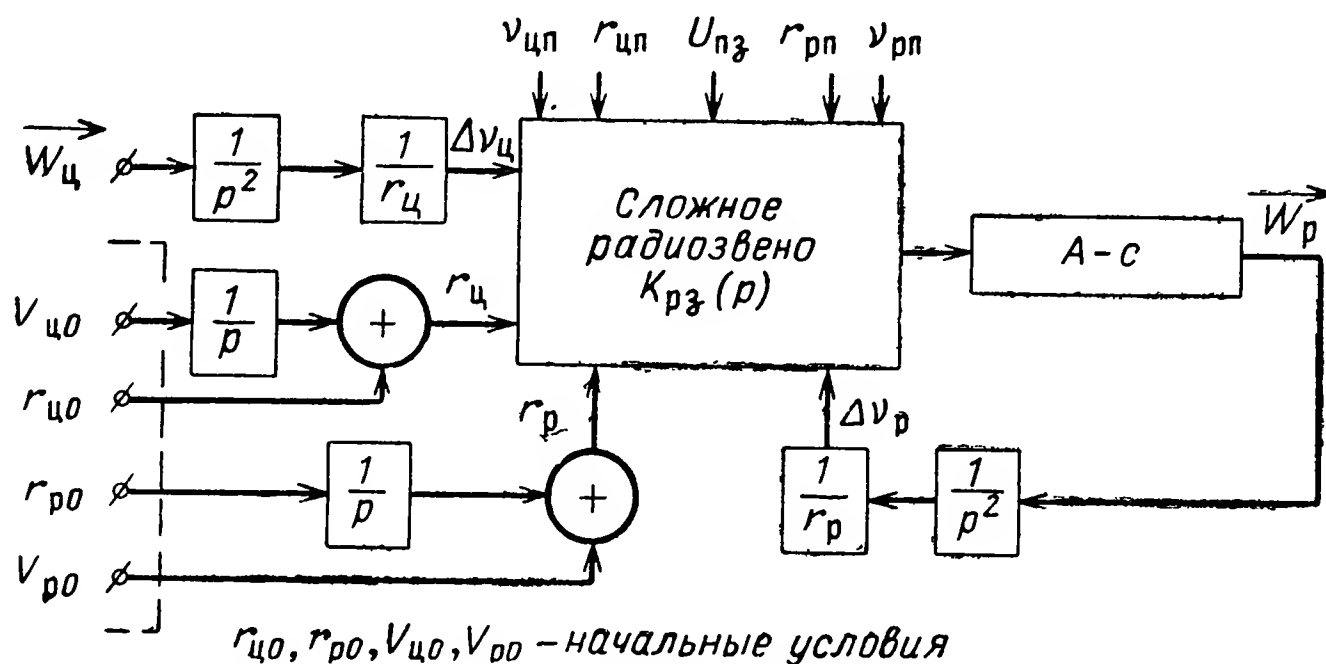


Рис. 7.13

стую структурную схему системы телеуправления первого вида (рис. 7.13). На схеме:

$r_{ц0}, V_{ц0}$  — начальная дальность и скорость цели;

$r_{п0}, V_{п0}$  — начальная дальность и скорость ракеты.

Остальные обозначения на схеме такие же, как и на рис. 7.12.

## § 7.5. СТРУКТУРНАЯ СХЕМА ТУ-1 ПРИ ЛУЧЕВОМ НАВЕДЕНИИ

### а. Общие соотношения

Функциональная схема телеуправления первого вида при од-нолучевом наведении показана на рис. 7.5, а при двухлучевом — на рис. 7.8. Пользуясь этими рисунками, можно составить струк-

турные схемы указанных способов управления в общем виде. Рассмотрим структурную схему ТУ-1 при однолучевом наведении методом накрытия цели. Для простоты будем полагать, что наведение осуществляется в одной плоскости и с неподвижного командного пункта. Структурная схема системы телеуправления для этого случая показана на рис. 7.14.

Внешним возмущением для системы управления является движение цели, которое, как и ранее, будем характеризовать перемещениями  $\vec{A}_ц(t)$ . Перемещение цели относительно командного пункта приводит к изменению координат  $r_ц, v_ц$  вектора  $\vec{r}_ц$  (рис. 7.5). На структурной схеме рис. 7.14 это отображается кинематическим зве-

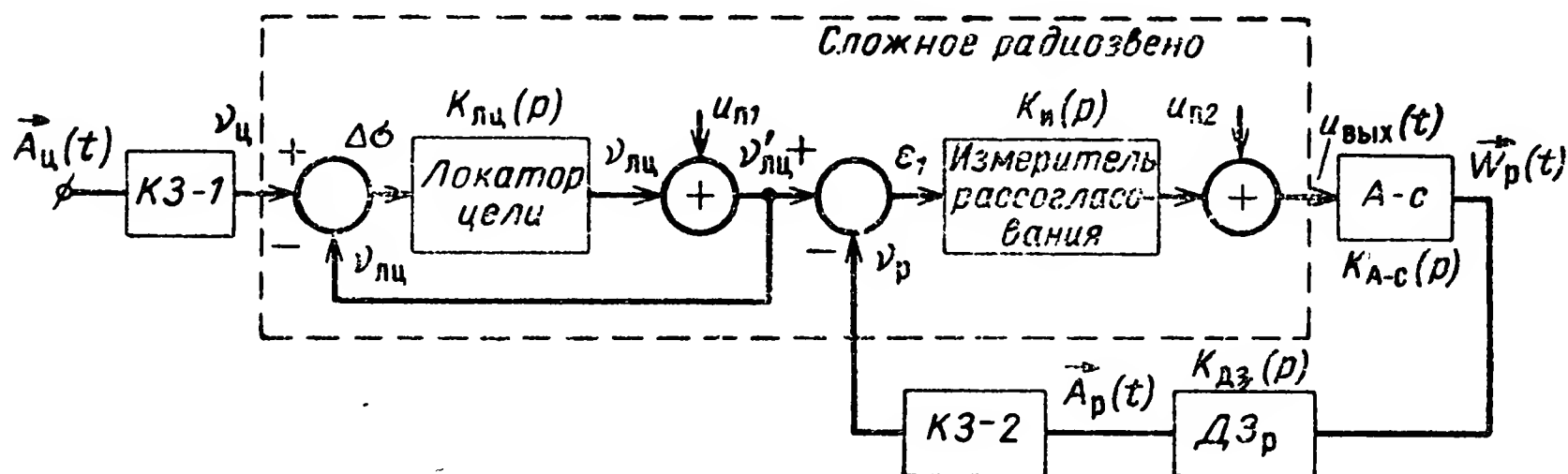


Рис. 7.14

ном КЗ-1. Ось равносигнальной зоны диаграммы направленности антенны локатора цели  $z_л$  направлена на цель. Направление оси на цель  $v_л$  выдерживается с некоторой ошибкой  $\Delta\sigma$ , определяемой передаточной функцией  $K_{лц}(p)$  локатора цели, зависящей также и от действия на локаатор цели помех  $u_{п1}$ .

Кинематическое звено КЗ-2 отображает перемещения ракеты  $\vec{A}_р(t)$  относительно командного пункта. Положение ракеты в пространстве характеризуется вектором  $\vec{r}_р$  с координатами  $r_р, v_р$  (рис. 7.5).

Внешним возмущением для контура управления является непосредственно не перемещение цели  $\vec{A}_ц(t)$  или вызванное им изменение угла  $v_ц$ , а изменение угловых координат оси равносигнальной зоны локатора цели  $v_л$ .

Из рис. 7.14 и рис. 7.5 видно, что в данном случае параметром рассогласования является величина

$$\varepsilon_1 = v'_{лц} - v_р, \quad (7.53)$$

которая отличается от идеального параметра рассогласования  $\varepsilon$ , определяемого соотношением (7.3), на величину ошибки автослежения локатора цели  $\Delta\sigma$ . Следовательно, при лучевом наведении ошибка автослежения локатора цели непосредственно влияет на точность



наведения ракеты на цель. Действующие на локатор цели помехи обозначены на структурной схеме рис. 7.14 эквивалентным возмущением  $u_{п1}$ . На приемное устройство измерителя параметра рас-  
согласования также могут действовать помехи. На схеме они отмечены эквивалентным возмущением  $u_{п2}$ .

## 6. Характеристики сложного радиозвена

Сложное радиозвено однолучевой системы наведения состоит из двух разнесенных частей, одна из которых расположена на командном пункте, а другая — на ракете (рис. 7.5).

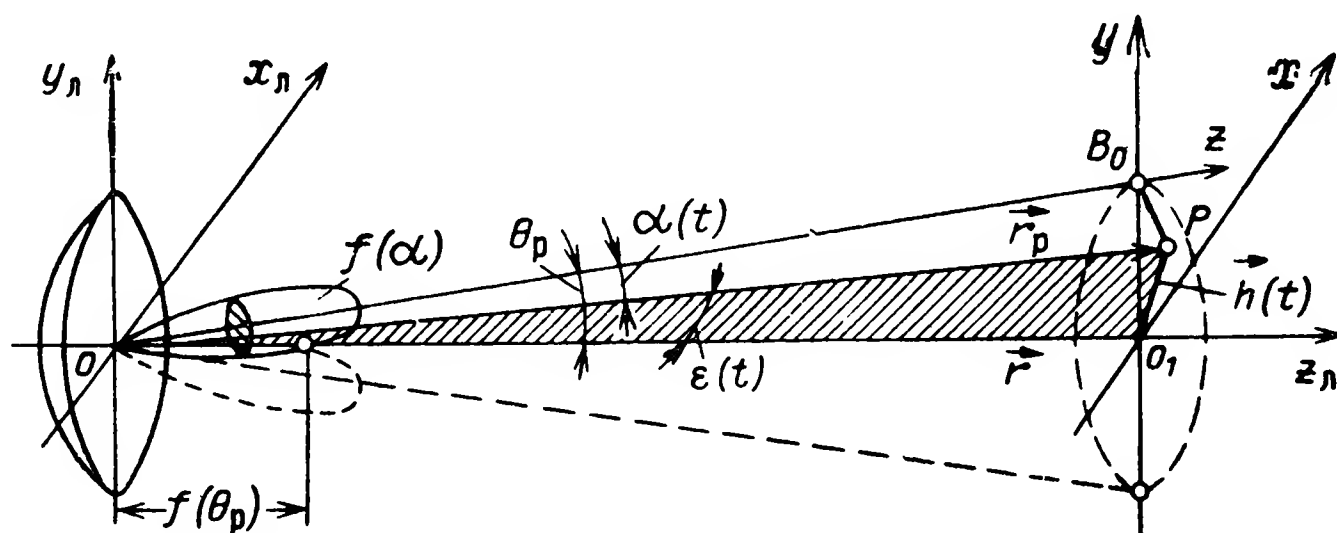


Рис. 7.15

Положение цели в пространстве в системе координат  $oxyz$ , связанной с командным пунктом (локатором цели), характеризуется вектором  $\vec{r}_ц$  с координатами  $r_ц$ ,  $v_{цx}$ ,  $v_{цy}$  (рис. 7.1). Локатор цели следит за целью и осуществляет измерение ее угловых координат  $v_{цx}$ ,  $v_{цy}$ , которые отображаются угловыми координатами  $v_{лx}$ ,  $v_{лу}$  оси  $oz_l$  равносигнальной зоны.

Если пренебречь перекрестными связями между каналами авто слежения в вертикальной и горизонтальной плоскостях и считать систему линейной, то в отсутствие помех действие локатора цели можно описать следующими уравнениями:

$$v_{лу} = K_{лц\ y}(p) v_{цy}, \quad (7.54)$$

$$v_{лx} = K_{лц\ x}(p) v_{цx}, \quad (7.55)$$

где  $K_{лц\ y}(p)$ ,  $K_{лц\ x}(p)$  — передаточные функции локатора цели при его слежении по углу в вертикальной и горизонтальной плоскостях соответственно.

Задаваясь конкретным способом пеленгации, можно найти выражения для передаточных функций локатора цели.

Равносигнальная зона локатора цели одновременно используется и для управления ракетой (рис. 7.5). Бортовая радиоаппаратура измеряет смещение ракеты  $P$  относительно оси  $oz_l$  равносигнальной зоны локатора цели (рис. 7.15). Поэтому в качестве измерительной здесь удобно ввести систему координат  $ox_ly_lz_l$ , ось  $oz_l$  которой совпа-

дает с осью равносигнальной зоны локатора цели, а оси  $ou_l$  и  $ox_l$  располагаются в вертикальной и горизонтальной плоскостях соответственно. Положение ракеты в этой системе можно характеризовать координатами вектора  $\vec{r}_p(r_p, \vec{\varepsilon}(t))$  или  $\vec{r}_p(r_p, \vec{h}(t))$ , где  $\vec{\varepsilon}(t)$  и  $\vec{h}(t)$  — угловое и линейное пространственное отклонение ракеты от оси равносигнальной зоны локатора цели.

При декартовом управлении ракетой оси  $ox_p$  и  $ou_p$  связанной (исполнительной) системы координат (рис. 3.5) необходимо ориентировать вполне определенным образом по отношению к осям  $ox_l$ ,

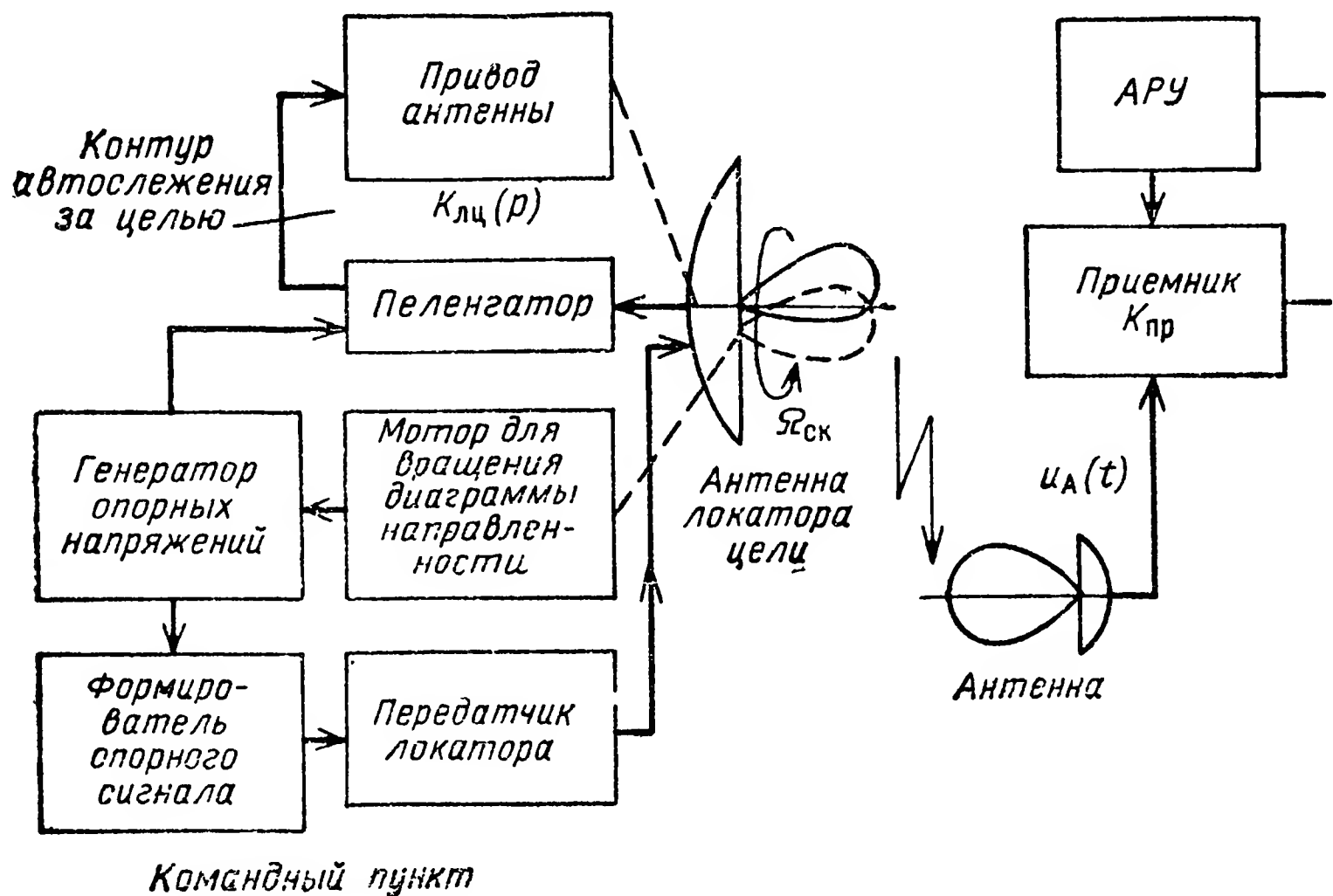


Рис.

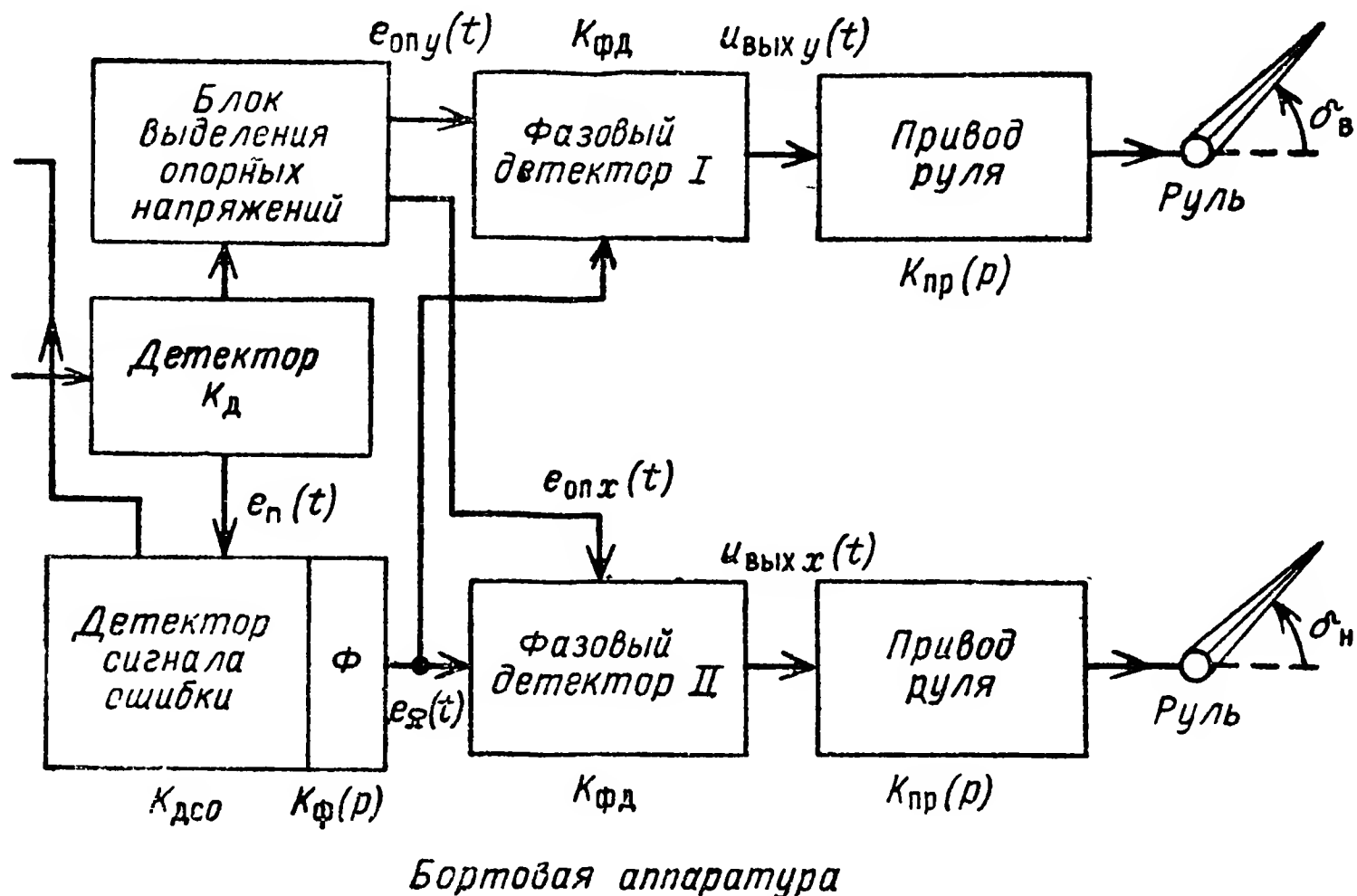
$ou_l$  измерительной системы координат (рис. 7.15). Для сохранения этой ориентации в процессе всего наведения в системе управления снарядом предусмотрена его стабилизация по крену. При этом (если пренебречь влиянием перекрестных связей между каналами) управление снарядом в вертикальной и горизонтальной плоскостях можно рассматривать независимым. Поэтому для управления снарядом измеренные рассогласования  $\vec{\varepsilon}(t)$  или  $\vec{h}(t)$  должны быть представлены в проекциях на оси  $ox_l$  и  $ou_l$  измерительной (исполнительной) системы. Действие измерительного устройства в этом случае можно характеризовать следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} u_{\text{вых } y}(t) &= K_{iy}(p) \varepsilon_y(t), \\ u_{\text{вых } x}(t) &= K_{ix}(p) \varepsilon_x(t), \end{aligned} \right\} \quad (7.56)$$

где  $K_{iy}(p)$ ,  $K_{ix}(p)$  — передаточные функции измерителя рассогласования в вертикальной и горизонтальной плоскостях управления соответственно.

Указанные передаточные функции нам и надлежит найти. С этой целью рассмотрим в качестве примера функциональную схему измерителя рассогласований с коническим сканированием (рис. 7.16).

Передачик локатора излучает радиоимпульсы через антенну, диаграмма направленности которой вращается с частотой  $\Omega_{\text{ск}}$ . Бортовая аппаратура состоит из антенны, размещенной в хвостовой части ракеты, радиоприемника и выходного устройства, осуществляющего преобразование сигнала ошибки  $\vec{e}_{\Omega}(t)$  в команды на рули ракеты  $u_{\text{вых}y}(t)$  и  $u_{\text{вых}x}(t)$ . Преобразование импульсных радио-



7.16

сигналов бортовой аппаратурой заключается в детектировании принятых радиоимпульсов, выделении огибающей  $e_{\Omega}(t)$  детектором сигнала ошибки (ДСО) и разложении сигнала ошибки фазовыми детекторами  $\Phi Д_1$  и  $\Phi Д_2$  на две составляющие  $u_{\text{вых}y}(t)$  и  $u_{\text{вых}x}(t)$  (рис. 7.17). Последние характеризуют отклонение ракеты от равносигнального направления в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

Чтобы разделить сигнал ошибки  $\vec{e}_{\Omega}(t)$  на две составляющие, на ракете необходимо иметь опорные напряжения

$$\left. \begin{aligned} e_{\text{оп}y}(t) &= U_{\text{оп}} \sin \Omega_{\text{ск}} t, \\ e_{\text{оп}x}(t) &= U_{\text{оп}} \cos \Omega_{\text{ск}} t, \end{aligned} \right\} \quad (7.57)$$

задающие начало отсчета фазы сигнала ошибки. Для этого в локаторе цели предусматривается специальный модулятор, обеспечивающий дополнительную модуляцию излучаемых радиоимпульсов напряжением от генератора опорных напряжений, а в пеленгаторе на ракете — блок выделения опорных напряжений.

При малых отклонениях ракеты от оси равносигнальной зоны локатора цели, как нетрудно показать (см., например, [1]), сигнал ошибки можно представить следующим выражением:

$$e_{\Omega}(t) = K_{\Pi} \varepsilon(t) \cos(\Omega_{\text{СК}} t + \varphi), \quad (7.58)$$

где  $K_{\Pi}$  — коэффициент передачи пеленгатора (крутизна пеленгационной характеристики при рассогласовании  $\varepsilon = 0$ ).

Сигнал ошибки отображает положение ракеты в полярных координатах. Действительно, амплитуда  $U_{\Omega}(t) = K_{\Pi} \varepsilon(t)$  при  $K_{\Pi} = \text{const}$  характеризует величину углового отклонения ракеты от равносиг-

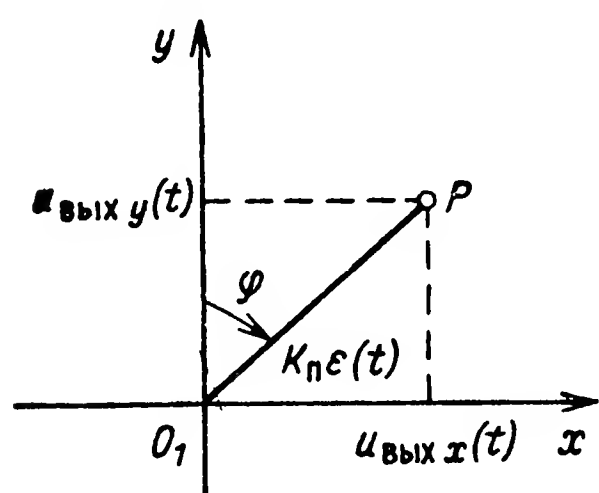


Рис. 7.17

нального направления (оси  $oz_{\text{л}}$ ), а фаза  $\varphi$  — направление отклонения (рис. 7.15). При декартовом управлении ракетой сигнал ошибки необходимо преобразовать из полярной системы отсчета в декартовую. Это делается с помощью фазовых детекторов  $\Phi Д_1$  и  $\Phi Д_2$  (рис. 7.16). В первом приближении можно считать, что фазовый детектор осуществляет операцию умножения напряжения сигнала ошибки на опорное напряжение, т. е.

$$\left. \begin{aligned} u_{\text{фд } y}(t) &= u_{\text{вых } y}(t) = e_{\Omega}(t) U_{\text{оп}} \sin \Omega_{\text{СК}} t, \\ u_{\text{фд } x}(t) &= u_{\text{вых } x}(t) = e_{\Omega}(t) U_{\text{оп}} \cos \Omega_{\text{СК}} t. \end{aligned} \right\} \quad (7.59)$$

При вычислениях обычно полагают, что фильтр на выходе фазового детектора пропускает лишь медленно меняющуюся часть выходного напряжения. Если выполнить операцию (7.59) с учетом последнего замечания, то получаем

$$\left. \begin{aligned} u_{\text{вых } y}(t) &= K_{\text{фд } y}(p) K_{\Pi} \varepsilon_y(t), \\ u_{\text{вых } x}(t) &= K_{\text{фд } x}(p) K_{\Pi} \varepsilon_x(t), \end{aligned} \right\} \quad (7.60)$$

где

$$\varepsilon_x = \varepsilon \sin \varphi; \quad \varepsilon_y = \varepsilon \cos \varphi. \quad (7.61)$$

Передаточная функция фазового детектора может быть представлена следующим соотношением:

$$K_{\text{фд}}(p) = \frac{K_{\text{фд}}}{T_{\text{фд}} p + 1}, \quad (7.62)$$

где  $T_{\text{фд}}$  — постоянная времени фильтра.

Поскольку инерционность этого фильтра значительно меньше инерционности привода рулей, ею обычно пренебрегают. Итак, при малых отклонениях ракеты от оси равносигнальной зоны измерительное устройство, входящее в состав сложного радиозвена,

приближенно можно представить линейным безынерционным звеном с передаточными функциями

$$\left. \begin{aligned} K_{ny} &= K_n K_{fdy}, \\ K_{nx} &= K_n K_{fdx} \end{aligned} \right\} \quad (7.63)$$

для вертикальной и горизонтальной плоскостей соответственно.

Уравнения (7.53), (7.54), (7.55) и (7.60) с учетом (7.63) позволяют составить структурную схему сложного радиозвена в случае

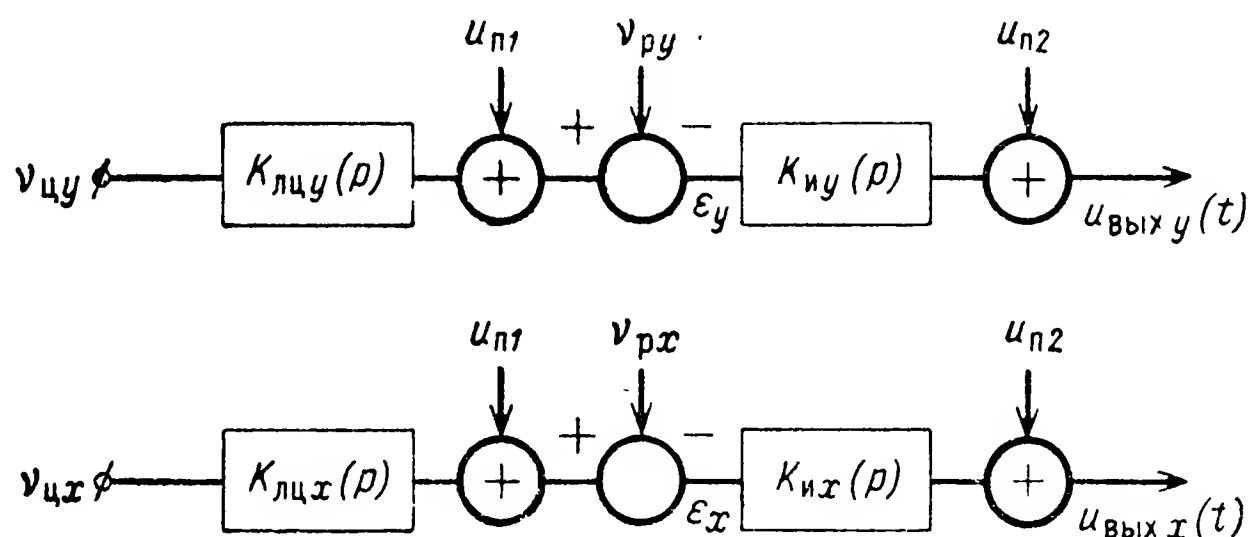


Рис. 7.18

пространственного наведения, когда перекрестными связями между каналами можно пренебречь (рис. 7.18). На этой схеме  $u_{n1}$  и  $u_{n2}$  — возмущения, обусловленные действием помех на локатор цели и измеритель рассогласований соответственно.

#### в. Структурная схема однолучевого ТУ-1 по методу накрытия цели в случае линеаризованных уравнений кинематического звена

Структурную схему однолучевого управления будем рассматривать для случая наведения в одной плоскости. Как и ранее, будем полагать, что командный пункт неподвижен, а скорости ракеты и цели сохраняются неизменными в процессе наведения. Из сопоставления рис. 7.11, с помощью которого были получены кинематические уравнения при командном наведении, с рис. 7.5 для лучевого наведения нетрудно убедиться в том, что при лучевом наведении имеют место те же соотношения, что и при командном управлении. Поэтому при составлении структурной схемы лучевого наведения мы можем воспользоваться кинематическими уравнениями, полученными в § 7.4.

Кинематическое звено  $KЗ-1$  и динамическое звено (рис. 7.14), характеризующие перемещение цели относительно командного

пункта, определяются следующими уравнениями:

$$\Delta v_{\text{ц}} = \frac{1}{r_{\text{ц}}} \left[ \frac{1}{\rho} V_{\text{ц}} \sin(\theta_{\text{ц}0} - v_{\text{ц}0}) + \frac{1}{\rho^2} W_{\text{ц}} \cos(\theta_{\text{ц}0} - v_{\text{ц}0}) \right], \quad (7.41)$$

$$K_{\text{дзц}} = \frac{\cos(\theta_{\text{ц}0} - v_{\text{ц}0})}{\rho^2}. \quad (7.43)$$

Кинематическое звено КЗ-2 и динамическое звено ракеты, характеризующее ее перемещение относительно командного пункта:

$$\Delta v_{\text{р}} = \frac{1}{r_{\text{р}}} \left[ \frac{1}{\rho} V_{\text{р}} \sin(\theta_{\text{р}0} - v_{\text{р}0}) + \frac{1}{\rho^2} W_{\text{р}} \cos(\theta_{\text{р}0} - v_{\text{р}0}) \right], \quad (7.42)$$

$$K_{\text{дзр}}(p) = \frac{\cos(\theta_{\text{р}0} - v_{\text{р}0})}{\rho^2}. \quad (7.44)$$

Дальности  $r_{\text{ц}}$  и  $r_{\text{р}}$ , входящие в уравнения (7.41) и (7.42), определяются формулами (7.46) и (7.47) соответственно.

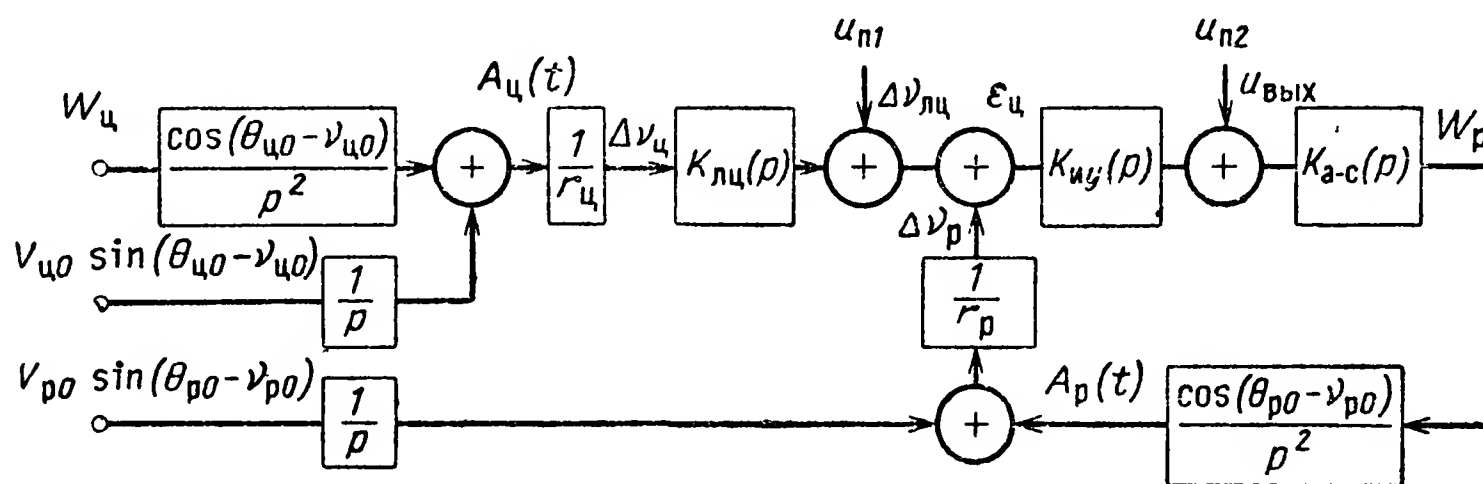


Рис. 7.19

Сложное радиозвено в случае управления в одной плоскости по методу накрытия цели описывается следующими уравнениями:

$$\Delta v_{\text{лр}} = K_{\text{лцр}}(p) \Delta v_{\text{лц}}, \quad (7.54)$$

$$\epsilon_{\text{р}} = \Delta v'_{\text{лцр}} - \Delta v_{\text{лр}}, \quad (7.53)$$

$$u_{\text{выхр}} = K_{\text{ицр}}(p) \epsilon_{\text{р}}. \quad (7.64)$$

Здесь в соответствии с линеаризацией методом малых приращений углы  $v_{\text{лр}}$ ,  $v_{\text{лц}}$  и  $v_{\text{рр}}$  заменены их приращениями, а уравнение (7.64) получено из (7.60) с учетом (7.63).

Уравнение звена автопилот-снаряд, связывающее ускорение ракеты  $W_{\text{р}}(t)$  с напряжением команды  $u_{\text{вых}}(t)$  на выходе радиозвена, имеет вид

$$W_{\text{р}} = K_{\text{а-с}}(p) u_{\text{вых}}, \quad (7.65)$$

где передаточная функция  $K_{\text{а-с}}(p)$  определяется формулой (4.23).

Полная структурная схема лучевого наведения по методу накрытия цели, составленная на основе приведенных выше урав-

нений, показана на рис. 7.19. На схеме применены следующие обозначения:

$V_{ц0} \sin(\theta_{ц0} - \nu_{ц0})$ ,  $V_{р0} \sin(\theta_{р0} - \nu_{р0})$  — начальные условия параметров движения цели и ракеты;

$W_{ц}$  — ускорение цели;

$u_{п1}$ ,  $u_{п2}$  — эквивалентные возмущения, обусловленные действием помех на локатор цели и измеритель рассогласований.

Структурная схема пригодна для анализа систем телеуправления первого вида в тех случаях, когда выполняются условия (7.33).

## § 7.6. ОСНОВНЫЕ ИСТОЧНИКИ ОШИБОК ПРИ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИИ

При телеуправлении второго вида, как и при самонаведении, приборные ошибки оказывают лишь косвенное влияние на величину ошибок наведения (промах), вследствие чего последние не зависят непосредственно от дальности действия системы управления.

При командном телеуправлении первого вида измерительное устройство располагается на командном пункте, а ракета в процессе наведения на цель непрерывно от него удаляется (рис. 7.20). Вследствие этого приборные ошибки оказывают непосредственное влияние на ошибку наведения. Действительно, предположим, что телеуправление первого вида осуществляется по методу накрытия цели

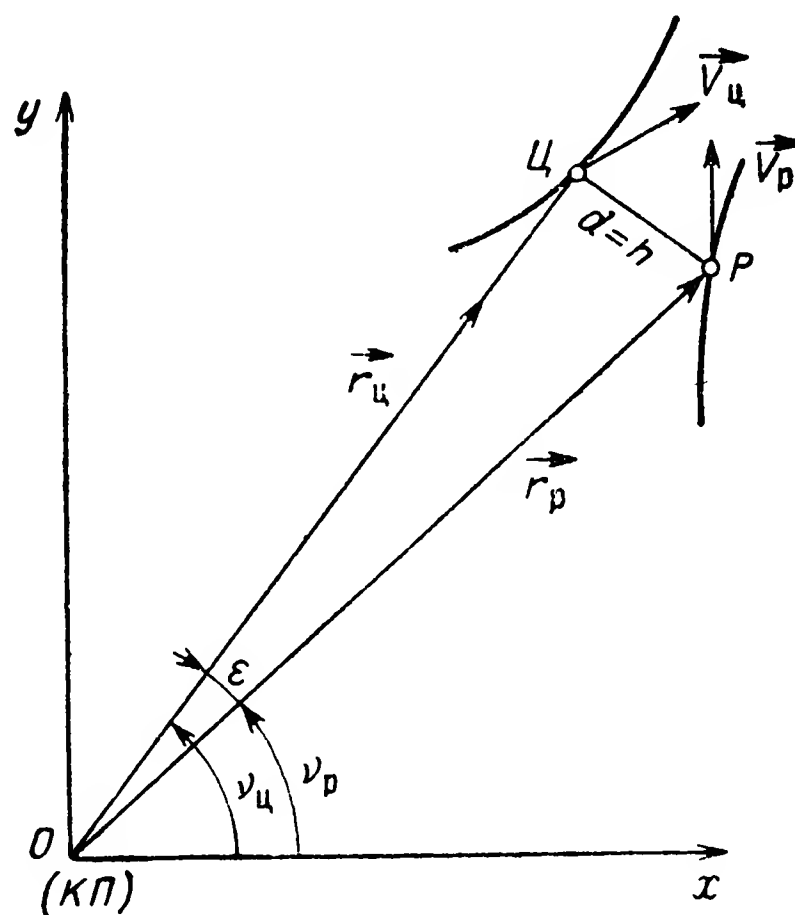


Рис. 7.20

и из-за наличия приборных ошибок угловое рассогласование  $\varepsilon$  между направлениями  $\vec{r}_р$  и  $\vec{r}_ц$  в момент пролета цели отличается от нуля.

Тогда ракета пролетит мимо цели на некотором расстоянии

$$h = r_p \varepsilon = r_p (\nu_{ц} - \nu_p), \quad (7.66)$$

где  $r_p = r_{цв}$  — расстояние от КП до цели в момент встречи.

Угловые координаты ракеты  $\nu_p$  и цели  $\nu_{ц}$  измеряются локаторами ракеты и цели с некоторыми ошибками. Кроме того, приборные ошибки могут возникнуть также в счетно-решающем приборе и в командной радиолинии.

Из этого соотношения следует, что вызванная непосредственным действием приборных ошибок ошибка наведения  $h$  увеличивается



с увеличением расстояния до цели  $r_c$ , т. е. с увеличением дальности действия системы телеуправления.

При лучевом наведении контур наведения замыкается через командный пункт (рис. 7.5 и 7.8). Здесь, так же как и при командном наведении, влияние приборных ошибок на промах с увеличением дальности до цели возрастает. Это объясняется тем, что в параметр рассогласования  $\varepsilon_1$  [см. (7.53)] приборная ошибка локатора цели входит непосредственно.

При лучевом наведении ракеты в упрежденную точку встречи помимо приборных ошибок локатора цели возникают еще приборные ошибки счетно-решающего прибора и локатора ракеты (рис. 7.8). Указанные ошибки непосредственно влияют на величину параметра рассогласования  $\varepsilon_c$  в момент пролета ракеты.

### § 7.7. СРАВНЕНИЕ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ С САМОНАВЕДЕНИЕМ [1]

Система телеуправления первого вида содержит канал контроля цели, канал контроля ракеты и канал управления (рис. 7.4). Система самонаведения содержит только канал контроля цели, однако бортовое оборудование ракеты при самонаведении оказывается сложнее, чем при телеуправлении, поскольку при самонаведении на ракете необходимо иметь локатор цели. Первым преимуществом телеуправления первого вида по сравнению с самонаведением является более простое оборудование на борту ракеты.

Вторым преимуществом телеуправления первого вида является большая дальность действия. Как при телеуправлении первого вида, так и при самонаведении дальность действия системы определяется каналом контроля цели, осуществляющим прием весьма слабых отраженных от цели сигналов.

В гл. 6 отмечалось, что дальность активного самонаведения меньше дальности полуактивного, поэтому с телеуправлением первого вида будем сравнивать полуактивное самонаведение. Минимальный сигнал на входе пеленгационного устройства системы полуактивного самонаведения, очевидно, имеет место в момент пуска ракеты с командного пункта.

Поскольку передатчики, облучающие цель, в обоих случаях расположены на командном пункте, в принципе они могут быть одинаковыми. Путь электромагнитной энергии от передатчика к цели и обратно также одинаков. Поэтому различие в дальности действия может быть обусловлено лишь тем, что при телеуправлении первого вида приемное устройство канала контроля цели расположено на командном пункте, а при самонаведении оно расположено на ракете. Поскольку у приемника, расположенного на командном пункте, антенна может быть сделана значительно больших габаритов, а следовательно, будет иметь место и значительно большее усиление, дальность действия системы телеуправления первого вида может

быть большей, чем дальность действия системы полуактивного самонаведения.

Основными недостатками телеуправления первого вида по сравнению с самонаведением являются:

- 1) меньшая точность наведения при больших дальностях;
- 2) необходимость непрерывного участия командного пункта в процессе управления.

### К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. В чем состоят основные особенности систем ТУ-1 и ТУ-2? Сравните системы телеуправления с самонаведением.

2. Почему не применяется автоматическое телеуправление второго вида?

3. Составьте детальную структурную схему системы ТУ-2 с оператором для случая наведения в одной плоскости методом накрытия цели.

4. Какими причинами обусловлены возмущения  $\vec{A}_c(t)$ ,  $u_{п1}(t)$ ,  $u_{п2}(t)$ ,  $\Delta K(t)$ ,  $u_{п3}(t)$  на структурной схеме (рис. 7.2)?

5. Перечислите основные преимущества и недостатки систем ТУ-1 по методу накрытия цели и ТУ-1 по методу с упреждением.

6. В каких случаях при анализе ТУ-1 можно пользоваться линеаризованными кинематическими уравнениями, которые были получены в § 7.4 методом малых приращений?

7. Пользуясь рис. 7.10 и 7.12, составьте детальную структурную схему ТУ-1 и укажите характер изменения переменных  $r_p$ ,  $r_c$ ,  $W_c$ ,  $W_p$  и др.

8. Перечислите основные допущения, при которых справедлива структурная схема сложного радиозвена (рис. 7.18) при лучевом наведении методом накрытия цели.

Литература [1, 2, 3, 4, 7, 10, 11, 66, 92].

## КОМБИНИРОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ

### § 8.1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Комбинированное управление, т. е. сочетание нескольких способов управления, применяется для более полного использования преимуществ разных способов управления и компенсации их недостатков. Как отмечалось в гл. 1, комбинирование способов управления может быть параллельным или последовательным.

Наиболее типичным примером параллельного комбинированного управления является сочетание радиоуправления с инерциальным управлением. Такое управление применяется в основном при наведении на неподвижные цели. При этом информация о параметре рассогласования, поступающая от радиосредств (радиотехнических координаторов), используется для коррекции данных, выдаваемых инерциальными приборами (измерителями и интеграторами ускорения). Применение такого комбинирования позволяет ослабить основные недостатки инерциального управления (накопление ошибок в процессе наведения) и радиоуправления (большая уязвимость при действии помех). Другим примером параллельного комбинирования является сочетание автономного радиоуправления высотой полета ракеты с управлением курсом, осуществляемым посредством телеуправления или самонаведения.

Наиболее распространенными видами последовательного комбинирования являются:

а) комбинирование автономного (обычно, инерциального) управления на одних участках с телеуправлением и (или) с самонаведением на других участках траектории;

б) комбинирование телеуправления первого вида на первой части траектории с самонаведением на остальной (конечной) ее части.

В дальнейшем для большей краткости и конкретности изложение ведется применительно к комбинации телеуправления первого вида с самонаведением. Эта комбинация позволяет сочетать большую дальность действия, присущую телеуправлению первого вида, с большой точностью, свойственной самонаведению. Однако при

этом аппаратура управления, особенно бортовая, получается значительно сложнее, дороже и больше по габаритам и весу. Поэтому применение комбинированного управления целесообразно лишь в тех случаях, когда простые способы управления не дают решения поставленной задачи. При сопряжении (комбинировании) телеуправления первого вида с самонаведением приходится решать следующие основные задачи:

а) сопряжение траекторий, соответствующих обоим способам управления;

б) наведение радиолокатора ракеты на цель, т. е. обеспечение «захвата» цели бортовым радиолокатором;

в) обеспечение переключения (в надлежащий момент) автопилота ракеты с телеуправления на самонаведение;

г) комбинированное использование блоков аппаратуры управления с целью создания возможно большего количества блоков, используемых на обоих этапах управления (как при телеуправлении, так и при самонаведении).

## § 8.2. СОПРЯЖЕНИЕ ТРАЕКТОРИЙ

Ранее упоминалось, что при самонаведении применяется обычно наведение ракеты по методу погони или по методу параллельного сближения, а при телеуправлении (первого вида) — наведение по методу накрытия цели или какому-либо методу с упреждением. Каждому методу наведения свойственны своя форма траектории ракеты и особое значение угла упреждения (см. гл. 5):

1) при наведении по методу погони

$$\beta = 0;$$

2) при наведении по методу накрытия цели с неподвижного КП

$$\sin \beta = \frac{r_p}{r_{\text{ц}}} \frac{V_{\text{ц}}}{V_p} \sin \alpha;$$

3) при наведении по методу ПС

$$\sin \beta = \frac{V_{\text{ц}}}{V_p} \sin \alpha.$$

Поэтому, если переход с телеуправления на самонаведение сопровождается переходом от одного метода наведения к другому (например, от метода накрытия цели к методу ПС), то потребуются скачкообразное изменение требуемого угла упреждения  $\beta$ , следовательно, появится излом требуемой (идеальной) траектории ракеты.

Если при телеуправлении и самонаведении применяется одинаковый метод наведения (например, метод ПС), то идеальная (требуемая) траектория не будет иметь излома, однако практически и в этом случае в момент перехода на самонаведение может иметь место значительная ошибка упреждения  $\Delta\beta$  из-за неточности телеуправления, т. е. из-за отклонения реальной траектории ракеты от идеальной.

Для иллюстрации этих положений рассмотрим более подробно два типичных случая комбинированного управления:

первый случай — наведение ракеты при телеуправлении и самонаведении осуществляется одинаковым методом — методом ПС,

второй случай — телеуправление осуществляется по методу накрытия цели (из неподвижного КП), а самонаведение — по методу ПС.

**Первый случай.** Наведение ракеты при телеуправлении и самонаведении осуществляется по методу ПС.

Требуемый угол упреждения в процессе всего управления определяется неизменной формулой

$$\sin \beta = \frac{V_{ц}}{V_p} \sin \alpha.$$

Поэтому при идеально точном телеуправлении в момент перехода на самонаведение угол упреждения будет равен требуемому углу и ошибка упреждения равна нулю ( $\Delta\beta = 0$ ). Однако при реальном телеуправлении вследствие неточности управления имеет место некоторая ошибка упреждения  $\Delta\beta$ . Так как точность телеуправления уменьшается с ростом дальности действия системы телеуправления, то при большой дальности  $r_{p\text{макс}}$  ошибка  $\Delta\beta$ , имеющая место в момент перехода на самонаведение, может достигать значительной величины.

В § 5.6 показано, что минимальная требуемая дальность самонаведения  $r_0$  пропорциональна ошибке упреждения  $\Delta\beta$ , имеющей место в момент перехода на самонаведение:

$$r_0 \geq (2,5 \div 3) \rho_0 \Delta\beta. \quad (6.4')$$

Отсюда следует, что чем меньше точность телеуправления, тем требуется большая дальность действия системы самонаведения. Так, например, при  $\rho_0 = 5$  км и  $\Delta\beta = 10^\circ$  требуется, чтобы было  $r_0 \geq 2,7$  км. При  $\rho_0 = 10$  км и  $\Delta\beta = 20^\circ$  должно быть  $r_0 \geq 10,8$  км.

**Второй случай.** Телеуправление осуществляется из неподвижного КП по методу накрытия цели, а самонаведение — по методу ПС.

Этот случай может иметь место, например, при наведении зенитных ракет.

Пусть в момент перехода на самонаведение цель и ракета находятся в точках Ц и Р соответственно (рис. 8.1).

Если бы до этого момента ракета двигалась по идеальной трехточечной кривой, то угол упреждения  $\beta$  определялся бы формулой

$$\sin \beta_T = \frac{r_{0p}}{r_{0ц}} \xi \sin \alpha. \quad (5.40)$$

Здесь индекс «Т» подчеркивает то обстоятельство, что соотношение (5.40) имеет место лишь при идеально точном телеуправлении. При реальном телеуправлении угол  $\beta$  будет отличаться от  $\beta_T$  на некоторую величину  $\delta$ :

$$\beta = \beta_T + \delta, \quad (8.1)$$

где  $\delta$  — ошибка упреждения, вызванная неточностью телеуправления.

Так как метод накрытия цели обычно применяется лишь при  $\xi \leq 0,5$ , то формулу (5.40) можно записать в виде

$$\beta_T \approx \frac{r_{0p}}{r_{0ц}} \xi \sin \alpha.$$

При этом

$$\beta = \frac{r_{0p}}{r_{0ц}} \xi \sin \alpha + \delta. \quad (8.2)$$

Таково значение угла упреждения в момент перехода на самонаведение. Но для идеального самонаведения по методу ПС (или по методу пропорционального наведения) угол упреждения должен определяться формулой (5.4), из которой при  $\xi \leq 0,5$  получается

$$\beta_0 \approx \xi \sin \alpha. \quad (8.3)$$

Из сравнения соотношений (8.2) и (8.3) следует, что в момент перехода на самонаведение существует ошибка упреждения

$$\Delta\beta = \beta - \beta_0 = \left( \frac{r_{0p}}{r_{0ц}} - 1 \right) \xi \sin \alpha + \delta. \quad (8.4)$$

Но из рис. 8.1 следует (с учетом малости угла  $\theta$ ), что

$$r_{0ц} - r_{0p} \approx r_0;$$

поэтому формулу (8.4) можно записать в виде

$$|\Delta\beta| \approx \left| \frac{r_0}{r_{0ц}} \xi \sin \alpha - \delta \right|. \quad (8.5)$$

В худшем случае, когда ошибка  $\delta$  отрицательна,

$$|\Delta\beta| \approx \frac{r_0}{r_{0ц}} \xi \sin \alpha + |\delta|. \quad (8.6)$$

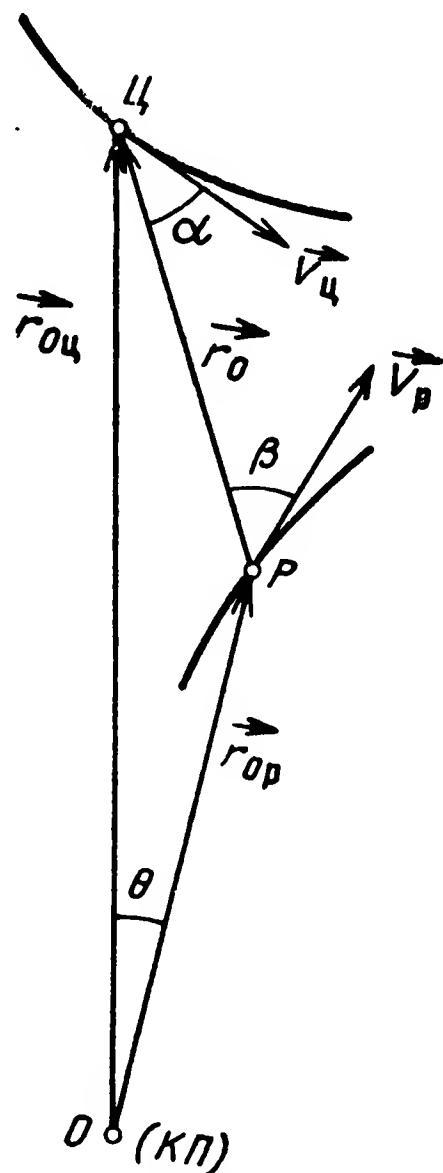


Рис. 8.1

Как отмечалось ранее, для того чтобы ошибка  $\Delta\beta$  могла быть сведена к нулю до встречи ракеты с целью, дальность самонаведения должна удовлетворять условию (6.4'). В дальнейшем для конкретности будем брать в скобках выражения (6.4') цифру 3, т. е. полагать

$$r_0 \geq 3\rho_0 |\Delta\beta|. \quad (8.7)$$

Если это условие не выполняется, то ракета, двигаясь даже с минимально возможным радиусом кривизны  $\rho_0$ , будет не в состоянии ликвидировать ошибку  $\Delta\beta$  до встречи с целью и, следовательно, промах неизбежен. Поэтому условие (8.7) является необходимым условием сопряжения траекторий телеуправления и самонаведения. Кроме того, очевидно, что имеет место неравенство

$$r_{0ц} > r_0, \quad (8.8)$$

так как при комбинированном управлении в момент начала самонаведения командный пункт находится дальше от цели, чем ракета.

С учетом соотношений (8.6) и (8.8) условие сопряжения траекторий (8.7) принимает следующий вид:

$$r_0 \geq \frac{3\rho_0 |\delta|}{1 - \frac{3\rho_0}{r_{0ц}} \xi \sin \alpha}, \quad (8.9)$$

где

$$r_{0ц} > 3\rho_0 (\xi \sin \alpha + |\delta|). \quad (8.10)$$

В худшем случае, когда  $\xi = 0,5$  и  $\sin \alpha = 1$ , получается

$$r_0 \geq \frac{3\rho_0 |\delta|}{1 - \frac{1,5\rho_0}{r_{0ц}}}, \quad (8.9')$$

где

$$r_{0ц} > 3\rho_0 (0,5 + |\delta|). \quad (8.11)$$

Из этих соотношений следует, что выполнить условие сопряжения тем труднее, чем меньше маневренность ракеты (чем больше  $\rho_0$ ) и чем больше ошибка упреждения  $|\delta|$ , возникающая при телеуправлении.

Рассмотрим два примера.

**Пример 1.**  $\rho_0 = 5$  км;  $\xi = 0,5$ ;  $\delta = 10^\circ = 0,18$  рад.  
Из формулы (8.11) получаем

$$r_{0ц} > 10,2 \text{ км.}$$

Берем  $r_{0ц} = 12$  км.

Тогда из формулы (8.9') получается условие

$$r_0 \geq 7,2 \text{ км.}$$

При  $r_{0ц} = 15$  км получается менее жесткое требование

$$r_0 \geq 5,4 \text{ км.}$$



**Пример 2.**  $\rho_0 = 5$  км;  $\xi = 0,5$ ;  $\delta = 20^\circ = 0,35$  рад. Получаем

$$r_{0ц} > 13 \text{ км.}$$

При  $r_{0ц} = 15$  км требуется  $r_0 \geq 10,5$  км, а при  $r_{0ц} = 30$  км должно быть

$$r_0 \geq 7,2 \text{ км.}$$

### § 8.3. НАВЕДЕНИЕ БОРТОВОГО РАДИОЛОКАТОРА НА ЦЕЛЬ

При комбинированном управлении цель может быть захвачена бортовым радиолокатором лишь в процессе полета ракеты, когда ракета настолько к ней приблизится, что интенсивность сигнала от цели окажется достаточной для надежной работы бортового радиолокатора. (В противном случае, т. е. если бы захват цели бортовым радиолокатором был возможен еще до старта ракеты, комбинированное управление оказалось бы ненужным, так как самонаведение могло бы производиться сразу после старта ракеты.)

Как отмечалось в гл. 6, для повышения дальности и точности самонаведения желательно иметь возможно более узкий угол зрения бортового радиолокатора. Предел сужению угла зрения обычно ставят следующие основные факторы:

1. Сужение угла зрения требует увеличения габаритов антенной системы и укорочения рабочей длины волны пеленгатора. Применение волн короче 2—3 см резко повышает зависимость дальности действия от метеорологических условий. Если поперечный размер антенной системы не превышает 0,5 — 1 м, то при  $\lambda \geq 2 \div 3$  см получается

$$\varphi_n \geq 5^\circ.$$

2. При слишком малом угле зрения в процессе самонаведения возможен выход цели за пределы этого угла зрения при маневрировании цели, особенно при малом расстоянии до цели.

3. При малом угле зрения цель, имеющая конечные размеры, не может уже считаться точечной и на малых расстояниях может даже выходить за пределы угла зрения, что ухудшает работу пеленгатора.

4. При малом угле зрения затрудняется наведение бортового пеленгатора на цель, т. е. захват цели.

По всем этим соображениям существует некоторое компромиссное значение угла зрения, которое для приведенных выше данных находится в пределах

$$\varphi_n \approx 5 \div 10^\circ.$$

Следовательно, необходимо, чтобы в момент перехода на самонаведение цель оказалась в пределах узкого угла зрения  $\varphi_n$ .

Для улучшения разрешающей способности и помехоустойчивости в бортовом радиолокаторе может применяться селекция цели по дальности или по скорости сближения или эти оба вида селекции. При этом для нормальной работы бортового радиолокатора оказы-

важется необходимым наведение на цель строга дальности или соответствующая настройка приемника по частоте, или осуществление как первой, так и второй операции. Поэтому наведение бортового радиолокатора на цель должно обычно предусматривать выполнение следующих операций:

1) наведение на цель оси равносигнальной зоны (бортового локатора);

2) наведение на цель строга дальности;

3) настройка приемника на частоту сигнала от цели.

Для осуществления этих операций применяется обычно один из следующих способов:

1) наведение на цель (по угловым координатам, дальности и частоте) по командам, передаваемым на борт ракеты с командного пункта;

2) автоматический поиск цели (по угловым координатам, дальности и частоте) бортовым радиолокатором (без участия командного пункта);

3) сочетание предварительного командного наведения на цель с последующим автоматическим поиском цели в пределах, обеспечивающих перекрытие максимальных возможных погрешностей командного наведения.

При применении первого способа (командного наведения) радиолокатор, расположенный на КП, определяет направление ракета — цель  $\vec{r}$ , дальность от ракеты до цели  $r$  и (если это необходимо) доплеровский сдвиг частоты отраженного от цели сигнала.

На основании этих данных вырабатываются и передаются по радио на борт ракеты команды, позволяющие соответственно произвести необходимую установку оси равносигнальной зоны бортовой антенны\* и положения стробов дальности и настроить на требуемую частоту бортовой приемник.

Основными недостатками этого способа являются:

1) необходимость радиолинии КП-ракета для передачи соответствующих данных;

2) необходимость достаточно точного измерения на КП вектора  $\vec{r}$  и доплеровского сдвига частот.

Первый недостаток частично ослабляется вследствие возможности комбинированного использования радиолинии КП-ракета как для передачи команд телеуправления, так и для передачи данных для наведения бортового радиолокатора на цель.

При применении второго способа (автоматического поиска цели бортовым радиолокатором) в бортовом радиолокаторе предусматри-

---

\* Для осуществления этого мероприятия необходимо обеспечить согласование системы координат, в которой на КП измеряется направление  $\vec{r}$ , с бортовой системой координат (системой координат, стабилизированной гироскопами), в которой производится исполнение команд, т. е. установка в требуемом направлении оси равносигнальной зоны.

вается возможность автоматического поиска цели по угловым координатам, дальности и частоте (или по некоторым из этих параметров).

Основными недостатками этого способа являются:

- 1) усложнение бортовой аппаратуры;
- 2) ухудшение разрешающей способности и помехоустойчивости системы управления.

Второй недостаток вызван двумя основными причинами:

а) в процессе поиска бортовой локатор может «наткнуться» и захватить ложную цель или какой-либо иной источник помех;

б) если время поиска  $T_{\text{п}}$  мало, то это означает, что эквивалентная полоса пропускания системы поиска должна быть велика и, следовательно, эта система будет иметь малую помехоустойчивость.

Если же время поиска  $T_{\text{п}}$  выбрать большим, то за это время ракета пролетит большое расстояние  $\Delta r$ . Так как в течение поиска самонаведение еще невозможно, то поиск приходится начинать на расстоянии

$$r'_0 \geq r_0 + \Delta r, \quad (8.12)$$

где  $r_0$  — минимально необходимая дальность самонаведения;

$$\Delta r \approx |V_r| T_{\text{п}}; \quad (8.13)$$

$V_r$  — скорость сближения ракеты с целью.

Поэтому с увеличением времени поиска увеличивается дальность  $r'_0$ , с которой должен начинаться поиск, что приводит (при прочих равных условиях) к уменьшению интенсивности сигнала от цели и, следовательно, к понижению помехоустойчивости системы поиска.

Из сказанного следует, что оба указанных выше способа наведения бортового радиолокатора (дистанционное наведение и автоматический поиск) имеют весьма существенные недостатки. Поэтому обеспечение надежного наведения бортового радиолокатора на цель является одной из наиболее сложных задач, возникающих при комбинированном управлении.

Одним из возможных путей преодоления возникающих при этом трудностей является применение указанного выше третьего способа наведения на цель. При этом оказывается возможным, во-первых, понизить требования к точности командного наведения и, во-вторых, сузить диапазон поиска цели бортовой системой автоматического поиска.

### К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. В чем заключаются основные преимущества и недостатки комбинации телеуправления первого вида с самонаведением по сравнению с самонаведением (без телеуправления)?

2. В чем заключаются основные преимущества и недостатки указанной в п. 1 комбинации по сравнению с телеуправлением первого вида.

3. Выведите условие сопряжения траекторий (8.9).

4. Поясните качественно, почему условие сопряжения траекторий (8.9) выполнить тем труднее, чем больше  $\rho_0$  и  $|\delta|$  и чем меньше  $r_0$  и  $r_{0ц}$ .

5. Почему условие (8.9) может быть названо условием сопряжения траекторий?

6. При каких условиях выгодно уменьшать полезный угол зрения  $\Phi_{\Pi}$  бортового радиолокатора (координатора) системы управления и какие причины препятствуют сужению этого угла зрения при комбинированном управлении?

7. Почему для облегчения захвата цели по угловым координатам бортовым радиолокатором нецелесообразно применять переключение угла зрения этого локатора с широкого (до захвата цели) на узкий (после захвата)?

8. Каковы преимущества и недостатки захвата цели бортовым радиолокатором посредством автоматического поиска цели и захвата цели по указаниям, передаваемым с КП?

9. Почему применяется комбинирование самонаведения с телеуправлением первого вида, а не с телеуправлением второго вида?

10. В каких случаях применение комбинирования самонаведения с телеуправлением первого вида заведомо целесообразно и в каких — заведомо нецелесообразно?

Литература [1].

---

## СОГЛАСОВАНИЕ СИСТЕМ КООРДИНАТ

## § 9.1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

На рис. 9.1 изображена схема, иллюстрирующая общий принцип управления полетом ракеты, одинаковый для различных способов управления (самонаведение, телеуправление, комбинированное управление). Этот принцип заключается в следующем.

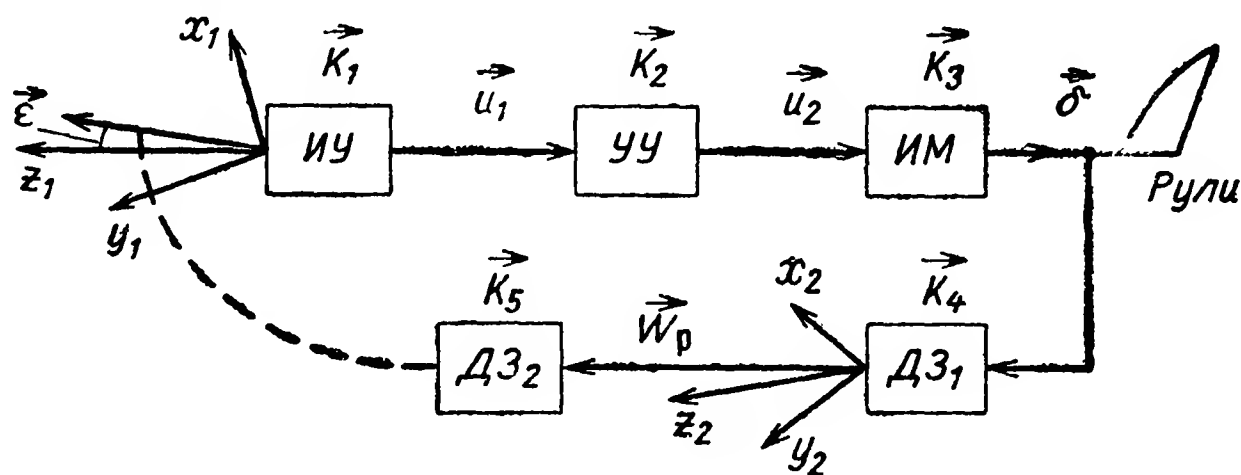


Рис. 9.1

Измерительное устройство *ИУ* измеряет пространственное возмущение  $\vec{\epsilon}$ , характеризующее отклонение ракеты от правильного полета на цель. Это возмущение измеряется в некоторой системе координат  $x_1, y_1, z_1$ , связанной с устройством и называемой в дальнейшем измерительной системой координат \* (рис. 9.2). Результат измерения  $\vec{u}_1$  поступает через управляющее устройство *УУ* в исполнительный механизм (рулевую машину) *ИМ*, вызывающий отклонение рулей  $\vec{\delta}$  и появление поперечного ускорения ракеты  $\vec{W}_p$ . Вследствие этого происходит перемещение ракеты в пространстве, приводящее к уменьшению рассогласования  $\vec{\epsilon}$ . Поперечное ускорение  $\vec{W}_p$  отрабатывается в некоторой системе координат  $x_2, y_2, z_2$ , называемой исполнительной системой координат.

\* Иногда применяют несколько измерителей, работающих в разных системах координат (например, при параллельном комбинировании радиоуправления с инерциальным управлением). Однако мы ограничимся рассмотрением случая, когда измерение производится в единой системе координат.

Так как это ускорение всегда расположено в плоскости, перпендикулярной вектору скорости ракеты  $\vec{V}_p$ , то ось  $z_2$  исполнительной системы координат совпадает с вектором скорости ракеты  $\vec{V}_p$  (рис. 9.3). Однако угол  $\alpha_{ac}$  между вектором скорости ракеты  $\vec{V}_p$  и ее продольной осью  $z_p$  (рис. 9.4) невелик и обычно не превышает 10—

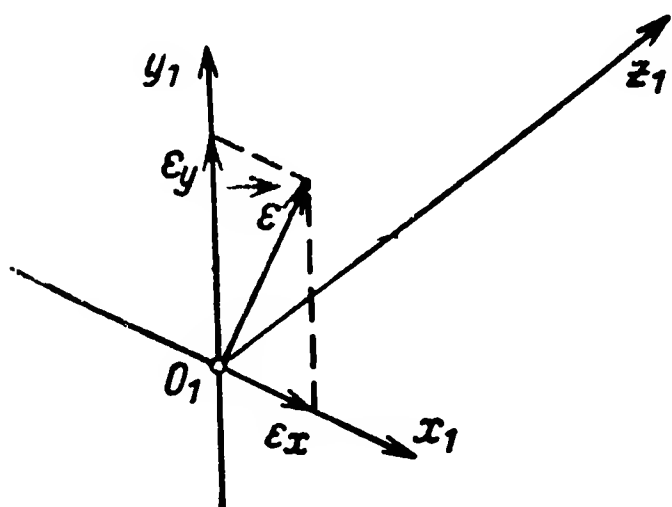


Рис. 9.2

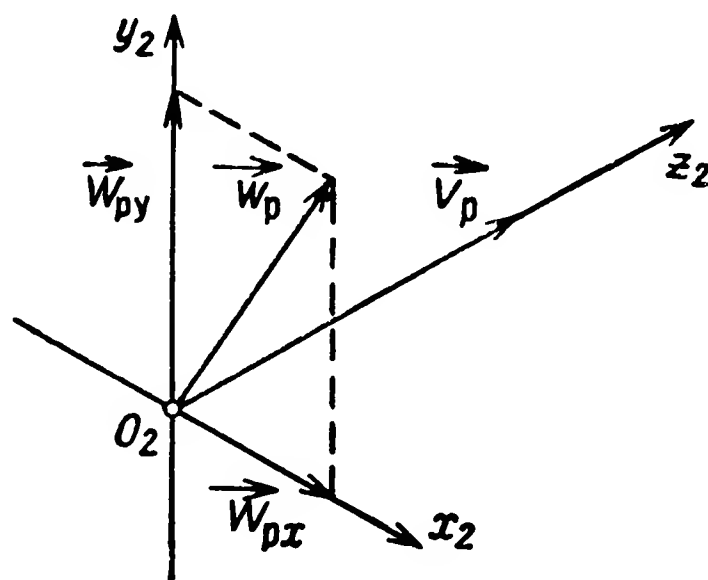


Рис. 9.3

2°. Поэтому в первом приближении можно полагать, что ось  $z_2$  исполнительной системы координат совпадает с продольной осью ракеты, а ускорение  $\vec{W}_p$  расположено в поперечной плоскости ракеты, как показано на рис. 9.5.

В дальнейшем будем для конкретности полагать, что применяется декартовое рулевое управление, т. е. ускорение  $\vec{W}_{px}$  создается рулем поворота, а ускорение

$\vec{W}_{py}$  — рулем высоты.

Для нормального управления необходимо согласование

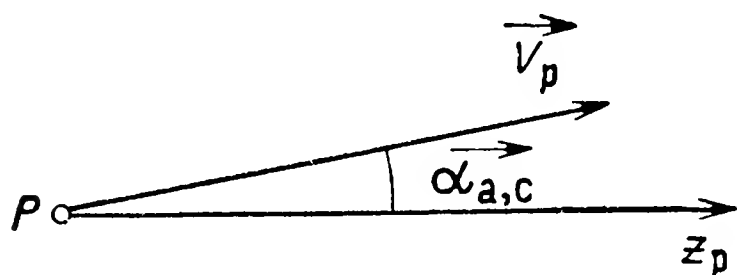


Рис. 9.4

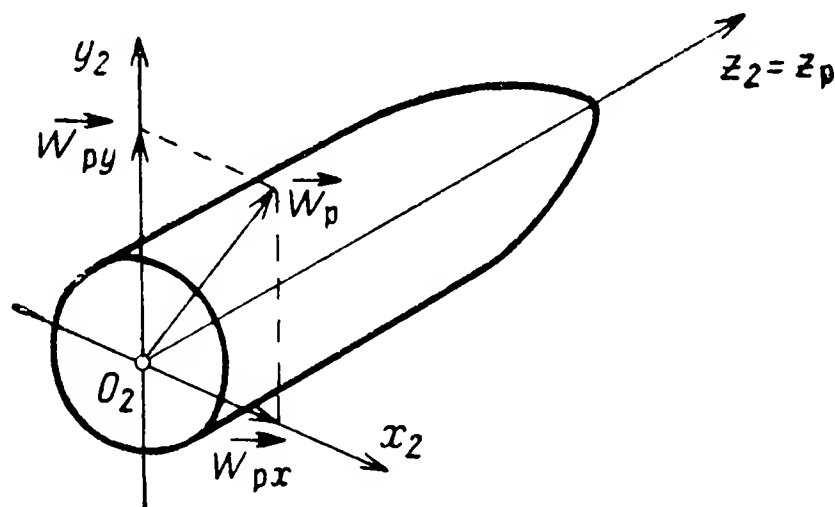


Рис. 9.5

исполнительной и измерительной систем координат, т. е. оси  $x, y_2, z_2$  исполнительной системы координат должны быть параллельны соответствующим осям измерительной системы координат  $x, y_1, z_1$ .

Предположим, что такое согласование имеет место и, кроме того, в системе управления (рис. 9.1) отсутствуют перекрестные связи между каналами управления. Тогда ускорение  $W_{px}$  возникает только при появлении рассогласования  $\epsilon_x$  (т. е. не зависит от  $\epsilon_y$ ) и при-

→  
 водит к уменьшению только этой составляющей рассогласования  $\varepsilon$ . В свою очередь, рассогласование  $\varepsilon_x$  приводит к отклонению лишь руля поворота и образованию ускорения  $W_{px}$  и не влияет на величину ускорения  $W_{py}$ . Иначе говоря, при наличии согласования координат и при отсутствии перекрестных связей между каналами рулей поворота и высоты эти каналы действуют совершенно независимо.

При этом для малых отклонений можно полагать

$$\left. \begin{aligned} W_{px} &= K_x(p) \varepsilon_x, \\ W_{py} &= K_y(p) \varepsilon_y, \end{aligned} \right\} \quad (9.1)$$

где

$$\left. \begin{aligned} K_x(p) &= K_{1x}(p) K_{2x}(p) K_{3x}(p) K_{4x}(p) \\ K_y(p) &= K_{1y}(p) K_{2y}(p) K_{3y}(p) K_{4y}(p) \end{aligned} \right\} \quad (9.2)$$

и  
 — операторные коэффициенты передачи каналов руля поворота и руля высоты соответственно.

## § 9.2. ПЕРЕКРЕСТНЫЕ СВЯЗИ МЕЖДУ КАНАЛАМИ УПРАВЛЕНИЯ

В действительности всегда существуют некоторые перекрестные связи между каналами и рассогласование координат, которое, как будет показано, также приводит к перекрестным связям. Поэтому в общем случае приходится рассматривать действие обоих каналов управления одновременно.

Как было показано в гл. 3, перекрестные связи могут иметь весьма сложный характер и, в частности, приводить к появлению в структурной схеме системы управления дополнительных нелинейных звеньев и звеньев с переменными параметрами. Однако даже в более простом случае, когда можно считать, что система содержит лишь линейные звенья с постоянными параметрами, наличие перекрестных связей резко усложняет анализ. Рассмотрим этот простой случай.

Пусть, например, существуют перекрестные связи в измерительном устройстве ИУ (рис. 9.1). Тогда напряжения  $u_{1x}$  и  $u_{1y}$  на его выходе будут связаны с измеряемыми рассогласованиями  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  следующими соотношениями (при малых величинах  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$ ):

$$\left. \begin{aligned} u_{1x} &= q_{11}(p) \varepsilon_x + q_{12}(p) \varepsilon_y, \\ u_{1y} &= q_{21}(p) \varepsilon_x + q_{22}(p) \varepsilon_y. \end{aligned} \right\} \quad (9.3)$$

При отсутствии перекрестных связей должно было бы быть

$$u_{1x} = q_{11}(p) \varepsilon_x \quad \text{и} \quad u_{1y} = q_{22}(p) \varepsilon_y, \quad (9.4)$$

где  $q_{11}(p) = K_{1x}(p)$ ;  $q_{22}(p) = K_{1y}(p)$ ...



Следовательно, перекрестные связи характеризуются появлением перекрестных передаточных функций  $q_{12}(p)$  и  $q_{21}(p)$ . Так как соотношения (9.3) являются системой линейных уравнений, их удобно записать в матричной форме

$$\vec{u}_1 = \|K_1\| \vec{\varepsilon}, \quad (9.5)$$

где векторы  $\vec{u}_1$  и  $\vec{\varepsilon}$  имеют составляющие  $(u_{1x}, u_{1y})$  и  $(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$  соответственно, а  $\|K_1\|$  — матрица вида

$$\|K_1\| = \begin{vmatrix} q_{11}(p) & q_{12}(p) \\ q_{21}(p) & q_{22}(p) \end{vmatrix}. \quad (9.6)$$

Будем для краткости называть  $\|K_1\|$  матричным коэффициентом передачи измерительного устройства. Следовательно, при наличии перекрестных связей коэффициент передачи  $K_1$  характеризуется не двумя, а четырьмя передаточными функциями  $[q_{11}(p), q_{12}(p), q_{21}(p), q_{22}(p)]$ .

Перекрестные связи могут иметь место в любом из блоков, изображенных на рис. 9.1. Поэтому по аналогии с (9.5) следует полагать

$$\vec{W}_p = \|K\| \vec{\varepsilon}, \quad (9.7)$$

где

$$\|K\| = \|K_4\| \cdot \|K_3\| \cdot \|K_2\| \cdot \|K_1\|, \quad (9.8)$$

а  $\|K_1\|$ ,  $\|K_2\|$ ,  $\|K_3\|$ ,  $\|K_4\|$  — матричные коэффициенты передачи блоков ПУ, УУ, ИМ и ДЗ соответственно.

Появление перекрестных связей приводит к следующим отрицательным последствиям:

1. Усложняется анализ и синтез системы управления, так как каждый блок системы при наличии в нем перекрестных связей характеризуется не двумя, а четырьмя передаточными функциями и, кроме того (что самое главное), приходится анализировать действие обоих каналов управления совместно. Перекрестные связи могут приводить также к появлению дополнительных нелинейных звеньев с переменными параметрами.

2. Усложняется наладка и регулировка системы вследствие взаимного влияния каналов.

3. По причинам, указанным в пп. 1 и 2, затрудняется обеспечение наивыгоднейшего режима работы системы.

4. Вследствие того, что перекрестные связи обычно вызываются паразитными (нежелательными) явлениями, они, как правило, оказываются менее стабильными и труднее поддаются корректровке. Поэтому при наличии таких связей действие системы управления оказывается менее стабильным и более далеким от оптимального.

5. Перекрестные связи, вызванные рассогласованием систем координат или эквивалентными такому рассогласованию явлениями, как будет показано, могут вызвать существенное ухудшение или даже полную потерю устойчивости управления.

6. Действие всех этих факторов приводит к понижению точности наведения при отсутствии помех и к ухудшению помехоустойчивости. Поэтому обычно стремятся к всемерному уменьшению перекрестных связей.

### § 9.3. ВЛИЯНИЕ СКРУЧИВАНИЯ СИСТЕМ КООРДИНАТ

Предположим, что в процессе полета система координат  $x_2, y_2, z_2$  повернулась относительно системы координат  $x_1, y_1, z_1$  так, что ось  $z_2$  осталась параллельной оси  $z_1$ , а оси  $x_2$  и  $y_2$  повернулись относительно осей  $x_1$  и  $y_1$  на некоторый угол  $\tau$  и приняли положение  $x'_2, y'_2$  (рис. 9.6).

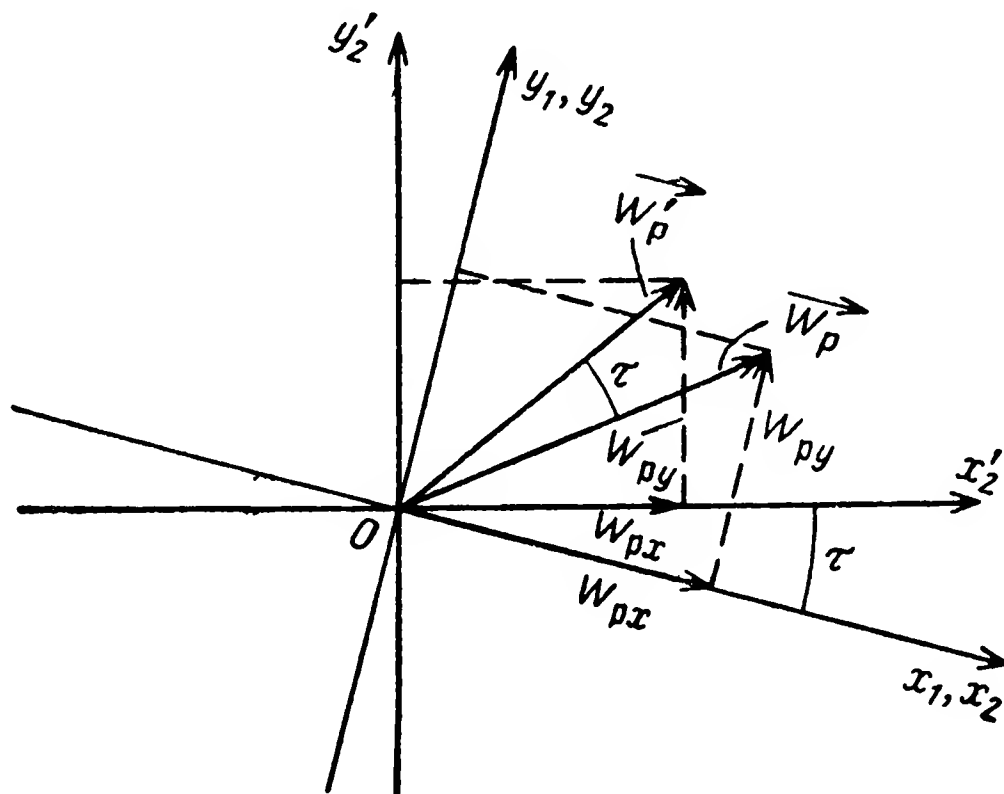


Рис. 9.6

Тогда, если не будет принято никаких специальных мер, рули создадут вместо требуемого ускорения  $\vec{W}_p$  ускорение  $\vec{W}'_p$ , повернутое относительно требуемого направления также на угол  $\tau$ .

Для иллюстрации этого положения рассмотрим случай, когда угол скручивания  $\tau$  вызван поворотом в пространстве только исполнительной системы координат (система  $x_1, y_1, z_1$  не повернулась). Так как система координат  $x_1, y_1, z_1$  не повернулась, то возмущения  $\epsilon_x$  и  $\epsilon_y$  остались неизменными. Следовательно, компоненты ускорения  $W_{px}$  и  $W_{py}$  также останутся неизменными по величине, но будут теперь отработаны не вдоль осей  $x_2$  и  $y_2$ , а вдоль осей  $x'_2$  и  $y'_2$ . Отсюда следует, что ускорение  $\vec{W}'_p$  будет также расположено относительно осей  $x'_2, y'_2$ , как ускорение  $\vec{W}_p$  расположено относительно осей

$x'_2, y'_2$ . Так как оси  $x'_2, y'_2$  повернуты относительно осей  $x_2, y_2$  на угол  $\tau$ , то и ускорение  $\vec{W}'_p$  окажется повернутым относительно ускорения  $\vec{W}_p$  на угол  $\tau$ . Нетрудно убедиться, что такой же результат получится и в том случае, когда скручивание  $\tau$  вызвано поворотом системы  $x_1, y_1, z_1$  при отсутствии поворотов системы  $x_2, y_2, z_2$ , и в общем случае, когда угол  $\tau$  вызван поворотами обеих систем координат.

Таким образом, скручивание системы координат  $x_2, y_2, z_2$  относительно системы координат  $x_1, y_1, z_1$  на угол  $\tau$  приводит к тому, что

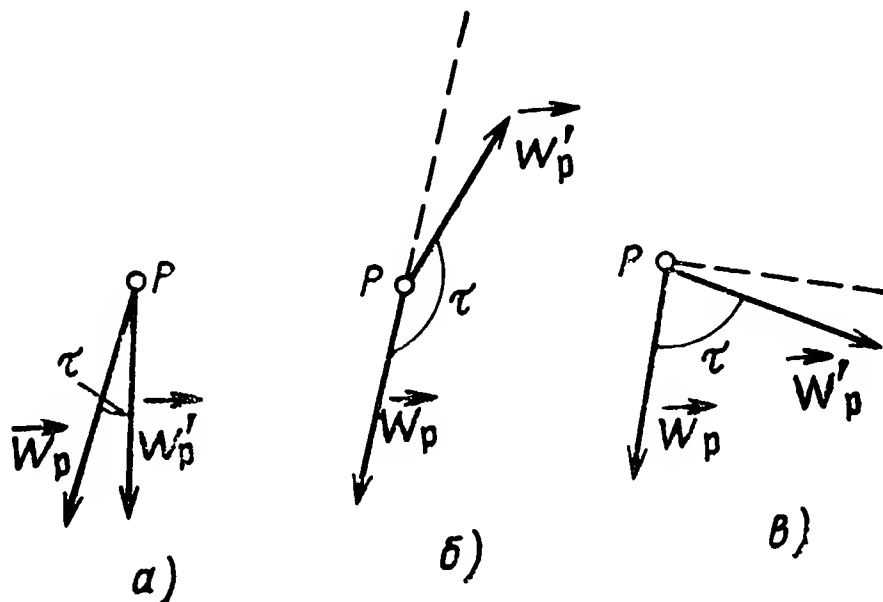


Рис. 9.7

направление ускорения  $\vec{W}'_p$ , создаваемого рулями, отклоняется от требуемого направления ускорения  $\vec{W}_p$  на тот же угол  $\tau$ .

На рис. 9.7 изображены три характерных случая.

**Случай 1.**  $\tau \ll 90^\circ$  (рис. 9.7, а). В этом случае скручивание приведет лишь к тому, что ракета будет возвращаться на требуемую траекторию по несколько удлиненному пути и за время, несколько большее, чем при  $\tau = 0$ .

**Случай 2.**  $90^\circ \leq \tau < 180^\circ$  (рис. 9.7, б). В этом случае ракета приобретает ускорение в направлении, противоположном требуемому, и не получает ускорения в требуемом направлении. Очевидно, такое скручивание  $\tau$  полностью нарушает управление ракетой.

**Случай 3.**  $45^\circ < \tau < 90^\circ$  (рис. 9.7, в). В этом случае большая составляющая ускорения  $\vec{W}'_p$  направлена перпендикулярно требуемому направлению и лишь меньшая составляющая этого ускорения действует в требуемом направлении. Очевидно, такое скручивание приведет к резкому ухудшению качества управления, а в неблагоприятных случаях может привести и к полной потере устойчивости управления. Действительно, до сих пор мы полагали, что скручивание является единственной причиной, отклоняющей направление поперечного ускорения от требуемого. В действительности же, даже при  $\tau = 0$ , вектор ускорения  $\vec{W}'_p$  может в каждый

момент времени отличаться от требуемого по величине и направлению из-за инерционности системы управления, ошибочности измерения возмущения и неточности образования команд. Поэтому в реальной системе управления скручивание даже на  $50\text{--}70^\circ$  может привести к полной потере устойчивости управления.

Кроме того, даже небольшое нескорректированное скручивание приводит к появлению перекрестных связей между каналами. Докажем это на примере скручивания измерительной системы координат.

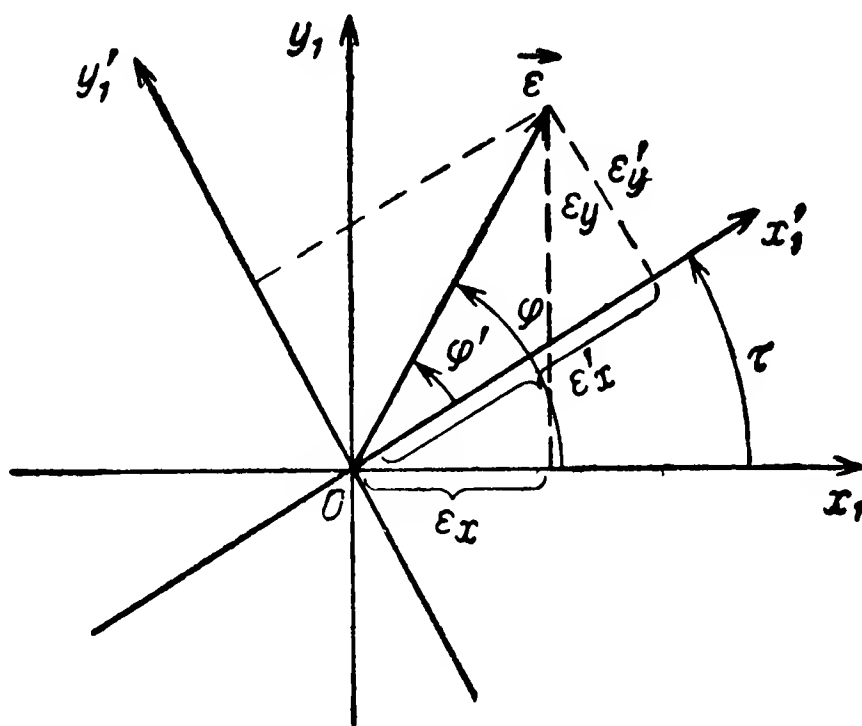


Рис. 9.8

Пусть система координат  $x_1, y_1, z_1$  повернулась относительно исходного (согласованного) положения на угол  $\tau$  и заняла положение  $x'_1, y'_1, z'_1$  (рис. 9.8).

Тогда измеренные составляющие  $\epsilon'_x$  и  $\epsilon'_y$  возмущения  $\vec{\epsilon}$  будут связаны с истинными (согласованными) значениями  $\epsilon_x$  и  $\epsilon_y$  соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \epsilon'_x &= \epsilon_x \cos \tau + \epsilon_y \sin \tau, \\ \epsilon'_y &= -\epsilon_x \sin \tau + \epsilon_y \cos \tau. \end{aligned} \right\} \quad (9.9)$$

Эти соотношения в матричной записи имеют вид

$$\vec{\epsilon}' = \|K_c\| \vec{\epsilon}, \quad (9.10)$$

где  $\vec{\epsilon}'$  и  $\vec{\epsilon}$  — векторы, составляющие которых равны соответственно  $(\epsilon'_x, \epsilon'_y)$  и  $(\epsilon_x, \epsilon_y)$ , а  $\|K_c\|$  — матрица вида

$$\|K_c\| = \begin{vmatrix} \cos \tau & \sin \tau \\ -\sin \tau & \cos \tau \end{vmatrix}. \quad (9.11)$$

Очевидно, эта матрица является частным случаем матрицы вида (9.6), имеющим место при

$$\left. \begin{aligned} q_{11}(p) &= q_{22}(p) = \cos \tau, \\ q_{12}(p) &= -q_{21}(p) = \sin \tau. \end{aligned} \right\} \quad (9.12)$$

Так как при  $\tau \neq 0$  перекрестные передаточные функции  $q_{12}(p)$  и  $q_{21}(p)$  отличны от нуля, то соотношение (9.11) свидетельствует о наличии перекрестных связей. Интенсивность этих связей в данном случае полностью характеризуется отношением

$$\eta_c = \left| \frac{q_{12}(p)}{q_{11}(p)} \right| = |\operatorname{tg} \tau|, \quad (9.13)$$

которое будем называть коэффициентом перекрестных связей, вызванных скручиванием. Следовательно, коэффициент перекрестных связей, вызванных скручиванием, равен модулю тангенса угла скручивания.

Обычно  $|\tau| \leq 45^\circ$ ; при этом

$$\eta_c \approx |\tau|. \quad (9.14)$$

Из соотношения (9.10) следует, что эффект, вызываемый скручиванием, можно рассматривать как включение в состав системы управления дополнительного линейного блока (четырёхполюсника) с матричным коэффициентом передачи  $\|K_c\|$ .

При исчезновении скручивания ( $\tau = 0$ ) этот коэффициент передачи становится равным единице, т. е. дополнительный блок исчезает.

Приведенное выше рассмотрение было сделано применительно к скручиванию измерительной системы координат  $x_1, y_1, z_1$ , но оно остается справедливым и для скручивания исполнительной системы координат  $x_2, y_2, z_2$  относительно измерительной, т. е. для каналов управления в целом. В частности, остается справедливым и соотношение (9.13).

Так как перекрестные связи приводят к целому ряду отмеченных ранее отрицательных последствий, стремятся к тому, чтобы коэффициент передачи по перекрестному каналу был значительно меньше, чем по основному каналу, т. е. требуют выполнения условия

$$\eta_c \ll 1. \quad (9.15)$$

Если, например, допустимо

$$\eta_c \leq 0,1, \quad (9.15')$$

то должно быть  $\tau \leq 6^\circ$ .

Следует отметить, что соотношение (9.15') должно выполняться для системы управления в целом, а для отдельных блоков системы допустимые значения величин  $\eta_c$  и  $\tau$  должны быть значительно меньшими.

#### § 9.4. ПРОИСХОЖДЕНИЕ СКРУЧИВАНИЯ СИСТЕМ КООРДИНАТ

В общем случае все оси исполнительной системы координат  $x_2, y_2, z_2$  могут оказаться повернутыми относительно соответствующих осей  $x_1, y_1, z_1$  измерительной системы координат.

Выясним сначала причины, вызывающие несовпадение осей  $z_2$  и  $z_1$ , т. е. появление угла  $\varphi_{12}$  между осями  $z_1$  и  $z_2$ . Будем в дальнейшем называть этот угол углом излома осей. Пренебрегая углом между продольной осью ракеты и вектором скорости ракеты  $\vec{V}_p$ , можно считать, что ось  $z_2$  совпадает с вектором скорости  $\vec{V}_p$ . Направление оси  $z_1$  в большинстве систем управления примерно или точно совпадает с направлением ракета — цель,  $\vec{r}$ .

Действительно, при самонаведении и телеуправлении второго вида измерительная система координат располагается на ракете, и для измерения используется энергия, идущая от цели к ракете по направлению  $\vec{r}$ . Поэтому наиболее удобным оказывается совмещать ось  $z_1$  с направлением  $\vec{r}$ .

При телеуправлении первого вида по методу накрытия цели ракета удерживается на направлении КП — цель,  $\vec{r}_ц$ . Поэтому с погрешностью, не превышающей нескольких градусов, можно считать направление  $\vec{r}$  совпадающим с направлением  $\vec{r}_ц$ .

Измерительное устройство в этом случае располагается на КП, и измерение ведется с помощью энергии, идущей от цели и ракеты в направлении КП. Поэтому ось  $z_1$  наиболее удобно совмещать с направлением  $\vec{r}_ц$ . Следовательно, и в этом случае можно считать, что ось  $z_1$  примерно совпадает с направлением  $\vec{r}$ .

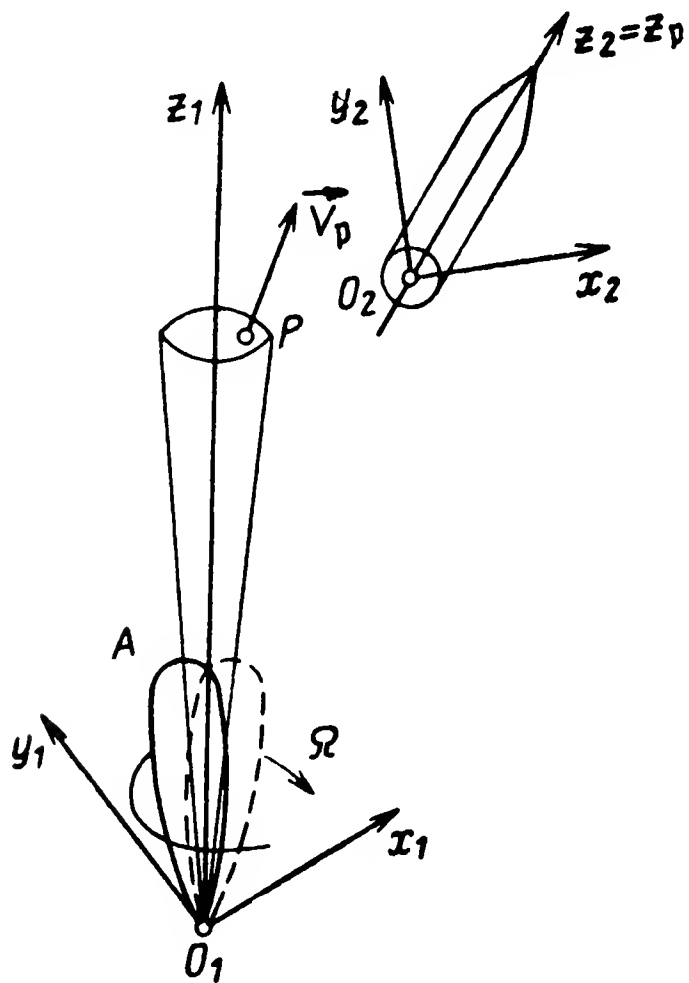
Таким образом, приближенно можно считать, что ось  $z_1$  совпадает с вектором  $\vec{r}$ , а ось  $z_2$  — с вектором  $\vec{V}_p$ . Но угол между векторами  $\vec{V}_p$  и  $\vec{r}$  есть угол упреждения  $\beta$ . Поэтому можно полагать

$$\varphi_{12} \approx \beta.$$

Из формул, приведенных в гл. 5 для угла упреждения  $\beta$ , следует, что при наведении по методу погони излом осей  $\varphi_{12}$  примерно равен нулю, а при других методах наведения он не превышает 30—40°.

Рассмотрим теперь поворот осей  $x_2, y_2$  относительно осей  $x_1, y_1$ . При этом будем для простоты пренебрегать изломом осей  $z_1$  и  $z_2$ , т. е. считать оси  $z_1$  и  $z_2$  параллельными. Тогда очевидно, что перед выпуском ракеты можно установить оси  $x_1$  и  $y_1$  параллельно осям  $x_2$  и  $y_2$  соответственно, т. е. сделать угол скручивания  $\tau$  равным нулю. Однако в дальнейшем в процессе наведения ракеты на цель может в общем случае появиться некоторый угол скручивания  $\tau$  из-за неодинаковости законов вращения систем координат  $x_1, y_1, z_1$  и  $x_2, y_2, z_2$ .

В этом случае системы координат  $x_1, y_1, z_1$  и  $x_2, y_2, z_2$  находятся в одном месте — на ракете.

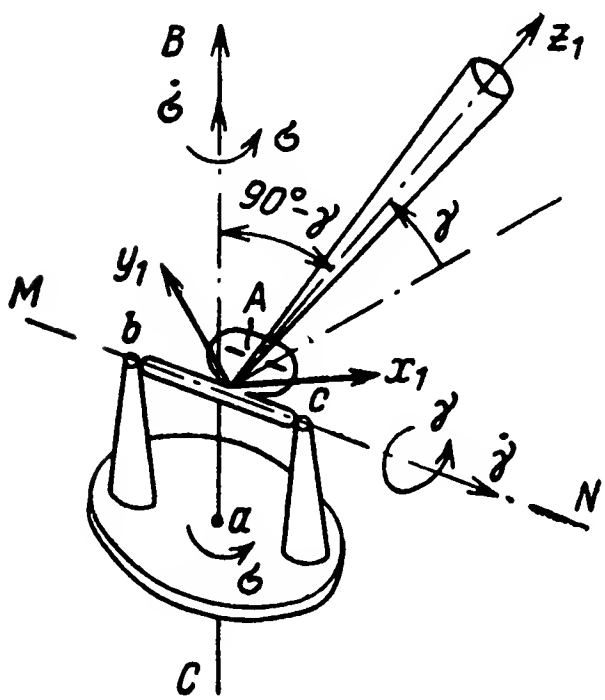


**Рис. 9.9**

Поэтому этот случай далее разбирается более подробно.

В качестве примера рассмотрим телеуправление с помощью управляющего луча.

Этот метод был описан ранее (см. гл. 7) и заключается в том, что ракета автоматически удерживается вблизи оси управляющего луча, созданного, например, вращением диаграммы направленности  $A$  вокруг оси  $z_1$  (рис. 9.9). В этом случае измерительная система координат жестко связана с управляющим лучом: ось  $z_1$  совпадает с осью луча (осью равносиг-



**Рис. 9.10**

нальной зоны), а оси  $x_1$  и  $y_1$  перпендикулярны оси  $z_1$  и жестко связаны с антенной системой, создающей управляющий луч.

При наведении ракеты на подвижную цель управляющий луч перемещается в пространстве: при наведении по методу накрытия цели ось луча в каждый момент времени направляется на цель («следит» за целью), а при наведении по методам упреждения эта ось в каждый момент времени направляется в некоторую упрежден-



ную точку, соответствующую этому моменту времени (следит за упрежденной точкой).

Предположим для конкретности, что командный пункт находится на земле и перемещения луча в пространстве достигаются поворотами этого луча по азимуту и углу места, как показано на рис. 9.10. Антенная система  $A$ , создающая луч, поворачивается в подшипниках  $bc$  вокруг горизонтальной оси  $MN$ , т. е. по углу места  $\gamma$ , а в подпятнике  $a$  — вокруг вертикальной оси  $BC$ , т. е. по азимуту  $\sigma$ .

Следовательно, угловые скорости  $\dot{\gamma}$  и  $\dot{\sigma}$  поворотов луча по углу места и азимуту направлены вдоль осей  $MN$  и  $BC$  соответственно. Таким образом, в процессе перемещения луча измерительная система координат  $x_1, y_1, z_1$ , связанная с лучом, поворачивается по углу места и азимуту с угловыми скоростями  $\dot{\gamma}$  и  $\dot{\sigma}$  соответственно.

Исполнительная система координат  $x_2, y_2, z_2$  расположена на ракете и связана с ее продольной осью  $z_2$  (рис. 9.9).

Предположим, что эта система координат стабилизирована бортовым стабилизатором от вращения вокруг продольной оси  $z_2$ .

Предположим далее, что перед стартом ракеты оси системы  $x_2, y_2, z_2$  совмещены по направлению с соответствующими осями системы  $x_1, y_1, z_1$ . Тогда в процессе полета ракеты положение системы координат  $x_2, y_2, z_2$  будет определяться теми условиями, что ось  $z_2$  совпадает с продольной осью ракеты, а оси  $x_2$  и  $y_2$  не могут поворачиваться вокруг оси  $z_2$  вследствие наличия гиросtabilизации.

В процессе полета ракеты система координат  $x_1, y_1, z_1$ , связанная с лучом, также перемещается вследствие поворотов оси луча  $z_1$  по углу места и азимуту (ось луча должна следить за целью или упрежденной точкой).

Следовательно, в процессе полета ракеты обе системы координат ( $x_1, y_1, z_1$  и  $x_2, y_2, z_2$ ) перемещаются в пространстве и притом различным образом. Благодаря этому система координат ( $x_2, y_2, z_2$ ) поворачивается (скручивается) относительно системы координат  $x_1, y_1, z_1$ . В общем случае скручивание происходит по всем трем осям, т. е. ни одна из осей системы  $x_2, y_2, z_2$  не будет уже совпадать по направлению с соответствующей осью системы  $x_1, y_1, z_1$ . Будем называть такое скручивание пространственным. Однако в первом приближении можно для простоты считать, что ось  $z_2$  остается параллельной оси  $z_1$  и скручиваются лишь оси  $x_2$  и  $y_2$  относительно осей  $x_1$  и  $y_1$  (рис. 9.11). Это приближение основано на том, что ось  $z_2$

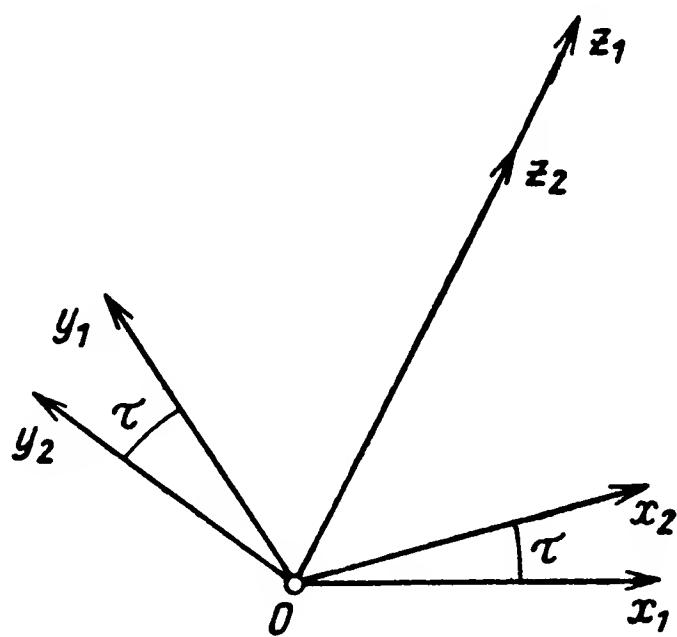


Рис. 9.11

не может составлять с осью  $z_1$  угол, больший  $30\text{--}40^\circ$ . Будем называть такое скручивание плоским. Вычислим угол плоского скручивания  $\tau$ . Так как оси  $z_1$  и  $z_2$  параллельны, то

$$\tau = \tau_1 - \tau_2, \quad (9.16)$$

где  $\tau_1$  — угол поворота системы координат  $x_1, y_1, z_1$  вокруг оси  $z_1$ ;  $\tau_2$  — угол поворота системы координат  $x_2, y_2, z_2$  вокруг оси  $z_2$ , а значит, и вокруг оси  $z_1$ .

Отсчет углов  $\tau_1$  и  $\tau_2$  ведется с момента старта ракеты, т. е. предполагается, что в момент старта

$$\tau_2 = \tau_1 = 0.$$

Выбранная нами система стабилизации бортовой системы координат  $x_2, y_2, z_2$  обеспечивает отсутствие поворотов этой системы координат вокруг оси  $z_2$ . Следовательно, в течение всего времени полета ракеты будет

$$\tau_2 = 0 \text{ и } \tau = \tau_1. \quad (9.17)$$

Угол  $\tau_1$  есть угол поворота системы координат  $x_1, y_1, z_1$  вокруг оси  $z_1$ . Если система  $x_1, y_1, z_1$  поворачивается вокруг оси  $z_1$ , то должна существовать угловая скорость  $\omega_{\tau_1}$ , направленная вдоль этой оси. Поэтому для вычисления угла  $\tau_1$  следует найти угловую скорость вдоль оси  $z_1$ .

Ранее было показано (рис. 9.10), что управляющий луч  $x_1, y_1, z_1$  вращается с угловыми скоростями  $\dot{\gamma}$  и  $\dot{\sigma}$ . Следовательно,

$$\omega_{\tau_1} = \dot{\tau}_1 = \dot{\gamma}_{z1} + \dot{\sigma}_{z1},$$

где  $\dot{\gamma}_{z1}$  и  $\dot{\sigma}_{z1}$  — проекции угловых скоростей  $\dot{\gamma}$  и  $\dot{\sigma}$  на ось  $z_1$ .

Но из рис. 9.10 следует, что вектор  $\dot{\gamma}$  всегда перпендикулярен оси  $z_1$ . Поэтому

$$\dot{\gamma}_{z1} = 0 \text{ и } \dot{\tau}_1 = \dot{\sigma}_{z1}.$$

Из этого же рисунка следует, что

$$\dot{\sigma}_{z1} = \dot{\sigma} \cos(90^\circ - \gamma) = \dot{\sigma} \sin \gamma,$$

где  $\gamma$  — угол места оси  $z_1$  (угол  $\gamma$  отсчитывается от горизонтальной плоскости).

Следовательно,

$$\dot{\tau}_1 = \frac{d\tau_1}{dt} = \dot{\sigma} \sin \gamma$$

и

$$\tau_1 = \int_0^t \frac{d\sigma}{dt} \sin \gamma dt.$$

Тогда из соотношения (9.17) получается следующее выражение для угла скручивания:

$$\tau = \int_0^t \frac{d\sigma}{dt} \sin \gamma dt = \int_{\sigma_1}^{\sigma} \sin \gamma d\sigma, \quad (9.18)$$

где  $\sigma_1$  — азимут оси луча в момент старта ракеты ( $t = 0$ );  $\sigma$  — азимут оси луча в произвольный момент  $t$  полета ракеты.

Из формулы (9.18) следует, что наибольшее скручивание будет получаться при больших углах места  $\gamma$ .

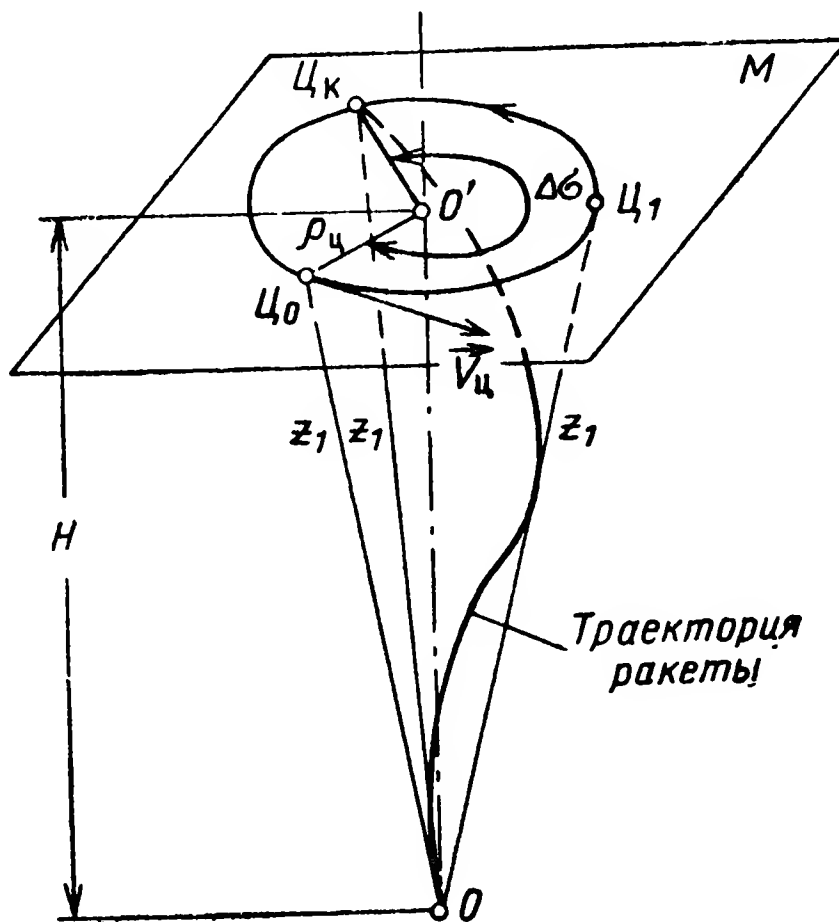


Рис. 9.12

Предположим, что в течение всего процесса наведения угол места остается достаточно большим, а именно:

$$\gamma \geq 60^\circ. \quad (9.19)$$

Тогда получим

$$0,87 \leq \sin \gamma \leq 1.$$

Поэтому при выполнении условия (9.19) можно полагать

$$\sin \gamma \approx 1,$$

и формула (9.18) дает

$$\tau = \sigma - \sigma_1 = \Delta\sigma, \quad (9.20)$$

где  $\Delta\sigma$  — изменение азимута луча за время, прошедшее от момента старта до рассматриваемого момента времени.

В конце наведения, когда  $\sigma = \sigma_2$ , получается

$$\tau = \sigma_2 - \sigma_1 = \Delta\sigma. \quad (9.21)$$

Выясним, например, какие наибольшие значения угла  $\tau$  могут иметь место при наведении по методу накрытия цели.

При криволинейном движении цели может иметь место случай, изображенный на рис. 9.12. В этом случае цель движется по окружности радиуса

$\rho_{\text{ц}}$ , расположенной в горизонтальной плоскости  $M$ . Центр  $O'$  этой окружности расположен как раз над командным пунктом  $O$ . Поэтому угол места оси  $z_1$  остается все время большим и, следовательно, справедливо соотношение (9.20), а именно:

$$\tau \approx \Delta\sigma.$$

Очевидно, в этом случае угол  $\tau$  может, вообще говоря, достигать  $360^\circ$  и более, если цель за время полета ракеты успеет совершить более одного круга.

Угловая скорость движения цели

$$\omega_{\text{ц}} = \frac{W_{\text{ц}}}{V_{\text{ц}}},$$

где  $V_{\text{ц}}$  и  $W_{\text{ц}}$  — скорость и поперечное ускорение цели соответственно. Пусть, например,  $W_{\text{ц}} = 3g = 30 \text{ м}^2/\text{сек}$  и  $V_{\text{ц}} = 200 \text{ м/сек}$ . Тогда  $\omega_{\text{ц}} = 9^\circ/\text{сек}$ .

Пусть высота цели  $H = 15 \text{ км}$  и скорость ракеты  $V_{\text{р}} = 600 \text{ м/сек}$ . Тогда время полета ракеты до цели будет около  $30 \text{ сек}$ . За это время азимут цели успеет измениться на величину

$$\Delta\sigma = \omega_{\text{ц}} \Delta t \approx 270^\circ.$$

Из этого примера видно, что при наличии маневров цели угол скручивания может превышать  $180^\circ$ .

Следовательно при телеуправлении первого вида угол скручивания может достигать недопустимо больших значений и, если не принять специальных мер, управление будет невозможно.

При применении стабилизированных систем координат скручивание может вызываться также несовершенством стабилизации. Так, например, при декартовом рулевом управлении с автономной стабилизацией крена несовершенство этой стабилизации приводит к колебаниям корпуса ракеты по крену, а следовательно, и к соответствующим поворотам вокруг оси  $z_2$  исполнительной системы координат  $x_2, y_2, z_2$  (рис. 9.5).

## § 9.5. ПУТИ УМЕНЬШЕНИЯ ВЛИЯНИЯ СКРУЧИВАНИЯ СИСТЕМ КООРДИНАТ

Возможны два пути уменьшения влияния скручивания систем координат:

- 1) устранение причин, вызывающих скручивание;
- 2) измерение угла скручивания и введение соответствующих поправок в команды управления.

Рассмотрим сначала возможности устранения причин, вызывающих скручивание. Как указывалось, скручивание порождается различием законов движения (вращения) измерительной и исполнительной систем координат. Следовательно, необходимо стремиться по возможности уменьшить это различие в законах движения.

При некоторых методах наведения это различие может быть сведено к нулю (например, при самонаведении по методу погони),

Однако в ряде случаев такое полное совмещение систем коорди-

нат принципиально невозможно. Так, например, в рассмотренном случае телеуправления первого вида по методу накрытия цели неизбежно возникает излом осей  $z_1$  и  $z_2$ , так как при криволинейной траектории ракеты продольная ось ракеты и ее вектор скорости составляют некоторый угол с осью  $z_1$  управляющего луча. Следовательно, в этом случае принципиально невозможно устранить эффект, вызываемый изломом осей. Однако в рассмотренном случае телеуправления первого вида (рис. 9.10), когда управляющий луч  $x_1, y_1, z_1$  перемещается в пространстве путем поворотов по углу места и азимуту, основной эффект скручивания вызывается не изломом осей, а именно выбранным способом перемещения луча в пространстве.

Действительно, выше было показано, что угол скручивания, вызываемый поворотом антенны по углу места и азимуту, может достигать  $180^\circ$  и более, тогда как поправка  $\Delta\tau$ , вызываемая изломом осей, в большинстве случаев не превышает нескольких градусов. Поэтому, если приблизить закон вращения луча (т. е. измерительной системы координат) к закону вращения исполнительной системы координат  $x_2, y_2, z_2$ , то можно резко уменьшить скручивание. В рассмотренном примере система  $x_2, y_2, z_2$  стабилизирована с помощью гироскопов таким образом, что устраняется ее вращение вокруг оси  $z_2$ ; поэтому, если подвесить антенную систему радиолокатора, создающую управляющий луч, в карданном подвесе и также стабилизировать ее с помощью гироскопов от поворотов вокруг оси  $z_1$ , то скручивание будет вызываться только изломом осей  $z_1$  и  $z_2$  и, следовательно, резко уменьшится. Однако такой способ вращения антенны локатора в ряде случаев может оказаться неприемлемым по конструктивным соображениям. Тогда можно применить какой-либо другой способ, обеспечивающий приближение закона вращения системы координат  $x_1, y_1, z_1$  к закону вращения системы  $x_2, y_2, z_2$ .

При рассмотренном выше способе вращения антенны по углу места и азимуту (см. рис. 9.10) наибольшее скручивание получалось при больших углах места и наименьшее — при малых углах места [см. формулу (9.18)]. Очевидно, если выбрать другие оси вращения антенны, то можно добиться того, чтобы скручивание получалось наименьшим не при малых, а при больших углах места.

Таким образом, в ряде случаев можно уменьшить угол скручивания  $\tau$  путем соответствующего выбора способов вращения систем координат.

В тех случаях, когда по каким-либо причинам (обычно конструктивным) уменьшить угол скручивания  $\tau$  до допустимой величины оказывается невозможным, следует применить второй путь, заключающийся в измерении угла  $\tau$  и введении соответствующих поправок в команды на рули. Рассмотрим этот способ несколько подробнее.

Пусть величина угла скручивания  $\tau$  каким-либо способом измерена. Выясним, каким образом следует вводить эту величину в команду на рули.

Как было показано в § 9.3, при наличии скручивания на угол  $\tau$  измеренные значения  $\varepsilon'_x$  и  $\varepsilon'_y$  составляющих рассогласования  $\vec{\varepsilon}$  связаны с истинными значениями  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  соотношениями (9.9). Решая эти уравнения относительно  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$ , получаем

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon'_x \cos \tau - \varepsilon'_y \sin \tau, \\ \varepsilon_y &= \varepsilon'_x \sin \tau + \varepsilon'_y \cos \tau. \end{aligned} \right\} \quad (9.22)$$

Так как величины  $\varepsilon'_x$ ,  $\varepsilon'_y$  и  $\tau$  известны из измерений, то по формулам (9.22) могут быть вычислены счетно-решающим устройством истинные значения рассогласования  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$ , которые и использу-

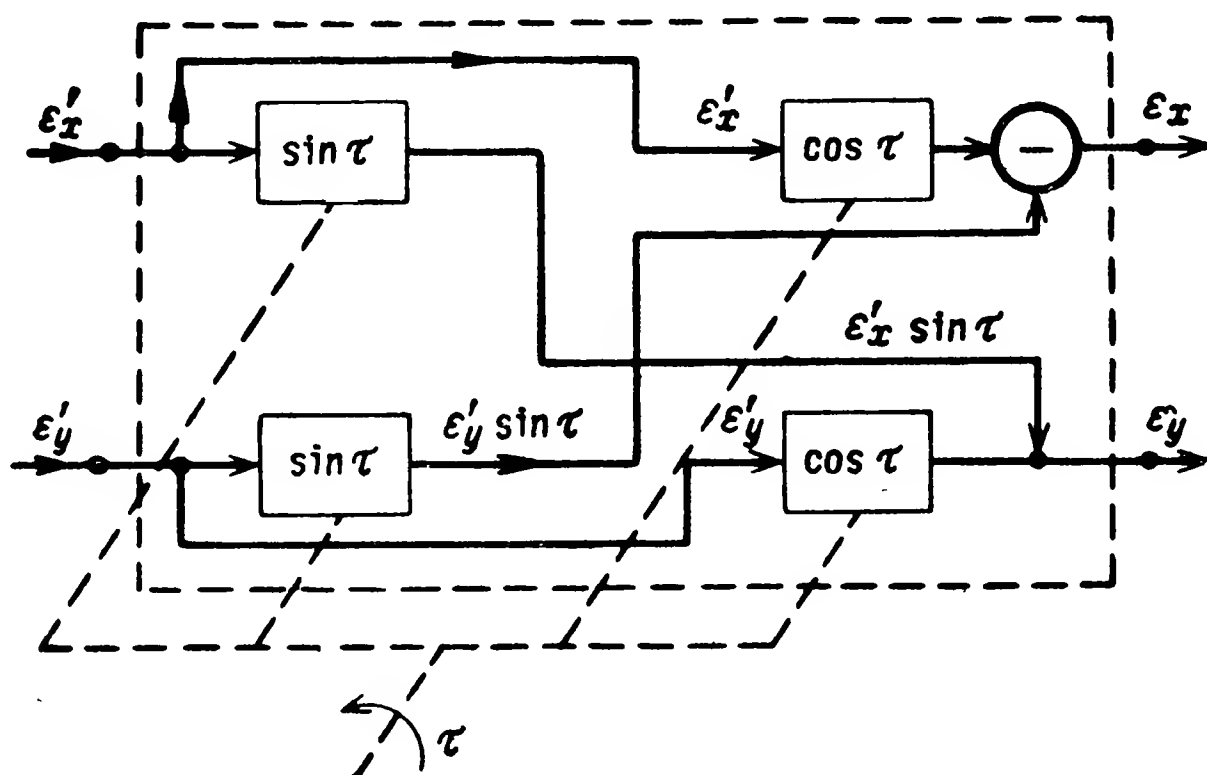


Рис. 9.13

ются затем для образования команд на рули. При этом образование команд происходит в соответствии с истинными (нескрученными) значениями рассогласования  $\vec{\varepsilon}$ , и, следовательно, эффект скручивания оказывается полностью устраненным.

Из соотношений (9.22) следует, что счетно-решающее устройство может иметь вид, изображенный на рис. 9.13. Оно состоит из четырех потенциометров: двух синусных (осуществляющих преобразование по закону  $u_{\text{вых}} = u_{\text{вх}} \sin \tau$ ) и двух косинусных (осуществляющих преобразование по закону  $u_{\text{вых}} = u_{\text{вх}} \cos \tau$ ). Роторы всех потенциометров сидят на одной оси и поворачиваются на одинаковой угол  $\tau$ .

На вход системы подаются измеренные величины  $\varepsilon'_x$  и  $\varepsilon'_y$  (в виде напряжений постоянного тока) и  $\tau$  (в виде механического поворота оси). Напряжения  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$ , получающиеся на выходе системы, используются далее для образования команд.

Уравнения (9.22) и соответствующая им система (рис. 9.13) относятся к случаю, когда измерение возмущения  $\vec{\varepsilon}$  производится

в декартовых координатах. Если измерение возмущения  $\vec{\epsilon}$  производится в полярных координатах (что имеет место, например, при применении для измерения  $\vec{\epsilon}$  антенных систем с коническим сканированием), то результат измерения получается в виде напряжения переменного тока (сигнала ошибки)

$$u'_{\Omega} = U'_{\Omega} \cos(\Omega t + \varphi'), \quad (9.23)$$

где

$$U'_{\Omega} = K\epsilon,$$

т. е.

$$u'_{\Omega} = K\epsilon \cos(\Omega t + \varphi'). \quad (9.24)$$

Здесь  $K$  — коэффициент пропорциональности; фаза  $\varphi'$  равна полярному углу вектора  $\vec{\epsilon}$  в системе координат  $x_1, y_1, z_1$  (рис. 9.8).

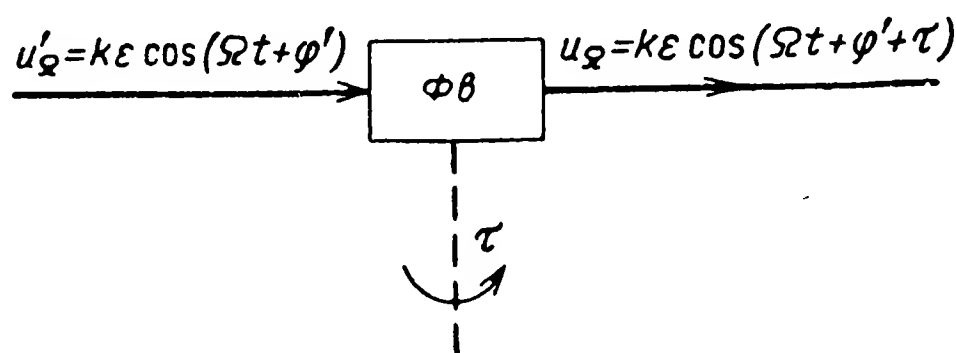


Рис. 9.14

Начало отсчета фазы (начало отсчета времени) задается опорным напряжением

$$u_{\text{оп}} = U_{\text{оп}} \cos \Omega t. \quad (9.25)$$

Из рис. 9.8 следует, что при наличии скручивания на угол  $\tau$  истинный полярный угол вектора  $\vec{\epsilon}$  равен не  $\varphi'$ , а

$$\varphi = \varphi' + \tau. \quad (9.26)$$

Поэтому истинный сигнал ошибки равен не  $u'_{\Omega}$ , а  $u_{\Omega}$ , где

$$u_{\Omega} = K\epsilon \cos(\Omega t + \varphi) = K\epsilon \cos(\Omega t + \varphi' + \tau). \quad (9.27)$$

Из сравнения соотношений (9.27) и (9.24) следует, что истинный сигнал ошибки  $u_{\Omega}$  может быть получен из измеренного сигнала  $u'_{\Omega}$  путем сдвига его по фазе на угол  $\tau$  при сохранении фазы опорного напряжения неизменной.

Эта операция может выполняться автоматически фазовращателем  $\Phi\tau$ , изображенным на рис. 9.14.

Очевидно, можно получить такой же результат, если вместо сдвига на угол  $\tau$  сигнала ошибки  $u'_{\Omega}$  применить сдвиг на угол  $(-\tau)$  опорного напряжения  $u_{\text{оп}}$ . В этом случае сигнал ошибки  $u'_{\Omega}$  остается



неизменным, а опорное напряжение пропускается через фазовращатель  $\Phi\theta$  (рис. 9.15) и принимает вид

$$u'_{оп} = U_{оп} \cos(\Omega t - \tau). \quad (9.28)$$

Из сравнения соотношений (9.24) и (9.28) следует, что после такой коррекции сигнал ошибки опережает опорное напряжение на угол  $\varphi' + \tau = \varphi$ , что и требуется для правильного образования команд.

В приведенном выше анализе предполагалось, что величина угла  $\tau$  известна из измерений. В случае самонаведения и телеуправления второго вида, когда измерительная и исполнительная системы координат находятся в одном месте (на ракете), такое измерение не

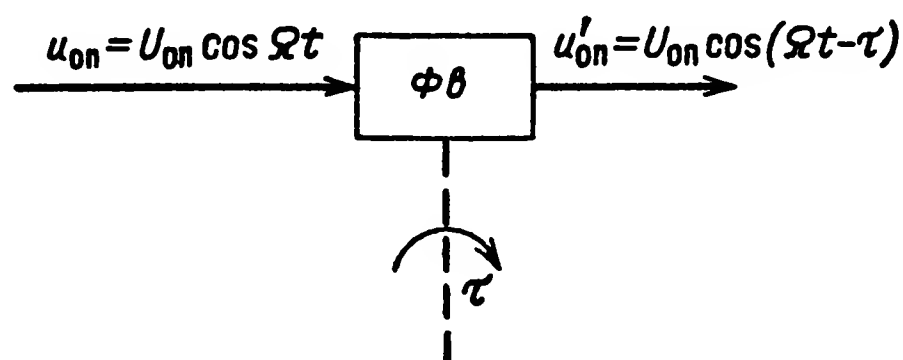


Рис. 9.15

представляет принципиальных затруднений. В случае телеуправления первого вида с помощью луча (рис. 9.9) приближенное значение угла  $\tau$  можно найти на основании формулы (9.18)

$$\tau = \int_0^t \frac{d\sigma}{dt} \sin \gamma dt. \quad (9.29)$$

(Эта формула не учитывает влияния излома осей.)

Принцип измерения угла  $\tau$  и введения соответствующей поправки для подобной системы управления показан на рис. 9.16. Ракета летит в луче радиолокатора, автоследящего за целью. Луч радиолокатора в процессе автослежения перемещается по углу места  $\gamma$  и азимуту  $\sigma$ . Данные об угле места и азимуте ( $\gamma$  и  $\sigma$ ) поступают на вход счетно-решающего устройства СУ, которое автоматически вычисляет угол  $\tau$  по формуле (9.29) и осуществляет поворот на этот угол оси фазовращателя  $\Phi\theta$ . На вход фазовращателя поступает также опорное напряжение, фаза которого жестко связана с фазой вращения диаграммы направленности  $A$  вокруг оси луча  $z_1$ . Фазовращатель осуществляет сдвиг опорного напряжения по фазе на угол  $-\tau$ . Скорректированное таким образом опорное напряжение передается по радио на ракету (путем модуляции сигналов радиолокатора или по отдельному каналу).

На ракете установлен приемник, который при отклонении ракеты от оси луча выделяет сигнал ошибки

$$u'_\Sigma = K\varepsilon \cos(\Omega t + \varphi')$$

и сопоставляет его с опорным напряжением  $u_{оп}$ . В результате этого сопоставления на ракете образуются напряжения, используемые затем для образования команд на рули.

Как отмечалось, при применении стабилизированных систем координат скручивание может вызываться также несовершенством этой стабилизации. Для устранения этой причины скручивания

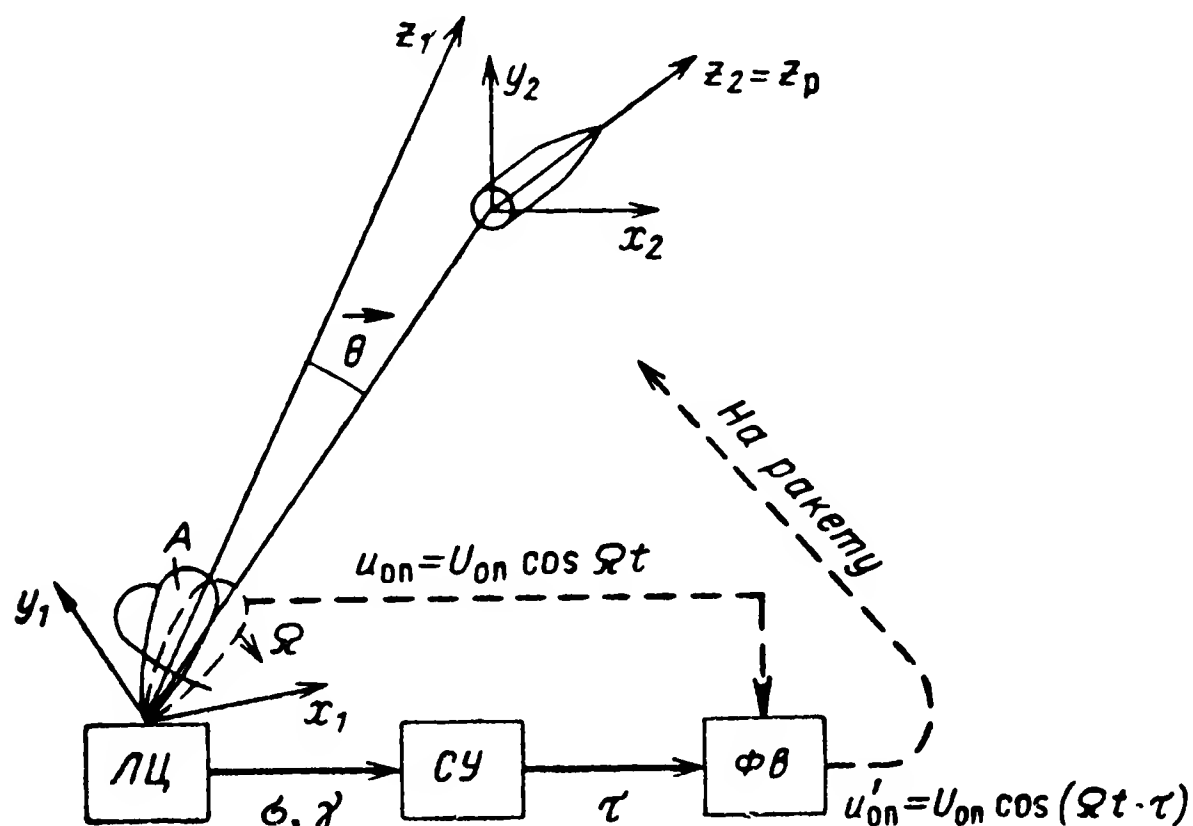


Рис. 9.16

необходимо предъявлять соответствующие требования к системе стабилизации, например добиваться стабилизации крена ракеты с возможно большей точностью.

#### § 9.6. ЭФФЕКТЫ, ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СКРУЧИВАНИЮ СИСТЕМ КООРДИНАТ

Как отмечалось в предыдущем параграфе, если измерение возмущения производится в полярных координатах, то результат измерения получается в виде «сигнала ошибки»

$$u_{\Omega} = K\varepsilon \cos(\Omega t + \varphi),$$

фаза которого  $\varphi$  отсчитывается от фазы опорного напряжения

$$u_{оп} = U_{оп} \cos \Omega t.$$

Там же было показано, что скручивание координат на угол  $\tau$  приводит к сдвигу фазы сигнала ошибки  $u_{\Omega}$  относительно опорного напряжения на угол

$$\Delta\varphi = \tau.$$

Отсюда следует и обратное положение: если в измерительной системе по каким-либо причинам произойдет сдвиг фазы сигнала

ошибки относительно опорного напряжения на некоторый угол  $\Delta\varphi$ , то он вызывает точно такие же последствия, как и скручивание координат на угол

$$\tau = \Delta\varphi. \quad (9.30)$$

Следовательно, сдвиг фаз  $\Delta\varphi$  полностью эквивалентен скручиванию координат. Этот сдвиг может получаться за счет паразитного (т. е. нежелательного) сдвига фазы либо в канале формирования и передачи сигнала ошибки  $u_\Omega$ , либо в канале формирования и передачи опорного напряжения, либо в обоих каналах одновременно (если паразитные сдвиги фаз в обоих каналах не одинаковы).

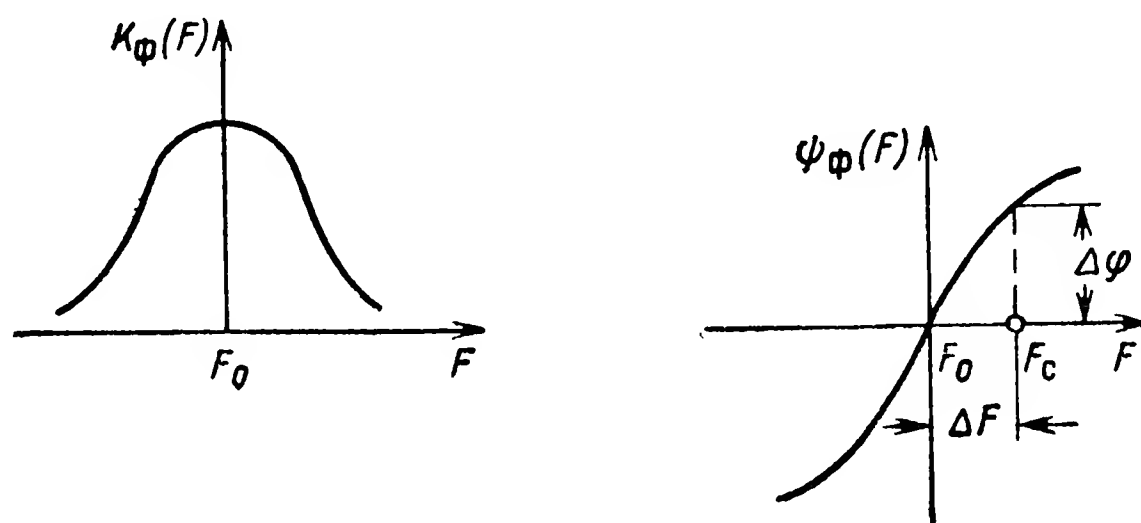


Рис. 9.17

Пусть, например, сигнал ошибки  $u_\Omega(t)$  пропускается через полосовой фильтр (для устранения влияния высших гармоник частоты  $\Omega$  и помех) с частотной характеристикой  $K_\phi(F)$  и фазовой характеристикой  $\psi_\phi(F)$  (рис. 9.17). Резонансная частота  $F_0$  этого фильтра должна быть настроена на частоту сигнала ошибки, т. е. должно быть

$$F_0 = F_c,$$

где  $F_c = \frac{\Omega}{2\pi}$ .

Из-за неточности настройки фильтра или вследствие неустойчивости частот  $F_0$  и  $F_c$  может произойти расстройка  $\Delta F = F_c - F_0$ . При этом, как следует из рис. 9.17, возникает сдвиг фаз

$$\Delta\varphi = \psi_\phi(\Delta F). \quad (9.31)$$

Если этот сдвиг фаз не будет ликвидирован или скомпенсирован, то его действие будет эквивалентно скручиванию на угол  $\psi_\phi(\Delta F)$ .

Как показывает анализ, в системах с коническим сканированием паразитный сдвиг фаз  $\Delta\varphi$  может быть вызван также действием фильтров, включаемых в цепь автоматической регулировки усиления, влиянием вращения плоскости поляризации радиоволн (см. [1]), действием сильных помех и другими причинами.

Необходимо принимать все возможные меры для устранения причин, вызывающих паразитные сдвиги фаз, а в случае необходимости производить компенсацию этих сдвигов путем введения в канал сигнала ошибки или в канал опорного напряжения дополнительного сдвига фаз соответствующего знака.

### К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. К каким отрицательным последствиям приводят перекрестные связи между каналами рулевого управления?

2. К каким отрицательным последствиям приводит скручивание систем координат?

3. Каковы основные источники перекрестных связей?

4. Каковы причины скручивания систем координат?

5. Докажите, что коэффициент перекрестных связей, вызванных скручиванием координат на угол  $\tau$ , равен  $|\operatorname{tg} \tau|$ .

6. Каковы основные пути уменьшения влияния перекрестных связей?

7. Каковы основные пути уменьшения влияния скручивания систем координат?

8. Докажите, что при телеуправлении первого вида, осуществляемого по методу накрытия цели, угол скручивания систем координат может превышать  $90^\circ$ .

9. Докажите, что скручивание систем координат на угол  $\tau$  приводит к перекрестным связям, характеризуемым матрицей (9.11).

Литература [1, 3].

---

## РАДИОВЗРЫВАТЕЛИ

## § 10.1. ТРЕБОВАНИЯ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К РАДИОВЗРЫВАТЕЛЯМ

Как отмечалось в гл. 2, задачей радиовзрывателя является подрыв боевого заряда снаряда в наивыгоднейший момент времени. Поражающее действие боевого заряда зависит как от характера самого заряда (заряд фугасного действия, осколочного действия и т. п.), так и от вида поражаемой цели (воздушная цель, наземная цель и др.). Наиболее сложные требования к радиовзрывателям предъявляются при поражении быстролетающих целей. Поэтому в дальнейшем изложение будет вестись применительно к таким целям. Если бы поражающее действие заряда было ненаправленным, а скорость распространения поражающих элементов — бесконечно большой, то, очевидно, наиболее выгодно было бы производить взрыв в тот момент, при котором расстояние от снаряда до цели минимально. Следовательно, в этом случае задача радиовзрывателя сводилась бы к определению момента времени  $t_{кр}$ , в который расстояние  $r(t)$  достигает минимального значения  $r_{мин}$ , т. е. производная  $\frac{dr(t)}{dt}$  становится равной нулю. При этом для определения наивыгоднейшего момента времени достаточно было бы измерять либо расстояние  $r$  между ракетой и целью [как функцию времени  $r(t)$ ], либо доплеровский сдвиг частоты, пропорциональный радиальной скорости  $\frac{dr(t)}{dt}$  ракеты относительно цели.

Однако в большинстве случаев поражающее действие боевого заряда является направленным, а скорость распространения поражающих элементов конечна. С учетом этого подрыв снаряда на минимальном расстоянии от цели в общем случае уже не является наивыгоднейшим.

Пусть, например, диаграмма направленности поражающего действия заряда (зона разлета поражающих элементов, осколков) имеет вид тела, образованного вращением сектора  $AOB$  вокруг продольной оси ракеты (снаряда)  $z_p$  (рис. 10.1). Цель движется относительно ракеты со скоростью

$$\vec{V}_{отн} = \vec{V}_ц - \vec{V}_р$$

и оказывается на минимальном расстоянии от ракеты в точке  $C$ . Из рис. 10.1 видно, что если в этот момент произвести подрыв боевого заряда, то все поражающие элементы (осколки) пролетят мимо цели. Наивыгоднейшим для подрыва будет момент, соответствующий прохождению цели через некоторую точку  $E$ , выбранную с таким расчетом, чтобы цель, летящая с относительной скоростью  $\vec{V}_{отн}$ , встретилась (в точке  $D$ ) с поражающим элементом, летящим вдоль оси  $z_{пэ}$  зоны поражения и имеющим относительно ракеты скорость

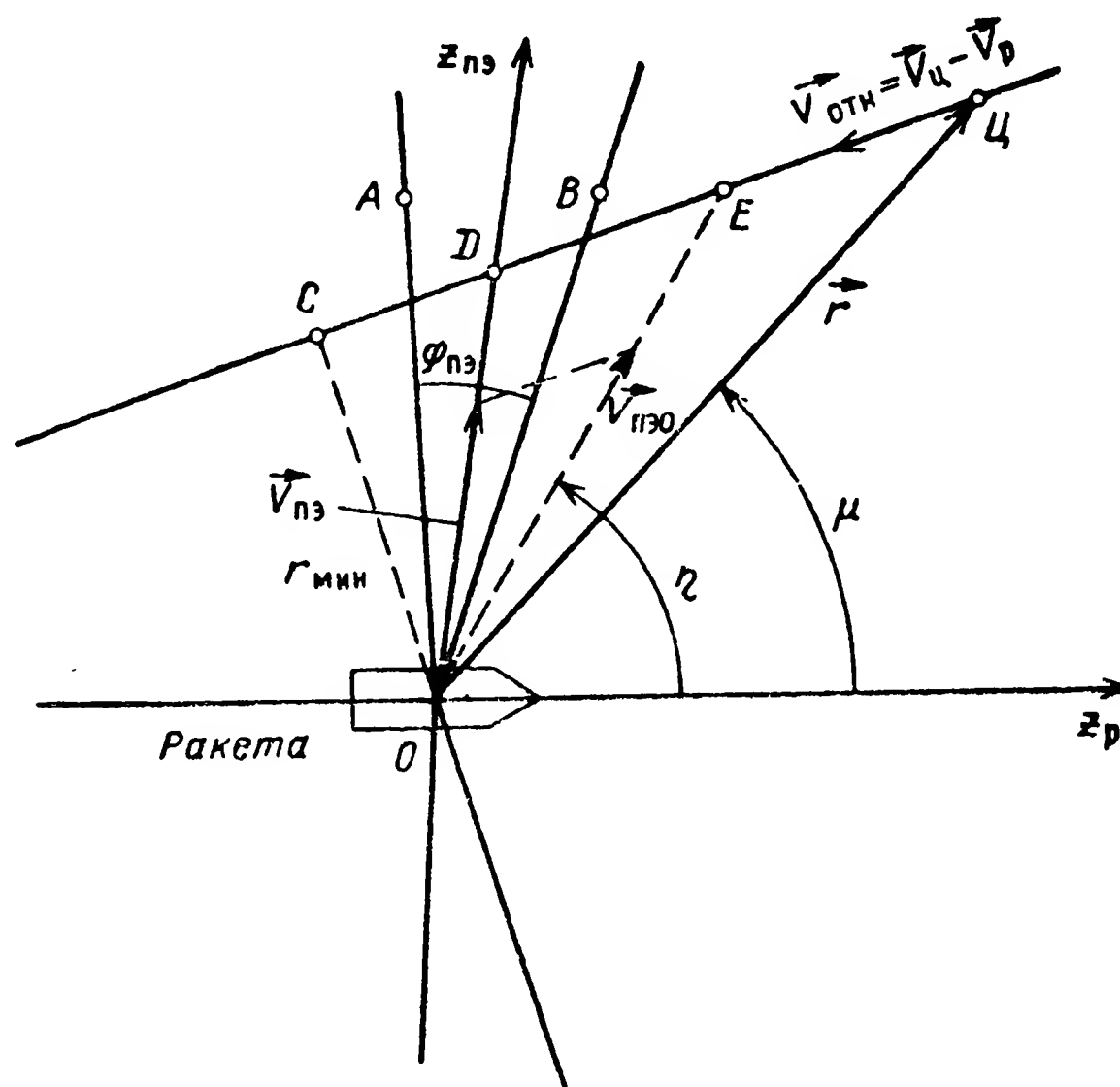


Рис. 10.1

$\vec{V}_{пэ}$ . Иначе говоря, для определения наивыгоднейшего момента взрыва приходится решать задачу встречи поражающих элементов с целью. Для решения такой задачи, как это следует из рис. 10.1, в общем случае нужно знать характеристики разлета поражающих элементов (осколков) и параметры движения цели относительно ракеты: ее радиус-вектор  $\vec{r}$  и относительную скорость  $\vec{V}_{отн}$ , но

$$\vec{V}_{отн} = \frac{d\vec{r}}{dt},$$

поэтому если радиус-вектор  $\vec{r}$  (измеренный в системе координат, связанной с корпусом ракеты) известен как функция времени, то дифференцированием по времени его составляющих можно найти соответствующие составляющие вектора  $\vec{V}_{отн}$ , а следовательно, и

сам вектор  $\vec{V}_{отн}$ . Отсюда следует, что для определения момента взрыва достаточно в принципе измерять лишь вектор  $\vec{r}(t)$ , т. е. определять дальность «ракета — цель» и угловые координаты цели (в системе координат, связанной с корпусом ракеты).

Обычно можно пренебрегать разбросом характеристик разлета поражающих элементов для различных экземпляров снарядов данного типа и использовать при решении задачи встречи поражающих элементов с целью средние значения указанных характеристик, известные априорно.

Таким образом, задачей измерительной аппаратуры, входящей в состав радиовзрывателя, является в общем случае измерение радиуса-вектора цели относительно ракеты  $\vec{r}(t)$  в системе координат, связанной с корпусом ракеты. Такая задача является радиолокационной и может быть в принципе решена радиолокатором, расположенным на борту ракеты или на командном пункте. Однако практически учитывая малость измеряемого вектора  $\vec{r}$  и необходимость его измерения в системе координат, связанной с корпусом ракеты, обычно оказывается целесообразнее решать эту задачу радиолокатором, расположенным на борту ракеты, а не на командном пункте. Поэтому в дальнейшем рассматриваются только такие радиовзрыватели.

На основании измеренных бортовым радиолокатором параметров движения цели решающим прибором, входящим в состав радиовзрывателя, должен быть определен момент взрыва и выдана команда на подрыв боевого заряда. Для иллюстрации возможного принципа действия решающего прибора рассмотрим приближенное решение задачи встречи поражающих элементов с целью. Будем полагать, что в зоне действия радиовзрывателя векторы скорости ракеты и цели постоянны. Скорость  $\vec{V}_{пэ}$  поражающих элементов, движущихся вдоль оси  $z_{пэ}$  зоны поражения (рис. 10.2), также будем считать постоянной. Для того чтобы поражающий элемент (осколок) поразил цель, необходимо, чтобы вектор его скорости относительно цели  $\vec{V}_{пэо}$  был направлен на цель. Но из рис. 10.2 видно, что

$$\vec{V}_{пэо} = \vec{V}_{пэ} + \vec{V}_p - \vec{V}_ц = \vec{V}_{пэ} - \vec{V}_{отн}. \quad (10.1)$$

Поэтому условие встречи поражающего элемента с целью имеет вид

$$\eta = \mu, \quad (10.2)$$

где  $\eta$  и  $\mu$  — углы, образуемые векторами  $\vec{V}_{пэо}$  и  $\vec{r}$  с продольной осью ракеты  $z_p$ . Будем для простоты рассматривать плоский случай, т. е.



полагать, что все векторы, изображенные на рис. 10.2, расположены в одной плоскости. Тогда, учитывая, что

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{V_{\text{пэ}0 y}}{V_{\text{пэ}0 z}},$$

где индексами  $y$  и  $z$  обозначены проекции векторов соответственно на оси  $y_p$  и  $z_p$ , из соотношения (10.1) и рис. 10.2 получим

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{V_{\text{пэ}} \sin \gamma + V_p \sin \alpha_a - V_{\text{ц}} \sin \zeta}{V_{\text{пэ}} \cos \gamma + V_p \cos \alpha_a - V_{\text{ц}} \cos \zeta}, \quad (10.3)$$

где  $\alpha_a$  — угол атаки;  $\gamma$  и  $\zeta$  — углы, образуемые с осью  $z_p$  векторами  $\vec{V}_{\text{пэ}}$  и  $\vec{V}_{\text{ц}}$  (все углы отсчитываются от оси  $z_p$  против часовой стрелки).

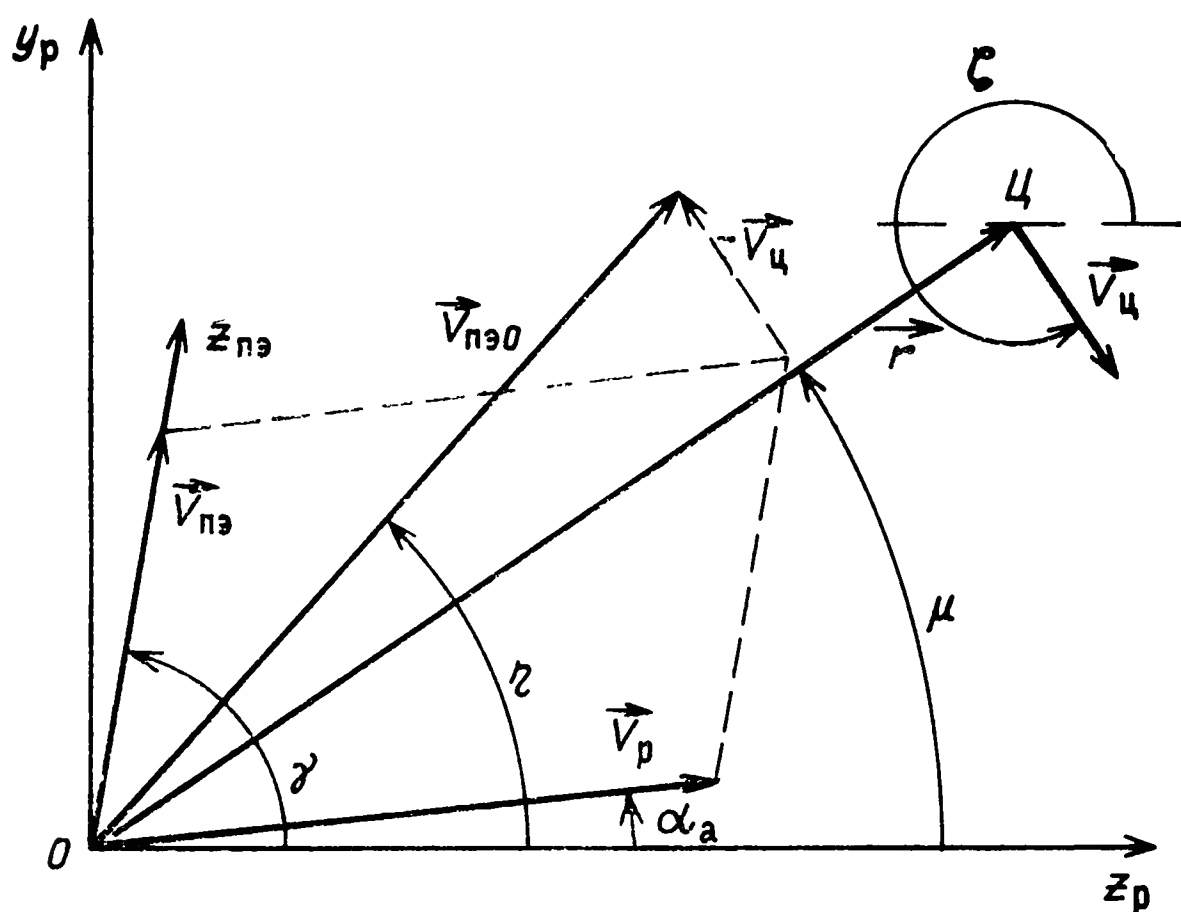


Рис. 10.2

Обозначая

$$\xi_{\text{пэ}} = \frac{V_{\text{пэ}}}{V_p} \text{ и } \xi = \frac{V_{\text{ц}}}{V_p},$$

можно (10.3) записать в следующем виде:

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{\xi_{\text{пэ}} \sin \gamma + \sin \alpha_a - \xi \sin \zeta}{\xi_{\text{пэ}} \cos \gamma + \cos \alpha_a - \xi \cos \zeta}. \quad (10.4)$$

Из (10.2) следует, что взрыв должен быть произведен в тот момент, когда угол  $\mu$  станет равным углу  $\eta$ . Поэтому для определения момента взрыва должно быть произведено определение углов  $\mu$  и  $\eta$ . Как отмечалось, в общем случае определение этих углов может быть произведено, если известно значение вектора  $\vec{r}(t)$  в системе координат, связанной с корпусом ракеты, произведено дифференцирова-

ние по времени составляющих этого вектора и решающим прибором выполнены соответствующие вычислительные операции. Однако в ряде случаев определение момента взрыва может быть существенно упрощено.

Пусть, например, известно, что  $\xi_{пэ} = 2$ ,  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\xi \leq 0,5$  и  $\alpha_a \leq 0,2$ , тогда из (10.4) следует, что при любых значениях угла  $\zeta$  угол  $\eta$  будет заключен в следующие сравнительно узкие пределы:

$$37^\circ \leq \eta \leq 53^\circ.$$

Поэтому, если выбрать

$$\eta = \eta_{ср} \approx 45^\circ \quad (10.5)$$

и учесть, что угол разлета поражающих элементов  $\varphi_{пэ}$  (рис. 10.1)

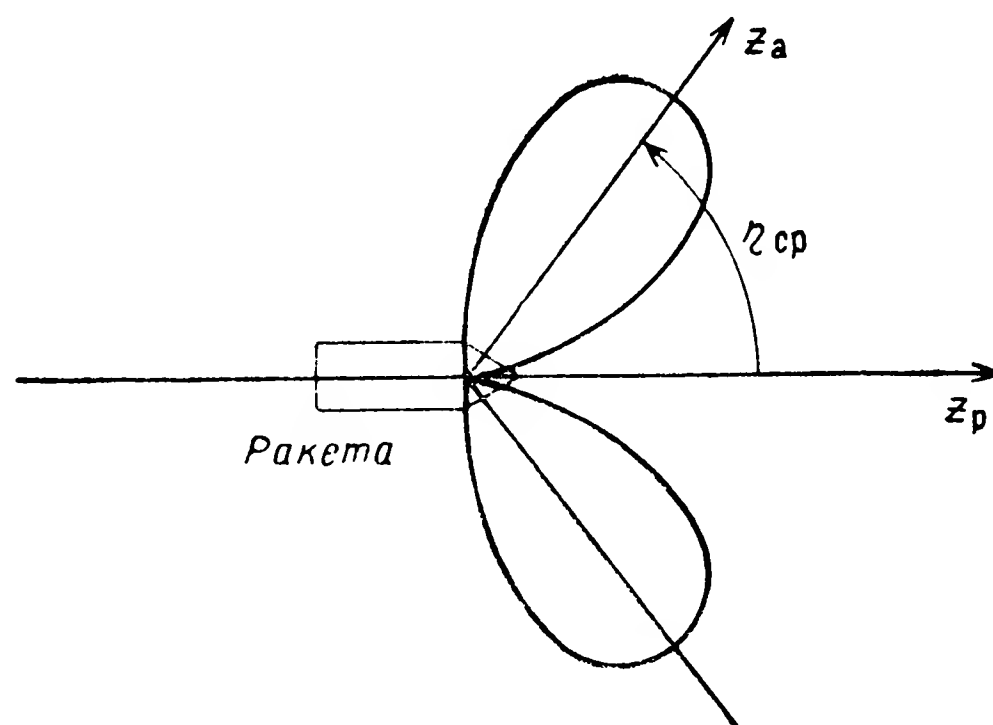


Рис. 10.3

обычно превышает  $20^\circ$ , то можно обеспечить надежное поражение цели, если производить взрыв в момент, когда выполняется условие

$$\mu = \eta_{ср}. \quad (10.6)$$

Так как величина  $\eta_{ср}$  известна заранее, задача радиовзрывателя состоит в измерении угла  $\mu$ , т. е. в пеленгации цели в системе координат, связанной с корпусом ракеты. Очевидно, при этом желательно также обеспечить направление максимума диаграммы направленности антенной системы радиовзрывателя под углом  $\eta \cong \eta_{ср}$  к продольной оси ракеты (рис. 10.3).

Следует заметить, что выполнение условия (10.2) или (10.6) может оказаться недостаточным для определения момента взрыва, так как если в момент выполнения этого условия ракета находится на большом расстоянии до цели, то поражающие элементы не долетят до цели или их скорость, а значит, и поражающее действие значительно уменьшатся. Поэтому кроме выполнения условия (10.6) или (10.2) необходимо, чтобы в момент взрыва дальность до цели удовлетворяла условию

$$r \leq r_{\text{макс}}, \quad (10.7)$$

где  $r_{\text{макс}}$  — максимально допустимое значение расстояния в момент взрыва, которое выбирается исходя из радиуса эффективного действия поражающих элементов. Эта величина для зарядов фугасного действия имеет порядок нескольких десятков или нескольких сотен метров.

Из приведенных выше данных следует, что в общем случае в задачу радиовзрывателя входит точное измерение вектора  $\vec{r}(t)$  (его производных) в системе координат, связанной с корпусом ракеты. В некоторых более простых случаях эта задача упрощается и сводится, в качестве первого приближения, к грубому определению дальности до цели для проверки выполнения условия (10.7) и определению угловых координат цели [направления вектора  $\vec{r}$  или радиальной скорости цели  $(dr/dt)$ ].

Очевидно, что кроме рассмотренных специфических требований радиовзрыватель должен удовлетворять также всем остальным требованиям, предъявляемым к аппаратуре радиоуправления, сформулированным в гл. 2. При этом особенно важным является обеспечение достаточной надежности и помехозащищенности.

Так как радиовзрыватель является частью системы радиоуправления, то для повышения качества его действия может оказаться целесообразным вводить в радиовзрыватель информацию, вырабатываемую в системе управления полетом ракеты. Особенно тесно взаимодействие радиовзрывателя с аппаратурой управления полетом возможно в тех случаях, когда это управление осуществляется путем самонаведения ракеты на цель. Действительно, как отмечалось в гл. 6, основной задачей головки самонаведения является измерение направления ракета — цель  $\vec{r}(t)$ . К этому же может сводиться в основном и задача измерительной аппаратуры, входящей в состав радиовзрывателя. Поэтому, если на борту ракеты имеется радиолокационная головка самонаведения, то, вообще говоря, в постановке дополнительного радиолокатора для радиовзрывателя нет принципиальной необходимости. Однако практически такой дополнительный радиолокатор обычно все же ставится по следующим основным причинам.

Радиолокатор головки самонаведения должен работать в диапазоне дальностей от нескольких десятков километров до нескольких десятков или сотен метров и обычно имеет мертвую зону управления, составляющую несколько десятков или сотен метров.

Радиовзрыватель же должен работать как раз в зоне от нескольких десятков или сотен метров до нуля, т. е. иметь нулевую (или почти нулевую) мертвую зону. Кроме того, применение в радиовзрывателе отдельного радиолокатора, работающего на существенно отличной длине волны и по иному принципу, позволяет увеличить скрытность и помехозащищенность радиовзрывателя [3].

Вместе с тем при наличии такого отдельного радиолокатора использование в радиовзрывателе дополнительных данных, поступающих от головки самонаведения, может быть весьма полезным, особенно для обеспечения надежного захвата цели.

## § 10.2. ТИПЫ РАДИОВЗРЫВАТЕЛЕЙ

### а. Общие замечания

Как отмечалось в § 10.1 данной главы, радиовзрыватель должен в общем случае измерять угловое положение цели в системе координат, связанной с корпусом снаряда, и дальность до нее или скорость сближения.

Однако измерение угловых координат в зоне работы радиовзрывателя является трудной задачей. Это объясняется прежде всего большими угловыми размерами цели в этой зоне, а также большими скоростями изменения ее пеленга. Поэтому в простейших радиовзрывателях производится измерение лишь частоты Допплера (т. е. скорости сближения) или дальности. Согласование же по угловым координатам для обеспечения равенства (10.2) в простейших радиовзрывателях производится лишь приближенно, путем подбора формы диаграммы направленности антенны и ориентации ее главного максимума.

В дальнейшем рассматриваются лишь такие простейшие типы радиовзрывателей.

Подобно системам самонаведения, рассмотренным в гл. 6, радиовзрыватели могут быть разбиты на три основные группы (пассивные, полуактивные и активные), деление на которые связано с происхождением первичного излучения. Положительные стороны и недостатки пассивных, полуактивных и активных радиовзрывателей в принципе те же, что и у аналогичных систем самонаведения. Однако наибольшее распространение получили активные радиовзрыватели, так как недостатки, свойственные активному методу работы, при малых дальностях оказываются не столь существенными, а преимущества этого метода сохраняются. Поэтому в этой главе рассматриваются принципы построения только активных радиовзрывателей, нашедших некоторое отражение в литературе [2, 3, 12, 13, 93].

Активные радиовзрыватели могут, как и системы самонаведения, использовать зондирующие сигналы различной формы. Применяются как непрерывные, так и импульсные сигналы. В свою очередь, при непрерывном сигнале может применяться как немодулированное излучение (взрыватели так называемого доплеровского типа), так и модулированное. В большей степени в литературе описано применение линейной частотной модуляции.

## 6. Принцип действия радиовзрывателей доплеровского типа

При построении радиовзрывателей доплеровского типа используется эффект Допплера, состоящий в смещении частоты принимаемых колебаний по отношению к частоте излучаемых, когда расстояние, проходимое излучаемой волной, меняется во времени. Если частота зондирующего сигнала  $f_0$ , а путь, проходимый электро-

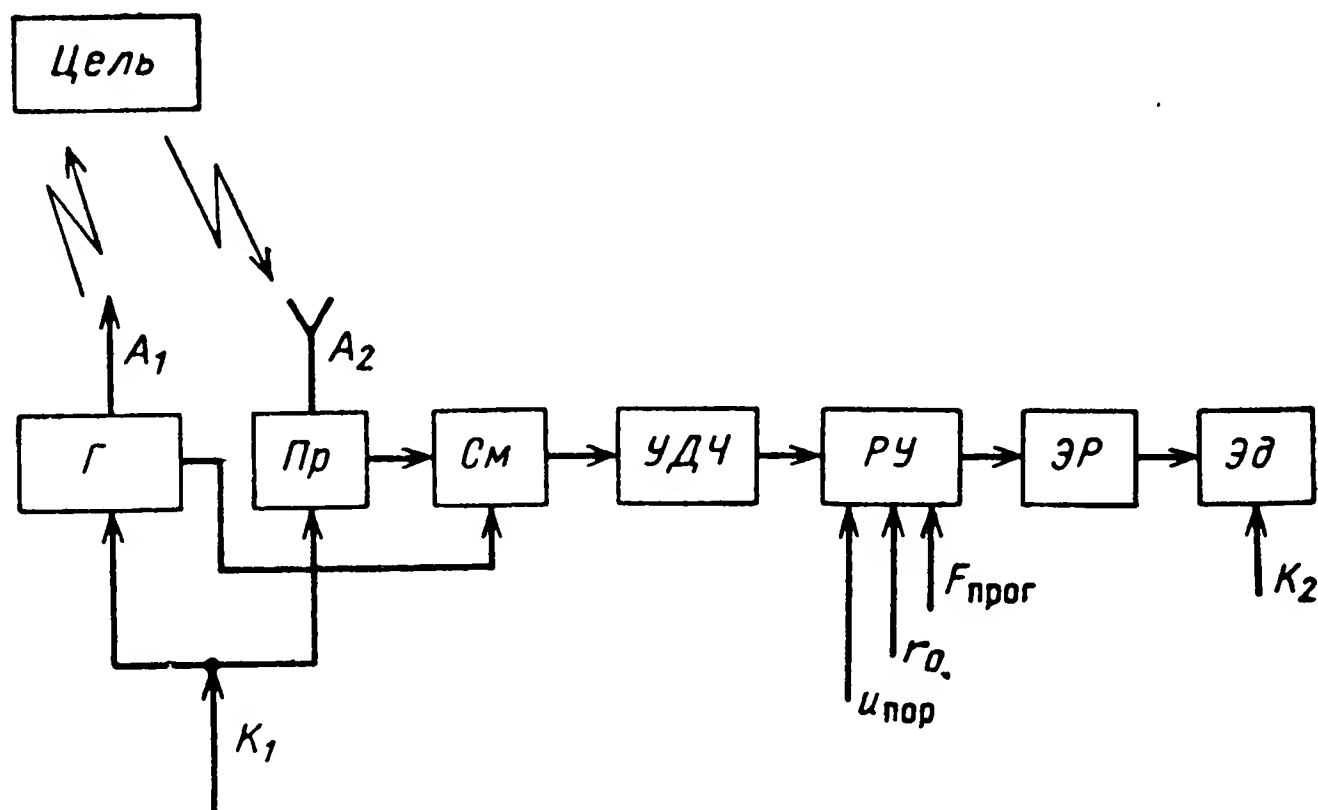


Рис. 10.4

магнитной волной от передатчика до приемника, равен удвоенному расстоянию до цели  $2r(t)$ , то частота принимаемого колебания равна

$$f = f_0 \left( 1 - \frac{2}{c} \frac{dr(t)}{dt} \right), \quad (10.8)$$

где  $F = f_0 \frac{2}{c} \cdot \frac{dr(t)}{dt}$  — доплеровское смещение частоты;  $c$  — скорость света.

Так как скорость сближения (радиальная скорость) равна

$$V_r = \frac{dr(t)}{dt},$$

то формулу (10.8) можно представить в следующем виде:

$$f = f_0 \left( 1 - \frac{2V_r}{c} \right). \quad (10.9)$$

Упрощенная функциональная схема взрывателя доплеровского типа приведена на рис. 10.4. Излучаемое антенной  $A_1$  зондирующее колебание с частотой  $f_0$  отражается целью и улавливается приемной антенной  $A_2$ . Частоты излучаемых колебаний  $f_0$  и принимаемых  $f$  связаны соотношением (10.9). После предварительного усиления и некоторой фильтрации от помех в приемнике  $Пр$  колебания посту-

пают на смеситель  $C_m$ , на который одновременно воздействует колебание, поступающее от генератора  $G$ . На выходе смесителя образуется, в частности, колебание разностной, т. е. доплеровской, частоты  $F$ . Это колебание подвергается дальнейшему усилению в усилителе доплеровских частот (УДЧ). С выхода УДЧ усиленные колебания поступают на решающее устройство  $PY$ , в котором происходит окончательная обработка сигнала и принятие решения о подрыве заряда. Подрыв осуществляется при помощи электронного реле  $ЭР$  и электродетонатора  $Эд$ . В простейшем случае  $PY$  может представлять собой пороговое устройство сравнения амплитуды усиленных колебаний с некоторым заранее установленным уровнем. При достижении амплитудой этого уровня происходит выработка команды на подрыв. Однако такой простейший способ формирования команды по уровню отраженного сигнала имеет серьезный недостаток, состоящий в зависимости уровня сигнала не только от направления прихода колебаний и расстояния до цели, но и от фактической отражающей поверхности цели, которая заранее неизвестна и, кроме того, флуктуирует во времени. Может также произойти преждевременное превышение порогового значения, если противник на время включит помеху, например, в виде ретранслированного зондирующего сигнала.

Поэтому для улучшения показателей радиовзрывателя решающее устройство должно иметь более сложную логику работы. В частности, наряду с измерением уровня или независимо от него для принятия решения о подрыве боевой части может быть использована информация о дальности до цели  $r(t)$ . В случае доплеровского активного радиовзрывателя эта информация может быть получена интегрированием текущего значения доплеровской частоты

$$r(t) = r_0 - \frac{c}{2f_0} \int_{t_0}^t F(t) dt. \quad (10.10)$$

В формуле (10.10)  $r_0$  — некоторое начальное значение дальности до цели, соответствующее моменту  $t_0$  включения радиовзрывателя. Значение  $r_0$  доплеровской системой самостоятельно измерено быть не может. Это значение должно поступать на радиовзрыватель в виде начального указания о дальности цели извне, например, с выхода аппаратуры головки самонаведения. На рис. 10.4 стрелкой показано введение такого целеуказания. Для повышения эффективности радиовзрывателя от внешних по отношению к нему звеньев общего комплекса может вводиться и ряд других сведений о параметрах сближения с целью и ее характеристиках.

В качестве примера, на рис. 10.4 стрелками показаны вводимые значения порога срабатывания  $u_{пор}$ , прогнозируемое на момент подрыва значение доплеровского сдвига частоты  $F_{прог}$  сигнала от выбранной цели, команды на включение радиотехнической части взрывателя  $K_1$  и на взведение электродетонатора  $K_2$ .

Одной из разновидностей радиовзрывателя доплеровского типа является так называемый автодинный радиовзрыватель. Принципиальное отличие его от приведенного ранее состоит в объединении генератора высокочастотных колебаний с преобразователем, образующим доплеровскую частоту. Передача и прием ведутся на одну общую антенну  $A_{1,2}$ . Эта часть схемы автодинного радиовзрывателя приведена на рис. 10.5. В остальной части функциональная схема

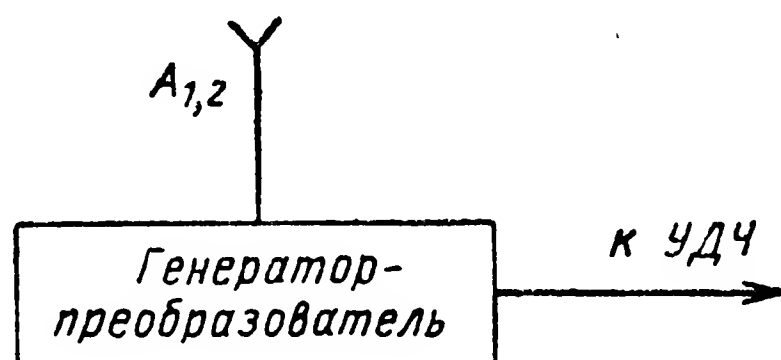


Рис. 10.5

такого радиовзрывателя в принципе та же, что и у рассмотренного ранее доплеровского радиовзрывателя. Получающееся упрощение взрывателя может дать некоторую экономию веса аппаратуры и ее объема.

#### в. Принцип действия радиовзрывателей с частотной модуляцией

Радиовзрыватели, в которых используется модуляция непрерывного сигнала, являются устройствами более сложными, нежели

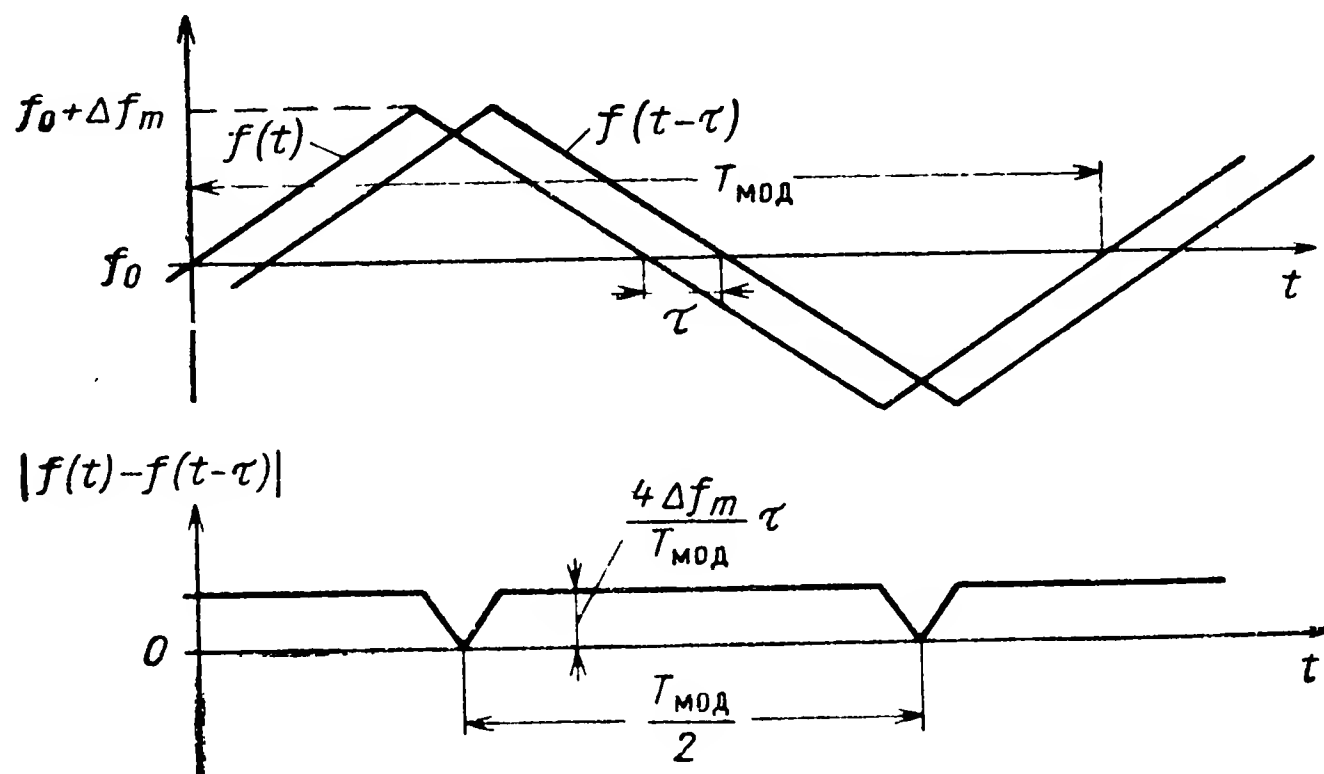


Рис. 10.6

рассмотренные ранее взрыватели доплеровского типа. В качестве закона частотной модуляции чаще используется пилообразный или синусоидальный. На рис. 10.6 для примера показан пилообразный закон изменения мгновенной частоты  $f(t)$  излучаемого колебания



и закон изменения мгновенной частоты  $f(t - \tau)$  сигнала, отраженного целью и принимаемого аппаратурой радиовзрывателя. Величина  $\tau$  характеризует запаздывание сигнала, т. е. расстояние до цели. Для простоты рассмотрения эффект Доплера в данном случае не учитывается. Вследствие запаздывания частота отраженного сигнала не совпадает с частотой излученного. Разность частот  $|f(t) - f(t - \tau)|$  также изображена на рис. 10.6. Переменная во времени величина этой разности зависит в общем случае от закона модуляции, а при выбранном законе, в данном случае пилообразном, — от расстояния до цели. С уменьшением расстояния эта разность стремится к нулю. Принцип действия взрывателя подобного

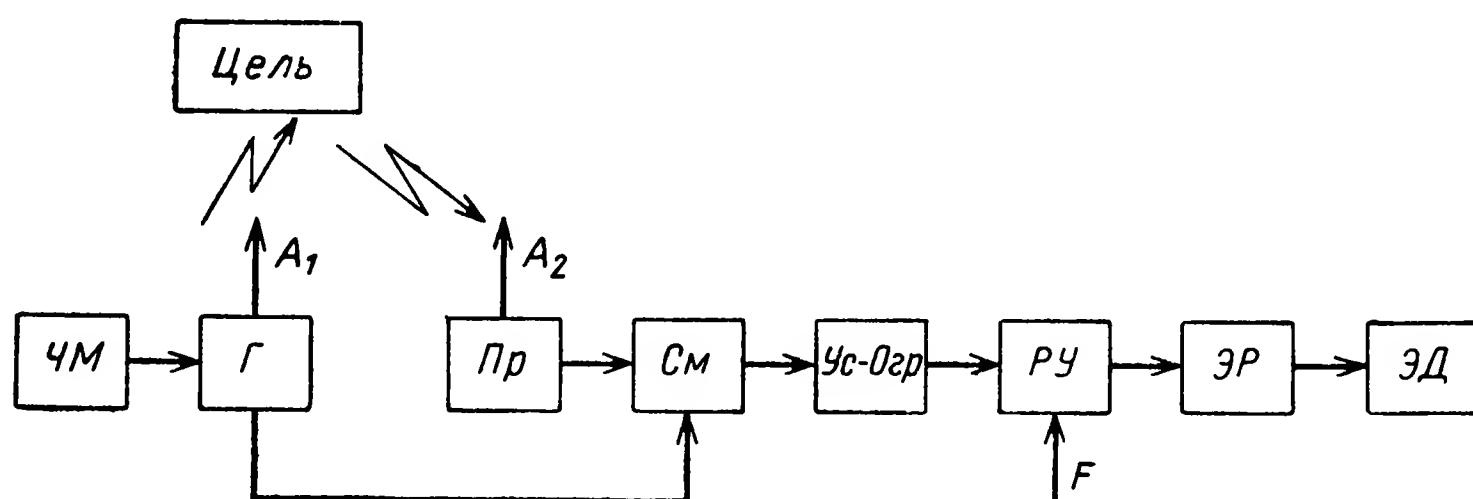


Рис. 10.7

типа основан на измерении мгновенных значений разностной частоты или ее среднего значения и принятии решения о подрыве заряда, когда измеренное значение приходит в соответствие с заранее заданной дальностью подрыва ракеты.

Функциональная схема радиовзрывателя с частотной модуляцией приведена на рис. 10.7. Частота генератора непрерывных колебаний  $G$  управляется частотным модулятором  $ЧМ$ . Наряду с мощностью, поступающей в передающую антенну  $A_1$ , часть мощности колебаний генератора поступает на смеситель  $См$ , на который одновременно действуют колебания, отраженные от цели и предварительно усиленные в отфильтрованные приемником  $Пр$ . В смесителе происходит выделение колебания разностной частоты  $|f(t) - f(t - \tau)|$ . Колебание разностной частоты фильтруется от помех, усиливается и ограничивается по амплитуде услителем-ограничителем  $Ус-Огр$ . После этого колебание обрабатывается решающим устройством  $РУ$ . Решающее устройство в простейшем случае может представлять собой избирательное устройство резонансного или квазирезонансного типа, частота настройки которого соответствует выбранной дальности до цели, при которой должен происходить подрыв снаряда. При совпадении разностной частоты с частотой настройки избирательного устройства колебания проходят на его выход, приводят в действие электронное реле  $ЭР$  и электродетонатор  $ЭД$ . Решающее устройство может быть также выполнено в виде счетчика импульсов разностной частоты. При достижении разност-

ной частотой заданной величины происходит срабатывание запального устройства. Установление частоты настройки избирательного устройства или уровня, соответствующего требуемому числу импульсов, может осуществляться заранее (если требуется неизменная дальность срабатывания от цели) или вводиться в решающее устройство в ходе наведения ракеты в соответствии с конкретно сложившейся тактической ситуацией.

Заметим, что эффект Доплера может отразиться на характере зависимости  $|f(t) - f(t - \tau)|$ . При  $f'(t) > 0$  разностная частота с учетом эффекта Доплера будет несколько меньше, а при  $f'(t) < 0$  — несколько больше, чем в отсутствие этого эффекта. Хотя в среднем при симметричном законе модуляции разностная частота не изменится, данное обстоятельство может оказаться существенным при узкополосной обработке колебаний разностной частоты и вызвать в этом случае необходимость учета скорости сближения. Значение этой скорости может вводиться в аппаратуру взрывателя извне, например, от измерителя скорости сближения головки самонаведения. Введение информации о скорости сближения, т. е. частоты Доплера  $F$ , показано на рис. 10.7 стрелкой. Ослабить влияние эффекта Доплера на работу радиовзрывателя можно и надлежащим выбором закона модуляции и его параметров. Необходимо, в частности, чтобы выполнялось условие

$$|f(t) - f(t - \tau)| \gg F \quad (10.11)$$

или

$$\frac{2\Delta f_m}{f_0} \cdot \frac{\tau_{\min}}{T_{\text{мод}}} \gg \frac{V_r}{c}, \quad (10.12)$$

где  $\Delta f_m$  — девиация частоты;  $\tau_{\min}$  — минимальное запаздывание, соответствующее дальности, на которой должен произойти подрыв;  $T_{\text{мод}}$  — период модуляции частоты сигнала;  $f_0$  — средняя частота сигнала.

#### г. Принцип действия импульсных радиовзрывателей

Принцип действия радиовзрывателей с импульсными сигналами аналогичен принципу действия простейшей импульсной радиолокационной станции. Функциональная схема такого радиовзрывателя приведена на рис. 10.8. Импульсный генератор  $ИГ$  посредством модулятора  $М$  управляет амплитудой генератора высокочастотных колебаний  $Г$ . Отраженные от цели импульсы, усиленные, отфильтрованные от помех и продетектированные приемным устройством  $Пр$ , поступают на решающее устройство  $РУ$ . Туда же поступают импульсы с  $ИГ$ . Решающее устройство вычисляет время задержки отраженных колебаний и пропорциональное ему расстояние до цели. При достижении некоторого заранее установленного значения расстояния решающее устройство выдает сигнал на электронное реле

ЭР и далее на электродетонатор ЭД для подрыва заряда. Решающее устройство в простейшем случае может представлять собой комбинацию блока задержки БЗ, генератора строб-импульса ГСИ и каскада совпадений КС (рис. 10.9). Величина задержки импульсов излучения, при которой происходит их совпадение во времени с отраженными, и определяет дальность, при которой срабатывает устройство,

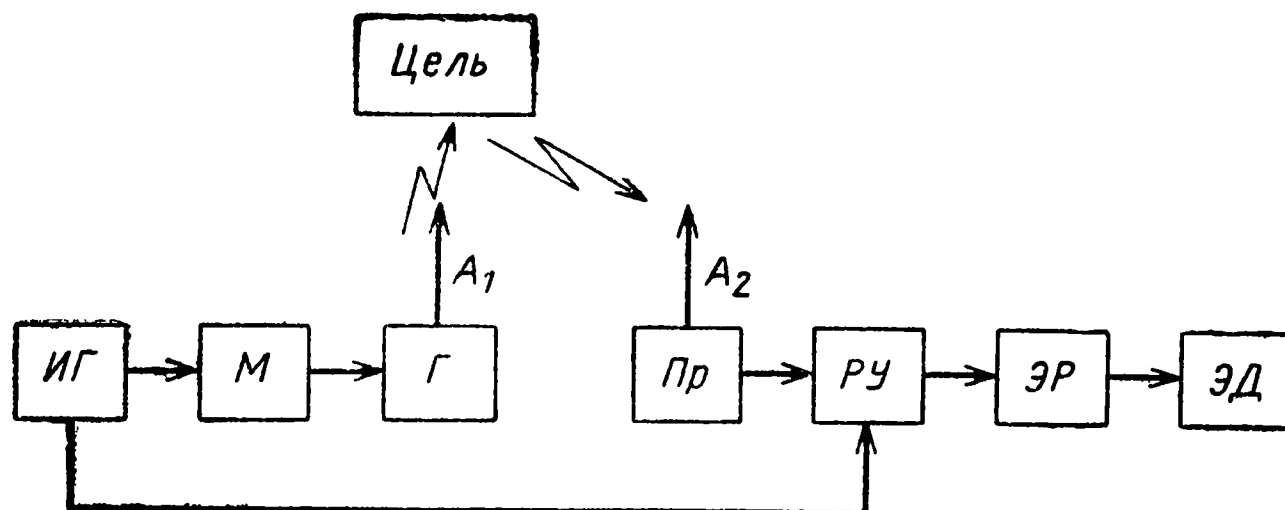


Рис. 10.8

а ширина строб-импульса — диапазон дальностей, при которых разрешается производить подрыв ракеты. Основной недостаток импульсного радиовзрывателя — наличие мертвой зоны, лимитирующей минимальную дальность срабатывания и являющейся следствием конечной продолжительности зондирующего импульса и его спада. Ослабление этого недостатка при применении малогабаритной бортовой аппаратуры снаряда представляет собой сложную тех-

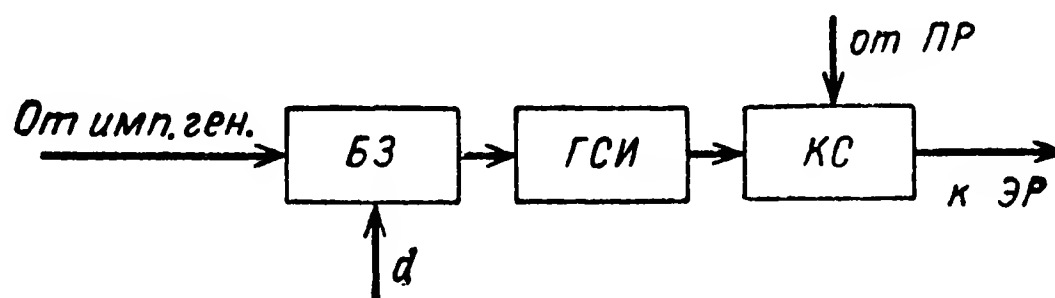


Рис. 10.9

ническую задачу. К недостаткам импульсного радиовзрывателя относится также и то, что он не измеряет доплеровский сдвиг частоты отраженного сигнала, т. е. скорость сближения. Приближенное значение скорости сближения, требуемое для выбора наиболее выгодного момента подрыва снаряда, в этом случае может быть получено лишь косвенным путем — дифференцированием текущего значения дальности.

### Контрольные вопросы

1. Как выбирается наиболее выгодный момент подрыва боевой части снаряда?
2. Почему активный способ построения радиовзрывателей является наиболее распространенным? Укажите основные преимущества и недостатки радиовзрывателей при пассивном, полуактивном и активном способах построения, а также взрывателей, использующих командную радиолинию.

3. Каковы основные тактико-технические требования, предъявляемые к радиовзрывателю?

4. Укажите характер возможных данных, которые могли бы вводиться в аппаратуру радиовзрывателя извне для улучшения характеристик его работы.

5. Каким образом при конструировании радиовзрывателя учитывается характеристика боевой части снаряда?

6. Какие виды радиосигналов применяются при построении радиовзрывателей?

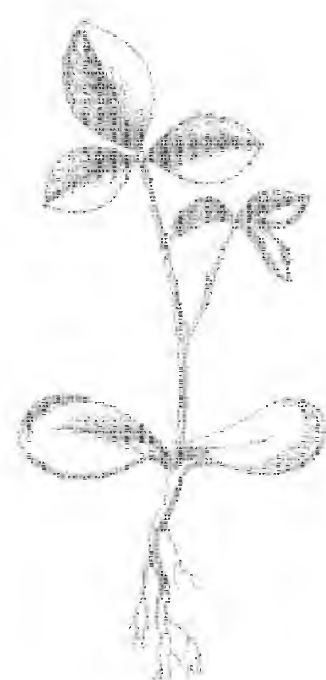
7. Изобразите функциональную схему и объясните назначение ее отдельных элементов для видов радиовзрывателей, в которых используется:

- а) немодулированный непрерывный сигнал;
- б) частотно-модулированный непрерывный сигнал;
- в) импульсное излучение.

8. Каковы преимущества и недостатки совмещения в едином приборе функций радиолокационной головки самонаведения и радиовзрывателя?

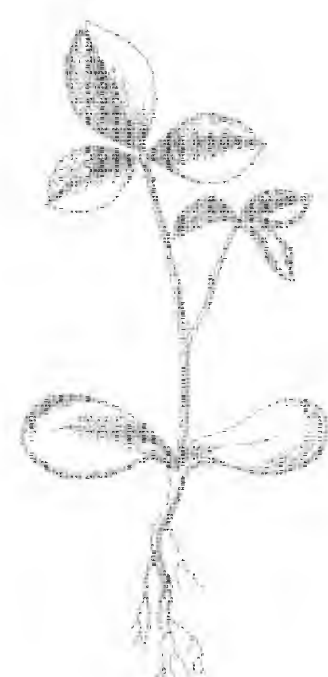
Литература [2, 3, 12, 13, 93].

---



Часть вторая

# МЕТОДЫ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ





## ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА УПРАВЛЕНИЯ СНАРЯДАМИ И ОБЩАЯ МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭТИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

### § 11.1. ПОЛНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ ПОРАЖЕНИЯ ЦЕЛИ

В главе 1 отмечалось, что основным показателем качества системы управления снарядами является величина вероятности поражения цели, обеспечиваемая этой системой. Вероятность поражения зависит от многих факторов (см. стр. 32), и в первую очередь от надежности (исправности) действия аппаратуры и ее помехозащищенности.

Количественная оценка влияния надежности на вероятность поражения весьма сложна, так как возможные неисправности аппаратуры управления весьма многочисленны и разнообразны и могут в разной степени влиять на вероятность поражения. Положение дополнительно усложняется тем, что одна и та же неисправность при наличии помех может вызывать иной эффект, чем при их отсутствии; например, обрыв в цепи, обеспечивающей защиту системы от данной помехи, может не оказать существенного влияния на работу системы в отсутствие данной помехи, но привести к резкому ухудшению действия системы при наличии такой помехи. Поэтому, строго говоря, оценку надежности и помехозащищенности системы нельзя производить раздельно. Указанные трудности привели к тому что до настоящего времени не удалось получить достаточно точных расчетных формул, связывающих вероятность поражения цели с надежностью действия аппаратуры управления. Вследствие этого надежность аппаратуры управления оценивают стандартными методами, принятыми в теории надежности, т. е. путем определения вероятности безотказного действия аппаратуры  $P_n$ . Так как при проектировании системы обычно исходят из требования обеспечения значения  $P_n$ , весьма близкого к единице, то это позволяет при определении вероятности поражения цели полагать  $P_n = 1$ , т. е. считать, что вся аппаратура функционирует исправно (безотказно).

При этом основная трудность вычисления вероятности поражения вызывается необходимостью учета действия организованных помех.

Основные способы защиты от помех были рассмотрены в гл. 2 и могут быть разбиты на две основные группы:

1. Способы, повышающие скрытность управления (сокращение времени облучения цели, изменение рабочей длины волны и других параметров системы, применение узконаправленного излучения и приема с возможно меньшим уровнем боковых лепестков диаграмм направленности, радиомаскировка и др.).

2. Способы, ослабляющие действие помех, созданных противником (применение различных способов селекции принимаемых сигналов, соответствующий выбор формы зондирующего сигнала и др.).

В дальнейшем для оценки качества защиты от помех будем применять два термина (как это принято в последнее время) — помехозащищенность и помехоустойчивость. При этом помехозащищенность отличается от помехоустойчивости тем, что первая учитывает, а вторая не учитывает эффекта, достигаемого повышением скрытности управления. Иначе говоря, понятие «помехозащищенность» является более общим и включает как помехоустойчивость, так и скрытность. Отсюда следует, что повышение помехозащищенности достигается применением обеих указанных выше групп способов защиты от помех, а повышение помехоустойчивости — применением способов только второй группы.

Основные классы организованных помех были перечислены в гл. 2. К ним можно отнести, в частности, следующие виды помех:

- 1) шумовую помеху от цели, обычную;
- 2) шумовую помеху от цели, частотно-модулированную;
- 3) шумовую помеху от цели, прерывистую;
- 4) ответную помеху от цели, с шумовой модуляцией;
- 5) ложную цель;
- 6) шумовую помеху, обычную, из двух точек пространства (например, от двух самолетов противника);
- 7) пассивную помеху.

Свойства этих и многих других организованных помех описываются в курсах радиолокации (см. например, [14, 33]. Поэтому мы на их описании останавливаться не будем. Перечисленные выше и подобные им помехи в дальнейшем называются элементарными помехами и обозначаются  $m_1(t)$ ,  $m_2(t)$ , ...,  $m_n(t)$ . Очевидно, элементарные помехи могут применяться не только отдельно, но и в различных комбинациях. Например, могут применяться двойные, тройные помехи и более сложные комбинации элементарных помех.

Если считать, что возможны любые комбинации из элементарных помех, то общее число комбинаций будет равно

$$N = 2^n.$$

(При этом отсутствие всех элементарных помех рассматривается как одна из возможных комбинаций).

В действительности противник будет применять не все принципиально возможные комбинации помех как из-за сложности их реализации, так и вследствие того, что при некоторых комбинациях действие элементарных помех взаимно ослабляется. Так, например, противнику невыгодно одновременно применять шумовую помеху от цели и пассивную помеху, прикрывающую цель. Действительно, пассивная помеха в этом случае создает «облако» между целью и снарядом, создающее, во-первых, затухание полезного сигнала и, во-вторых, ложные отражения от обширной области пространства. Если при этом противник применит мощную шумовую помеху от цели, то действие «облака» пассивных помех будет в значительной мере нейтрализовано, так как управляемый снаряд, снабженный головкой самонаведения, сможет наводиться на цель посредством пеленгации источника шумовой помехи. Поэтому в действительности, целый ряд комбинаций из элементарных помех противником применяться не будет и, следовательно, всегда будет

$$n \leq N < 2^n. \quad (11.1)$$

Однако и с учетом этого обстоятельства число  $N$  может быть весьма велико. Ситуация особенно осложняется в связи с тем, что каждая система управления содержит в своем составе обычно не одну, а несколько радиолиний, подверженных действию организованных помех.

(Здесь под радиолинией понимается отдельный радиоприемник или отдельная комбинация «радиопередатчик — радиоприемник»).

Полная вероятность поражения цели с учетом действия  $N$  возможных видов помех равна

$$P_{\text{пор}} = P_1 P'_1 + P_2 P'_2 + \dots + P_j P'_j + \dots + P_N P'_N. \quad (11.2)$$

Здесь  $P_j$  — априорная вероятность организации против данного снаряда комбинации элементарных помех номера  $j$ ;  $P'_j$  — вероятность поражения при условии, что на снаряд действует комбинация помех номера  $j$ .

Так, например, под комбинацией № 1 можно понимать случай, когда на систему действует только шумовая помеха, обычная; под комбинацией № 10 — случай, когда действуют одновременно пассивная помеха, прикрывающая цель, и ложная цель. Соответствующие номера должны быть приданы и другим возможным комбинациям элементарных помех.

Априорные вероятности  $P_1, P_2, \dots, P_N$  организации (появления) отдельных комбинаций должны удовлетворять следующему условию нормировки:

$$P_1 + P_2 + \dots + P_N = 1. \quad (11.3)$$

Это условие отражает то очевидное обстоятельство, что какая-то из  $N$  возможных комбинаций (неважно какая именно) всегда имеет место, т. е. вероятность такой комбинации равна единице.

Примем для определенности, что комбинация, соответствующая полному отсутствию организованных помех, имеет номер  $N$ . Тогда очевидно, что повышение скрытности управления будет приводить к уменьшению вероятностей  $P_1, P_2, \dots, P_j, \dots, P_{N-1}$  организации помех и к увеличению вероятности  $P_N$  отсутствия организованных помех.

Кроме того, повышение скрытности может увеличивать и вероятности поражения  $P'_1, P'_2, \dots, P'_j, \dots, P'_{N-1}$ , имеющие место при действии соответствующих помех. Это объясняется тем, что эффективность действия на систему управления помехи данного типа (например, ответной помехи с шумовой модуляцией) зависит от того, насколько опасными для данной системы являются значения параметров этой помехи (например, несущей частоты и закона модуляции). Но очевидно, что чем больше скрытность системы управления, тем меньше вероятность того, что противнику удастся выбрать значения параметров помехи наиболее опасными для данной системы.

Повышение помехоустойчивости системы управления приводит к повышению вероятностей поражения  $P'_1, \dots, P'_{N-1}$ , но не влияет на вероятности организации помех  $P_1, \dots, P_{N-1}$ . Отсюда следует, что повышение помехоустойчивости приводит к увеличению вероятностей  $P'_1, \dots, P'_{N-1}$ , а повышение скрытности, кроме того, дает увеличение вероятности отсутствия помех  $P_N$  и уменьшение вероятностей  $P_1, \dots, P_{N-1}$ .

Полная вероятность поражения  $P_{\text{пор}}$  позволяет учесть интегральный (общий) эффект от повышения как скрытности, так и помехоустойчивости системы по отношению к различным видам организованных помех. Однако при вычислении полной вероятности поражения возникают весьма серьезные трудности. Во-первых, число слагаемых в выражении (11.2) может быть весьма велико, а вычисление каждого из слагаемых, в свою очередь, оказывается достаточно сложным. Во-вторых, априорные вероятности  $P_1, P_2, \dots, P_N$  организации различных комбинаций элементарных помех в принципе не могут быть известны с достаточной точностью в связи с большим разнообразием возможных ситуаций. В-третьих, для нахождения условных вероятностей поражения  $P'_1, P'_2, \dots, P'_N$  необходимо знать параметры элементарных помех или, по меньшей мере, априорные законы распределения этих параметров (мощностей, спектров и т. п.). Но эти характеристики помех также не могут быть известны с достаточной точностью. В-четвертых, для вычисления вероятностей  $P'_1, P'_2, \dots, P'_N$  необходимо знать параметры поражаемых целей (эффективные отражающие поверхности, размеры, конфигурации, степень уязвимости различных участков цели и т. п.) или, по меньшей мере, априорные законы распределения этих параметров. Это знание также не может быть достаточно полным.

Таким образом, достаточно точному нахождению полной вероятности поражения препятствует, с одной стороны, принципиально неизбежный недостаток априорных (т. е. предшествующих процессу определения вероятности поражения) данных о свойствах помех и целей, а с другой стороны, наличие в выражении (11.2) весьма большого числа слагаемых. Поэтому точное определение полной вероятности поражения оказывается и принципиально и практически невозможным. Отсюда следует, что для определения этой вероятности необходимо делать целый ряд допущений и приближений, в том числе и довольно грубых.

Ниже рассматривается ряд таких допущений и приближений, позволяющих весьма существенно упростить вычисление полной вероятности поражения. Они сводятся, во-первых, к уменьшению числа слагаемых в выражении (11.2) и, во-вторых, к упрощению определения каждого из этих слагаемых.

#### § 11.2. ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ ПОРАЖЕНИЯ

Для уменьшения числа слагаемых  $N$  необходимо прежде всего ограничить число учитываемых элементарных помех  $n$ . Для этого учитываются не все принципиально возможные или известные виды элементарных помех, а лишь те из них, которые являются одновременно наиболее опасными и достаточно вероятными. При этом под наиболее опасными понимаются такие помехи, которые настолько сильно нарушают работу системы, что и без детальных расчетов очевидно существенное влияние этих помех на вероятность поражения. Под достаточно вероятными понимаются те из наиболее опасных источников помех, которые уже имеются в распоряжении противника или могут быть созданы противником на данном уровне техники без особых трудностей. Такой отбор наиболее опасных и вероятных помех производится на основе всей имеющейся априорно информации и грубых оценок. При этом число учитываемых элементарных помех, может быть доведено, например, до 5—10, т. е. можно обеспечить

$$n \leq 10.$$

Тогда в соответствии с (11.1) количество возможных комбинаций из элементарных помех будет находиться в пределах

$$10 \leq N < 1000. \quad (11.4)$$

Приближение к нижнему пределу (10) имеет место, если учитывать действие только элементарных помех, а приближение к верхнему пределу (1000) — если учитывать все принципиально возможные комбинации из элементарных помех (т. е. одиночные, двойные, тройные помехи и т. п.).



Как уже отмечалось, многие из принципиально возможных комбинаций противник применять не будет из-за боязни взаимного ослабления действия элементарных помех. По этой причине, а также из-за сложности осуществления, организация двойных помех менее вероятна, чем создание какой-либо из входящих в нее элементарных помех. Организация тройных помех еще менее вероятна. Кроме того, следует учитывать, что расчет условных вероятностей поражения  $(P'_1, P'_2, \dots, P'_j)$  для двойных помех значительно сложнее, чем для одиночных помех, а для тройных и более сложных комбинированных помех расчет представляет весьма большие трудности.

По указанным причинам при определении вероятности поражения в ряде случаев можно ограничиваться учетом действия лишь одиночных помех и нескольких видов двойных помех. При этом число  $N$  оказывается близким к нижнему пределу неравенства (11.4), т. е. оказывается

$$N \approx 10 \div 20.$$

Такое число слагаемых в выражении (11.2) может уже быть приемлемым для практических расчетов. Однако при этом остаются принципиальные трудности, связанные с неопределенностью априорных сведений об организованных помехах, и в первую очередь с невозможностью точного определения априорных вероятностей  $P_1, P_2, \dots, P_N$  организации против снаряда тех или иных комбинаций элементарных помех. Для преодоления подобных трудностей, называемых априорными трудностями, делаются попытки применения теории игр и теории исследования операций. Однако эти теории, несмотря на их несомненную полезность, не дают радикального решения данной проблемы и в то же время являются достаточно сложными. Поэтому, отсылая интересующихся этими теориями к соответствующей литературе ([34], [35] и др.), мы отметим лишь, что крайний метод «преодоления» априорной трудности состоит в полном отказе от определения полной вероятности поражения, т. е. в характеристике качества системы управления лишь совокупностью условных вероятностей поражения  $P'_1, P'_2, \dots, P'_N$ .

Так как каждая из этих вероятностей определяется для заданной, т. е. вполне определенной, комбинации элементарных помех, то знания априорных вероятностей организации отдельных комбинаций при этом не требуется.

Однако отказ от определения полной вероятности означает, что вместо оценки качества системы одним показателем качества (полной вероятностью поражения) мы переходим к оценке этого качества совокупностью большого числа ( $N$ ) показателей (условных вероятностей  $P'_1, P'_2, \dots, P'_N$ ). Кроме того, при этом оценка эффективности мер по повышению скрытности управления становится

менее полной, так как скрытность управления влияет не только на вероятности  $P'_1, P'_2, \dots, P'_{N-1}$ , но и на вероятности  $P_1, P_2, \dots, P_{N-1}$ , организации тех или иных видов помех.

### § 11.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПОРАЖЕНИЯ

Выясним, какие исходные данные необходимы для вычисления условных вероятностей

$$P'_1, P'_2, \dots, P'_j, \dots, P'_{N-1}.$$

$P'_j$  есть вероятность поражения цели одним снарядом, определенная при условии, что на систему управления действует помеха, являющаяся вполне определенной комбинацией элементарных помех.

Пусть  $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$  есть совокупность параметров этой помехи, от которых существенно зависит ее мешающее действие и численное значение которых в месте приема неизвестно (например, неизвестно точно, какова несущая частота помехи  $f_0$ , ее средняя мощность  $P_{\text{ср}}$  и т. п.). Обычно допустимо рассматривать эти параметры как случайные величины (или случайные функции времени), имеющие вполне определенное априорное распределение вероятностей  $\omega(\alpha_1, \dots, \alpha_m)$ . Здесь  $\omega(\alpha_1, \dots, \alpha_m)$  — совместная многомерная плотность вероятности значений  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$  неизвестных параметров помехи.

При этом условная вероятность поражения  $P'_j$  может быть записана в виде

$$P'_j = \int_{\alpha_1, \dots, \alpha_m} \dots \int \omega(\alpha_1, \dots, \alpha_m) P_{\alpha_1, \dots, \alpha_m} d\alpha_1, \dots, d\alpha_m. \quad (11.5)$$

Здесь  $P_{\alpha_1, \dots, \alpha_m}$  — условная вероятность поражения, определенная при условии, что все неизвестные параметры помехи имеют вполне определенные значения  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ . Интегрирование ведется по всем возможным значениям этих параметров.

Из этой формулы следует, что для определения вероятности поражения  $P'_j$  необходимо знать априорное распределение вероятностей  $\omega(\alpha_1, \dots, \alpha_m)$  всех неизвестных (случайных) параметров помехи. Но в большинстве случаев это распределение не известно с достаточной точностью. При этом можно вычислять вероятность  $P'_j$  для нескольких типичных видов распределения  $\omega(\alpha_1, \dots, \alpha_m)$  (например, для равномерного распределения, смещенного нормального распределения и т. п.) или вообще отказаться от вычисления условных вероятностей вида  $P'_j$  и ограничиться вычислением условных вероятностей вида  $P_{\alpha_1, \dots, \alpha_m}$ . Очевидно, вероятность  $P_{\alpha_1, \dots, \alpha_m}$



является функцией параметров  $(\alpha_1, \dots, \alpha_m)$ , т. е. некоторой функцией  $m$  переменных вида

$$P_{\alpha_1, \dots, \alpha_m} = f_j(\alpha_1, \dots, \alpha_m).$$

Поэтому отказ от определения условных вероятностей вида  $P_j$  и ограничение вычислением условных вероятностей вида  $P_{\alpha_1, \dots, \alpha_m}$  означает, что качество системы управления придется характеризовать совокупностью условных вероятностей  $P_{\alpha_1, \dots, \alpha_m}$ , т. е. совокупностью  $N$  функций  $m$  переменных. При этом характеристика качества системы управления получается наиболее объективной (так как не требуется задаваться какими-либо априорно неизвестными характеристиками организованных помех), но зато она становится трудно обозримой или вообще необозримой.

Одним из возможных путей преодоления этой трудности является ограничение рассмотрением лишь некоторых типовых или наиболее опасных ситуаций, в каждой из которых значения всех параметров  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$  помехи являются фиксированными. При этом для каждой такой пробной ситуации многомерная функция  $f_j(\alpha_1, \dots, \alpha_m)$  превращается во вполне определенное число.

Если число выбранных ситуаций равно  $Q$ , то качество системы управления характеризуется  $NQ$  числами (по  $N$  чисел для каждой из  $Q$  ситуаций). Если число выбранных ситуаций невелико, то при этом получается резкое упрощение оценки качества, но зато соответственно уменьшается ее объективность, так как выбор той или иной ситуации является в значительной мере условным.

Из изложенного следует, что каждый из отмеченных методов имеет наряду с существенными преимуществами и не менее серьезные недостатки. Поэтому, пока не найдено более эффективных методов оценки качества систем управления, весьма желательно оценивать это качество не одним, а несколькими существенно различными методами. При этом вероятность ошибочной оценки значительно уменьшается.

Из сказанного следует также, что первичным параметром, требуемым для оценки качества системы управления при самых различных методах оценки, является условная вероятность поражения  $P_{\alpha_1, \dots, \alpha_m}$ . Поэтому ниже рассматриваются методы определения этой условной вероятности и ее связь с ошибкой наведения снаряда на цель (промахом).

#### § 11.4. СВЯЗЬ ВЕРОЯТНОСТИ ПОРАЖЕНИЯ С ПРОМАХОМ

##### а. Общие соотношения

Будем в дальнейшем для простоты обозначать условную вероятность поражения  $P_{\alpha_1, \dots, \alpha_m}$  через  $P_{пу}$ .

Для вычислений обычно удобно представлять выражение, определяющее величину вероятности  $P_{пу}$ , в одном из следующих видов:

$$P_{\text{пу}} = \int_0^{\infty} \omega_1(r_{\text{в}}) P_{r_{\text{в}}} dr_{\text{в}} \quad (11.6)$$

ИЛИ

$$P_{\text{пу}} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega_2(h_x, h_y) P_{h_x, h_y} dh_x dh_y. \quad (11.7)$$

Рассмотрим сначала выражение (11.6).

Здесь  $\omega_1(r_{\text{в}})$  — закон распределения (плотность вероятности) расстояний от ракеты до цели в момент взрыва  $r_{\text{в}}$ ;

$P_{r_{\text{в}}}$  — вероятность поражения цели при условии, что в момент взрыва расстояние от ракеты до цели равно  $r_{\text{в}}$ .

Очевидно, распределение  $\omega_1(r_{\text{в}})$  зависит как от точности наведения ракеты на цель (промаха  $h$ ), так и от принципа действия и качества радиовзрывателя. Условная вероятность поражения  $P_{r_{\text{в}}}$  зависит от типа и количества боевого вещества и от уязвимости цели.

Следовательно, в выражении (11.6) функция  $\omega_1(r_{\text{в}})$  характеризует качество системы управления полетом совместно с радиовзрывателем ( $P_{\text{в}}$ ).

Недостатком выражения (11.6) является то, что в него не входят в явном виде характеристики системы управления полетом как таковые, т. е. не зависящие от принципа действия  $P_{\text{в}}$  и его качества. Этому недостатка лишено выражение (11.7). В этом выражении  $\omega_2(h_x, h_y)$  есть распределение (двумерная плотность вероятности) составляющих  $h_x$  и  $h_y$  промаха  $\vec{h}$  в плоскости рассеивания  $x_{\text{ц}}, y_{\text{ц}}$ ;  $P_{h_x, h_y}$  — вероятность поражения при условии, что составляющие промаха равны  $h_x$  и  $h_y$ .

Очевидно, распределение  $\omega_2(h_x, h_y)$  зависит от качества системы управления полетом (точности наведения) и не зависит от принципа и качества действия  $P_{\text{в}}$  и боевой части. Вероятность же поражения  $P_{h_x, h_y}$  характеризует совместное действие  $P_{\text{в}}$  и боевой части.

Недостатком выражения (11.7) является то, что в него не входят в явном виде характеристики системы управления в целом, включая радиовзрыватель.

Из сказанного следует, что выражение (11.6) является более удобным, когда нас интересует лишь качество системы управления в целом, а выражение (11.7) — в тех случаях, когда необходимо оценить влияние на вероятность поражения цели системы управления полетом. Как отмечалось, в данной книге основное внимание уделяется вопросам управления полетом ракеты, а не радиовзрывателям. Поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать, как правило, лишь выражение (11.7).

В этом выражении  $h_x$  и  $h_y$  — составляющие промаха  $\vec{h}$  в плоскости рассеивания  $x_{\text{ц}}, y_{\text{ц}}$ . Поэтому прежде всего необходимо уточнить, что следует понимать под плоскостью рассеивания.

Как отмечалось в гл. 2, плоскостью рассеивания называется некоторая, плоскость  $x_{ц}, y_{ц}$ , проходящая через цель. Ориентация этой плоскости в пространстве зависит от характера решаемой физической задачи, и при выборе этой ориентации стремятся удовлетворить в первую очередь следующим требованиям:

а) составляющие промаха  $h_x, h_y$ , образующиеся в этой плоскости, должны достаточно правильно характеризовать точность наведения снаряда на цель;

б) промах  $\vec{h} (h_x, h_y)$ , определенный в этой плоскости, должен быть связан с параметром рассогласования  $\vec{\varepsilon}$ , определяемым из структурной схемы системы управления, не слишком сложной зависимостью. Выполнение этого последнего требования необходимо для того, чтобы сделать возможным и притом не слишком сложным вычисление распределения  $\omega_{h_x, h_y}$  аналитическим путем или с применением аналоговых или цифровых вычислительных машин.

Выбор плоскости рассеивания и определение распределения  $\omega_2(h_x, h_y)$  при наведении ракет на воздушные цели посредством самонаведения и телеуправления 1-го вида рассматривается в следующих параграфах.

#### б. Случай нормального закона распределения составляющих $h_x$ и $h_y$ промаха

Рассмотрим некоторые дополнительные допущения, которые позволяют весьма существенно упростить определение вероятности поражения  $P_{пу}$ .

Предположим, что составляющие  $h_x$  и  $h_y$  промаха  $\vec{h}$  статистически независимы и имеют несмещенные нормальные распределения с одинаковыми дисперсиями. При этом

$$\omega_2(h_x, h_y) = \frac{1}{2\pi h_{эф\ x}^2} e^{-\frac{h_x^2 + h_y^2}{2h_{эф\ x}^2}}, \quad (11.8)$$

где

$$h_{эф\ x} = \sqrt{\overline{h_x^2}} = \sqrt{\overline{h_y^2}} = \frac{h_{эф}}{\sqrt{2}} \quad (11.9)$$

— эффективное (среднеквадратичное) значение каждой из составляющих промаха.

Как видно, в этом случае распределение  $\omega_2(h_x, h_y)$  полностью определяется единственным параметром — эффективным значением промаха  $h_{эф\ x}$  (или  $h_{эф\ y}$ ).

Рассмотрим теперь возможные виды аппроксимации зависимости условной вероятности поражения  $P_{h_x, h_y}$  от составляющих  $h_x$  и  $h_y$

промаха. Типичная зависимость условной вероятности поражения  $P_h$  от  $h$  приведена на рис. 11.1 (сплошная линия). Для аналитических расчетов ее удобно аппроксимировать гауссовой кривой, т. е. полагать

$$P_h = e^{-\frac{h^2}{2R_{\text{эф}}^2}}, \quad (11.10)$$

где  $R_{\text{эф}}$  — коэффициент, равный так называемому эффективному радиусу поражения (рис. 11.2).

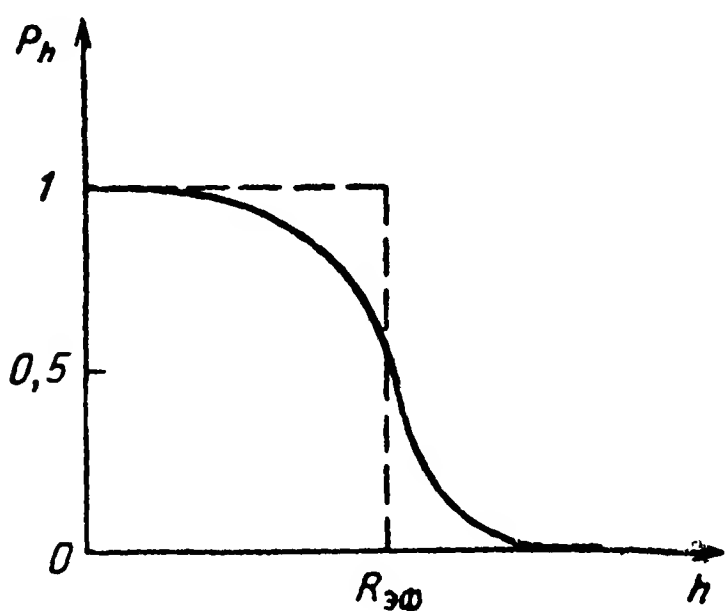


Рис. 11.1

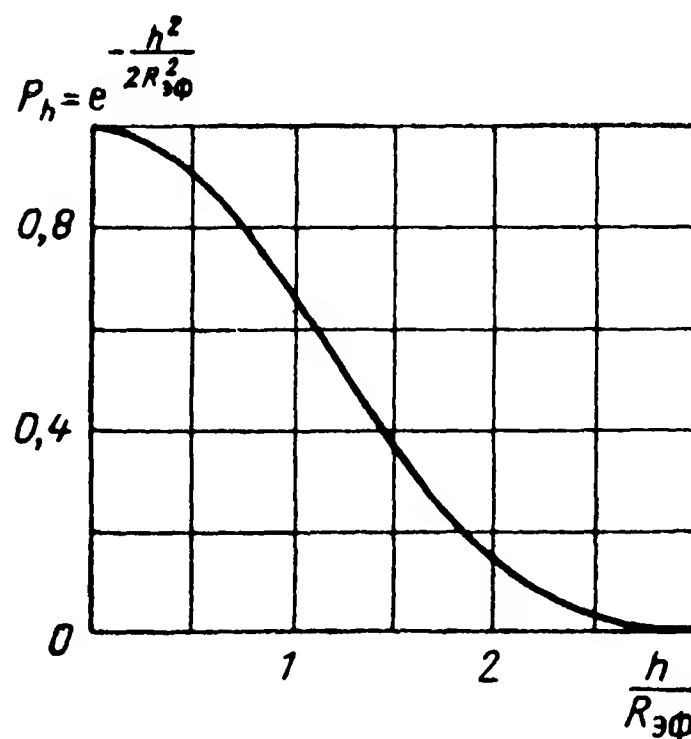


Рис. 11.2

Удобство аппроксимации вида (11.10) состоит в том, что при этом формула для определения вероятности поражения  $P_{\text{пу}}$  получается весьма простой.

Действительно, при этом с учетом того, что

$$h^2 = h_x^2 + h_y^2, \quad (11.11)$$

получается

$$P_{h_x, h_y} = e^{-\frac{h_x^2 + h_y^2}{2R_{\text{эф}}^2}}, \quad (11.12)$$

и формулы (11.7), (11.8) и (11.12) дают (после интегрирования) весьма простое соотношение:

$$P_{\text{пу}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{h_{\text{эф } x}}{R_{\text{эф}}}\right)^2}. \quad (11.13)$$

Допустимость введения в качестве параметра гауссовой кривой (11.10) эффективного радиуса поражения  $R_{\text{эф}}$  вытекает из его определения.

Эффективным радиусом поражения (поражающего действия) снаряда  $R_{\text{эф}}$  называется радиус сферы, в пределах которой снаряд

при взрыве надежно поражает цель. Если зона поражающего действия снаряда существенно отличается от сферы, то  $R_{эф}$  является радиусом такой сферы, которая по своему интегральному эффекту (т. е. эффекту, определяемому с учетом всех возможных положений цели относительно корпуса снаряда в момент взрыва) эквивалентна действительной зоне поражения снаряда.

Ценность введения понятия об эффективном радиусе поражения  $R_{эф}$  обусловлена тем, что у реальных снарядов условная вероятность поражения  $P_h$ , определенная при условии, что Рв работает нормально, а промах имеет данное значение  $h$ , весьма резко зависит от  $h$  в области, где  $h \approx R_{эф}$  (рис. 11.1): если промах  $h$  меньше, чем  $R_{эф}$ , всего в 1,5—2 раза, то вероятность поражения у большинства реальных снарядов весьма близка к единице; если же  $h$  превышает  $R_{эф}$  в 1,5—2 раза, то вероятность поражения оказывается много меньшей единицы. Поэтому в первом приближении можно полагать, что внутри сферы радиуса  $R_{эф}$  вероятность поражения равна единице, а за ее пределами — нулю.

Очевидно, такое допущение эквивалентно замене реальной зависимости  $P_h$  от  $h$  прямоугольной зависимостью, изображенной на рис. 11.1 пунктиром.

Из рис. 11.2 видно, что соответствующая ему зависимость (11.10) удовлетворяет сформулированному выше определению радиуса эффективного поражения  $R_{эф}$ , так как при  $h < 0,5 R_{эф}$  вероятность  $P_h$  превышает 0,9, т. е. оказывается близкой к единице, а при  $h > 2R_{эф}$  величина  $P_h$  много меньше единицы.

Отсюда следует, что выражение (11.10) пригодно для приближенной аппроксимации зависимости вероятности  $P_{h_x, h_y}$  от составляющих промаха  $h_x$  и  $h_y$ .

Весьма важным преимуществом формулы (11.12), кроме ее крайней простоты и наглядности, является то обстоятельство, что в ней боевая часть снаряда, взрыватель и степень уязвимости цели характеризуются единым обобщенным параметром — эффективным радиусом поражения  $R_{эф}$ . Это позволяет оценивать качество системы управления полетом даже в тех случаях, когда достаточно подробные сведения о радиовзрывателе, боевой части снаряда и поражаемых целях отсутствуют. Поэтому, несмотря на то, что соотношения (11.8), (11.10) и (11.13) в ряде случаев дают лишь сравнительно грубое приближение к действительности, они обычно вполне оправданы, по крайней мере в качестве первого приближения. Из формул (11.7) и (11.13) следует, что в общем случае качество системы управления полетом характеризуется распределением промахов  $\omega_2(h_x, h_y)$ , а в более частных случаях — эффективным (среднеквадратичным) значением промаха  $h_{эфx}$ .

Общая методика вычисления этих показателей качества при самонаведении и при телеуправлении рассматривается в следующих параграфах.

## § 11.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОМАХОВ ПРИ САМОНАВЕДЕНИИ

### а. Случай больших промахов ( $h_{эф} \approx R_{эф}$ или $h_{эф} > R_{эф}$ )

При самонаведении получить достаточно простые и универсальные выражения для распределения промахов удастся лишь в предположении, что на конечном участке сближения векторы скорости ракеты и цели постоянны, т. е. имеет место так называемая квазистационарная встреча ракеты с целью. Выясним, какие соотношения получаются при введении допущения о квазистационарности встречи ракеты и цели и при каких условиях эти соотношения остаются справедливыми.

Пусть  $r_m$  — то значение расстояния  $r$  от ракеты до цели, начиная с которого траекторию движения снаряда относительно цели можно приближенно считать прямолинейной (как показано далее, обычно  $r_m \sim 100 \div 1000$  м). Проведем плоскость  $x_c y_c$  через цель  $O_c$  перпендикулярно к радиусу-вектору  $\vec{r}_m$  (рис. 11.3). Пусть  $\vec{V}_{отн}$  — скорость снаряда относительно цели.

Так как предполагается, что в процессе дальнейшего сближения снаряда с целью вектор  $\vec{V}_{отн}$  остается неизменным, то для точного наведения снаряда на цель требуется выполнение условия

$$\delta = 0, \quad (11.14)$$

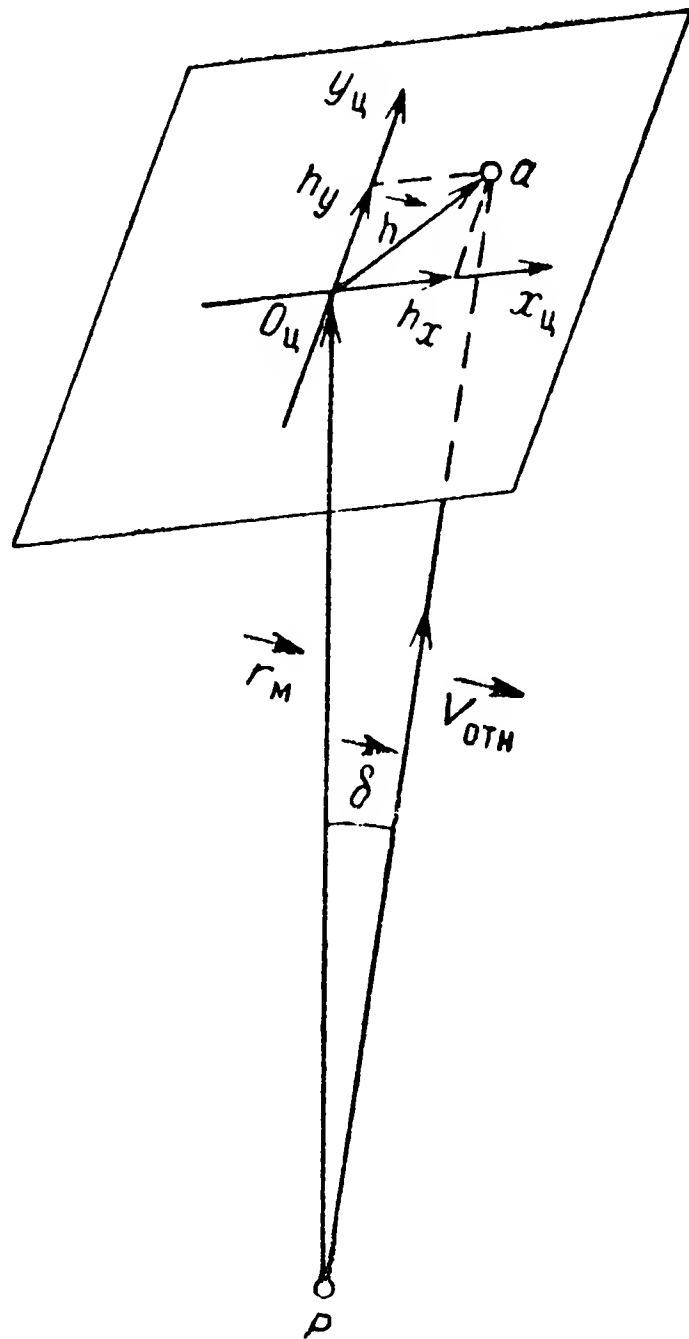


Рис. 11.3

где  $\delta$  — угол между векторами  $\vec{V}_{отн}$  и  $\vec{r}_m$ .

При наличии ошибки наведения  $\delta \neq 0$ , и возникает промах.

Так как плоскость  $x_c y_c$  перпендикулярна к вектору  $\vec{r}_m$ , то при небольших углах  $\delta$  (при  $\delta \leq 20 \div 30^\circ$ ) можно полагать, что минимальное расстояние между снарядом и целью имеет место в момент пересечения снарядом плоскости  $x_c y_c$  (при этом ошибка в определении промаха  $h$  не превышает 10—15%), т. е. что вектор промаха  $\vec{h}$  всегда расположен в плоскости  $x_c y_c$ . При этом промах  $\vec{h}$  связан с угловой ошибкой  $\delta$  очевидным соотношением

$$\left. \begin{aligned} \vec{h} &= r_m \vec{\delta}, \\ h_x &= r_m \delta_x \\ h_y &= r_m \delta_y, \end{aligned} \right\} \quad (11.15)$$

из которого следует, что

и

где  $\delta_x$  и  $\delta_y$  — две взаимно-перпендикулярные составляющие угловой ошибки  $\vec{\delta}$ .

Выясним как следует выбирать величину  $r_m$ ,

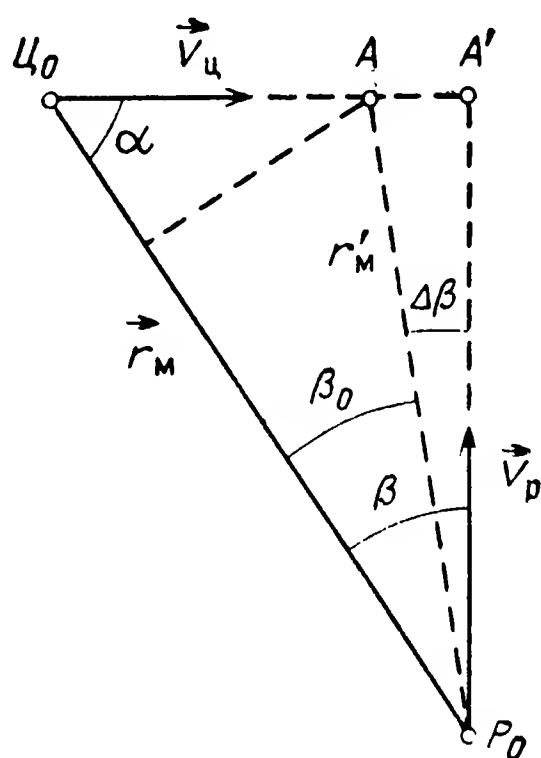


Рис. 11.4

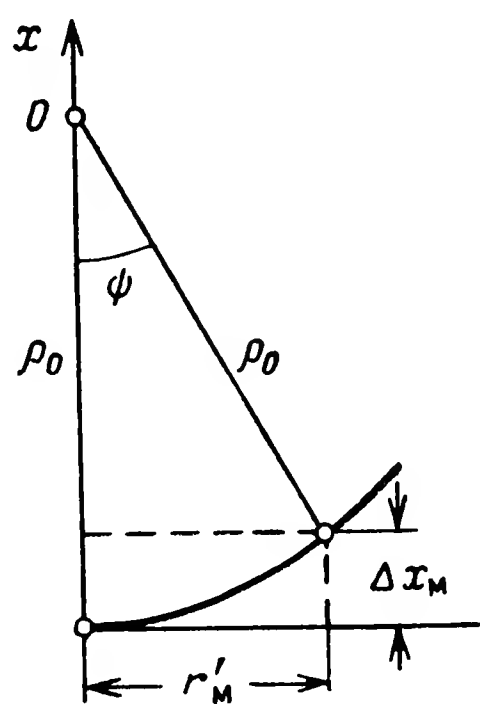


Рис. 11.5

Во-первых, как отмечалось выше, расстояние  $r_m$  должно быть настолько малым, чтобы траектории ракеты и цели в процессе их дальнейшего сближения можно было считать прямолинейными. Для этого ошибка  $\Delta x$ , которая может быть вызвана отклонением траектории ракеты или цели от прямолинейной должна быть меньше некоторого допустимого значения  $\Delta x_{\text{доп}}$ . Максимальное значение  $\Delta x_m$  ошибки  $\Delta x$  может быть найдено с помощью рис. 11.4 и 11.5.

На рис. 11.4 изображено движение ракеты и цели начиная с момента  $t = t_m$ , при котором  $r = r_m$  и в предположении, что скорости  $\vec{V}_c$  и  $\vec{V}_p$  остаются в дальнейшем неизменными. При этом для точного попадания в цель ракета должна лететь в упрежденную точку,  $A$ , т. е. угол упреждения должен быть равен величине  $\beta_0$ , определяемой из условия идеального упреждения

$$\sin \beta_0 = \xi \sin \alpha. \quad (11.16)$$

В действительности, вследствие наличия некоторой ошибки упреждения  $\Delta \beta = \beta - \beta_0$  существует ошибка наведения (промах). Но эта ошибка в нормально спроектированной системе должна быть невелика. Следовательно, должна быть невелика и ошибка упреждения  $\Delta \beta$ . Обозначим через  $r'_m$  расстояние, которое ракета пролетает за время  $\Delta t$  от момента  $t_m$  до момента «встречи»  $t_{\text{вс}}$ .

Из рис. 11.4 следует, что

$$r'_m = \rho_0 A'.$$



Ввиду малости угла  $\Delta\beta$  можно вместо этого полагать

$$r'_M \approx P_0 A. \quad (11.17)$$

Время полета ракеты и цели до точки  $A$  одинаково и равно некоторой величине  $\Delta t$ , поэтому

$$C_0 A = V_{\text{ц}} \Delta t \quad \text{и} \quad P_0 A = V_p \Delta t. \quad (11.18)$$

С другой стороны, из рис. 11.4 следует, что

$$C_0 A \cos \alpha + P_0 A \cos \beta_0 = r_M. \quad (11.19)$$

Из соотношений (11.16)  $\div$  (11.19) следует, что

$$\frac{r'_M}{r_M} = \frac{1}{\xi \cos \alpha + \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \alpha}} \approx \frac{V_p}{V_r}, \quad (11.20)$$

где

$$V_r = \frac{dr}{dt} = V_{\text{ц}} \cos \alpha + V_p \cos \beta. \quad (11.21)$$

При построении рис. 11.4 мы предположили, что ракета и цель начиная с момента  $t_M$  движутся прямолинейно. Выясним, какая ошибка  $\Delta x$  может возникнуть за счет того, что в действительности ракета летит криволинейно.

Максимальное значение этой ошибки  $\Delta x_M$  может быть найдено с помощью рис. 11.5. Максимальная ошибка  $\Delta x_M$  имеет место, если ракета, начиная с момента  $t_M$ , движется с максимально возможным ускорением  $W_{\text{рм}}$ , т. е. по окружности радиуса

$$\rho_0 = \frac{V_p^2}{W_{\text{рм}}}. \quad (11.22)$$

Из рис. 11.5 следует, что

$$\rho_0 \cos \psi + \Delta x_M = \rho_0$$

и

$$\rho_0 \sin \psi = r'_M,$$

поэтому

$$\Delta x_M = \rho_0 \left[ 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{r'_M}{\rho_0} \right)^2} \right]. \quad (11.23)$$

Но обычно  $r'_M \leq 0,5 \rho_0$  (см. далее); поэтому из (11.23) получается

$$\Delta x_M \approx \frac{(r'_M)^2}{2\rho_0}. \quad (11.24)$$

Из (11.20), (11.22) и (11.24) следует, что

$$r_M \approx V_r \sqrt{\frac{2\Delta x_M}{W_{\text{рм}}}}. \quad (11.25)$$

Итак, если  $r_M$  удовлетворяет условию

$$r_M \leq V_r \sqrt{\frac{2\Delta x_M}{W_{\text{рм}}}}, \quad (11.26)$$

то ошибка, вызываемая отклонением траектории ракеты от прямолинейной, не превысит величины  $\Delta x_M$ .

Совершенно таким же способом можно доказать, что ошибка, вызываемая отклонением траектории цели от прямолинейной, не превысит величины  $\Delta x_m$ , если выполняется условие

$$r_m \leq V_r \sqrt{\frac{2\Delta x_m}{W_{цм}}}, \quad (11.27)$$

где  $W_{цм}$  — максимально возможное ускорение цели.

Как отмечалось в гл. 2, для обеспечения надежного поражения цели должно быть

$$W_{рм} \geq 2W_{цм}, \quad (11.28)$$

поэтому условие (11.26) является более жестким, чем (11.27), и обычно достаточно выполнить лишь условие (11.26).

Ошибка  $\Delta x$  будет заведомо допустимой, если в формуле (11.26) положить

$$\Delta x_m = \eta R_{эф},$$

где  $\eta$  — коэффициент, значительно меньший единицы.

При действии организованных помех эффективное значение промаха достигает величины, сравнимой с  $R_{эф}$  или даже превышает  $R_{эф}$ . Поэтому достаточно полагать  $\eta \approx 0,25$ , т. е.

$$\Delta x_m = 0,25 R_{эф}. \quad (11.29)$$

При выполнении этого условия наличие ошибок  $\Delta x$  не может привести к существенной погрешности в определении вероятности поражения цели.

Подставляя соотношение (11.29) в (11.26), получаем

$$r_m \leq 0,7 V_r \sqrt{\frac{R_{эф}}{W_{рм}}}. \quad (11.30)$$

Итак, если выбрать  $r_m$  удовлетворяющим условию (11.30), то допустимо полагать траектории ракеты и цели прямолинейными при  $r \leq r_m$ .

Найдем теперь нижнюю границу выбираемой величины  $r_m$ . Для того, чтобы были справедливы соотношения (11.15) необходимо выполнение условия  $\delta \leq 20 \div 30^\circ$ , т. е.

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{h}{r_m} \leq 0,5. \quad (11.31)$$

В нормально спроектированной системе вероятность значений  $h$ , превышающих  $R_{эф}$  более чем в 3 раза, должна быть весьма мала (в противном случае вероятность поражения, как следует из рис. 11.2, будет весьма мала). Поэтому вместо (11.31) можно полагать

$$\frac{3R_{эф}}{r_m} \leq 0,5,$$

т. е.

$$r_m \geq 6R_{эф}. \quad (11.32)$$

Величину  $r_m$  нельзя выбирать слишком малой также по следующим причинам.

Пусть, например, мы выбрали  $r_m = 1$  м. Тогда мы можем быть заведомо уверены, что при  $r \leq r_m$  траектории ракеты и цели допустимо полагать прямолинейными. Но это обстоятельство никак не облегчит вычисление вероятности поражения, так как у реальных ракет промах будет, как правило, больше чем 1 м, и, следовательно, расстояние, равное  $r_m$ , вообще не будет достигаться.

Очевидно, необходимо выбирать  $r_m$  достаточно большим, чтобы с большой вероятностью можно было полагать, что такое расстояние будет действительно достигаться, т. е. должно выполняться условие

$$r_m > h_{\text{макс}}, \quad (11.33)$$

где  $h_{\text{макс}}$  — максимально возможное значение промаха. Однако выполнения условия (11.33) оказывается недостаточным. Действительно, взрыв снаряда должен производиться, как правило, до того момента, когда расстояние между снарядом и целью достигнет минимального значения, т. е. значения, равного промаху  $h$ . Поэтому расстояние  $r_v$  между ракетой и целью в момент взрыва может превышать величину промаха  $h$ .

Но очевидно, что величина  $r_m$  должна быть не меньшей, чем  $r_v$ , так как в противном случае взрыв ракеты будет происходить еще до того, как расстояние  $r$  станет равным  $r_m$ , и, следовательно, будет бессмысленно говорить о прямолинейном движении ракеты при  $r \leq r_m$ . Отсюда следует, что вместо условия (11.33) должно выполняться следующее более жесткое условие:

$$r_m \geq r_{v \text{ макс}}, \quad (11.34)$$

где  $r_{v \text{ макс}}$  — максимально возможное значение расстояния между ракетой и целью в момент взрыва, причем

$$r_{v \text{ макс}} \geq h_{\text{макс}}. \quad (11.35)$$

Так как величина  $r_v$  случайна, то она не имеет строго ограниченного максимального значения. Однако с большой вероятностью можно полагать, что

$$r_v \leq 6R_{\text{эф}}, \quad (11.36)$$

так как в противном случае взрыв часто будет происходить на расстояниях, значительно превышающих  $R_{\text{эф}}$ , и, следовательно, вероятность поражения цели будет заведомо весьма малой (см. рис. 11.2).

Таким образом, в нормально спроектированных системах условие (11.36) выполняется с вероятностью, весьма близкой к единице и можно полагать

$$r_{v \text{ макс}} \approx 6R_{\text{эф}}.$$

При этом условие (11.34) принимает вид

$$r_m \geq 6R_{\text{эф}}. \quad (11.37)$$

Следовательно, выполнение условия (11.37) гарантирует, что взрыв будет происходить на расстояниях, меньших, чем  $r_m$ , т. е. в зоне квазистационарной встречи. Но условие (11.37) совпадает с условием (11.32), полученным ранее из других соображений. Поэтому можно полагать, что нижняя граница величины  $r_m$  определяется неравенством (11.37). При выполнении этого неравенства, как следует из изложенного ранее, можно быть уверенным, во-первых, в том, что взрыв будет всегда (точнее, с весьма близкой к единице вероятностью) происходить в зоне квазистационарной встречи (т. е. при  $r \leq r_m$ ), и, во-вторых, в том, что угол  $\delta$  между векторами  $\vec{V}_{\text{отн}}$  и  $\vec{r}_m$  будет настолько мал, что промах с достаточной точностью может определяться по формулам (11.15). Таким образом, величина  $r_m$  зоны квазистационарной встречи должна удовлетворять, с одной стороны, условию (11.30), а с другой — условию (11.37). Одновременное выполнение этих условий возможно, если

$$6R_{\text{эф}} \leq 0,7V_r \sqrt{\frac{R_{\text{эф}}}{W_{\text{рм}}}}, \quad (11.38)$$

т. е. при

$$R_{\text{эф}} \leq \frac{0,015 V_r^2}{W_{\text{рм}}} . \quad (11.39)$$

В большинстве реальных случаев это условие выполняется. Так, например, при  $V_p = 1000 \text{ м/сек}$  и  $W_{\text{рм}} = 10 \text{ г}$  требуется, чтобы было

$$R_{\text{эф}} \leq 150 \text{ м},$$

а при  $W_{\text{рм}} \leq 2\text{г}$

$$R_{\text{эф}} \leq 750 \text{ м}.$$

Итак, если выполняется условие (11.39), то можно в соответствии с (11.30) выбирать

$$r_m \approx 0,7 V_r \sqrt{\frac{R_{\text{эф}}}{W_{\text{рм}}}} \quad (11.40)$$

и полагать, что при  $r \leq r_m$  ракета и цель движутся с постоянными скоростями  $\vec{V}_p$  и  $\vec{V}_c$ , т. е. имеет место квазистационарная встреча ракеты и цели. Поэтому в дальнейшем соотношения (11.39) и (11.40) будем называть условиями квазистационарной встречи ракеты с целью.

Из формулы (11.40) следует, что для определения величины  $r_m$  нужно знать значения величин  $R_{\text{эф}}$ ,  $W_{\text{рм}}$  и  $V_r$ . Так как при выводе соотношений (11.39) и (11.40) были сделаны значительные запасы, то точного значения величин  $R_{\text{эф}}$ ,  $W_{\text{рм}}$  и  $V_r$  не требуется — достаточно знать лишь приближенные значения (например, с погрешностью не более  $\pm 50\%$ ). Наименее определенным из этих трех параметров является скорость сближения  $V_r$ , ибо она зависит от неизвестных нам заранее угла  $\alpha$  и скорости цели  $V_c$  (параметра  $\xi = V_c/V_p$ ). Поэтому для получения должного запаса в формулах (11.39) и (11.40) следует полагать

$$V_r = V_{r \text{ мин}}, \quad (11.41)$$

где  $V_{r \text{ мин}}$  — минимальное ожидаемое значение скорости  $V_r$ .

Так как в соответствии с (11.20)

$$V_r \approx V_p (\xi \cos \alpha + \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \alpha}), \quad (11.42)$$

то при встречных курсах ( $\alpha \leq 90^\circ$ ) и  $\xi \leq 0,7$ , можно полагать

$$V_{r \text{ мин}} \approx 0,7 V_p. \quad (11.43)$$

Итак, мы выяснили, что в большинстве реальных случаев величина  $r_m$ , входящая в формулы (11.15), может определяться по формуле (11.40). При этом под  $\delta_x$  и  $\delta_y$  следует понимать составляющие угловой ошибки  $\vec{\delta}$  (рис. 11.3) в момент  $t_m$ , т. е. в момент, при котором расстояние  $r$  между ракетой и целью достигает величины  $r_m$ . Угловая ошибка  $\vec{\delta}$  характеризует отклонение от требуемого на-

правления полета ракеты вектора относительной скорости ракеты  $\vec{V}_{\text{отн}}$ . Найдем связь этой ошибки с ошибкой упреждения  $\vec{\Delta\beta}$ , характеризующей отклонение от требуемого направления полета ракеты вектора скорости ракеты  $\vec{V}_p$ . Так как

$$\vec{V}_{\text{отн}} = \vec{V}_p - \vec{V}_ц,$$

то при  $V_ц \ll V_p$  получается

$$\vec{V}_{\text{отн}} \approx \vec{V}_p$$

и, следовательно,

$$\vec{\delta} \approx \vec{\Delta\beta}. \quad (11.44)$$

Поэтому при  $\xi \ll 1$  ( $\xi = \frac{V_ц}{V_p}$ ) можно вместо (11.15) полагать:

$$\left. \begin{aligned} \vec{h} &\approx r_m \vec{\Delta\beta}, \\ h_x &\approx r_m \Delta\beta_x, \\ h_y &\approx r_m \Delta\beta_y. \end{aligned} \right\} \quad (11.45)$$

Если отношение скоростей ( $\xi$ ) не слишком мало, то выражения (11.44) и (11.45) становятся неточными, и в соответствии с формулой (6.97') промах зависит не только от  $r_m$  и  $\Delta\beta$ , но и от отношения скоростей  $\xi = \frac{V_ц}{V_p}$  и от угла  $\alpha$ , характеризующего ракурс цели (рис. 11.4). Однако при  $\xi \leq 0,5$  зависимость  $h$  от  $\xi$  и  $\alpha$  весьма незначительна. Кроме того, при определении вероятности поражения должно производиться усреднение по всем возможным значениям параметров  $\alpha$  и  $\xi$ , вследствие чего их влияние еще более уменьшается. Поэтому в первом приближении соотношения (11.45) можно считать справедливыми не только при  $\xi \ll 1$ , но и при  $\xi \leq 0,5 \div 0,7$ .

Таким образом, при определении распределения промахов  $\omega_2(h_x, h_y)$  можно исходить из соотношений (11.45), в которых  $r_m$  определяется по формуле (11.40), а  $\Delta\beta_x$  и  $\Delta\beta_y$  — составляющие ошибки упреждения  $\vec{\Delta\beta}$  в момент  $t_m$ , т. е. в тот момент, при котором оказывается  $r = r_m$ .

Составляющие  $\Delta\beta_x$  и  $\Delta\beta_y$  могут быть найдены путем анализа структурной схемы самонаведения (рис. 1.14), так как они связаны с параметром рассогласования  $\vec{\varepsilon} = \vec{\phi}$  достаточно простыми соотношениями (5.25) или (5.26).

Из этих соотношений следует, что можно полагать

$$\Delta\beta_x \approx \frac{r_m}{V_p} \varepsilon_x, \quad \Delta\beta_y \approx \frac{r_m}{V_p} \varepsilon_y, \quad (11.46)$$

где значения

$$\varepsilon_x = \frac{d\varphi_x}{dt} \quad \text{и} \quad \varepsilon_y = \frac{d\varphi_y}{dt} \quad (11.47)$$

определяются для момента  $t = t_m$ . Подставляя соотношения (11.47) в (11.45), имеем

$$\begin{aligned} h_x &\approx \frac{r_m^2}{V_p} \varepsilon_x, \\ h_y &\approx \frac{r_m^2}{V_p} \varepsilon_y. \end{aligned} \quad (11.48)$$

Пусть на основе анализа структурной схемы найден совместный закон распределения  $w_\varepsilon(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$  составляющих  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  параметра рассогласования  $\vec{\varepsilon}$ . Тогда в соответствии с соотношениями (11.48) совместный закон распределения  $w_2(h_x, h_y)$  составляющих промаха  $\vec{h}$  равен

$$w_2(h_x, h_y) = \frac{V_p^2}{r_m^4} w_\varepsilon(\varepsilon_x, \varepsilon_y), \quad (11.49)$$

где

$$\varepsilon_x = \frac{V_p}{r_m^2} h_x, \quad \varepsilon_y = \frac{V_p}{r_m^2} h_y.$$

Из изложенного выше следует, что для определения закона распределения  $w_2(h_x, h_y)$  в случае самонаведения нужно произвести следующие операции:

1. Вычислить величину  $r_m$  по формуле (11.40). При этом скорость  $V_r$  определяется в соответствии с соотношениями (11.41) — (11.43).
2. Путем анализа структурной схемы системы самонаведения (рис. 1.14) найти закон распределения  $w_\varepsilon(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ , составляющих  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  параметра рассогласования. При этом значения  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  берутся для момента  $t = t_m$ , при котором оказывается  $r = r_m$ .
3. Определить искомый закон распределения  $w_2(h_x, h_y)$  по формуле (11.49).

## 6. Случай малых промахов ( $h_{эф} < 0,5R_{эф}$ )

Приведенные выше приближенные формулы для определения промаха были получены в предположении, что на ракету действуют организованные помехи, вследствие чего эффективный промах может достигать величины того же порядка, что и радиус эффективного поражения снаряда  $R_{эф}$ . В тех случаях, когда требуется определить промах при отсутствии организованных помех, точность этих формул может оказаться недостаточной.

Действительно, в формулах (11.48) величина  $r_m$  определяется из соотношения (11.40), которое гарантирует, что максимальная ошибка  $\Delta x_m$  за счет замены реальной траектории ракеты прямолинейной не превышает  $0,25 R_{эф}$ . Но при отсутствии организованных помех промах  $h_{эф}$  может быть значительно меньшим, чем  $R_{эф}$ . Поэтому, для того чтобы ошибка в определении этого промаха была допустимой, необходимо наложить на величину  $\Delta x_m$  более жесткое требование, т. е. вместо (11.29) положить

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_m &= \eta R_{эф}, \\ \text{где } \eta &\ll 1 \text{ (например, } \eta = 0,05). \end{aligned} \right\} \quad (11.50)$$

При этом условия (11.39) и (11.40) принимают следующий вид:

$$R_{эф} \leq \frac{0,06 \eta V_r^2}{W_{рм}}, \quad (11.51)$$

$$r_m = \sqrt{2\eta} V_r \sqrt{\frac{R_{эф}}{W_{рм}}}. \quad (11.52)$$

При  $\eta = 0,05$  получается

$$R_{эф} \leq \frac{0,003 V_r^2}{W_{рм}}, \quad (11.51')$$

$$r_m \approx 0,32 V_r \sqrt{\frac{R_{эф}}{W_{рм}}}. \quad (11.52')$$

Из сравнения соотношений (11.39) и (11.51') следует, что условие квазистационарности встречи (11.51') оказывается значительно более жестким. Кроме того, при этом величина  $r_m$  уменьшается и может оказаться меньше величины мертвой зоны управления  $r_{мз}$ .

Если величина  $r_{мз}$  приблизительно известна и притом оказывается большей, чем  $r_m$ , то в формулах (11.48) следует заменить  $r_m$  на  $r_{мз}$ . Поясним это положение.

Мертвая зона управления  $r_{мз}$  обусловлена тем обстоятельством, что при  $r \leq r_{мз}$  управление практически полностью нарушается, т. е. в этой зоне поперечное ускорение ракеты  $\vec{W}_p$  может быть примерно с равной вероятностью направлено как в требуемом направлении, обеспечивающем уменьшение ошибки упреждения, а следовательно, и промаха, так и в противоположном направлении. В зоне же квазистационарной встречи, т. е. при  $r \leq r_m$ , никакое отклонение руля не может существенно отклонить траекторию ракеты от прямолинейной, т. е. в этой зоне управление полетом ракеты становится практически невозможным. Поэтому зону квазистационарной встречи также можно считать мертвой зоной, обусловленной ограниченной маневренностью ракеты. Следовательно, при



$r = r_m$  ракета входит в мертвую зону, обусловленную ограниченной маневренностью ракеты, а при  $r = r_{мз}$  она входит в мертвую зону, обусловленную нарушением нормальной работы системы управления. Если  $r_m > r_{мз}$ , то промах определяется мертвой зоной, обусловленной ограниченной маневренностью ракеты, а в противном случае — мертвой зоной управления.

Действие этих двух видов мертвых зон на промах, вообще говоря, оказывается не вполне одинаковым — общим для них является нарушение нормального процесса управления, но в первом случае (при  $r \leq r_m$ ) это нарушение эквивалентно исчезновению поперечных ускорений ракеты, а во втором случае (при  $r \leq r_{мз}$ ) — исчезновению связи между этими поперечными ускорениями и отклонениями ракеты от требуемой траектории.

Приведенные ранее формулы для промаха справедливы, строго говоря, лишь для случая, когда  $r_m \geq r_{мз}$ , так как они вычислены в предположении, что в мертвой зоне ракета движется прямолинейно, т. е. поперечные ускорения ракеты равны нулю. Для случая  $r_{мз} > r_m$  достаточно простого и универсального выражения для промаха получить не удастся, так как нарушение управления на конечном участке может происходить по самым разнообразным причинам и носить соответственно различный характер. В то же время очевидно, что увеличение мертвой зоны независимо от того, за счет чего оно происходит, приводит к возрастанию промаха. Поэтому в тех случаях, когда оказывается  $r_{мз} > r_m$ , полагают в качестве первого приближения, что приведенные ранее формулы (11.48) для промаха справедливы, если в них заменить  $r_m$  на  $r_{мз}$ , т. е. они принимают вид

$$h_x \approx \frac{r_{мз}^2}{V_p} \varepsilon_x, \quad h_y \approx \frac{r_{мз}^2}{V_p} \varepsilon_y, \quad (11.53)$$

где  $\varepsilon_x = \dot{\varphi}_x$ ,  $\varepsilon_y = \dot{\varphi}_y$ .

Если известна относительная скорость ракеты  $V_{отн}$ , то, как следует из (6.95), вместо (11.53) более точно полагать

$$h_x = \frac{r_{мз}^2}{V_{отн}} \varepsilon_x, \quad h_y = \frac{r_{мз}^2}{V_{отн}} \varepsilon_y, \quad (11.54)$$

где  $\varepsilon_x = \dot{\varphi}_x$ ;  $\varepsilon_y = \dot{\varphi}_y$ .

Из рис. 11.3 следует, что

$$V_r = \frac{dr}{dt} = V_{отн} \cos \delta;$$

поэтому при  $\delta \leq 30^\circ$ , т. е. при  $h \leq 0,5 r_{мз}$  (что обычно имеет место), в формулах (11.54) можно полагать

$$V_{отн} \approx V_r. \quad (11.55)$$

Следовательно, при отсутствии организованных помех формулы (11.48) для определения промаха остаются справедливыми со следующими примечаниями.

1. Эти формулы справедливы при выполнении условия (11.51') [а не (11.39)].

2. Величина  $r_m$  должна определяться по формуле (11.52') [а не (11.40)].

3. Если известна величина мертвой зоны  $r_{мз}$  и оказывается  $r_m < r_{мз}$ , то в формулах (11.48) следует заменить  $r_m$  на  $r_{мз}$ .

4. Формулы (11.48) становятся более точными, если заменить  $V_p$  на  $V_{отн}$  или  $V_r$ . Поэтому, если значения скорости  $V_{отн}$  или  $V_r$  (в момент вхождения ракеты в мертвую зону или в зону квазистационарной встречи) известны, то в формулах (11.48) следует заменить  $V_p$  на  $V_{отн}$  или  $V_r$ .

#### § 11.6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОМАХОВ ПРИ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИИ 1-го ВИДА

Рассмотрим теперь выбор плоскости рассеивания и определение закона распределения  $w_2(h_x, h_y)$  при телеуправлении 1-го вида по методу накрытия цели (для воздушной цели).

Пусть в момент «встречи» ракеты с целью радиус-вектор цели относительно КП равен  $\vec{r}_{цв}$ . При этом цель находится в точке  $O'$ , а КП — в точке  $O$  (рис. 11.6). Проведем через точку  $O'$  плоскость  $xu$ , перпендикулярную радиусу-вектору  $\vec{r}_{цв}$ , и будем считать ее плоскостью рассеивания, т. е. полагать, что промах  $\vec{h}$  равен радиусу-вектору (относительно цели  $O'$ ) той точки  $A$ , в которой снаряд (ракета) пересекает плоскость  $xu$ .

Тогда, учитывая малость угловой ошибки телеуправления  $\vec{\theta}$ , можно полагать

$$\left. \begin{aligned} \vec{h} &= r_{цв} \vec{\theta}, \\ \text{т. е.} \\ h_x &= r_{цв} \theta_x, \\ h_y &= r_{цв} \theta_y. \end{aligned} \right\} \quad (11.56)$$

Так как при телеуправлении по методу накрытия цели угловая ошибка  $\vec{\theta}$  является параметром рассогласования ( $\vec{\varepsilon} = \vec{\theta}$ ), то соотношения (11.56) дают весьма простую связь промаха с параметром рассогласования. С этой точки

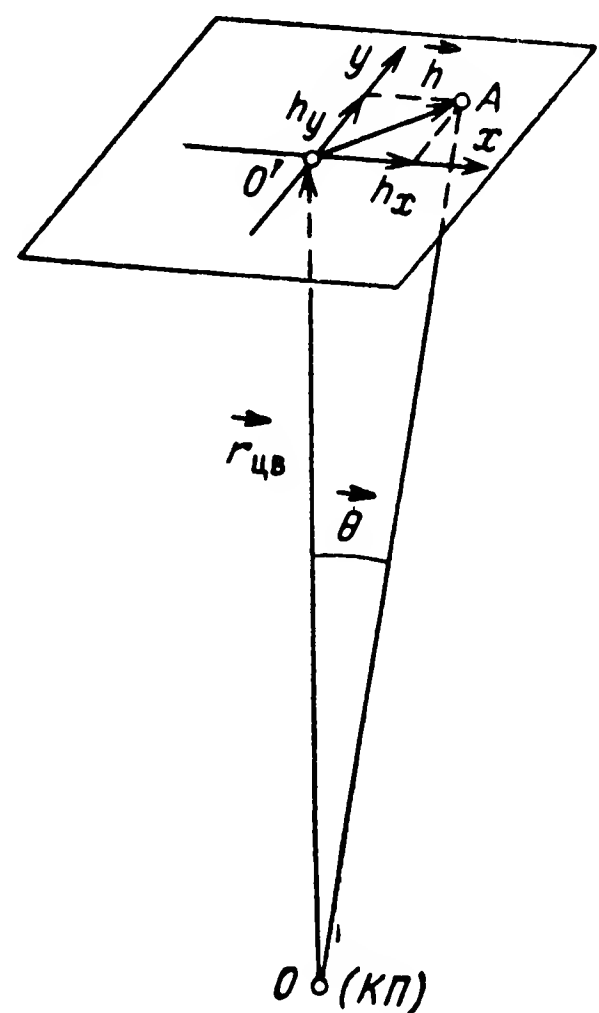


Рис. 11.6

зрения выбранная нами плоскость  $xu$  вполне удовлетворяет требованию, предъявляемому к плоскости рассеивания. Поэтому остается доказать, что промах  $\vec{h}$ , определяемый соотношениями (11.56), достаточно правильно характеризует ошибку наведения ракеты на цель.

Предположим сначала, что цель и КП неподвижны. Тогда, учитывая малость угла  $\theta$ , можно с большей точностью полагать, что минимум расстояния между ракетой и целью имеет место в тот момент времени, когда ракета пересекает плоскость  $xu$ , т. е. находится в точке  $A$ . Следовательно, в этом случае соотношения (11.56) достаточно точны. Очевидно, они достаточно точны и при движущихся цели и КП, если  $\xi = \frac{V_{ц}}{V_p} \ll 1$  и  $\xi_k = \frac{V_k}{V_p} \ll 1$ . Если  $\xi$  и  $\xi_k$  не слишком малы, то, подобно тому как это отмечалось ранее применительно к самонаведению, промах  $\vec{h}$  зависит не только от  $r_{цв}$  и  $\vec{\theta}$ , но и от отношений скоростей  $\xi$  и  $\xi_k$  и от ракурсов движения цели и КП. Однако при  $\xi \leq 0,5$  и  $\xi_k \leq 0,5$  этой зависимостью можно в первом приближении пренебрегать по тем же причинам, которые указывались ранее применительно к самонаведению.

Следовательно при наведении по методу накрытия цели на воздушные цели можно в первом приближении выбирать плоскость рассеивания  $xu$ , как показано на рис. 11.6, и определять промах по формулам (11.56). При этом угловые ошибки  $\theta_x$  и  $\theta_y$  определяются в момент «встречи»  $t_{вс}$ , т. е. в тот момент времени, при котором оказывается  $r_{ц} = r_{цв}$ . Величина  $r_{цв}$  нам заранее точно неизвестна. Однако для вычисления промаха по формулам (11.56) точного знания величины  $r_{цв}$  не требуется — достаточно знать ее с погрешностью  $\pm 5 \div 10\%$ . Из соотношений (11.56) вытекает следующий порядок определения распределения  $w_2(h_x, h_y)$ :

1. Определяем приближенно расстояние  $r_{цв}$ , при котором должна произойти встреча ракеты с целью.

2. Путем анализа структурной схемы системы управления находим распределение  $w_\varepsilon(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$  параметра рассогласования  $\vec{\varepsilon}$ . При этом значения составляющих параметра рассогласования

$$\varepsilon_x = \theta_x \quad \text{и} \quad \varepsilon_y = \theta_y$$

определяются для момента встречи  $t_{вс}$ , при котором  $r_{ц} = r_{цв}$ .

3. Определяем искомый закон распределения по формуле

$$w_2(h_x, h_y) = \frac{1}{r_{цв}^2} w_\varepsilon(\varepsilon_x, \varepsilon_y), \quad (11.57)$$

где

$$\varepsilon_x = \frac{h_x}{r_{цв}}; \quad \varepsilon_y = \frac{h_y}{r_{цв}}.$$

Из приведенных примеров видно, что в реальных случаях действительно можно выбирать плоскость рассеивания таким образом, чтобы составляющие промаха в этой плоскости  $h_x$ ,  $h_y$ , с одной стороны, достаточно правильно характеризовали ошибку наведения, а с другой — были связаны с составляющими параметра рассогласования  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  не слишком сложными соотношениями. При этом, если путем анализа структурной схемы системы управления удастся найти распределение  $\omega_\varepsilon(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$  составляющих  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$ , то тем самым находится и распределение  $\omega_2(h_x, h_y)$  [см. например, формулы (11.49) и (11.57)].

### § 11.7. ПРИБЛИЖЕННАЯ ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОТДЕЛЬНЫХ РАДИОЛИНИЙ СИСТЕМЫ

Указанные в предыдущих параграфах показатели качества (вероятность поражения, распределение промахов, эффективный промах) позволяют оценить качество системы управления в целом или ее важнейшей части — системы управления полетом. Однако система управления полетом, в свою очередь, состоит из целого ряда радиолиний, и весьма желательно иметь возможность оценивать качество каждой такой радиолинии отдельно, т. е. без расчета или испытания системы управления в целом. Наличие таких показателей качества может весьма существенно упростить разработку и испытание радиолиний системы. Очевидно, показатель качества каждой радиолинии системы должен быть выбран таким образом, чтобы он правильно учитывал влияние данной радиолинии на интегральный показатель качества системы управления — вероятность поражения цели или распределение промахов.

Перейдем к рассмотрению приближенного метода, который позволяет сформулировать такие частные показатели качества отдельных радиолиний системы. Этот метод, называемый в дальнейшем методом сбоев, заключается в следующем. Прежде всего радиолинии системы нумеруются в порядке последовательности их действия. Если оказывается, что несколько радиолиний начинают работать практически одновременно, то наибольший номер присваивается той из этих радиолиний, которая оказывает на работу остальных наименьшее влияние. По этому же принципу нумеруются и остальные одновременно действующие радиолинии. Например, в полуактивной системе самонаведения радиолинии могут быть пронумерованы следующим образом:

- 1) РлОВ (радиолокатор обнаружения и выделения цели),
- 2) РлП (радиолокатор подсвета цели).
- 3) хвостовой канал РлГС (радиолокационной головки самонаведения),
- 4) головной канал РлГС,
- 5) Рв (радиовзрыватель).

Радиолокатор РЛОВ, расположенный на КП, обнаруживает и выделяет цель, которая должна быть поражена снарядом и наводит на эту цель радиолокатор подсвета и РЛГС.

Радиолокатор подсвета облучает цель  $C$  энергией  $P_1$  (рис. 11.7). Отраженная от цели энергия  $P_2$  принимается головной антенной  $A_1$  РЛГС и используется для самонаведения ракеты на цель.

Хвостовая антенна  $A_2$  и соответствующий канал приема устанавливается на ракете для выполнения ряда вспомогательных функ-

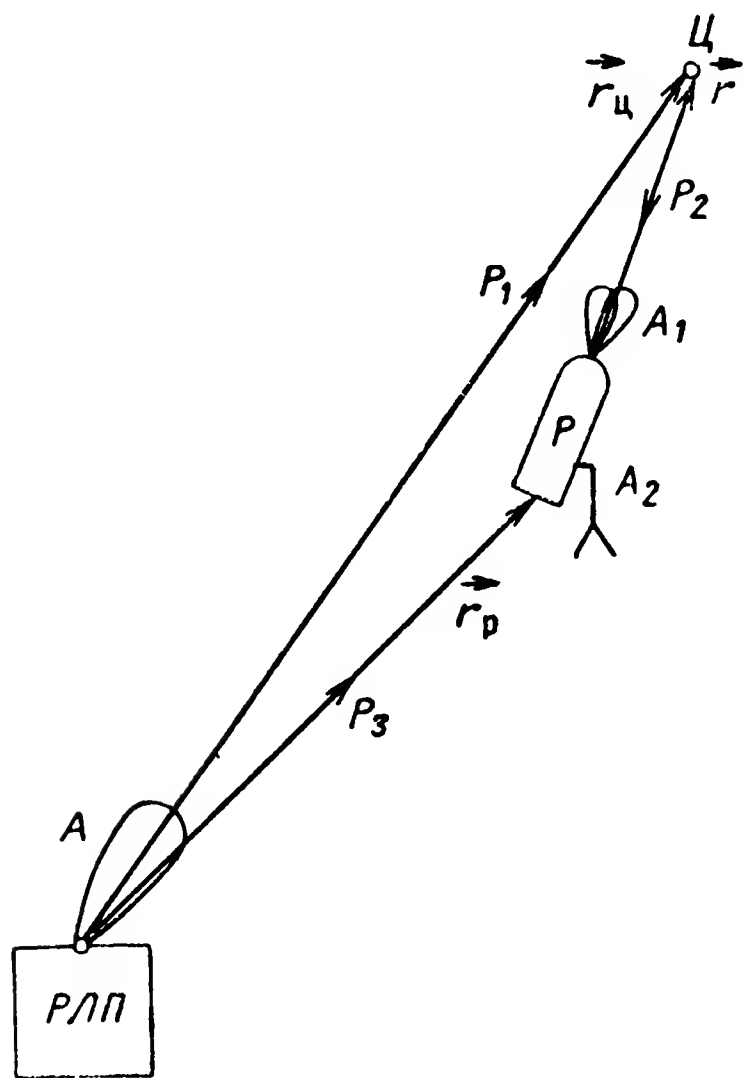


Рис. 11.7

ций, повышающих качество самонаведения. Хвостовой канал принимает энергию  $P_3$ , идущую в направлении «локатор подсвета — ракета» (в направлении  $r_p$ ), т. е. прямой (а не отраженный от цели) сигнал локатора подсвета. Этот сигнал имеет значительно большую мощность, чем отраженный сигнал, и позволяет поэтому более надежно наводить головной канал РЛГС на цель по частоте и по дальности.

Из указанных выше пяти радиолиний первым начинает работать РЛОВ, а последним — Рв, поэтому им приданы соответственно номера 1 и 5. Остальные три радиолинии начинают работать практически одновременно. Но действие хвостового и головного каналов РЛГС существенно зависит от работы РЛП, а обратное влияние

каналов РЛГС на работу РЛП отсутствует. Поэтому из этих трех радиолиний наименьший номер (2) присвоен радиолокатору подсвета.

Хвостовой канал РЛГС существенно влияет на работу головного канала РЛГС, тогда как влияние головного канала на работу хвостового канала весьма незначительно. Поэтому хвостовому каналу РЛГС придан меньший номер, чем головному.

Такая нумерация радиолиний удобна потому, что при этом каждая последующая радиолиния не оказывает на работу всех предыдущих радиолиний (т. е. радиолиний с меньшими номерами) никакого влияния или оказывает лишь небольшое влияние, которым в первом приближении можно пренебрегать.

Далее предполагается, что каждая радиолиния может находиться только в одном из двух взаимоисключающих состояний — в нормальном режиме или в режиме сбоя. Здесь под нормальным понимается такой режим работы данной радиолинии, который обеспечивает при идеальной работе всех последующих радиолиний

поражение цели. Соответственно этому сбоем считается такой режим работы данной радиoliniи, который делает невозможным поражение нужной цели даже при идеальной работе всех последующих радиoliniи системы.

Тогда условная вероятность поражения цели  $P_{пу}$ , определяемая при условии, что на данную систему действует вполне определенная элементарная или комбинированная помеха с фиксированными значениями ее параметров  $(\alpha_1, \dots, \alpha_m)$  может быть записана в следующем виде:

$$P_{пу} = P_I P_{II} P_{III} \dots P_{M-1} P'_п. \quad (11.58)$$

Здесь  $P_I$  — вероятность нормального режима радиoliniи № 1;

$P_{II}$  — вероятность нормального режима радиoliniи № 2, при условии, что радиoliniя № 1 работает нормально;

$P_{III}$  — вероятность нормального режима радиoliniи № 3 при условии, что радиoliniи № 1 и 2 работают нормально;

.....

$P'_п$  — вероятность поражения при условии, что все радиoliniи, кроме Рв, работают нормально. Под М-й радиoliniей здесь и далее понимается Рв, а радиoliniи I, II, ... М—1 являются составными частями системы управления полетом.

Справедливость формулы (11.58) обусловлена тем обстоятельством, что при событиях, противоположных рассматриваемым (т. е. при сбоях), поражение невозможно, т. е. вероятность поражения равна нулю. Так как наличие в данной радиoliniи нормального режима означает отсутствие в ней сбоя и наоборот, то

$$P_I = 1 - P_{Ic}, P_{II} = 1 - P_{IIc}, \dots, P_{M-1} = 1 - P_{M-1, c}, \quad (11.59)$$

где  $P_{Ic}$  — вероятность сбоя в радиoliniи 1;

$P_{IIc}$  — вероятность сбоя в радиoliniи 2 при условии, что в радиoliniи 1 сбоя нет;

$P_{M-1c}$  — вероятность сбоя в (м-1)-й радиoliniи при условии, что во всех предыдущих (м-2) радиoliniях системы сбоев нет.

Из данных выше определений следует, что при определении вероятности нормальной работы данной радиoliniи (например, вероятности  $P_{III}$ ) все предыдущие радиoliniи (например, радиoliniи I и II) работают нормально.

Поскольку вид помехи и все ее параметры  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$  (интенсивность, средняя частота спектра и т. п.) при определении вероятности  $P_{пу}$  полагаются фиксированными, то наличие или отсутствие нормального режима в каждой радиoliniи зависит лишь от той конкретной реализации  $u_{pi}(t)$  колебания помехи, которая имела место в данной радиoliniи номера  $i$  (например, от той или иной реализации напряжения шумовой помехи на выходе усилителя промежуточной частоты данной радиoliniи).

В большинстве случаев реализации  $u_{pi}(t)$  помехи, соответствующие различным радиoliniям, можно считать статистически неза-



висимыми. Это объясняется тем, что различные радиолинии системы имеют обычно не перекрывающиеся взаимно полосы пропускания или работают в различные интервалы времени. Поэтому примем допущение, что колебания помех в различных радиолиниях системы статистически независимы. Это означает, что при определении условной вероятности нормальной работы данной радиолинии (например,  $P_{III}$ ) мы можем не учитывать, какими при этом были реализации колебаний помехи во всех предшествующих радиолиниях. (В противном случае практическое вычисление вероятности  $P_{III}$  весьма сильно усложнилось бы). Мы должны учитывать лишь то обстоятельство, что все предыдущие радиолинии при этом работали нормально.

Что касается всех последующих радиолиний, то в силу принятого выше порядка нумерации радиолиний их обратной реакцией на данную радиoliniю можно пренебрегать, по крайней мере в первом приближении.

Из сказанного следует, что при определении вероятности нормального режима каждой радиолинии (например, вероятности  $P_{III}$ ) можно полагать все остальные радиолинии системы (как предыдущие, так и последующие) работающими нормально и не интересоваться видом реализации помех в этих радиолиниях. Это означает, что при определении вероятности нормального режима (или сбоя) данной радиолинии можно полагать, что помехи во всех остальных радиолиниях системы отсутствуют и они работают нормально. Очевидно, что вследствие этого определение вероятности поражения  $P_{пу}$  сильно упрощается. Кроме того, при этом вероятности  $P_I, P_{II}, \dots, P_{M-1}, P'_п$  могут служить показателями помехоустойчивости радиолиний I, II, ..., M соответственно.

Таким образом, применение метода сбоя, во-первых, позволяет сильно упростить вычисление условной вероятности поражения  $P_{пу}$  и, во-вторых, дает возможность оценивать качество не только системы управления в целом (по величине вероятности  $P_{пу}$ ), но и отдельных радиолиний системы (по величинам вероятностей  $P_I, P_{II}, \dots, P_{M-1}, P'_п$ ). Однако, следует помнить, что этот метод является приближенным и основан на следующих допущениях:

- 1) в каждой радиолинии возможны лишь два взаимоисключающих режима: нормальный режим или режим сбоя;
- 2) обратная реакция последующих радиолиний на все предыдущие отсутствует или пренебрежимо мала;
- 3) реализации колебаний помехи в различных радиолиниях статистически взаимнонезависимы.

Наиболее грубым является первое из этих допущений, так как для некоторых радиолиний трудно установить достаточно четко границу между нормальным режимом и сбоем.

Если, начиная с некоторой радиолинии номера  $i$ , хотя-бы одно из этих трех допущений нельзя считать справедливым, то формулу



(11.58) можно записать в следующем виде:

$$P_{\text{пу}} = P_I P_{II} \dots P_{i-1} P''_{\text{п}}. \quad (11.60)$$

Здесь  $P''_{\text{п}}$  — вероятность поражения, определенная при условии, что все радиoliniи от номера 1 до номера  $(i - 1)$  включительно работают нормально. Эта вероятность ( $P''_{\text{п}}$ ) определяется совокупным действием радиoliniи, имеющих номера от  $i$  до  $m$  включительно.

Очевидно, в этом случае применение метода сбоя дает лишь частичное упрощение расчета, так как из совместного рассмотрения исключается только часть  $(i - 1)$  радиoliniи системы. Однако и такое упрощение в ряде случаев может быть весьма существенным.

Рассмотрим в качестве примера применение метода сбоя к полуактивной системе самонаведения, состоящей из пяти радиoliniи, указанных на стр. 249.

Здесь радиoliniей № 1 является радиолокатор обнаружения и выделения нужной цели. В первом приближении можно полагать, что если этот радиолокатор за некоторое заранее установленное время  $T_{\text{обн}}$  обнаружит и выделит нужную цель, то поражение этой цели (при идеальной работе всех остальных радиoliniи) будет иметь место, а в противном случае поражения нужной цели заведомо не будет.

При этом под нормальным следует понимать такой режим работы радиолокатора, при котором он за время  $T_{\text{обн}}$  обнаруживает нужную цель, а под сбоем — обнаружение (за то же время  $T_{\text{обн}}$ ) ложной цели или полное отсутствие данных о наличии каких-либо целей.

Следовательно, в рассматриваемом случае можно полагать

$$P_I = P_{\text{обн } I}, \quad (11.61)$$

где  $P_{\text{обн } I}$  — вероятность обнаружения и выделения нужной цели радиолокатором РЛОВ за время  $T_{\text{обн}}$ .

Второй радиoliniей рассматриваемой системы являются радиолокатор подсвета цели, РлП. Пусть этот радиолокатор должен непрерывно облучать цель узкой диаграммой направленности  $A$  (рис. 11.7) и в связи с этим работает в режиме автослежения за целью по угловым координатам. Тогда в первом приближении под сбоем данной радиoliniи можно понимать срыв слежения за целью по угловым координатам за время, меньшее или равное величине  $\Delta t_{\text{кр}}$ , где  $\Delta t_{\text{кр}}$  — интервал времени, составляющий заранее установленную значительную часть (например, 50%) от полного времени наведения снаряда на цель. Действительно, если за это время произойдет срыв слежения РлП за целью, то подсвет цели прекратится еще до достаточного сближения ракеты с целью, и она, как правило, пролетит мимо цели (здесь предполагается для простоты, что в системе автослежения за целью повторный поиск цели отсутствует и поэтому срыв является для данного пуска необратимым явлением). Если за это время срыва слежения не произойдет, то нормальное самонаведение может быть обеспечено, даже если при этом имеется некоторая (не слишком большая) ошибка слежения, так как эта ошибка будет приводить лишь к некоторому уменьшению мощности облучения цели. Следовательно, в первом приближении допустимо полагать, что при отсутствии за время  $\Delta t_{\text{кр}}$  срыва слежения, РлП работает нормально, а в противном случае имеет место сбой. Это означает, что можно полагать

$$P_{II} = 1 - P_{\text{ср } II}, \quad (11.62)$$

где  $P_{\text{ср } II}$  — вероятность срыва слежения РлП за целью за время  $\Delta t_{\text{кр}}$ .

В 3-й и 4-й радиолиниях системы, т. е. в хвостовом и головном каналах РЛГС, возможные режимы работы труднее достаточно четко подразделить на нормальный режим и сбой.

Действие помех на головной канал РЛГС приводит к увеличению ошибки наведения на цель (промах). Поэтому для подразделения возможных режимов работы этого канала на нормальный режим и сбой необходимо принять, что если снаряд пролетит на расстоянии от цели  $h$ , меньшем некоторой критической величины  $h_{кр}$ , то поражение цели будет иметь место (при идеальной работе Рв), а в противном случае поражения не будет.

Из рис. 11.1 следует, что в качестве грубого приближения можно принять

$$h_{кр} = R_{эф}, \quad (11.63)$$

т. е. полагать, что РЛГС работает нормально, если  $h \leq R_{эф}$ , и имеет место сбой в РЛГС, если  $h > R_{эф}$ . Соответственно при определении вероятности поражения  $P'_п$  [формула (11.58)] следует полагать, что РЛГС работает нормально, т. е. дает такой же эффективный промах, как в отсутствие организованных помех.

Из сказанного следует, что при грубом приближении можно полагать

$$P_{IV} \approx P_{IV}(h \leq h_{кр}), \quad (11.64)$$

где  $P_{IV}(h \leq h_{кр})$  — вероятность того, что с учетом действия помех на головной канал РЛГС промах  $h$  не превзойдет величины  $h_{кр}$ , при условии, что все остальные радиолинии системы работают нормально. Так как хвостовой канал РЛГС работает не по отраженному от цели сигналу, а по прямому сигналу РЛП, то при грубом приближении можно полагать

$$P_{III} \approx 1. \quad (11.65)$$

При этом условная вероятность поражения в соответствии с формулами (11.58), (11.61), (11.62), (11.64) и (11.65) равна

$$P_{пу} \approx P_{обн I} (1 - P_{ср II}) P_{IV}(h \leq h_{кр}) P'_п. \quad (11.66)$$

Если необходимо настолько точное определение вероятности  $P_{пу}$ , что пользоваться допущениями (11.64) и (11.65) нельзя, то следует исходить из формулы (11.60), т. е. ограничиваться выделением лишь тех радиолиний, для которых подразделение режимов работы на нормальный режим и сбой может быть достаточно четким. В рассматриваемом случае это означает, что следует выделить лишь радиолокаторы РЛОВ и РЛП, т. е. положить  $i = 3$ . При этом формула (11.60) принимает следующий вид:

$$P_{пу} = P_{обн I} (1 - P_{ср II}) P''_п, \quad (11.67)$$

где  $P''_п$  — вероятность поражения цели, определенная при условии, что радиолокаторы РЛОВ и РЛП работают нормально, т. е. при условии, что организованные помехи действуют только на хвостовой и головной каналы РЛГС и на Рв.

В случае применения формулы (11.66) оказываются разделенными все радиолинии системы, так как вероятности  $P_{обн I}$ ,  $P_{ср II}$ ,  $P_{IV}(h \leq h_{кр})$  и  $P'_п$  зависят соответственно от действия организованных помех только на РЛОВ, только на РЛП, только на головной канал РЛГС и только на Рв.

В случае применения формулы (11.67) могут независимо рассматриваться лишь две радиолинии из пяти (РЛОВ и РЛП), и упрощение расчета получается не столь резким. Однако и такое упрощение может оказаться весьма существенным.

Выражение (11.66) можно представить также в следующем виде:

$$P_{\text{пу}} = P(h \leq h_{\text{кр}}) P'_{\text{п}}, \quad (11.68)$$

где  $P(h \leq h_{\text{кр}}) = P_{\text{обн I}} (1 - P_{\text{ср II}}) P_{\text{IV}}(h \leq h_{\text{кр}})$  есть вероятность того, что промах не превзойдет критического значения  $h_{\text{кр}}$ , т. е. вероятность попадания снаряда в круг радиуса  $h_{\text{кр}}$  (этот круг расположен в плоскости рассеивания и его центр совпадает с целью или фиксированной точкой, выбранной на поверхности цели).

Из выражения (11.68) следует, что при сделанных допущениях (т. е. при применении метода сбоев) качество системы управления полетом можно характеризовать вероятностью  $P(h \leq h_{\text{кр}})$ , т. е. вероятностью попадания снаряда (промаха  $h$ ) в круг радиуса  $h_{\text{кр}}$ . Если распределение  $\omega_2(h_x, h_y)$  составляющих промаха известно, то вероятность  $P(h \leq h_{\text{кр}})$  может быть легко найдена интегрированием по кругу радиуса  $h_{\text{кр}}$ .

### § 11.8. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Из проведенного выше анализа следует, что важнейшим показателем качества системы управления полетом ракеты является закон распределения составляющих промаха в плоскости рассеивания  $\omega_2(h_x, h_y)$ , и в первую очередь — среднеквадратичные (эффективные) значения промаха в каждой из плоскостей управления,  $h_{\text{эф x}}$  и  $h_{\text{эф y}}$ .

Для определения закона распределения  $\omega_2(h_x, h_y)$  или эффективных промахов  $h_{\text{эф x}}$  и  $h_{\text{эф y}}$ , следует предварительно найти закон распределения  $\omega_\varepsilon(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$  или эффективные значения  $\varepsilon_{\text{эф x}}$  и  $\varepsilon_{\text{эф y}}$  составляющих  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  параметра рассогласования  $\varepsilon$  [см., например, соотношения (11.57)]. Для этого должен быть произведен анализ структурной схемы системы управления.

Структурная схема системы управления является сложной нелинейной цепью с переменными параметрами и несколькими петлями обратных связей. В настоящее время не существует единого теоретического или экспериментального метода, который позволил бы учесть с достаточной полнотой и точностью все особенности такой системы. Поэтому исследование системы управления приходится проводить не одним, а несколькими методами. При этом в настоящее время основными можно считать следующие методы: 1) линеаризация и замораживание коэффициентов\*; 2) линеаризация и учет переменности параметров системы; 3) гармоническая линеаризация; 4) статистическая линеаризация; 5) метод нелинейных статистических эквивалентов; 6) аппроксимация случайных воздействий марковскими процессами; 7) полное математическое моделирование; 8) частичное математическое моделирование; 9) полевые испытания; 10) летные испытания; 11) пробные пуски; 12) испытания в войсках.

\* Иногда замораживание коэффициентов (параметров) применяется и без сочетания с линеаризацией, т. е. при учете нелинейности системы.

Методы 1—7 являются теоретическими, так как они основаны на описании (аппроксимации) поведения системы совокупностью уравнений и последующем решении этих уравнений. При этом приходится аппроксимировать соответствующими математическими соотношениями и все полезные и мешающие воздействия. Исследование системы методами 1—6 может производиться как без применения вычислительных машин (цифровых или аналоговых), так и с их применением.

Метод 7 основан на составлении математической модели (математического описания) системы управления и исследовании этой модели (т. е. решении системы уравнений, описывающих поведение системы с помощью аналоговых или цифровых, или аналого-цифровых) вычислительных машин)

Метод 8 используется при экспериментальном исследовании системы в лабораторных условиях. При этом вся или большая часть аппаратуры управления включается в исследуемую систему в реальном виде, источники сигналов и помех заменяются соответствующими имитаторами, а кинематические и динамические звенья системы набираются на электронной модели. (Иногда моделируются и некоторые блоки управления, например гирос привод, антенная система и др.).

Так как при таком исследовании система управления оказывается представленной частично в реальном виде и частично в виде математической модели, метод 8 нельзя считать ни экспериментальным, ни теоретическим и его следует отнести к экспериментально-теоретическим методам.

Основным назначением полевых испытаний (метод 9) является проверка действия радиоаппаратуры в условиях, когда сигналы и помехи, действующие на радиозвено, создаются не имитаторами, а излучаются или отражаются реальными целями (например, самолетами). При этом вся аппаратура, в том числе и бортовая, располагается на полигоне (на земле).

Летные испытания (метод 10) отличаются от полевых в основном тем, что бортовая аппаратура устанавливается (при испытаниях) не на полигоне, а на самолете. Это позволяет приблизить радиосигналы и радиопомехи, воспринимаемые аппаратурой управления, к реальным. Но и при летных испытаниях условия испытания весьма существенно отличаются от реальных, в частности, вследствие отсутствия реальных динамических звеньев.

При пробных пусках бортовая аппаратура устанавливается на ракете, подобной той, для управления которой она предназначена, но снабженной специальной телеметрической аппаратурой, позволяющей регистрировать поведение не только системы в целом, но и ее отдельных блоков.

Наконец, наибольшее приближение к реальным условиям (в мирное время) достигается при испытаниях управляемых снарядов в войсках.

Сравнением всех указанных выше методов можно убедиться, что каждый из них имеет как существенные преимущества, так и серьезные недостатки. Так, например, исследование методом 12 проводится в условиях, наиболее близких к реальности, но имеет следующие недостатки:

- а) большая сложность и стоимость испытания;
- б) ограниченность тактических ситуаций, которые могут быть исследованы;
- в) исследование возможно лишь после того, как управляемый снаряд полностью разработан и освоен в массовом производстве и в эксплуатации.

В отличие от метода 12 применение метода 1 основано на весьма грубых допущениях, но зато позволяет получить результаты наиболее просто и в наиболее общем виде (в виде сравнительно простых формул). Поэтому результаты такого исследования могут быть получены и учтены уже на самой ранней стадии разработки управляемого снаряда.

Из сказанного следует, что все указанные выше методы взаимно дополняют друг друга. При этом на более ранних стадиях разработки обычно целесообразно применять теоретические методы (1—7), а на более поздних стадиях — методы 8—12. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением лишь методов теоретического исследования (1—7).

В методах 1—4 система управления сводится к линейной системе регулирования. При этом в методах 1—2 нелинейность системы не учитывается совершенно, а в методах 3—4 она учитывается приближенно — путем соответствующего изменения параметров линейной системы.

В методах 5—7 нелинейная система при исследовании не сводится к линейной. Это усложняет анализ, но позволяет исследовать целый ряд специфических нелинейных явлений (например, явлений захвата цели и срыва слежения).

Применение рассматриваемых ниже методов иллюстрируется для краткости в основном на примере систем самонаведения.

### К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. Что такое полная вероятность поражения цели и какие априорные сведения необходимы для ее вычисления?
2. Какие трудности возникают при вычислении полной вероятности поражения цели с учетом действия организованных помех и каковы основные пути преодоления этих трудностей?
3. В чем заключается метод сбоев? Каковы сильные и слабые стороны этого метода?
4. Какого вида условные вероятности поражения могут применяться для оценки качества системы управления?
5. Докажите, что при полуактивной системе самонаведения вероятность поражения может определяться в первом приближении по формуле (11.58). При каких основных допущениях справедлива эта формула?

6. Что понимается под функциями  $w_1(r_{\text{в}})$ ,  $P_{r_{\text{в}}}$ ,  $w_2(h_x, h_y)$ ;  $P_{h_x, h_y}$  в формулах (11.6) и (11.7) для условной вероятности поражения  $P_{\text{пу}}$  и в каких случаях следует применять каждую из этих формул?

7. Докажите, что при самонаведении на воздушную цель распределение промахов  $w_2(h_x, h_y)$  связано с распределением составляющих параметра рас-  
согласования  $w_{\varepsilon}(\varepsilon_x, \varepsilon_y)$ , приближенными соотношениями (11.49). Что сле-  
дует при этом понимать под  $r_{\text{м}}$ ?

8. При каких основных допущениях справедлива формула (11.13)?  
В чем заключается ценность этой формулы?

9. Какими основными показателями можно характеризовать:

а) качество системы управления в целом (совместно с радиовзры-  
вателями)?

б) качество системы управления полетом?

в) качество каждой из радиолиний системы?

Литература [2, 13, 14, 33, 34, 35].

---



## АНАЛИЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ МЕТОДОМ ЛИНЕАРИЗАЦИИ И ЗАМОРАЖИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ

### § 12.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДА ЛИНЕАРИЗАЦИИ И ЗАМОРАЖИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ

При анализе методом линеаризации и замораживания параметров возмущения, действующие на систему, полагаются настолько малыми, чтобы систему можно было считать по отношению к этим возмущениям линейной. Кроме того, переменные параметры системы, определяющие вид ее передаточной функции, полагают при анализе постоянными («замороженными»). После того как анализ произведен, т. е. получены соответствующие окончательные формулы, в этих формулах «замороженные» параметры «размораживаются», т. е. снова рассматриваются как функции времени.

Основным достоинством метода линеаризации и замораживания параметров является сведение весьма сложной структурной схемы системы управления к линейной системе с постоянными параметрами, поведение которой полностью определяется обычными передаточными функциями ее звеньев. При этом оказывается возможным получить достаточно простые и общие соотношения при сколь угодно большом числе инерционных звеньев и цепей обратных связей. Однако для того, чтобы линеаризация и замораживание не приводили к большим ошибкам анализа, необходимо, во-первых, чтобы возмущения, действующие на систему, были достаточно малыми, и, во-вторых, чтобы параметры системы изменялись либо незначительно, либо медленно по сравнению с переходными процессами, возникающими в системе. Поэтому результаты анализа, полученные методом линеаризации и замораживания, оказываются справедливыми лишь в определенных пределах. Эти пределы могут быть установлены с достаточной точностью лишь путем сравнения с результатами последующего теоретического или экспериментального исследования нелинейной системы с переменными параметрами.

В первом приближении можно полагать результаты, полученные методом линеаризации, справедливыми, если на входе каждого из звеньев системы выполняется условие

$$u_{\text{вх макс } i} \leq U_{\text{л } i}, \quad (12.1)$$



где  $\dot{u}_{\text{вх макс } i}$  — максимальное значение возмущения, действующего на входе звена системы номер  $i$ ;  $U_{\text{ли}}$  — предел линейности (по входу) этого звена.

Наиболее типичны для систем радиуправления нелинейности типа насыщения (рис. 12.1, а) и типа дискриминаторной кривой или типа синуса (рис. 12.1, б). При этом в качестве предела линейности  $U_{\text{ли}}$  можно выбирать абсциссу точки, ордината которой составляет 60—80% от максимально возможного значения  $U_{\text{м}}$ .

Воздействие на входе звена  $u_{\text{вх}i}(t)$  носит, как правило, случайный характер и не имеет вполне определенного максимального зна-

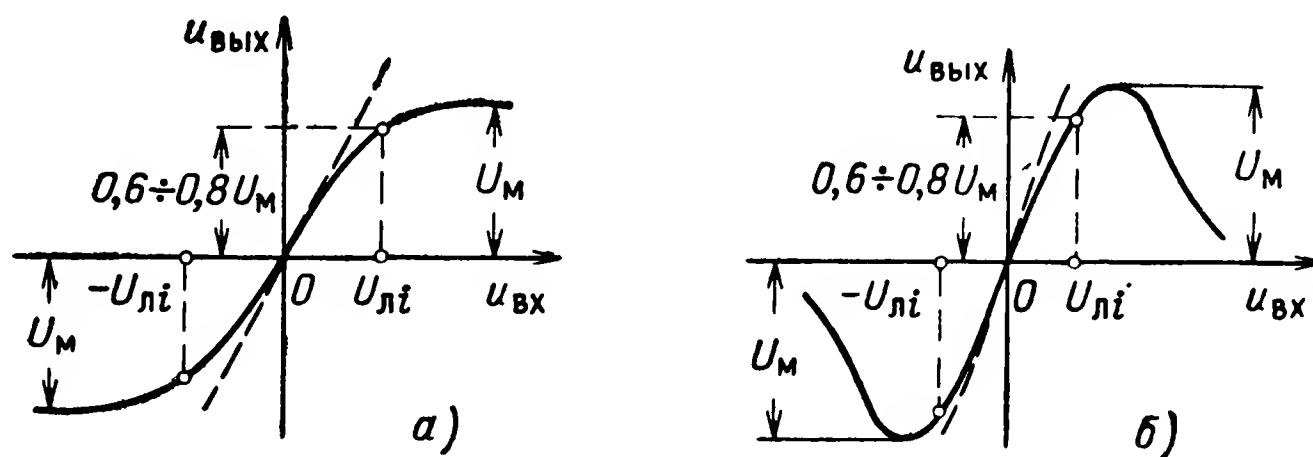


Рис. 12.1

чения. Поэтому условие линейности звена номера  $i$  часто удобнее записывать не в виде (12.1), а в следующем виде:

$$U_{\text{вх эф } i} \leq 0,3 \div 0,4 U_{\text{ли}}, \quad (12.2)$$

где  $U_{\text{вх эф } i}$  — эффективное (среднеквадратичное) значение возмущения  $u_{\text{вх}i}(t)$ . Если возмущение  $u_{\text{вх}i}(t)$  является нестационарным случайным процессом, то  $U_{\text{вх эф } i}$  зависит от времени. При этом в (12.2) под  $U_{\text{вх эф } i}$  следует понимать максимальное по времени значение функции  $U_{\text{вх эф } i}(t)$ .

Очевидно, условие линейности (12.1) или (12.2) должно выполняться для всех звеньев системы. Поэтому, после того как в процессе анализа линеаризованной системы оказываются найденными максимальные или эффективные значения возмущений на входе различных звеньев, необходимо произвести проверку условий линейности всех звеньев системы или по меньшей мере тех звеньев, в которых можно ожидать в первую очередь нарушения линейности режима. В частности, во всех случаях необходимо проверять линейность входящих в состав системы дискриминаторов (в том числе линейность пеленгационной характеристики) и отсутствие перегрузок по отклонению рулей и по поперечным ускорениям ракеты.

В данной главе для краткости метод линеаризации и замораживания применяется лишь к анализу системы самонаведения.

## § 12.2. АНАЛИЗ СТРУКТУРНОЙ СХЕМЫ СИСТЕМЫ САМОНАВЕДЕНИЯ МЕТОДОМ ЛИНЕАРИЗАЦИИ И ЗАМОРАЖИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ

### а. Линеаризация системы и замораживание ее параметров

Рассмотрим применение метода линеаризации и замораживания на примере системы управления, осуществляющей самонаведение по методу пропорциональной навигации. Общая структурная схема такой системы для плоского случая приведена ранее на рис. 6.14. В общем случае все ее основные звенья (кинематическое звено, радиозвено, звено автопилот-снаряд и динамическое звено) нелинейны и, следовательно, для их линеаризации необходимо полагать соответствующие возмущения достаточно малыми. Для кинематического и динамического звеньев, как было показано в гл. 6, такими возмущениями являются начальная ошибка упреждения  $\Delta\beta_0$  и отклонения цели и ракеты от прямолинейного равномерного движения.

Если полагать для простоты, модули скоростей цели и ракеты  $V_p$  и  $V_{ц}$  постоянными и  $\Delta\beta_0 = 0$ , то возмущения проявляются лишь в отклонениях траекторий цели и ракеты от прямолинейных, т. е. в появлении поперечных ускорений  $W_{ц}(t)$  и  $W_p(t)$ . Поэтому, если эти ускорения достаточно малы, кинематическое и динамическое звенья описываются линейными уравнениями. Для плоского случая эти уравнения в соответствии с формулами (6.83) — (6.86) имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(t) &= \frac{A_{ц}(t) - A_p(t)}{r(t)}, \\ A_{ц}(t) &= (\cos \gamma_{ц0}) \frac{1}{p^2} W_{ц}(t), \\ A_p(t) &= (\cos \gamma_{p0}) \frac{1}{p^2} W_p(t), \\ r(t) &= r_0 - (V_{ц} \cos \gamma_{ц0} + V_p \cos \gamma_{p0}) t. \end{aligned} \right\} \quad (12.3)$$

Здесь  $\gamma_{ц0}$  и  $\gamma_{p0}$  — значения углов  $\gamma_{ц}$  и  $\gamma_p$  (рис. 6.20) в момент начала самонаведения (при  $t = 0$ ).

В более частном случае, когда курсы ракеты и цели близки к встречным и  $\varphi_0 = 0$ , уравнения (12.3) принимают еще более простой вид

$$\left. \begin{aligned} \varphi(t) &= \frac{x_{ц}(t) - x_p(t)}{r(t)}, \\ \text{где } x_{ц}(t) &= \frac{1}{p^2} W_{ц}(t); \\ x_p(t) &= \frac{1}{p^2} W_p(t); \\ r(t) &= r_0 - (V_{ц} + V_p) t. \end{aligned} \right\} \quad (12.4)$$

Как отмечалось в гл. 6, при достаточно малых возмущениях (в частности, при малых значениях угла  $\varphi$ , угловой скорости  $\dot{\varphi}$  и ускорения  $\ddot{\varphi}$ ) радиозвено и звено автопилот-снаряд также могут считаться линейными звеньями. Параметры радиозвена, кроме того, могут считаться постоянными.

Параметры звена автопилот-снаряд в процессе самонаведения могут изменяться в несколько раз в основном за счет изменения скорости и массы ракеты и изменения плотности воздуха. Однако при охвате этого звена глубокой отрицательной обратной связью (вводимой на вход автопилота с помощью датчиков ускорения) его характеристики в значительной мере стабилизируются, и в первом приближении их также можно считать постоянными. Следовательно, радиозвено и звено автопилот-снаряд можно приближенно считать линейными звеньями с постоянными параметрами. Это означает, что при отсутствии ошибок (за исключением динамических ошибок, вызываемых инерционностью системы) можно полагать

$$W_{p0}(t) = K_{pz}(p) K_{a-c}(p) \varphi(t) = K_{pz}(p) K_{a-c}(p) \frac{1}{p} \omega(t), \quad (12.5)$$

где  $\omega(t) = p\varphi(t)$  — угловая скорость линии ракета-цель в фиксированной (т. е. невращающейся) системе координат.

При наличии кроме динамических ошибок также других источников ошибок, и в частности помех, вместо (12.5) получится

$$W_p(t) = W_{p0}(t) + \Delta W_{p\pi}(t), \quad (12.6)$$

где  $\Delta W_{p\pi}(t)$  — дополнительное ускорение, создаваемое действием указанных источников ошибок, в частности действием помех.

Из (12.5) и (12.6) следует, что при наличии помех можно полагать

$$W_p(t) = K_{pz}(p) K_{a-c}(p) [\varphi(t) + \Delta\varphi_{\pi}(t)], \quad (12.7)$$

где

$$\Delta\varphi_{\pi}(t) = \frac{1}{K_{pz}(p) K_{a-c}(p)} \Delta W_{p\pi}(t),$$

или

$$W_p(t) = K_{pz}(p) K_{a-c}(p) \frac{1}{p} [\omega(t) + \Delta\omega_{\pi}(t)], \quad (12.8)$$

где

$$\Delta\omega_{\pi}(t) = p \Delta\varphi_{\pi}(t).$$

Здесь  $\Delta\varphi_{\pi}(t)$  — помеха (и другие источники ошибок, кроме динамической), приведенная ко входу радиозвена [к угловому отклонению  $\varphi(t)$ ];

$\Delta\omega_{\pi}(t)$  — помеха (и другие источники ошибок, кроме динамической), приведенная к измеряемой угловой скорости  $\omega(t)$ .

С учетом соотношений (12.3) и (12.7) структурная схема, изображенная на рис. 6.14, может быть приведена к виду, изображенному на рис. 12.2, где обозначено

$$K_1(p) = (\cos \gamma_{p0}) \frac{1}{p^2} K_{pz}(p) K_{a-c}(p), \quad (12.9)$$

$$r(t) = r_0 - (V_{\text{ц}} \cos \gamma_{\text{ц}0} + V_p \cos \gamma_{p0}) t. \quad (12.10)$$

Из рис. 12.2 и уравнений (12.9) и (12.10) следует, что в результате всех сделанных ранее допущений система самонаведения сведена к линейной системе с единственным переменным параметром  $r(t)$ . Этот параметр в процессе самонаведения изменяется по закону (12.10) от начального значения  $r_0$  до конечного значения  $r_{\text{в}}$ , соответствующего

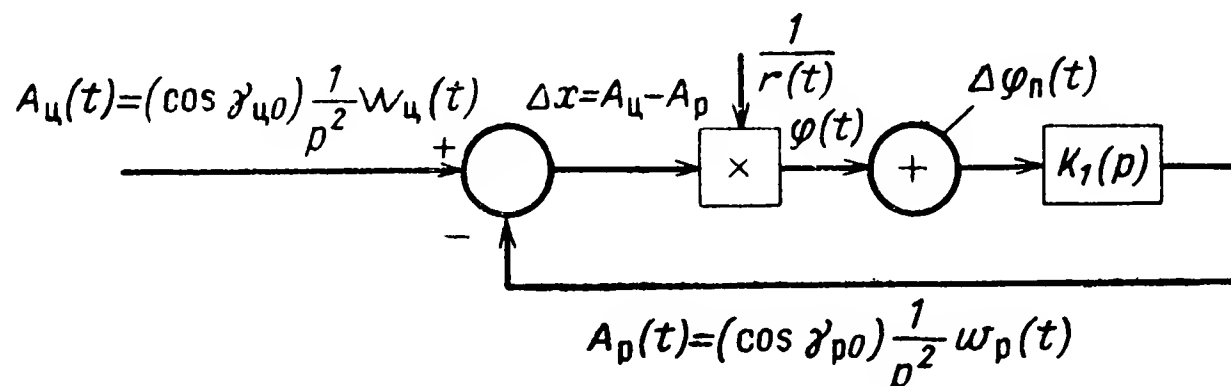


Рис. 12.2

щего моменту взрыва снаряда. Однако, как указывалось в гл. 11, для определения вероятности поражения или промаха достаточно исследовать действие системы самонаведения до некоторого расстояния  $r_m$ , определяемого соотношением (11.40) и соответствующего моменту вхождения ракеты в зону квазистационарной встречи (или в мертвую зону).

Так как  $r_0$  может составлять десятки километров, а  $r_m$  — сотни метров, то параметр  $r(t)$  изменяется в сотни раз. На начальном участке траектории самонаведения, т. е. в пределах

$$\frac{3}{4} r_0 \leq r(t) \leq r_0, \quad (12.11)$$

величина  $r(t)$  изменяется не более чем в 1,33 раза. Поэтому на начальном участке самонаведения, в частности при определении дальности действия системы самонаведения, метод замораживания вполне применим.

При определении точности самонаведения наибольшее значение имеет, наоборот, конечный участок траектории ракеты, на котором расстояние  $r(t)$  изменяется в больших пределах. Поэтому при анализе точности самонаведения, т. е. определении величины промаха  $h$ , метод замораживания дает приблизительно правильные результаты лишь в тех случаях, когда величина  $r_m$  или  $(r_{m3})$  не слишком мала, а эквивалентная постоянная времени системы сравнительно невелика. Так, например, приводимое в следующей главе сравнение результатов расчета промаха методом замораживания и методом,

основанным на учете переменности параметров системы, показывает, что замораживание дальности  $r$  не приводит к большим ошибкам, если  $\frac{r_m}{V_r} \geq 0,25$  сек, а постоянная времени  $T \leq 0,2 \div 0,4$  сек.

При замороженном расстоянии  $r$  удобно ввести новые переменные

$$\varphi_{\text{ц}}(t) = \frac{A_{\text{ц}}(t)}{r}, \quad \varphi_{\text{р}}(t) = \frac{A_{\text{р}}(t)}{r}. \quad (12.12)$$

При этом, как нетрудно убедиться, схема рис. 12.2 приводится к виду, изображенному на рис. 12.3. Здесь в соответствии с соотношениями (12.3) и (12.9)

$$\varphi_{\text{ц}}(t) = \frac{\cos \gamma_{\text{ц}0}}{rp^2} W_{\text{ц}}(t), \quad \varphi_{\text{р}}(t) = \frac{\cos \gamma_{\text{р}0}}{rp^2} W_{\text{р}}(t), \quad (12.13)$$

$$K(p) = \frac{1}{r} K_1(p) = \frac{\cos \gamma_{\text{р}0}}{rp^2} K_{\text{а-с}}(p) K_{\text{рз}}(p). \quad (12.14)$$

Так как в этих соотношениях параметр  $r$  считается постоянным, структурная схема рис. 12.3 является линейной системой с постоянными параметрами.

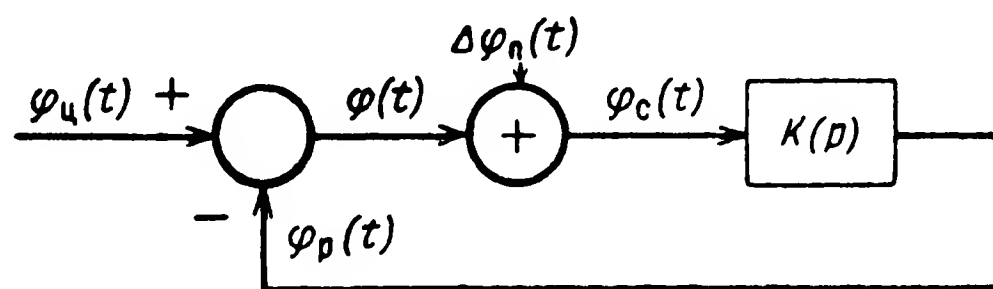


Рис. 12.3

ными параметрами. К этой схеме приложены два возмущения — эквивалентное угловое перемещение цели  $\varphi_{\text{ц}}(t)$  и эквивалентное угловое возмущение  $\Delta\varphi_{\text{н}}(t)$ , вызванное действием помех.

В общем случае помеха  $\Delta\varphi_{\text{н}}(t)$  может иметь составляющую, зависящую от величины углового отклонения  $\varphi$ , т. е.

$$\Delta\varphi_{\text{н}}(t) = f_{1\text{н}}(t) + f_{\text{к}}(t, \varphi), \quad (12.15)$$

где  $f_{1\text{н}}(t)$  — составляющая помехи, не зависящая от  $\varphi$ ;  $f_{\text{к}}(t, \varphi)$  — составляющая помехи, зависящая от  $\varphi$  и называемая поэтому комбинационной (или параметрической) составляющей.

В следующем параграфе доказывается, что наличие у помехи комбинационной составляющей приводит к тому, что структурная схема системы приобретает дополнительные нелинейные звенья или (в простейшем случае) звено с переменными параметрами и, следовательно, не может считаться линейной системой с постоянными параметрами. С другой стороны, там же будет показано, что во многих реальных случаях влияние комбинационной составляющей пренебрежимо мало. Поэтому в данном параграфе будем полагать

$$f_{\text{к}}(t, \varphi) \equiv 0.$$

При этом, как следует из (12.15), помеха  $\Delta\varphi_{\Pi}(t)$  может считаться внешним возмущением, не зависящим от процессов, протекающих в системе, и система в целом действительно является линейной стационарной системой.

### 6. Анализ линеаризованной и «замороженной» системы

Из структурной схемы, изображенной на рис. 12.3, нетрудно получить следующие соотношения:

$$\varphi(t) = \varphi_{\Pi}(t) - \varphi_p(t), \quad (12.16)$$

$$\varphi(t) = \frac{\varphi_{\Pi}(t)}{1 + K(p)} - K_p(p) \Delta\varphi_{\Pi}(t), \quad (12.17)$$

где

$$K_p(p) = \frac{K(p)}{1 + K(p)} \quad (12.18)$$

— коэффициент передачи системы в замкнутом состоянии.

Из (12.17) следует, что угловая ошибка  $\varphi(t)$  может быть представлена в виде суммы двух составляющих:

$$\varphi(t) = \varphi_d(t) + \varphi_f(t), \quad (12.19)$$

где

$$\varphi_d(t) = \frac{\varphi_{\Pi}(t)}{1 + K(p)}; \quad (12.20)$$

$$\varphi_f(t) = -K_p(p) \Delta\varphi_{\Pi}(t). \quad (12.21)$$

Составляющая  $\varphi_d(t)$  обусловлена только влиянием инерционности системы [видом передаточной функции  $K(p)$ ] и не зависит от действия помех и других источников ошибок; следовательно, она является динамической составляющей ошибки или, говоря короче, динамической ошибкой.

Составляющая  $\varphi_f(t)$  вызвана действием помех и других источников ошибок и будет называться в дальнейшем для краткости помеховой или флуктуационной составляющей ошибки [так как колебание  $\varphi_f(t)$  в большинстве реальных случаев имеет флуктуационный характер]. Формулы (12.20) и (12.21) позволяют обычными методами теории линейных стационарных систем оценить динамическую и флуктуационную составляющие ошибки.

Пусть, например, помеха  $\Delta\varphi_{\Pi}(t)$  является стационарным случайным процессом с нулевым средним значением и энергетическим спектром (односторонним)  $g_{\Pi}(f)$ , т. е.

$$\overline{\Delta\varphi_{\Pi}^2} = \int_0^{\infty} g_{\Pi}(f) df. \quad (12.22)$$

Тогда из (12.21) получим \*

$$\overline{\varphi_{\Phi}^2} = \int_0^{\infty} |K_p(j2\pi f)|^2 g_n(f) df. \quad (12.23)$$

Если система регулирования, изображенная на рис. 12.3, имеет нулевую статическую ошибку, то

$$K_p(0) = 1 \quad (12.24)$$

и частотная характеристика  $|K_p(j2\pi f)|$  имеет вид, изображенный на рис. 12.4 сплошной линией (или пунктиром). Полоса пропускания этой системы (на уровне 0,7) равна  $\Delta F_{0,7}$ . Обычно эта полоса

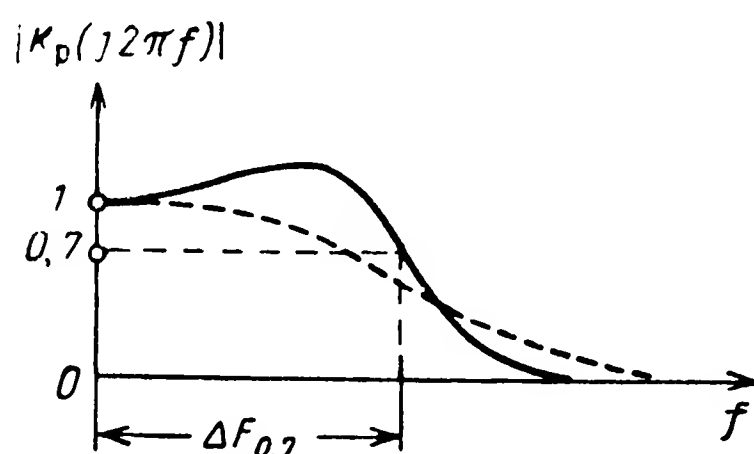


Рис. 12.4

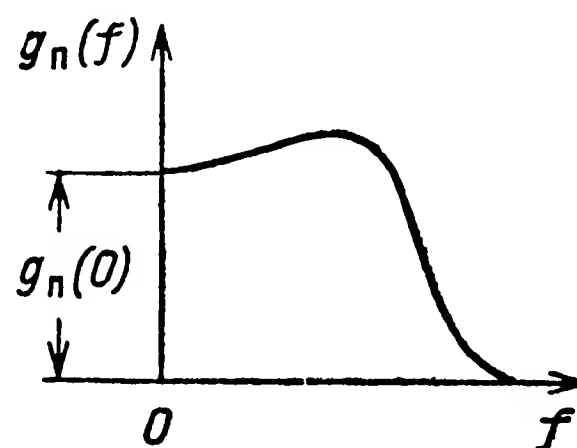


Рис. 12.5

не превышает нескольких герц и можно полагать, что в пределах этой полосы энергетический спектр  $g_n(f)$  равномерен и равен своему значению на нулевой частоте  $g_n(0)$  (рис. 12.5). При этом формула (12.23) упрощается и принимает вид

$$\overline{\varphi_{\Phi}^2} = g_n(0) \int_0^{\infty} |K_p(j2\pi f)|^2 df. \quad (12.25)$$

Но из рис. 12.6 видно, что

$$\int_0^{\infty} |K_p(j2\pi f)|^2 df = 1 \Delta F_{\Sigma} = \Delta F_{\Sigma}, \quad (12.26)$$

где  $\Delta F_{\Sigma}$  — эквивалентная шумовая полоса пропускания системы, равная основанию прямоугольника единичной высоты и равновеликого площади, образуемой квадратом частотной характеристики

---

\* Формула (12.23) и последующие формулы, определяющие средний квадрат флуктуаций, приведенные в данной главе, справедливы лишь для установившегося режима, т. е. по истечении достаточно большого (по сравнению с  $1/\Delta F_{0,7}$ ) времени после включения системы или после появления помехи на входе системы. Более общие соотношения, позволяющие учесть как нестационарность входного процесса, так и нестационарные явления в самой системе, приводятся в следующей главе.



системы и осью абсцисс. При этом из (12.25) и (12.26) следует, что

$$\overline{\varphi_{\Phi}^2} = g_{\Pi}(0) \Delta F_{\Phi}. \quad (12.27)$$

Если точное определение величины  $\Delta F_{\Phi}$  по формуле (12.26) или графическим путем (как показано на рис. 12.6) затруднительно, то в первом приближении можно полагать

$$\Delta F_{\Phi} \approx \Delta F_{0,7}. \quad (12.28)$$

Приведенные выше формулы позволяют определить динамическую и флуктуационную составляющие угловой ошибки  $\varphi(t)$ . Однако при пропорциональном наведении на цель промах опреде-

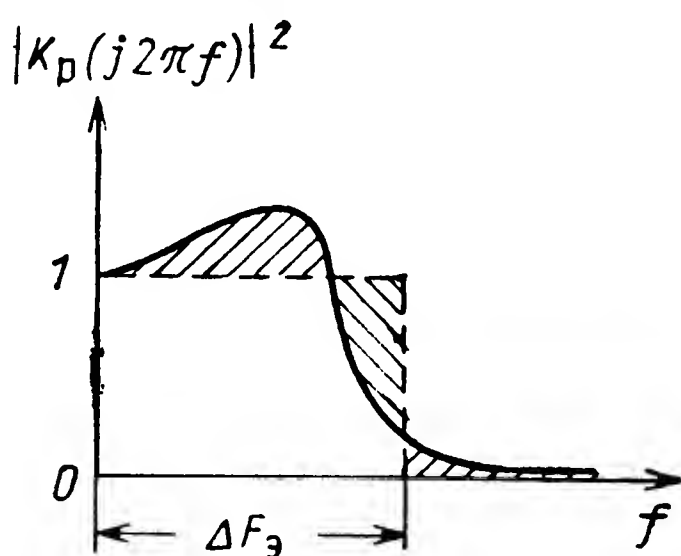


Рис. 12.6

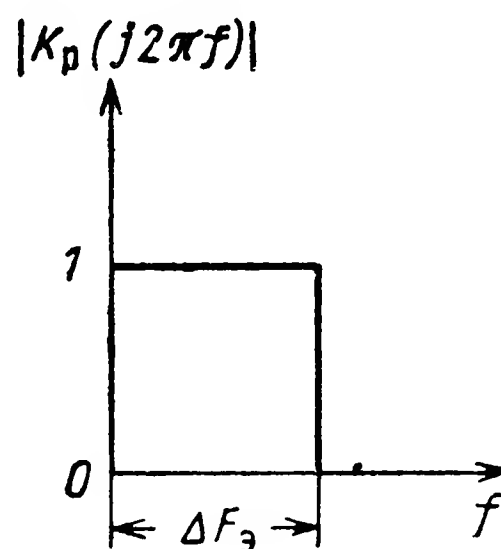


Рис. 12.7

ляется не величиной угла  $\varphi$ , а величиной угловой скорости  $\omega = \dot{\varphi}$ . Поэтому важно знать динамическую и флуктуационную составляющие этой угловой скорости:  $\omega_d(t)$  и  $\omega_{\Phi}(t)$ . В дальнейшем будем обозначать угловую скорость  $\omega_y$  в отличие от круговой частоты  $\omega = 2\pi f$ . Так как

$$\omega_y = \frac{d\varphi}{dt} = p\varphi, \quad (12.29)$$

то

$$\left. \begin{aligned} \omega_y(t) &= \omega_{yd}(t) + \omega_{y\Phi}(t), \\ \text{где} \\ \omega_{yd}(t) &= p\varphi_d(t), \\ \omega_{y\Phi}(t) &= p\varphi_{\Phi}(t). \end{aligned} \right\} \quad (12.30)$$

Из формул (12.30) следует, что между составляющими угловой скорости  $\omega_y$  и угловой ошибки  $\varphi$  существует весьма простая связь. Из (12.21) и (12.30) следует, что

$$\omega_{y\Phi}(t) = -pK_p(p) \Delta\varphi_{\Pi}(t) \quad (12.31)$$

и

$$\overline{\omega_{y\Phi}^2} = \int_0^{\infty} (2\pi f)^2 |K_p(j2\pi f)|^2 g_{\Pi}(f) df. \quad (12.32)$$

Обычно частотная характеристика системы  $|K_p(j2\pi f)|$  имеет весьма крутой срез на частотах, превышающих  $\Delta F_\Sigma$  или  $\Delta F_{0,7}$  (рис. 12.4). При этом ее можно в первом приближении аппроксимировать прямоугольником, как показано на рис. 12.7.

Тогда вместо (12.32) можно приближенно записать

$$\overline{\omega_{y\phi}^2} = g_n(0) \int_0^{\Delta F_\Sigma} (2\pi f)^2 df = \frac{4\pi^2}{3} g_n(0) \Delta F_\Sigma^3. \quad (12.33)$$

Зная динамическую и флуктуационную составляющие угловой скорости  $\omega_y$ , нетрудно найти соответствующие составляющие промаха  $h$ . Из формул (11.47) и (11.48) следует, что в рассматриваемом случае движения в одной плоскости можно полагать

$$h \approx \frac{r_m^2}{V_p} \omega_y, \quad (12.34)$$

где

$$\omega_y = \frac{d\varphi}{dt}.$$

При этом, как указывалось в гл. 2, величина  $\omega_y$  определяется в момент  $t_m$ , при котором расстояние  $r$  достигает величины  $r_m$ , определяемой соотношением (11.40). Так как в соответствии с (12.34) связь между  $\omega_y$  и  $h$  линейна, можно полагать

$$\left. \begin{aligned} h &= h_d + h_\phi, \\ \text{где} \\ h_d &= \frac{r_m^2}{V_p} \omega_{yd}(t_m); \\ h_\phi &= \frac{r_m^2}{V_p} \omega_{y\phi}(t_m); \end{aligned} \right\} \quad (12.35)$$

поэтому

$$\overline{h_\phi^2} = \frac{r_m^4}{V_p^2} \overline{\omega_{y\phi}^2}(t_m). \quad (12.36)$$

Так как мы положили все параметры системы замороженными, то величина  $\overline{\omega_{y\phi}^2}$  также может считаться замороженной, т. е. не зависящей явно от времени. Это означает, что величина  $\overline{\omega_{y\phi}^2}$  может определяться по формулам (12.32) или (12.33), в которых параметры системы [передаточная функция  $K_p(j2\pi f)$ , шумовая полоса  $\Delta F_\Sigma$ ] определяются в фиксированный момент  $t = t_m$ , т. е. при  $r = r_m$ . При анализе системы управления весьма важно знать также величину поперечного ускорения ракеты  $W_p$ , так как если эта величина

окажется больше максимально возможного значения  $W_{pm}$ , то наступит ограничение по ускорению и, следовательно, результаты, полученные методом линеаризации, будут заведомо неверными. Для нахождения динамической и флуктуационной составляющих ускорения  $W_p(t)$  учтем, что в соответствии с (12.13) и (12.16)

$$\left. \begin{aligned} W_p(t) &= \frac{r}{\cos \gamma_{p0}} p^2 \varphi_p(t) \\ \text{и} \quad \varphi_p(t) &= \varphi_{\Pi}(t) - \varphi(t) = \\ &= [\varphi_{\Pi}(t) - \varphi_{\Delta}(t)] - \varphi_{\Phi}(t). \end{aligned} \right\} \quad (12.37)$$

Тогда из соотношений (12.18), (12.20), (12.21) и (12.37) получим:

$$\left. \begin{aligned} W_p(t) &= W_{p\Delta}(t) + W_{p\Phi}(t), \\ \text{где} \quad W_{p\Delta}(t) &= \frac{r}{\cos \gamma_{p0}} p^2 K_p(p) \varphi_{\Pi}(t), \\ W_{p\Phi}(t) &= \frac{r}{\cos \gamma_{p0}} p^2 K_p(p) \Delta \varphi_{\Pi}(t). \end{aligned} \right\} \quad (12.38)$$

Из (12.38) следует, что

$$\overline{W_{p\Phi}^2} = \frac{r^2}{\cos^2 \gamma_{p0}} \int_0^{\infty} (2\pi f)^4 |K_p(j2\pi f)|^2 g_{\Pi}(f) df. \quad (12.39)$$

Если частотная характеристика  $|K_p(j2\pi f)|$  может быть аппроксимирована прямоугольником, изображенным на рис. 12.7, формулу (12.39) можно представить в виде

$$\overline{W_{p\Phi}^2} = \frac{(2\pi)^4}{5} \cdot \frac{r^2}{\cos^2 \gamma_{p0}} g_{\Pi}(0) \Delta F_{\Sigma}^5. \quad (12.40)$$

Приведенные выше соотношения позволяют определить интересующие нас величины, если известны передаточная функция замкнутой системы,  $K_p(p)$  и энергетический спектр помехи  $g_{\Pi}(f)$ .

Входящую в формулы (12.27), (12.33) и (12.40) величину спектральной плотности помехи на нулевой частоте  $g_{\Pi}(0)$ , часто удобно выражать через эквивалентную ширину спектра помехи  $\Delta f_{\Sigma\Pi}$ , т. е. ширину равномерного спектра, имеющего постоянную (в пределах полосы  $\Delta f_{\Sigma\Pi}$ ) спектральную плотность  $g_{\Pi}(0)$  и площадь, равную площади, образуемой реальным спектром  $g_{\Pi}(f)$  и осью абсцисс (рис. 12.8).

Следовательно, по определению

$$\Delta f_{\Sigma\Pi} g_{\Pi}(0) = \int_0^{\infty} g_{\Pi}(f) df,$$

т. е.

$$\Delta f_{\text{эп}} = \int_0^{\infty} \frac{g_{\text{п}}(f)}{g_{\text{п}}(0)} df. \quad (12.41)$$

Поэтому величина  $\Delta f_{\text{эп}}$  может быть вычислена по формуле (12.41) или путем графического построения равновеликого прямоугольника, как показано на рис. 12.8. С учетом (12.22) и (12.41) имеем

$$g_{\text{п}}(0) = \frac{\overline{\Delta \varphi_{\text{п}}^2}}{\Delta f_{\text{эп}}}. \quad (12.42)$$

Удобство этой формулы заключается в том, что в ряде практических случаев величина  $g_{\text{п}}(0)$  непосредственно не известна, а величина

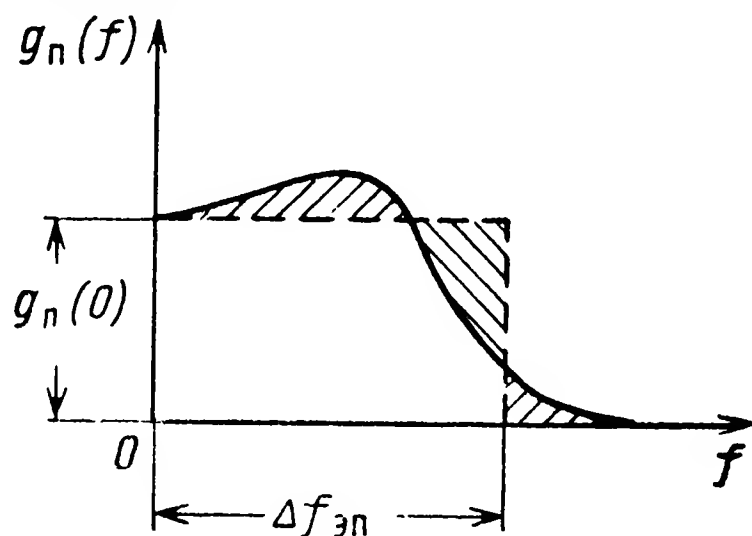


Рис. 12.8

ны  $\overline{\Delta \varphi_{\text{п}}^2}$  и  $\Delta f_{\text{эп}}$  могут быть приближенно известными. Тогда интересующая нас величина  $g_{\text{п}}(0)$  может быть вычислена по формуле (12.42). В этой формуле, очевидно;  $\sqrt{\overline{\Delta \varphi_{\text{п}}^2}}$  является среднеквадратичным (эффективным) значением флуктуационной помехи, приведенной ко входу радиозвена, т. е. к угловому отклонению  $\varphi$ .

В заключение данного параграфа рассмотрим два примера.

**Пример 1.** Система самонаведения имеет передаточную функцию, соответствующую идеальному пропорциональному наведению.

В этом случае результирующая передаточная функция радиозвена и звена автопилот-снаряд определяется соотношением (6.40), и формулы (12.14) и (12.18) можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} K(p) &= \frac{(\cos \gamma_{p0}) c V_p}{r} \frac{1}{p} \\ K_p(p) &= \frac{1}{1 + \frac{p}{a}} \end{aligned} \right\} \quad (12.43)$$

где

$$a = \frac{c V_p \cos \gamma_{p0}}{r}. \quad (12.44)$$

Следовательно в данном случае

$$|K_p(j2\pi f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi f}{a}\right)^2}} \quad (12.45)$$

и

$$\Delta F_{0,7} = \frac{a}{2\pi} = \frac{cV_p \cos \gamma_{p0}}{2\pi r}. \quad (12.46)$$

Из формулы (12.46) следует, что полоса пропускания системы зависит от навигационной постоянной  $c$ . Как отмечалось в гл. 6, обычно приемлемые результаты получаются при

$$c \approx 4 \div 6.$$

Учитывая это соотношение и полагая  $\cos \gamma_{p0} \approx 1$  (курсы, близкие к встречным), имеем

$$\Delta F_{0,7} \approx \frac{V_p}{r}. \quad (12.47)$$

Из соотношения (12.47) следует, например, что при  $V_p = 1$  км/сек и уменьшении  $r$  от 20 км до 1 км полоса пропускания возрастает от 0,05 гц до 1 гц. Частотная характеристика системы, описываемая соотношением (12.45) и соответствующая одному инерционному звену, медленно убывает с ростом частоты, и вследствие этого система обладает совершенно недостаточной избирательностью по отношению к помехам.

Действительно, если предположить, что помеха имеет вид белого шума, т. е.

$$g_n(f) = \text{const} = g_n(0), \quad (12.48)$$

то подстановка соотношений (12.44) и (12.45) в формулы (12.32), (12.36) и (12.39) дает

$$\overline{\omega_{y\phi}^2} = \infty, \quad \overline{h_\phi^2} = \infty \quad \text{и} \quad \overline{W_{p\phi}^2} = \infty,$$

т. е. дисперсии угловой скорости, промаха и поперечного ускорения ракеты оказываются бесконечно большими.

В реальной системе эти дисперсии не будут бесконечно большими, во-первых, вследствие того, что у реальных помех энергетический спектр не равномерный (как у белого шума), а затухает с ростом частоты и, во-вторых, вследствие наличия в системе нелинейностей, в частности, из-за ограниченности поперечного ускорения  $W_p$ . Однако приведенный выше пример показывает, что при простейшей частотной характеристике системы вида (12.45), соответствующей идеальному пропорциональному наведению, помехоустойчивость системы оказывается неудовлетворительной, особенно по отношению к помехам, энергетический спектр которых  $g_n(f)$  не слишком резко

убывает с ростом частоты. Поэтому при анализе помехоустойчивости по отношению к таким помехам необходимо исходить не из частотной характеристики вида (12.45), а из характеристики, соответствующей большему числу инерционных звеньев.

**Пример 2.** Радиозвено и звено автопилот-снаряд содержат настолько большое число инерционных звеньев, что частотная характеристика замкнутой системы  $|K_p(j2\pi f)|$  может аппроксимироваться прямоугольником с полосой  $\Delta F_\Phi$ . В этом случае справедливы формулы (12.27), (12.33), (12.36) и (12.40), т. е.

$$\left. \begin{aligned} \overline{\varphi_\Phi^2} &= g_\Pi(0) \Delta F_\Phi, & \overline{\omega_{y\Phi}^2} &= \frac{4\pi^2}{3} g_\Pi(0) \Delta F_\Phi^3, \\ \overline{W_{p\Phi}^2} &= \frac{(2\pi)^4}{5} \frac{r^2}{\cos^2 \gamma_{p0}} g_\Pi(0) \Delta F_\Phi^5, & \overline{h_\Phi^2} &= \frac{r_M^4}{V_p^2} \overline{\omega_{y\Phi}^2}(t_M). \end{aligned} \right\} \quad (12.49)$$

### § 12.3. ВЛИЯНИЕ КОМБИНАЦИОННОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ПОМЕХИ

При наличии комбинационной составляющей помеха  $\Delta\varphi_\Pi(t)$ , приведенная ко входу радиозвена, зависит от углового отклонения  $\varphi$  и не может поэтому рассматриваться как внешнее возмущение, независимое от процессов, происходящих в системе. Это обстоятельство весьма существенно усложняет анализ.

При небольших угловых отклонениях  $\varphi$  выражение (12.15) можно разложить в ряд по степеням  $\varphi$ , т. е. полагать

$$\Delta\varphi_\Pi(t) = f_{1\Pi}(t) + f_{2\Pi}(t)\varphi(t) + f_{3\Pi}(t)\varphi^2(t) + \dots, \quad (12.50)$$

где  $f_{1\Pi}(t)$ ,  $f_{2\Pi}(t)$ ,  $f_{3\Pi}(t)$ , ... — случайные функции времени, не зависящие от  $\varphi$ .

Если в выражении (12.50) ограничиться второй степенью разложения по  $\varphi$ , то входящее в структурную схему системы (рис. 12.3) суммарное отклонение  $\varphi_c(t)$  равно

$$\varphi_c(t) = \varphi(t) + \Delta\varphi_\Pi(t) = [1 + f_{2\Pi}(t)]\varphi(t) + f_{1\Pi}(t) + f_{3\Pi}(t)\varphi^2(t).$$

С учетом этого соотношения структурная схема рис. 12.3 принимает вид, изображенный на рис. 12.9, а. Из сравнения схем рис. 12.3 и 12.9, а видно, что наличие комбинационной составляющей помехи приводит (при сделанных выше допущениях) к появлению в структурной схеме системы трех дополнительных звеньев — двух звеньев с меняющимися во времени передаточными функциями  $K_{1\Phi}(t) = 1 + f_{2\Pi}(t)$  и  $K_{2\Phi}(t) = f_{3\Pi}(t)$  и нелинейного элемента НЭ с квадратичной характеристикой. Вследствие этого система в целом оказывается нелинейной системой с меняющимися во времени параметрами.

Если отклонение  $\varphi$  настолько мало, что вместо (12.50) можно полагать

$$\Delta\varphi_{\Pi}(t) = f_{1\Pi}(t) + f_{2\Pi}(t)\varphi(t), \quad (12.51)$$

то, как нетрудно убедиться, структурная схема системы принимает вид, изображенный на рис. 12.9, б. При этом система не содержит нелинейных звеньев, но звено  $K_{1\varphi}(t)$  имеет меняющуюся во времени передаточную функцию времени. Это обстоятельство сильно усложняет анализ (по сравнению со случаем линейной системы с постоянными параметрами), особенно если учесть, что закон изменения  $K_{1\varphi}(t)$  не регулярный, а случайный. Кроме того, необходимо

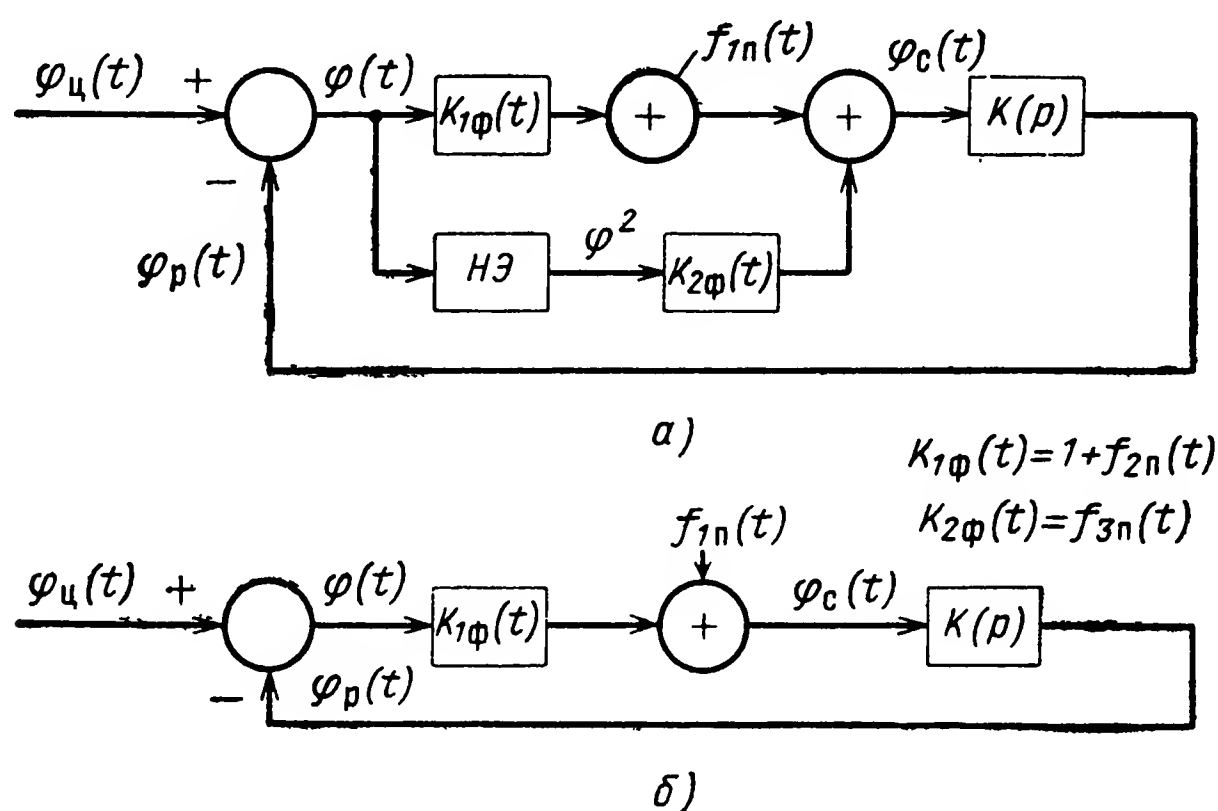


Рис. 12.9

иметь в виду, что передаточная функция  $K_{1\varphi}(t)$  зависит от помехи [от ее составляющей  $f_{2n}(t)$ ] и, следовательно, по отношению к помехе система, изображенная на рис. 12.9, б не может считаться линейной. Следовательно, даже в простейшем случае, когда комбинационная составляющая помехи зависит от отклонения  $\varphi$  линейно [см. соотношение (12.51)], анализ системы весьма резко усложняется. Однако, как показывает анализ {см., например, [1,45]} во многих реальных случаях действием комбинационной составляющей помехи можно пренебречь, по крайней мере в первом приближении. Рассмотрим условия, при которых такое пренебрежение допустимо. Пусть  $f_{1\Pi}(t)$  и  $f_{2\Pi}(t)$  — взаимно некоррелированные эргодические случайные процессы с нулевыми средними значениями и известными энергетическими спектрами  $g_1(f)$  и  $g_2(f)$  соответственно эквивалентной ширины  $\Delta f_{\varepsilon 1}$  и  $\Delta f_{\varepsilon 2}$  (рис. 12.10), т. е.

$$\Delta f_{\varepsilon 1} = \int_0^{\infty} \frac{g_1(f)}{g_1(0)} df, \quad \Delta f_{\varepsilon 2} = \int_0^{\infty} \frac{g_2(f)}{g_2(0)} df \quad (12.52)$$



и

$$\overline{f_{1п}^2} = g_1(0) \Delta f_{э1}, \quad \overline{f_{2п}^2} = g_2(0) \Delta f_{э2}. \quad (12.53)$$

Будем полагать, что полоса пропускания  $\Delta F_{э}$  много меньше эквивалентной ширины спектров помех, т. е.

$$\Delta F_{э} \ll \Delta f_{э1}, \quad \Delta F_{э} \ll \Delta f_{э2}. \quad (12.54)$$

Наконец, примем для простоты, что динамическая ошибка системы  $\varphi_d$  не зависит от времени.

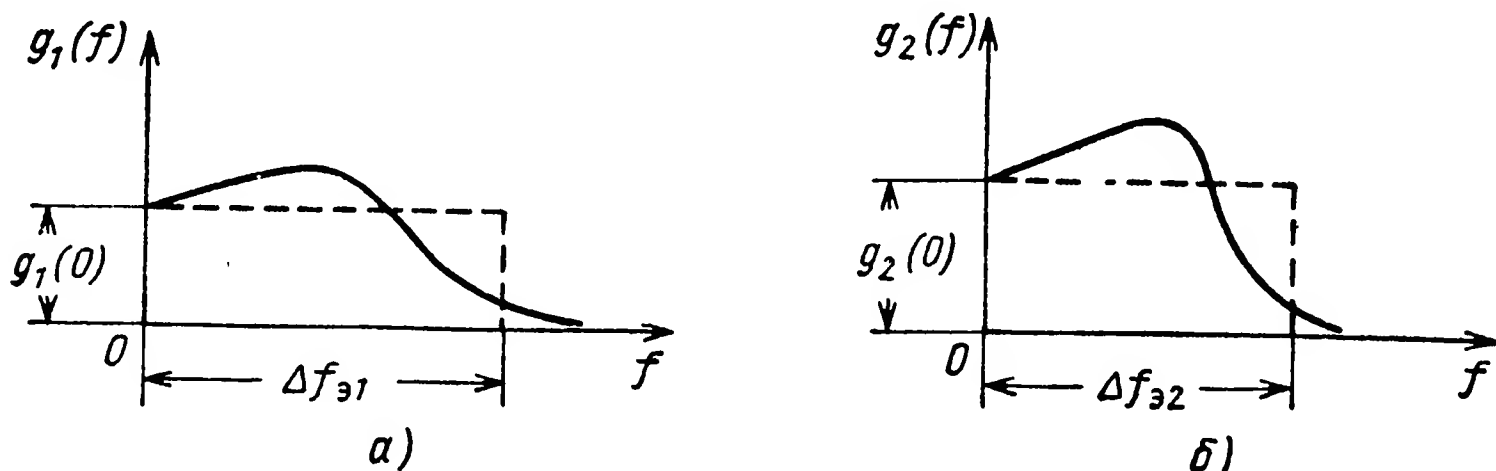


Рис. 12.10

С учетом всех этих допущений можно доказать [45], что средний квадрат ошибки равен

$$\left. \begin{aligned} \overline{\varphi^2} &= \gamma [\varphi_d^2 + g_1(0) \Delta F_{э}], \\ \text{где} \quad \gamma &= \frac{1}{1-a} = (1 + a + a^2 + \dots), \\ a &= \overline{f_{2п}^2} \frac{\Delta F_{э}}{\Delta f_{э2}}. \end{aligned} \right\} \quad (12.55)$$

При отсутствии комбинационной составляющей (т. е. при  $\overline{f_{2п}^2} = 0$ ) получается  $a = 0$ ,  $\gamma = 1$  и

$$\overline{\varphi^2} = \varphi_d^2 + g_1(0) \Delta F_{э}. \quad (12.56)$$

Следовательно коэффициент  $\gamma$  показывает, во сколько раз увеличивается средний квадрат ошибки  $\overline{\varphi^2}$  за счет действия комбинационной составляющей помехи.

При выводе формулы (12.55) полагалось, что действие комбинационной составляющей сравнительно невелико, т. е.  $a \ll 1$ . Из выражений (12.55) следует, что влиянием комбинационной составляющей помехи можно пренебречь (т. е. полагать  $\gamma \approx 1$ ) при выполнении условия

$$\overline{f_{2п}^2} \frac{\Delta F_{э}}{\Delta f_{э2}} \leq 0,1, \quad (12.57)$$

т. е. при достаточно малой полосе пропускания системы управления по сравнению с шириной спектра комбинационной составляющей  $f_{2\pi}(t)$  помехи. Для большинства реальных типов помех это условие выполняется достаточно хорошо.

#### § 12.4. АНАЛИЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ПЕРЕКРЕСТНЫХ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ КАНАЛАМИ

В главе 9 отмечалось, что при наличии перекрестных связей необходимо рассматривать действие обоих каналов управления совместно. При этом каждое звено системы и система в целом характеризуется матричными коэффициентами передачи вида

$$\|K\| = \begin{vmatrix} Q_{11}(p) & Q_{12}(p) \\ Q_{21}(p) & Q_{22}(p) \end{vmatrix},$$

зависящими от **четырёх** передаточных функций:  $Q_{11}(p)$ ,  $Q_{12}(p)$ ,  $Q_{21}(p)$  и  $Q_{22}(p)$ . Это обстоятельство делает анализ системы весьма громоздким.

Значительное упрощение имеет место в тех случаях, когда матрица  $\|K\|$  имеет антисимметричный вид, т. е. выполняются условия

$$Q_{11}(p) = Q_{22}(p), \quad Q_{12}(p) = -Q_{21}(p). \quad (12.58)$$

При этом

$$\|K\| = \begin{vmatrix} Q_{11}(p) & -Q_{21}(p) \\ Q_{21}(p) & Q_{11}(p) \end{vmatrix} \quad (12.59)$$

и определяется не четырьмя, а всего двумя передаточными функциями;  $Q_{11}(p)$  и  $Q_{21}(p)$ .

Условие (12.58) означает, что прямые передаточные функции каналов  $Q_{11}(p)$  и  $Q_{22}(p)$  должны быть одинаковыми, а перекрестные передаточные функции  $Q_{12}(p)$  и  $Q_{21}(p)$  — равными по величине, но противоположными по знаку. Такой антисимметричный характер перекрестных связей имеет место в ряде реальных случаев, и в частности в тех случаях, когда перекрестные связи вызваны скручиванием систем координат. Действительно, в случае скручивания матричный коэффициент передачи определяется выражением (9.11), и условия (12.58) выполняются.

Рассмотрим случай антисимметричных перекрестных связей более подробно. Так как в этом случае коэффициент передачи  $\|K\|$  определяется всего двумя передаточными функциями,  $Q_{11}(p)$  и  $Q_{21}(p)$ , оказывается возможным и удобным представить его в комплексном виде, т. е. положить

$$\|K\| = \vec{K} = Q_{11}(p) + jQ_{21}(p). \quad (12.60)$$

Для доказательства этого положения сравним соотношения, получающиеся при матричном и комплексном представлении коэффициента передачи звена (или системы в целом).

При матричном представлении уравнения звена записываются в виде

$$\vec{u}_2 = \|K\| \vec{u}_1. \quad (12.61)$$

Эта запись соответствует следующим уравнениям звена:

$$\left. \begin{aligned} u_{2x}(t) &= Q_{11}(p) u_{1x}(t) + Q_{12}(p) u_{1y}(t), \\ u_{2y}(t) &= Q_{21}(p) u_{1x}(t) + Q_{22}(p) u_{1y}(t), \end{aligned} \right\} \quad (12.62)$$

где  $(u_{1x}, u_{1y})$  и  $(u_{2x}, u_{2y})$  — соответственно составляющие векторов  $\vec{u}_1$  и  $\vec{u}_2$ . При антисимметричных связях, т. е. при выполнении условий (12.58), эти уравнения принимают следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} u_{2x}(t) &= Q_{11}(p) u_{1x}(t) - Q_{21}(p) u_{1y}(t), \\ u_{2y}(t) &= Q_{21}(p) u_{1x}(t) + Q_{11}(p) u_{1y}(t). \end{aligned} \right\} \quad (12.63)$$

Применим теперь вместо матричной комплексную форму записи, т. е. будем полагать

$$\left. \begin{aligned} \|K\| &= \vec{K} = Q_{11}(p) + jQ_{21}(p), \\ \vec{u}_1(t) &= u_{1x}(t) + ju_{1y}(t), \\ \vec{u}_2(t) &= u_{2x}(t) + ju_{2y}(t). \end{aligned} \right\} \quad (12.64)$$

Тогда, если соотношение (12.61) остается справедливым, должны иметь место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} u_{2x}(t) + ju_{2y}(t) &= [Q_{11}(p) + jQ_{21}(p)] [u_{1x}(t) + ju_{1y}(t)] = \\ &= Q_{11}(p) u_{1x}(t) - Q_{21}(p) u_{1y}(t) + j[Q_{21}(p) u_{1x}(t) + Q_{11}(p) u_{1y}(t)]. \end{aligned}$$

Приравнивая отдельно действительные части и коэффициенты при  $j$ , получаем

$$\begin{aligned} u_{2x}(t) &= Q_{11}(p) u_{1x}(t) - Q_{21}(p) u_{1y}(t), \\ u_{2y}(t) &= Q_{21}(p) u_{1x}(t) + Q_{11}(p) u_{1y}(t), \end{aligned}$$

что полностью совпадает с уравнениями (12.63) рассматриваемой системы.

Отсюда вытекает, что при антисимметричных перекрестных связях допустимо применять следующий метод анализа:

1. Представляем векторы  $\vec{u}_1$  и  $\vec{u}_2$  и матрицу  $\|K\|$  в виде комплексных величин в соответствии с выражениями (12.64).

2. При этом остается справедливым уравнение (12.61), и связь между функциями времени  $u_{2x}(t)$ ,  $u_{2y}(t)$  и  $u_{1x}(t)$ , и  $u_{1y}(t)$  может быть найдена из уравнения (12.61) путем применения обычных методов комплексного исчисления и приравнивания в полученных комплексных уравнениях действительных частей и коэффициентов при  $j$ . Применение комплексной записи вида (12.64) удобно тем, что оно позволяет при анализе перекрестных связей перейти от матричного исчисления к более простому, комплексному исчислению.

Рассмотрим в качестве иллюстрации применение этого метода к анализу влияния скручивания координат, возникающего в коор-

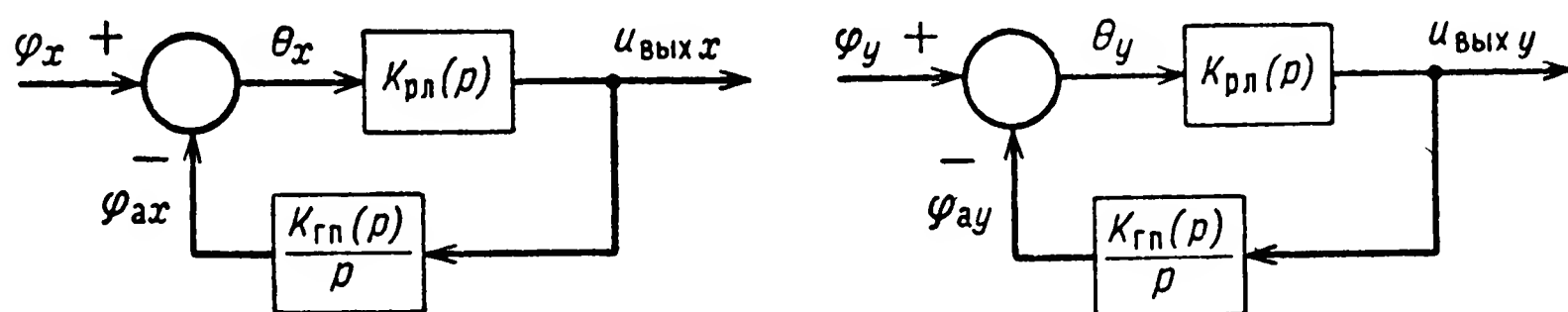


Рис. 12.11

динаторе системы самонаведения со следящим гирос приводом. Принцип действия этого координатора был рассмотрен в гл. 6.

При отсутствии в координаторе скручивания и других источников перекрестных связей его структурная схема для каждого из двух каналов измерения угла  $\vec{\varphi}$  изображена на рис. 6.11. Поэтому при отсутствии перекрестных связей и идентичности каналов координатор описывается двумя структурными схемами каналов измерения составляющих  $\varphi_x$  и  $\varphi_y$  угла  $\vec{\varphi}$ , как показано на рис. 12.11\*.

Пусть теперь в координаторе имеет место скручивание координат на угол  $\tau$ . Если в координаторе применяется коническое сканирование, то, как отмечалось в гл. 9, такое скручивание возникнет, например, при сдвиге на угол  $\tau$  фазы сигнала ошибки или опорного напряжения.

Предположим для простоты, что инерционность радиолокатора, т. е. звена  $K_{рл}(p)$ , определяется в основном инерционностью его выходного каскада (содержащего, например, магнитный усилитель или фильтр нижних частот), а скручивание или эффект, аналогичный скручиванию, имеет место в практически безынерционной части. Тогда этот эффект приводит к тому, что на вход радиолокатора вместо угловых отклонений  $\theta_x$  и  $\theta_y$  поступают отклонения  $\theta'_x$  и  $\theta'_y$ , связанные с  $\theta_x$  и  $\theta_y$  матрицей скручивания  $\|K_c\|$  [см. формулу (9.11)], т. е.

\* Здесь  $K_{рл}(p)$  обозначено  $K_{л}(p)$ .

где

$$\left. \begin{aligned} \vec{\theta}' &= \|K_c\| \vec{\theta}, \\ \|K_c\| &= \begin{bmatrix} \cos \tau & \sin \tau \\ -\sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (12.65)$$

При этом структурная схема координатора принимает вид, изображенный на рис. 12.12.

Так как матрица (12.65) соответствует антисимметричным перекрестным связям, а другие источники перекрестных связей в схе-

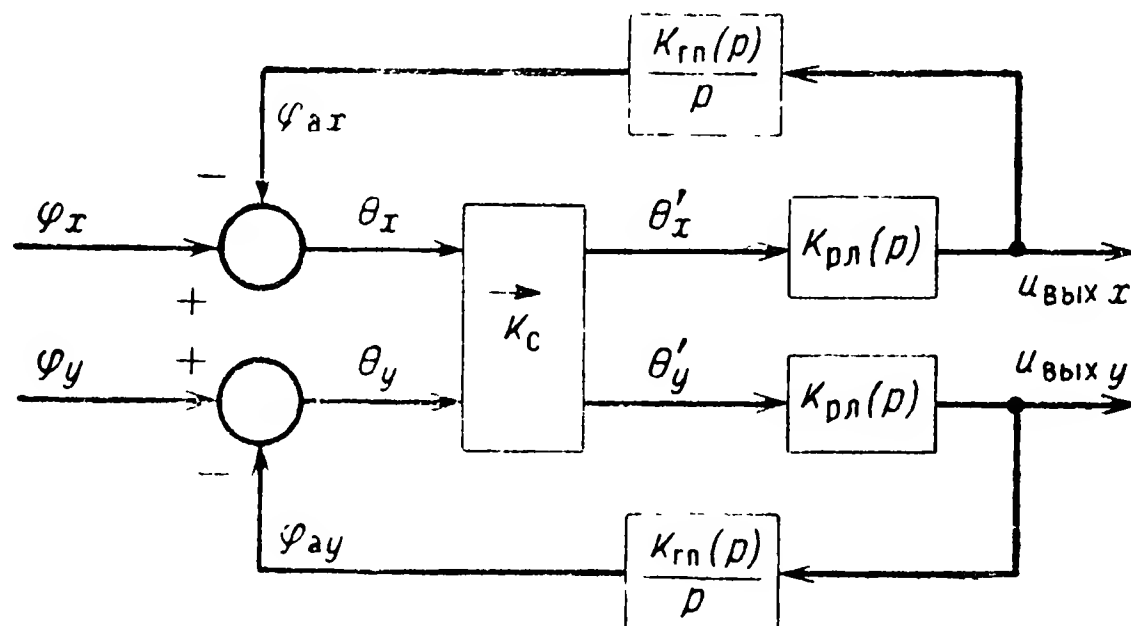


Рис. 12.12

ме рис. 12.12 полагаются отсутствующими, к анализу этой схемы применим указанный выше комплексный метод учета перекрестных связей. В соответствии с этим методом полагаем

$$\|K_c\| = \vec{K}_c = Q_{11}(p) + jQ_{21}(p).$$

В данном случае

$$Q_{11}(p) = \cos \tau \quad \text{и} \quad Q_{21}(p) = -\sin \tau;$$

поэтому

$$\vec{K}_c = \cos \tau - j \sin \tau = e^{-j\tau}. \quad (12.66)$$

Далее полагаем

$$\left. \begin{aligned} \vec{\varphi} &= \varphi_x + j\varphi_y, \quad \vec{\varphi}_a = \varphi_{ax} + j\varphi_{ay}, \\ \vec{\theta} &= \theta_x + j\theta_y, \quad \vec{u}_{\text{вых}} = u_{\text{вых } x} + ju_{\text{вых } y}. \end{aligned} \right\} \quad (12.67)$$

При этом из схемы рис. 12.12 и соотношений (12.66) и (12.67) получаем:

$$\left. \begin{aligned} \vec{\theta} &= \vec{\varphi} - \vec{\varphi}_a, \quad \vec{u}_{\text{вых}}(t) = K_{рл}(p) \vec{K}_c \vec{\theta}(t), \\ \vec{\varphi}_a(t) &= \frac{K_{гп}(p)}{p} K_{рл}(p) \vec{K}_c \vec{\theta}(t), \end{aligned} \right\} \quad (12.68)$$

$$\overrightarrow{\varphi_a(t)} = \frac{1}{1 + \frac{p}{K_{гп}(p) K_{рл}(p) \overrightarrow{K_c}}} \overrightarrow{\varphi(t)}. \quad (12.69)$$

Предположим далее для простоты, что

$$K_{гп}(p) K_{рл}(p) = \frac{K_0}{1 + Tp}. \quad (12.70)$$

Тогда соотношение (12.69) принимает вид

$$\overrightarrow{\varphi_a(t)} = \frac{K_0 \overrightarrow{K_c}}{K_0 \overrightarrow{K_c} + p(1 + Tp)} \overrightarrow{\varphi(t)}. \quad (12.71)$$

Для оценки влияния перекрестных связей на устойчивость системы в характеристическом уравнении системы, которое, как следует из (12.71), имеет вид

$$K_0 \overrightarrow{K_c} + \lambda(1 + T\lambda) = 0$$

нужно заменить  $\lambda$  на  $j\omega$ . При этом с учетом выражения (12.66) получается следующее комплексное уравнение, определяющее критическое значение  $\tau_{кр}$  угла скручивания, соответствующее границе области устойчивости:

$$K_0 \cos \tau_{кр} - jK_0 \sin \tau_{кр} + j\omega(1 + Tj\omega) = 0.$$

Это уравнение распадается на два уравнения:

$$K_0 \cos \tau_{кр} - \omega^2 T = 0$$

и

$$-K_0 \sin \tau_{кр} + \omega = 0,$$

из которых следует, что

$$\sin \tau_{кр} \operatorname{tg} \tau_{кр} = \frac{1}{K_0 T}.$$

По этой формуле построена кривая, изображенная на рис. 12.13. При  $K_0 T > 2$  можно с достаточной точностью полагать

$$\tau_{кр} \approx \frac{1}{\sqrt{K_0 T}}. \quad (12.72)$$

Из кривой, изображенной на рис. 12.13, и формулы (12.72) следует, что критический угол скручивания, вызывающий потерю устойчивости системы, уменьшается при увеличении инерционности си-

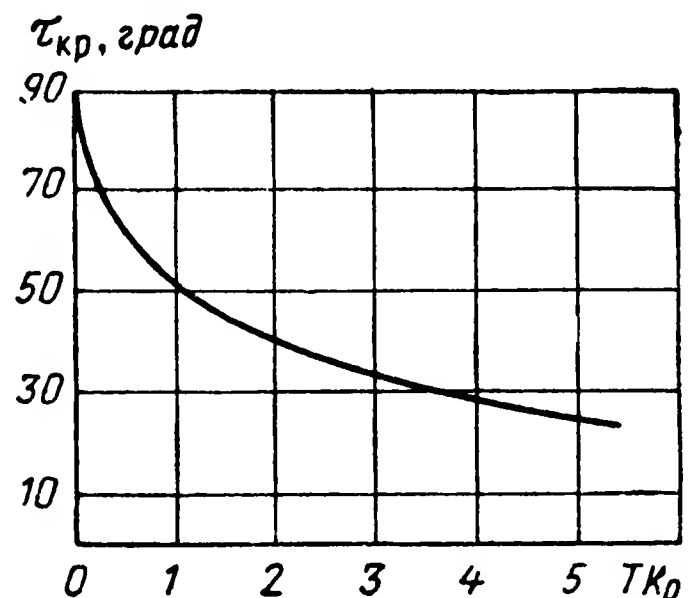


Рис. 12.13

стемы ( $T$ ) и коэффициента передачи  $K_0$ . Очевидно, для получения должного запаса устойчивости следует обеспечить

$$\tau \leq 0,1 \div 0,2 \tau_{кр}. \quad (12.73)$$

Соотношение (12.69) позволяет также судить и о качестве переходных процессов в системе. Рассмотрим, например, процесс установления угла  $\vec{\varphi}_a(t)$  при скачке угла  $\vec{\varphi}(t)$ .

Положив в (12.69) для простоты  $T = 0$ , получим

$$\overrightarrow{\varphi_a(t)} = \frac{1}{1 + \frac{\rho}{K_0 \vec{K}_c}} \overrightarrow{\varphi(t)}. \quad (12.74)$$

При этом характеристическое уравнение системы имеет вид

$$\vec{\lambda} + K_0 \vec{K}_c = 0, \quad \text{т. е.} \quad \vec{\lambda} = -K_0 \vec{K}_c.$$

Поэтому при подаче на вход (при  $t = 0$ ) скачка  $\vec{\varphi} = \vec{\varphi}_0$ , получим

$$\overrightarrow{\varphi_a(t)} = \left(1 - e^{-K_0 \vec{K}_c t}\right) \vec{\varphi}_0. \quad (12.75)$$

Пусть для конкретности  $\vec{\varphi}_0 = \varphi_{0x}$ , т. е. скачок происходит только в одной плоскости  $zx$ . Тогда

$$\overrightarrow{\varphi_a(t)} = \left(1 - e^{-K_0 \vec{K}_c t}\right) \varphi_{0x}.$$

В дальнейшем будем для простоты считать начальный скачок единичным, т. е. полагать  $\varphi_{0x} = 1$ . Тогда

$$\overrightarrow{\varphi_a(t)} = 1 - e^{-K_0 \vec{K}_c t}.$$

Подставляя сюда значение  $\vec{K}_c$  из (12.66), получаем

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{ax}(t) &= 1 - e^{-tK_0 \cos \tau} \cos(tK_0 \sin \tau), \\ \varphi_{ay}(t) &= -e^{-tK_0 \cos \tau} \sin(tK_0 \sin \tau). \end{aligned} \right\} \quad (12.76)$$

При отсутствии скручивания  $\tau = 0$  и из (12.76) получаем

$$\varphi_{ax}(t) = 1 - e^{-K_0 t}, \quad \varphi_{ay}(t) = 0, \quad (12.77)$$

т. е., как и следовало ожидать, при этом угловое отклонение оси равносигнальной зоны происходит только в плоскости  $zx$  и аperiodически стремится к установившемуся значению, равному единице.

При  $\tau = 90^\circ$  из (12.76) получается

$$\varphi_{ax}(t) = 1 - \cos K_0 t, \quad \varphi_{ay}(t) = -\sin K_0 t, \quad (12.78)$$

т. е. отклонения оси равносигнальной зоны имеют место как в плоскости  $zx$ , так и в плоскости  $zy$  (хотя скачок на входе имел место



только в плоскости  $zx$ ), причем эти отклонения имеют незатухающий характер, т. е. система теряет устойчивость.

В системе координат  $\varphi_{ax}, \varphi_{ay}$  (рис. 12.14) случаю  $\tau = 0$ , т. е. уравнениям (12.77), соответствует отрезок прямой  $0I$ , а случаю  $\tau = 90^\circ$ , т. е. уравнениям (12.78), — окружность единичного радиуса с центром в точке  $I, 0$ . Другим значениям  $\tau$  на рис. 12.14 соответствуют закручивающиеся спирали (при  $\tau < 90^\circ$ ) или раскручивающиеся спирали (при  $\tau > 90^\circ$ ). Построение этих спиралей нетрудно произвести на основе уравнений (12.76). Стрелками на рис. 12.14 по-

казано направление движения изображающей точки при возрастании времени. Изображающую точку (например, точку  $A$  на рис. 12.14) можно рассматривать как проекцию на плоскость  $\varphi_{ax}\varphi_{ay}$  некоторой фиксированной точки, расположенной на оси равносигнальной зоны. Поэтому кривые, изображенные на рис. 12.14, являются траекториями движения этой точки и наглядно характеризуют движение оси РсЗ (равносигнальной зоны): при  $\tau = 90^\circ$  ось РсЗ совершает незатухающие колебания вокруг возникшего скачком направления на цель; при  $\tau < 90^\circ$  каждая точка этой оси приближается к направлению на цель по скручивающейся спирали, а при  $\tau > 90^\circ$  она удаляется от направления на цель по раскручивающейся спирали. При  $\tau = 0$  каждая точка оси РсЗ приближается к направлению на цель по прямой (при малых угловых отклонениях), т. е. по кратчайшему пути.

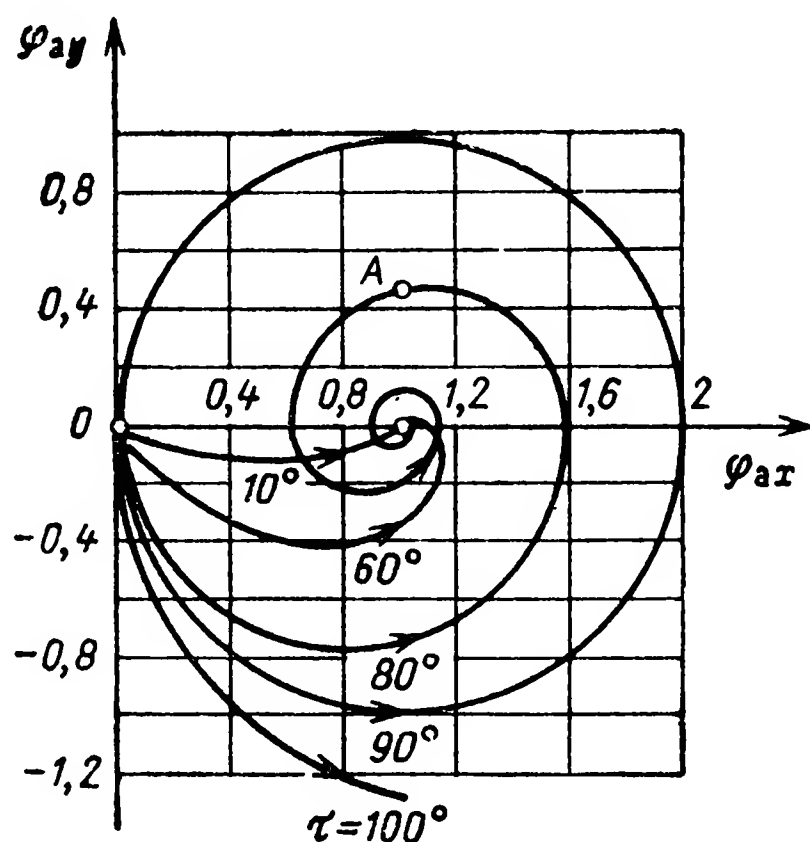


Рис. 12.14

Отсюда видно, что качество переходного процесса ухудшается с ростом угла скручивания  $\tau$ . Задаваясь допустимой величиной этого ухудшения, можно тем самым определить допустимый угол скручивания.

### К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. Перечислите основные методы исследования систем радиуправления и дайте их краткий сравнительный анализ.

2. Для схемы рис. 12.3 найдите выражения для динамической и флуктуационной составляющих углового отклонения  $\varphi(t)$  и его производной, полагая, что флуктуационная помеха не имеет комбинационной составляющей и является стационарным случайным процессом с нулевым средним значением и известным энергетическим спектром  $g_n(f)$ .

3. Что понимается под эквивалентными шумовой полосой пропускания системы,  $\Delta F_3$ , и шириной спектра помехи,  $\Delta f_3$ ? Какова методика вычисления величин  $\Delta F_3$  и  $\Delta f_3$ ?

4. Каков механизм действия комбинационной составляющей помехи? При каких условиях этим действием можно пренебрегать?

5. Перечислите основные допущения, принятые при выводе формулы (12.34) для среднего квадрата промаха. (Часть этих допущений была принята в данной главе и часть — в гл. 11.)

6. Докажите, что при антисимметричных перекрестных связях уравнение (12.61) остается справедливым, если матричный коэффициент передачи  $\|K\| = \begin{vmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{vmatrix}$  представить в комплексном виде  $\vec{K} = Q_{11} + jQ_{21}$ .

7. Как изменится рис. 12.14, если начальный скачок  $\vec{\Phi}_0$  будет иметь место не в плоскости  $zx$ , а в плоскости  $zy$ , а угол скручивания  $\tau$  изменит знак на обратный?

Литература [1, 3].

---

## АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

### § 13.1. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ В ЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМАХ

Здесь и далее линейные системы с переменными параметрами называются для краткости линейными нестационарными системами, а системы с постоянными параметрами — стационарными системами. Как известно, линейная стационарная система при нулевых начальных условиях полностью характеризуется своей импульсной реакцией  $g(t)$ , т. е. реакцией на импульс в виде  $\delta$ -функции  $\delta(t)$ . Аналогично этому линейная нестационарная система при нулевых начальных условиях полностью характеризуется импульсной реакцией  $g(t, \tau)$ .

Под  $g(t, \tau)$  понимается, по определению, реакция на выходе системы в момент  $t$  при воздействии на ее вход в момент  $\tau$  импульса в виде  $\delta$ -функции,  $\delta(t - \tau)$ , при нулевых начальных условиях. Следовательно, если  $u_1(t)$  — входное воздействие, а  $u_2(t)$  — реакция на выходе системы, то при нулевых начальных условиях и  $u_1(t) = \delta(t - \tau)$  должно быть  $u_2(t) = g(t, \tau)$ . Очевидно, что в любой физически реализуемой системе должно быть

$$g(t, \tau) = 0 \quad \text{при} \quad t \leq \tau. \quad (13.1)$$

Если реакция  $g(t, \tau)$  известна, то при нулевых начальных условиях

$$u_2(t) = \int_{t_0}^t g(t, \tau) u_1(\tau) d\tau. \quad (13.2)$$

Здесь  $t_0$  — момент возникновения входного воздействия, т. е.

$$u_1(t) = 0 \quad \text{при} \quad t < t_0. \quad (13.3)$$

Следовательно, если импульсная реакция системы  $g(t, \tau)$  известна, то реакция системы на воздействие  $u_1(t)$  произвольного вида может быть определена по формуле (13.2).

Иногда удобнее пользоваться спектральным методом, т. е. представлять входное воздействие  $u_1(t)$  в виде преобразования Фурье

$$\left. \begin{aligned} u_1(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(j\omega) e^{j\omega t} d\omega, \\ F_1(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} u_1(t) e^{-j\omega t} dt \end{aligned} \right\} \quad (13.4)$$

— комплексный спектр входного воздействия.

Так как система линейна, то к ней применим принцип суперпозиции и реакцию на выходе можно представить в виде

$$u_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1(j\omega) K(j\omega, t) e^{j\omega t} d\omega, \quad (13.5)$$

где  $K(j\omega, t)$  — комплексный коэффициент передачи системы.

Так как система имеет переменные во времени параметры, то этот коэффициент передачи является функцией не только частоты  $\omega$ , но и времени  $t$ .

Подобно тому как для стационарной линейной системы ее коэффициент передачи  $K(j\omega)$  связан с импульсной реакцией преобразованием Фурье, коэффициент передачи  $K(j\omega, t)$  нестационарной линейной системы связан с ее импульсной реакцией  $g(t, \tau)$  преобразованием

$$K(j\omega, t) = \int_{-\infty}^t g(t, \tau) e^{-j\omega(t-\tau)} d\tau. \quad (13.6)$$

Применение вместо преобразования Фурье (13.4) преобразования Лапласа, т. е. представление входного воздействия в виде

$$\left. \begin{aligned} u_1(t) &= \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F_1(s) e^{st} ds, \\ F_1(s) &= \int_0^{\infty} u_1(t) e^{-st} dt, \end{aligned} \right\} \quad (13.7)$$

приводит к следующим соотношениям [36]:

$$u_2(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} K(s, t) F_1(s) e^{st} ds, \quad (13.8)$$

где

$$K(s, t) = \int_{-\infty}^t g(t, \tau) e^{-s(t-\tau)} d\tau. \quad (13.8')$$

Из соотношений (13.6) и (13.8') следует, что, как и в случае систем с постоянными параметрами, передаточная функция  $K(s, t)$  может быть получена из комплексного коэффициента передачи  $K(j\omega, t)$  простой заменой  $j\omega$  на  $s$ . Очевидно, справедливо и обратное положение, т. е.

$$K(j\omega, t) = K(s, t) |_{s=j\omega}. \quad (13.9)$$

Сложность анализа нестационарных линейных систем состоит в том, что получить точные аналитические выражения для импульсной реакции  $g(t, \tau)$  [или для передаточной функции  $K(s, t)$ ] удается только в некоторых простейших случаях. В общем же случае реакцию  $g(t, \tau)$  удастся определить лишь каким-либо приближенным способом или путем эксперимента, выполненного на исследуемой системе или ее модели. В интересующих нас случаях анализа систем управления провести такой эксперимент на реальной системе практически невозможно и приходится выполнять его на электронной модели системы.

Весьма существенное упрощение анализа имеет место в тех случаях, когда реакцию на выходе системы  $u_2(t)$  достаточно знать лишь для некоторого фиксированного момента времени  $t_k$ . Так, например, если мы уверены, что в течение всего процесса самонаведения система остается линейной (т. е. не требуется проверка линейности системы на всем этапе самонаведения), то для определения промаха, как отмечалось выше, достаточно определить угловую скорость линии визирования  $\omega_y$  всего для одного момента времени  $t_m$  — момента вхождения ракеты в мертвую зону (или в зону квазистационарной встречи), т. е. в данном случае  $t_k = t_m$ . Но из (13.2) следует, что

$$u_2(t_k) = \int_{t_0}^{t_k} g(t_k, \tau) u_1(\tau) d\tau.$$

Следовательно, для определения эффекта на выходе системы в фиксированный момент  $t = t_k$  достаточно знать импульсную реакцию  $g(t, \tau)$  также только для этого фиксированного момента времени. Иначе говоря, при этом достаточно знать импульсную реакцию как функцию второго аргумента ( $\tau$ ) при фиксированном значении первого аргумента ( $t_k$ ).

Можно доказать (см., например, [36]), что получить функцию  $g(t_k, \tau)$  путем моделирования проще всего на модели сопряженной линейной системы. При этом системой, сопряженной с данной, называется такая линейная система, импульсная реакция которой получается из импульсной реакции данной системы изменением ролей аргументов. Следовательно, импульсная реакция  $g^*(t, \tau)$  сопряженной системы должна удовлетворять условию

$$g^*(t, \tau) = g(\tau, t). \quad (13.10)$$

Исходя из этого определения в теории авторегулирования найдены правила построения системы, сопряженной по отношению к данной (см., например, [36]). Доказано, в частности, что при моделировании сопряженной системы необходимо принять за независимую переменную отрицательное время и моделировать его реальным физическим временем. При этом операторы дифференцирования и интегрирования реальной системы сохраняют свои функции и в сопряженной системе. Обратные связи также сохраняют свою роль; точки разветвления заменяются сумматорами, а сумматоры — точками разветвления. Отсюда следует, что если известна структурная схема реальной системы, то получить из нее структурную схему сопряженной системы можно путем сравнительно простых изменений.

Из (13.10) следует, что если на вход сопряженной системы подать в некоторый момент  $t = t_k$  краткий импульс длительностью  $\tau_i$  и амплитудой  $U_{\Pi}$ , то созданная им реакция на выходе системы будет равна  $U_{\Pi} \tau_i g(t_k, \tau)$ .

Следовательно, при наличии модели сопряженной системы для определения реакции  $g(t_k, \tau)$  достаточно, в принципе, всего один раз подать на вход этой системы краткий импульс и зарегистрировать реакцию на выходе.

Рассмотрим теперь особенности прохождения через нестационарные линейные системы флуктуационных воздействий.

Пусть теперь  $u_1(t)$  — случайный процесс, в общем случае нестационарный. Его можно представить в виде

$$u_1(t) = m_1(t) + u_1^{\circ}(t), \quad (13.11)$$

где

$$m_1(t) = \overline{u_1(t)} \quad (13.12)$$

— математическое ожидание (статистическое среднее значение) процесса  $u_1(t)$ ;

$$u_1^{\circ}(t) = u_1(t) - m_1(t) \quad (13.13)$$

— центрированный случайный процесс, математическое ожидание которого равно нулю.

Так как  $m_1(t)$  — детерминированная (неслучайная) функция времени, то  $m_1(t)$  и  $u_1^{\circ}(t)$  можно рассматривать как детерминированную и чисто случайную (т. е. не содержащую детерминированной составляющей) составляющие входного процесса  $u_1(t)$ . В дальнейшем для краткости будем называть чисто случайные колебания флуктуационными. Тогда выражение (13.11) означает, что процесс на входе в общем случае состоит из детерминированной составляющей  $m_1(t)$  и флуктуационной составляющей  $u_1^{\circ}(t)$ .

Так как рассматриваемая система линейна, к ней применим принцип наложения, т. е. можно полагать

$$u_2(t) = m_2(t) + u_2^{\circ}(t), \quad (13.14)$$

где  $m_2(t)$  — составляющая, созданная воздействием  $m_1(t)$ ,  $u_2^\circ(t)$  — составляющая, созданная воздействием  $u_1^\circ(t)$ .

Будем полагать, что параметры линейной системы могут меняться во времени лишь по детерминированным законам. Тогда детерминированная составляющая  $m_1(t)$  может вызвать на выходе только детерминированную составляющую, а флуктуационная составляющая — только флуктуационную составляющую. Поэтому  $m_2(t)$  будет математическим ожиданием процесса  $u_2(t)$ , а  $u_2^\circ(t)$  — флуктуационной составляющей этого процесса. Из сказанного следует, что при анализе линейных систем с параметрами, изменяющимися во времени по детерминированным законам, можно рассматривать прохождение через них детерминированных и флуктуационных составляющих входных воздействий (т. е. математических ожиданий и центрированных случайных функций) независимо. Поэтому для детерминированных составляющих (математических ожиданий) справедливо соотношение (13.2)

$$m_2(t) = \int_{t_0}^t g(t, \tau) m_1(\tau) d\tau. \quad (13.15)$$

Для каждой реализации процесса  $u_1^\circ(t)$  и соответствующей ей реализации на выходе  $u_2^\circ(t)$  соотношение (13.2) также справедливо, т. е.

$$u_2^\circ(t) = \int_{t_0}^t g(t, \tau) u_1^\circ(\tau) d\tau. \quad (13.16)$$

Формула (13.16) дает возможность найти лишь отдельные реализации флуктуационного процесса на выходе. Для полной же характеристики флуктуационного процесса нужно знать его многомерные (точнее, бесконечно-мерные) законы распределения. К сожалению, в общем случае найти точные многомерные законы распределения процесса на выходе линейной системы не удастся даже в тех случаях, когда эта система стационарна\*; тем более это относится к нестационарным системам. Поэтому мы ограничимся определением корреляционных функций процесса на выходе.

По определению, функция корреляции процесса на входе системы равна

$$R_1(t_1, t_2) = \overline{u_1^\circ(t_1) u_1^\circ(t_2)}, \quad (13.17)$$

а на выходе системы

$$R_2(t_1, t_2) = \overline{u_2^\circ(t_1) u_2^\circ(t_2)}. \quad (13.18)$$

---

\* Исключение составляет лишь случай, когда распределение на выходе системы нормальное или близкое к нормальному.



Из (13.16) и (13.18) следует, что

$$R_2(t_1, t_2) = \left[ \int_{t_0}^{t_1} g(t_1, \tau) u_1^\circ(\tau) d\tau \right] \left[ \int_{t_0}^{t_2} g(t_2, \tau) u_1^\circ(\tau) d\tau \right]. \quad (13.19)$$

Произведя в этом выражении операцию статистического усреднения и используя соотношение (13.17), можно привести выражение (13.19) к следующему виду (см., например, [36]):

$$R_2(t_1, t_2) = \int_{t_0}^{t_1} g(t_1, \tau) d\tau \int_{t_0}^{t_2} g(t_2, u) R_1(u, \tau) du. \quad (13.20)$$

Здесь  $R_1(u, \tau)$  получается из  $R_1(t_1, t_2)$  заменой переменных  $t_1$  и  $t_2$  соответственно на  $u$  и  $\tau$ .

Дисперсия  $\sigma_2^2(t)$  выходного процесса равна, по определению,

$$\sigma_2^2(t) = \overline{[u_2^\circ(t)]^2}. \quad (13.21)$$

Из (13.18) и (13.21) следует, что

$$\sigma_2^2(t) = R_2(t, t). \quad (13.22)$$

Поэтому с учетом (13.19) имеем

$$\sigma_2^2(t) = \int_{t_0}^t g(t, \tau) d\tau \int_{t_0}^t g(t, u) R_1(u, \tau) du. \quad (13.23)$$

Формулы (13.20) и (13.23) получены в предположении, что процесс на входе появляется в момент  $t = t_0$ . Пусть, например, в момент  $t_0$  на вход системы начинает воздействовать нестационарный белый шум, функция корреляции которого равна

$$R_1(t_1, t_2) = s_0(t_2) \delta(t_1 - t_2), \quad (13.24)$$

где  $s_0(t)$  — спектральная плотность шума (двусторонняя), т. е. средний квадрат шума в полосе 1 гц.

Тогда

$$R_1(u, \tau) = s_0(\tau) \delta(u - \tau), \quad (13.25)$$

и формула (13.23) дает

$$\sigma_2^2(t) = \int_{t_0}^t s_0(\tau) g^2(t, \tau) d\tau. \quad (13.26)$$

Если белый шум при  $t \geq t_0$  стационарен, т. е. при  $t \geq t_0$ ,  $s_0(t) = s_0 = \text{const}$ , то формула (13.26) дает

$$\sigma_2^2(t) = s_0 \int_{t_0}^t g^2(t, \tau) d\tau. \quad (13.27)$$

Если входной процесс, возникающий в момент  $t = t_0$ , в дальнейшем остается стационарным, то иногда оказывается более удобным пользоваться не временным, а спектральным методом анализа. При этом входной процесс характеризуется энергетическим спектром (спектральной плотностью)  $s_{\text{вх}}(\omega)$ , а линейная система — так называемой нестационарной параметрической передаточной функцией  $K_{\text{н}}(j\omega, t)$ , определяемой соотношением [37]

$$K_{\text{н}}(j\omega, t) = \int_{t_0}^t g(t, \tau) e^{-j\omega(t-\tau)} d\tau. \quad (13.28)$$

При этом формулы (13.20) и (13.23) принимают следующий вид:

$$R_2(t_1, t_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s_{\text{вх}}(\omega) K_{\text{н}}^*(j\omega, t_1) K_{\text{н}}(j\omega, t_2) e^{j\omega(t_2-t_1)} d\omega, \quad (13.29)$$

где  $K_{\text{н}}^*(j\omega, t)$  — комплекс, сопряженный с  $K_{\text{н}}(j\omega, t)$ ;

$$\sigma_2^2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s_{\text{вх}}(\omega) |K_{\text{н}}(j\omega, t)|^2 d\omega. \quad (13.30)$$

Из сравнения выражений (13.6) и (13.28) следует, что при  $t_0 = -\infty$

$$K_{\text{н}}(j\omega, t) = K(j\omega, t), \quad (13.31)$$

т. е. в установившемся режиме нестационарная передаточная параметрическая функция  $K_{\text{н}}(j\omega, t)$  совпадает с комплексным коэффициентом передачи системы  $K(j\omega, t)$ . Поэтому, если нас интересуют лишь установившиеся значения функции корреляции  $R_2(t_1, t_2)$  или дисперсии  $\sigma_2^2(t)$  (т. е. значения, имеющие место при  $t_0 = -\infty$  или при  $t \rightarrow \infty$ ), то в формулах (13.29) и (13.30) можно заменять  $K_{\text{н}}(j\omega, t)$  на  $K(j\omega, t)$ . Практически такая замена допустима, если  $R_2(t_1, t_2)$  и  $\sigma_2^2(t)$  определяются в моменты времени, превышающие длительность импульсной реакции системы  $g(t, \tau)$ . (Теоретически длительность импульсной реакции может быть бесконечно велика, но практически она затухает обычно настолько резко, что можно считать реакцию  $g(t, \tau)$  равной нулю после того, как она уменьшилась, например, до нескольких процентов от своего максимального значения.) Следовательно, в установившемся режиме можно вместо (13.29) и (13.30) полагать

$$R_2(t_1, t_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s_{\text{вх}}(\omega) K^*(j\omega, t_1) K(j\omega, t_2) e^{j\omega(t_2-t_1)} d\omega, \quad (13.32)$$

где  $K^*(j\omega, t)$  — комплекс, сопряженный с  $K(j\omega, t)$ , и

$$\sigma_2^2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s_{\text{вх}}(\omega) |K(j\omega, t)|^2 d\omega. \quad (13.33)$$

Приведенные выше формулы позволяют, в принципе, вычислить математическое ожидание  $m_2(t)$ , функцию корреляции  $R_2(t_1, t_2)$  и дисперсию  $\sigma_2^2(t)$  процесса  $u_2(t)$  на выходе нестационарной линейной системы.

Так как стационарная линейная система является частным случаем нестационарной, то из приведенных выше формул могут быть получены как частные случаи соответствующие формулы для линейных стационарных систем. В частности, при этом импульсная реакция  $g(t, \tau)$  оказывается зависящей только от разности  $(t - \tau)$ , т. е.

$$g(t, \tau) = g(t - \tau),$$

а коэффициент передачи  $K(j\omega, t)$  оказывается не зависящим от времени, т. е. получается

$$K(j\omega, t) = K(j\omega).$$

Из приведенных ранее соотношений следует, что в случае нестационарных линейных систем для расчета требуется знание импульсной реакции  $g(t, \tau)$  или коэффициента передачи  $K(j\omega, t)$ . Определение же этих характеристик, как отмечалось выше, в общем случае оказывается возможным лишь с помощью моделирования или какого-либо из приближенных методов. Один из методов определения коэффициента передачи  $K(j\omega, t)$  рассматривается в § 13.3.

### § 13.2. АНАЛИЗ СИСТЕМЫ САМОНАВЕДЕНИЯ ПРИ ИДЕАЛЬНОМ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОМ НАВЕДЕНИИ

Рассмотрим линеаризованную структурную схему системы самонаведения, изображенную на рис. 12.2. В этой схеме в соответствии с формулами (12.9) и (12.10)

$$K_1(p) = (\cos \gamma_{p0}) \frac{1}{p^2} K_{\text{а-с}}(p) K_{\text{рз}}(p),$$

$$r(t) = r_0 - (V_{\text{ц}} \cos \gamma_{\text{ц}0} + V_{\text{р}} \cos \gamma_{\text{р}0}) t.$$

Здесь

$$K_{\text{рз}}(p) K_{\text{а-с}}(p) = \frac{W_{\text{р}}(t)}{\varphi(t)}$$

— результирующий коэффициент передачи радиозвена и звена автопилот-снаряд.

При идеальном пропорциональном наведении должно выполняться условие (6.40), т. е.

$$K_{pz}(p) K_{a-c}(p) = cV_p p; \quad (6.40)$$

при этом

$$K_1(p) = \frac{cV_p \cos \gamma_{p0}}{p}. \quad (13.34)$$

Как отмечалось в предыдущей главе, такая схема отличается низкой помехоустойчивостью; поэтому при ее анализе мы будем считать помехи отсутствующими, т. е. полагать

$$\Delta\varphi_{\Pi}(t) = 0. \quad (13.35)$$

Так как в соответствии с (11.54) и (11.55) промах можно полагать равным

$$h = \frac{r_{M3}^2}{V_r} \omega_y, \quad (13.36)$$

где  $\omega_y = \dot{\varphi}$  — значение угловой скорости линии визирования в момент вхождения ракеты в мертвую зону (или в зону квазистационарной встречи), т. е. в момент

$$t_M = \frac{r_{M3}}{V_r},$$

то найдем сначала значение угловой скорости  $\omega_y(t)$  в произвольный момент времени  $t$ .

Из схемы, приведенной на рис. 12.2 с учетом соотношений (13.34) и (13.35), имеем

$$r(t) \varphi(t) = A_{\Pi}(t) - cV_p \cos \gamma_{p0} \frac{\varphi(t)}{p}.$$

Дифференцируя левую и правую части этого уравнения по времени и учитывая, что  $\omega_y = \dot{\varphi} = p\dot{\varphi}$  и

$$\dot{r} = -(V_{\Pi} \cos \gamma_{\Pi 0} + V_p \cos \gamma_{p0}) = -V_{0r}, \quad (13.37)$$

получаем

$$(cV_p \cos \gamma_{p0} - V_{0r}) \varphi(t) + r(t) \omega_y(t) = \dot{A}_{\Pi}(t).$$

Проводя повторное дифференцирование обеих частей уравнения по времени и учитывая (13.37), получаем

$$(cV_p \cos \gamma_{p0} - 2V_{0r}) \omega_y(t) + r(t) \dot{\omega}_y(t) = \frac{\ddot{A}_{\Pi}(t)}{r(t)}. \quad (13.38)$$

Учитывая, что

$$\ddot{A}_{\Pi}(t) = p^2 \dot{A}_{\Pi}(t) = W_{\Pi}(t) \cos \gamma_{\Pi 0},$$

и обозначая

$$\frac{1}{\tau_{\omega}(t)} = \frac{cV_p \cos \gamma_{p0} - 2V_{0r}}{r(t)}, \quad (13.39)$$

нетрудно привести уравнение (13.38) к следующему виду:

$$\dot{\omega}_y(t) + \frac{1}{\tau_{\omega}(t)} \omega_y(t) = f(t), \quad (13.40)$$

где

$$f(t) = \frac{W_{\Pi}(t)}{r(t)} \cos \gamma_{ц0}. \quad (13.41)$$

Из этих соотношений следует, что при принятых допущениях система самонаведения описывается линейным дифференциальным уравнением первого порядка с меняющимся во времени параметром вида

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = -Q(x)$$

и имеет решение

$$\omega_y(t) = e^{-\int_0^t \frac{dt}{\tau_{\omega}(t)}} \left[ \omega_{y0} + \int_0^t f(t) e^{\int_0^t \frac{dt}{\tau_{\omega}(t)}} dt \right], \quad (13.42)$$

где  $\omega_{y0} = \omega_y(0)$  — значение угловой скорости линии визирования в момент  $t = 0$ , т. е. в момент начала самонаведения.

Так как в соответствии с (5.25)

$$\Delta\beta(t) = \frac{r(t)}{V_p \cos \beta_0} \omega_y(t),$$

то

$$\omega_{y0} = \Delta\beta_0 \frac{V_p \cos \beta_0}{r_0}, \quad (13.43)$$

где  $\Delta\beta_0$  — начальная ошибка упреждения.

Из формул (13.36), (13.41), (13.42) и (13.43) следует, что при принятых допущениях угловая скорость  $\omega_y(t)$ , а следовательно, и промах  $h$  вызываются двумя причинами — начальной ошибкой упреждения  $\Delta\beta_0$  и маневром цели (ускорением цели  $W_{ц}$ ). При этом действие, вызываемое начальной ошибкой упреждения, не зависит от величины ускорения цели, а эффект, вызываемый ускорением цели, не зависит от величины начальной ошибки упреждения  $\Delta\beta_0$ . Поэтому в данном случае допустимо рассматривать действие обоих указанных источников ошибок самонаведения независимо (следует учитывать лишь знаки соответствующих составляющих ошибок).

Рассмотрим в качестве примера возмущение в виде скачка ускорения в момент  $t = 0$ , т. е. положим

$$\left. \begin{aligned} W_{\text{ц}}(t) &= W_{\text{ц}} \quad \text{при } t \geq 0, \\ W_{\text{ц}}(t) &= 0 \quad \text{при } t < 0. \end{aligned} \right\} \quad (13.44)$$

При этом формула (13.42) дает

$$\omega_y(t) = e^{-\int_0^t \frac{dt}{\tau_{\omega}(t)}} \left[ \omega_{y0} + W_{\text{ц}} (\cos \gamma_{\text{ц}0}) \int_0^t \frac{1}{r(t)} e^{\int_0^t \frac{dt}{\tau_{\omega}(t)}} dt \right]. \quad (13.45)$$

Из (12.10) и (13.39) следует, что

$$r(t) = r_0 - V_{0r} t \quad (13.46)$$

и

$$\frac{1}{\tau_{\omega}(t)} = \frac{n}{\frac{r_0}{V_{0r}} - t}, \quad (13.47)$$

где

$$V_{0r} = V_p \cos \gamma_{p0} + V_{\text{ц}} \cos \gamma_{\text{ц}0}; \quad (13.48)$$

$$n = \frac{cV_p \cos \gamma_{p0}}{V_{0r}} - 2. \quad (13.49)$$

С учетом принятых обозначений интегрирование выражения (13.45) дает (при  $n \neq 0$ )

$$\omega_y(t) = \omega_{y0} \left(1 - \frac{V_{0r} t}{r_0}\right)^n + \frac{W_{\text{ц}} \cos \gamma_{\text{ц}0}}{n V_{0r}} \left[1 - \left(1 - \frac{V_{0r} t}{r_0}\right)^n\right]. \quad (13.50)$$

Но из (13.46) следует, что

$$1 - \frac{V_{0r} t}{r_0} = \frac{r(t)}{r_0}, \quad (13.51)$$

поэтому (13.50) можно записать также в следующем виде:

$$\omega_y(t) = \omega_{y0} \left[\frac{r(t)}{r_0}\right]^n + \frac{W_{\text{ц}} \cos \gamma_{\text{ц}0}}{n V_{0r}} \left\{1 - \left[\frac{r(t)}{r_0}\right]^n\right\}. \quad (13.52)$$

Так как при рассматриваемом идеальном пропорциональном наведении поперечное ускорение ракеты  $W_p(t)$  связано с угловой скоростью  $\omega_y(t)$  соотношением

$$W_p(t) = cV_p \omega_y(t), \quad (13.53)$$

то

$$W_p(t) = cV_p \omega_{y0} \left[\frac{r(t)}{r_0}\right]^n + \frac{W_{\text{ц}} cV_p \cos \gamma_{\text{ц}0}}{n V_{0r}} \left\{1 - \left[\frac{r(t)}{r_0}\right]^n\right\}. \quad (13.54)$$

Очевидно, если определенное по этой формуле ускорение окажется больше максимально допустимого ускорения ракеты  $W_{pm}$ , метод линеаризации системы окажется несправедливым. Поэтому должно выполняться условие

$$W_p(t) \leq W_{pm}. \quad (13.55)$$

При выполнении этого условия, подставляя выражение (13.52) в формулу (13.36) для промаха (при  $r = r_{m3}$ ), получим с учетом (13.43)

$$h = \Delta\beta_0 r_0 (\cos \beta_0) \frac{V_p}{V_{or}} \left(\frac{r_{m3}}{r_0}\right)^{n+2} + W_{ц} \left(\frac{r_0}{V_{or}}\right)^2 \times \\ \times \frac{\cos \gamma_{ц0}}{n} \left(\frac{r_{m3}}{r_0}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{r_{m3}}{r_0}\right)^n\right]. \quad (13.56)$$

В дальнейшем, учитывая, что  $\frac{r_{m3}}{r_0} \ll 1$ , и полагая  $\cos \beta_0 \approx 1 \approx \cos \gamma_{ц0}$ ,  $V_{or} \approx V_p$ ,  $c \geq 3$ , получаем

$$W_p(t) \approx \frac{cV_p^2}{r_0} \Delta\beta_0 \left[\frac{r(t)}{r_0}\right]^{c-2} + \frac{W_{ц}}{1 - \frac{2}{c}} \left\{1 - \left[\frac{r(t)}{r_0}\right]^{c-2}\right\} \quad (13.54')$$

и

$$h \approx \Delta\beta_0 r_0 \left(\frac{r_{m3}}{r_0}\right)^c + W_{ц} \left(\frac{r_0}{V_{or}}\right)^2 \frac{1}{(c-2)} \left(\frac{r_{m3}}{r_0}\right)^2. \quad (13.56')$$

Из формул (13.54') и (13.56') следует, что увеличение навигационной постоянной  $c$  уменьшает промах  $h$ , но увеличивает требуемое ускорение ракеты (при  $\Delta\beta_0 \neq 0$ ). Поэтому при сделанных выше допущениях предел увеличению навигационной постоянной ставит возрастание ускорения сверх допустимой величины  $W_{pm}$ .

Из формулы (13.54') следует, что первое слагаемое максимально в начале самонаведения и равно при этом

$$W_{p1m} = \frac{cV_p^2}{r_0} \Delta\beta_0,$$

а второе слагаемое максимально в конце самонаведения и равно при этом

$$W_{p2m} \approx \frac{W_{ц}}{1 - \frac{2}{c}}.$$

С ростом  $c$  величина  $W_{p2m}$  стремится к  $W_{ц}$  и не может быть недопустимо большой (так как обычно  $W_{pm} \geq 2W_{цm}$ ). Следова-



тельно, при определении верхнего предела величины  $c$  можно учитывать лишь соотношение для  $W_{p1m}$  и полагать

$$\frac{cV_p^2}{r_0} \Delta\beta_0 \leq W_{pm},$$

т. е.

$$c \leq \frac{r_0 W_{pm}}{V_p^2 \Delta\beta_0}.$$

При  $r_0 = 10 \div 20$  км,  $V_p = 1$  км/сек,  $W_{pm} = 10$  г и  $\Delta\beta_0 = 0,2 \div 0,5$  получается  $c \leq 5 \div 10$ . Следовательно, при учете только двух факторов — начальной ошибки упреждения и маневра цели — оказывается, что оптимальное значение навигационной постоянной  $c_{opt} \approx 3 \div 10$ . Примерно к таким же результатам приводит учет и других важных факторов, в частности действия флуктуационных помех.

Сравним теперь результаты данного параграфа, полученные с учетом нестационарности системы — переменности расстояния  $r$ , с теми результатами, которые дает метод замораживания параметров системы. Метод замораживания был рассмотрен в предыдущей главе, но в данном случае, т. е. в случае системы, описываемой дифференциальным уравнением первого порядка, проще и нагляднее проследить погрешность, вносимую замораживанием, путем непосредственного рассмотрения уравнения (13.40) и его решения (13.42).

В уравнении (13.40) и его решении (13.42) единственным переменным параметром является расстояние  $r(t)$ , входящее в постоянную времени  $\tau_\omega(t)$  и во внешнее возмущение  $f(t)$  [см. формулу (13.39) и (13.41)].

Точное решение этого уравнения при наличии начальной ошибки упреждения  $\Delta\beta_0$  и скачка ускорения вида (13.44) было найдено выше и описывается формулой (13.52). Если при таких же возмущениях при решении уравнения (13.40) применить метод замораживания, то в процессе отыскания решения следует полагать  $r = \text{const}$ , а затем, после того как окончательное решение будет найдено, «разморозить» замороженный параметр, т. е. снова считать его функцией времени. Но если в процессе решения полагать  $r$ , а следовательно и  $\tau_\omega$  постоянными, то, как следует из (13.41), (13.42) и (13.44),

$$\begin{aligned} \omega_{yz}(t) &= e^{-\frac{t}{\tau_\omega}} \left[ \omega_{y0} + \frac{W_{ц} \cos \gamma_{ц0}}{r} \int_0^t e^{\frac{t}{\tau_\omega}} dt \right] = \\ &= \omega_{y0} e^{-\frac{t}{\tau_\omega}} + \frac{W_{ц} \cos \gamma_{ц0}}{r} \tau_\omega \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_\omega}} \right). \end{aligned} \quad (13.57)$$

(Здесь индекс «з» отмечает то обстоятельство, что данное решение найдено методом замораживания.) «Размораживая» теперь значение  $r$ , а следовательно, и  $\tau_\omega$  и учитывая соотношения (13.46) и (13.51), нетрудно привести выражение (13.57) к следующему виду:

$$\omega_{yz}(t) = \omega_{y0} e^{-n \left( \frac{r_0}{r} - 1 \right)} + \frac{W_{ц} \cos \gamma_{ц0}}{n V_{or}} \left[ 1 - e^{-n \left( \frac{r_0}{r} - 1 \right)} \right], \quad (13.58)$$

где  $r = r_0 - V_{or} t$ .

Сравнивая выражение (13.58), найденное методом замораживания, с соответствующим решением (13.52), найденным без применения замораживания, можно оценить погрешность, вносимую замораживанием.

Как отмечалось в гл. 12, на начальном участке самонаведения, когда выполняется условие (12.11), погрешность, вносимая замораживанием, должна быть мала. Сравнение выражений (13.52) и (13.58) подтверждает это положение.

Действительно, при  $\Delta r = r_0 - r < \frac{r_0}{4}$  и  $n \leq 2$  (т. е.  $c \leq 6$ ) можно полагать

$$\left(\frac{r}{r_0}\right)^n = \left(1 - \frac{\Delta r}{r_0}\right)^n \approx 1 - n \frac{\Delta r}{r_0}$$

и

$$e^{-n \left(\frac{r_0}{r} - 1\right)} = e^{-n \frac{\Delta r}{r_0}} \approx 1 - n \frac{\Delta r}{r_0}.$$

При этом, как нетрудно убедиться, выражения (13.52) и (13.58) полностью совпадают.

На конечном участке самонаведения, т. е. при  $r \approx r_{мз} \ll r_0$ , из (13.52) и (13.58) имеем

$$\left. \begin{aligned} \omega_y(t_{мз}) &= \omega_{y0} \left(\frac{r_{мз}}{r_0}\right)^n + \frac{W_{ц} \cos \gamma_{ц0}}{nV_{0r}}, \\ \omega_{yz}(t_{мз}) &= \omega_{y0} e^{-n \frac{r_0}{r_{мз}}} + \frac{W_{ц} \cos \gamma_{ц0}}{nV_{0r}}. \end{aligned} \right\} \quad (13.59)$$

Из сравнения этих выражений видно, что составляющие угловой скорости, вызванные маневром цели (ускорением  $W_{ц}$ ), полностью совпадают, а составляющие скорости из-за начальной ошибки упреждения различаются. Однако практически влияние этого различия не очень существенно, так как при  $\frac{r_0}{r_{мз}} \gg 1$  первые слагаемые в обоих выражениях (13.59) оказываются малыми по сравнению со вторыми слагаемыми. Поэтому при  $\frac{r_0}{r_{мз}} \gg 1$  (что обычно имеет место) можно полагать, что и на конечном участке самонаведения метод замораживания не приводит к существенным ошибкам в определении угловой скорости  $\omega_y(t)$ . Но, как указывалось ранее, величина промаха  $h$  определяется значением угловой скорости в конце самонаведения (при  $r = r_{мз}$ ), а величина максимального ускорения ракеты — величиной угловой скорости в начале самонаведения (при  $\Delta\beta_0 \neq 0$ , что обычно имеет место) или в конце самонаведения (при  $\Delta\beta_0 = 0$ ). Отсюда следует, что при идеальном пропорциональном наведении и отсутствии флуктуационных помех метод замораживания дает правильные результаты практически для всей траектории самонаведения.

### § 13.3. АНАЛИЗ СИСТЕМЫ САМОНАВЕДЕНИЯ С УЧЕТОМ ИНЕРЦИОННОСТИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ДЕЙСТВИЯ ФЛУКТУАЦИОННЫХ ПОМЕХ

Рассмотренный в предыдущем параграфе случай идеального пропорционального наведения, при котором

$$W_p(t) = cV_p p\varphi(t),$$

практически не может быть реализован из-за наличия инерционности в радиозвене и звене автопилот-снаряд; кроме того, как от-

мечалось ранее, для него характерна весьма низкая помехоустойчивость. Поэтому весьма важно провести анализ системы самонаведения при произвольном виде передаточной функции радиозвена и звена автопилот-снаряд, т. е. при произвольном порядке дифференциального уравнения, описывающего систему.

Как отмечалось в § 13.1, в общем случае системы с переменными параметрами такой анализ удастся провести лишь с помощью электронного моделирования. Однако в случае линеаризованной системы самонаведения, структурная схема которой изображена на рис. 12.2, имеется всего один переменный параметр,  $r(t)$ , и при том меняющийся по линейному закону

$$r(t) = r_0 - V_{0r} t.$$

В этом случае удастся получить точное аналитическое решение. Ниже излагается один из методов получения такого решения. Этот метод, который мы будем называть методом эквивалентных возмущений, был развит Мэтьюзом [94] и В. М. Чиликиным [95] на основе работ Задэ и сводится к следующему. Путем непосредственного рассмотрения структурной схемы системы методом эквивалентных возмущений составляется дифференциальное уравнение для комплексной передаточной функции системы  $K(s, t)$ . Для случая, когда параметр системы меняется по линейному закону, это уравнение оказывается дифференциальным уравнением первого порядка (несмотря на то, что сама система может описываться при этом дифференциальным уравнением любого порядка) и сравнительно легко интегрируется. Найдя таким образом передаточную функцию  $K(s, t)$  системы, можно затем с помощью обратного преобразования Лапласа (13.8) (или любым другим известным способом операционного исчисления) найти реакцию  $u_2(t)$  на выходе системы.

Перейдем к более подробному рассмотрению этого метода на примере системы самонаведения, структурная схема которой изображена на рис. 12.2.

При этом главной целью анализа является определение промаха, определяемого формулой (13.36). В данном случае удобно оперировать с мгновенным промахом  $h(t)$ , который отличается от промаха  $h$  лишь тем, что определяется не для момента вхождения в мертвую зону (или в зону квазистационарной встречи), а для текущего момента времени  $t$ , т. е.

$$h(t) = \frac{r^2(t)}{V_r} \omega_y(t). \quad (13.60)$$

Очевидно,

$$h = h(t_m), \quad (13.61)$$

где  $t_m$  — момент времени, при котором

$$r(t_m) = r_{мз}.$$

Удобство выражения (13.60) состоит в том, что при этом промах может рассматриваться как функция времени и, следовательно, находится с помощью структурных схем такими же способами, как и другие функции времени  $\varphi(t)$ ,  $\omega_y(t)$ ,  $W_p(t)$  и т. п.

В рассматриваемом случае линеаризированной системы можно полагать

$$\varphi = \frac{\Delta x}{r} \text{ и } \dot{r} = -V_{0r}, \quad (13.62)$$

где

$$\Delta x = A_{\text{ц}}(t) - A_{\text{р}}(t) \quad (13.63)$$

— разность координат цели и ракеты; поэтому

$$\omega_y(t) = \dot{\varphi} = \frac{r \Delta \dot{x} - \dot{r} \Delta x}{r^2} = \frac{r \Delta \dot{x} + V_{0r} \Delta x}{r^2},$$

и выражение (13.60) можно представить в следующем виде:

$$h(t) = \frac{r(t)}{V_{0r}} \Delta \dot{x} + \Delta x = \left[ \frac{r(t)}{V_{0r}} p + 1 \right] \Delta x, \quad (13.64)$$

где

$$p = \frac{d}{dt}.$$

Из структурной схемы (рис. 12.2) и формулы (13.64) вытекает структурная схема, изображенная на рис. 13.1. На этом рисунке

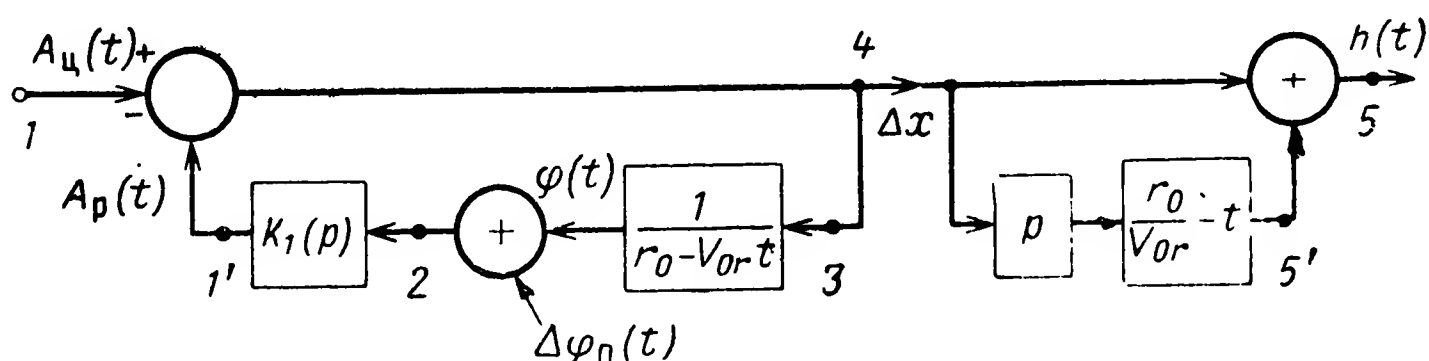


Рис. 13.1

обозначено направление действия возмущений. Так, например, стрелки показывают, что возмущение, приложенное в точке 1 системы, может непосредственно проходить в точки 3, 4 и 5, но не может непосредственно проходить в точки 1' и 5'. Найдем передаточную функцию  $K_h(s, t)$  системы между точками 1 и 5, т. е. между входом системы самонаведения и точкой, в которой колебание равно мгновенному промаху  $h(t)$ . [Знание этой функции позволит определить мгновенный промах  $h(t)$ , а следовательно, и промах  $h$ ]. При этом будем полагать помехи отсутствующими [ $\Delta\varphi_n(t) = 0$ ].

Перед тем как приступить к анализу схемы, изображенной на рис. 13.1, отметим следующие особенности передаточной функции  $K(s, t)$  линейной системы (с переменными параметрами), вытекаю-

щие из соотношения (13.8'). Во-первых, из этого соотношения следует, что

$$K(s, t) e^{st} = \int_{-\infty}^t g(t, \tau) e^{s\tau} d\tau. \quad (13.65)$$

Сравнивая правую часть этого выражения с формулой (13.2), нетрудно убедиться, что правая часть является реакцией системы в установившемся режиме (т. е. при  $t_0 = -\infty$ ) на входное возмущение.

$$u_1(t) = e^{st}.$$

Следовательно, если линейная система имеет передаточную функцию  $K(s, t)$ , то реакция этой системы на возмущение  $e^{st}$  равна (в установившемся режиме)  $K(s, t) e^{st}$ .

Во-вторых, из выражения (13.65) следует, что

$$K(s, t) K_0(s) e^{st} = \int_{-\infty}^t g(t, \tau) K_0(s) e^{s\tau} d\tau,$$

где  $K_0(s)$  — произвольная функция аргумента  $s$ .

Отсюда следует, что выражение  $K_0(s) K(s, t) e^{st}$  можно рассматривать как реакцию (в установившемся режиме) системы с передаточной функцией  $K(s, t)$  на возмущение  $K_0(s) e^{st}$ .

Иначе говоря если в установившемся режиме реакция системы с передаточной функцией  $K(s, t)$  на возмущение  $e^{st}$  равна  $K(s, t) e^{st}$ , то реакция той же системы на возмущение  $K_0(s) e^{st}$  равна  $K(s, t) K_0(s) e^{st}$ .

В-третьих, дифференцируя левую и правую части выражения (13.65) по переменной  $s$ , получаем

$$\frac{\partial [K(s, t) e^{st}]}{\partial s} = \int_{-\infty}^t g(t, \tau) \frac{\partial e^{s\tau}}{\partial s} d\tau. \quad (13.66)$$

Так как правая часть этого равенства является реакцией (в установившемся режиме) системы на возмущение  $\frac{\partial e^{st}}{\partial s}$ , то из (13.66) следует, что реакция (в установившемся режиме) системы с передаточной функцией  $K(s, t)$  на возмущение  $\frac{\partial e^{st}}{\partial s}$  равна  $\frac{\partial}{\partial s} [K(s, t) e^{st}]$ .

Учитывая указанные свойства передаточной функции  $K(s, t)$  системы с переменными параметрами, вытекающие из линейности системы, перейдем к анализу структурной схемы, изображенной на рис. 13.1. Пусть на входе системы, т. е. в точке 1, вместо воздействия  $A_{\text{ц}}(t)$  приложено воздействие  $e^{st}$ . Тогда в силу указанного ранее свойства передаточной функции  $K_h(s, t)$  на выходе системы (в точке 5)

в установившемся режиме появится реакция, равная  $K_h(s, t) e^{st}$ . Из рис. 13.1 следует, что точно такой же эффект получится на выходе, если вместо воздействия  $e^{st}$  на входе системы приложить воздействие

$$B_2(t) = -\frac{1}{K_1(s)} e^{st}$$

в точке 2 или воздействие

$$B_3(t) = -(r_0 - V_{or} t) \frac{1}{K_1(s)} e^{st}$$

в точке 3 системы. Следовательно, воздействие  $B_3(t)$ , приложенное в точке 3, вызывает на выходе (в точке 5) реакцию, равную  $K_h(s, t) e^{st}$ . Перенесем теперь воздействие  $B_3(t)$  в точку 1. При этом, для того чтобы эффект на выходе (в точке 5) не изменился, необходимо, кроме того, подвести к точке 4 дополнительное воздействие, равное  $-B_3(t)$ . [Такая добавка необходима потому, что воздействие, приложенное в точке 3, действует только в направлении от точки 3 к точке 1' и, следовательно, не проходит непосредственно в точку 4; воздействие, же перенесенное в точку 1, проникает непосредственно не только в точку 3, но и в точку 4. Поэтому для сохранения неизменного эффекта на выходе необходимо скомпенсировать это прямое прохождение воздействия  $B_3(t)$  из точки 1 в точку 4 добавлением в точку 4 противоположного воздействия  $-B_3(t)$ ].

Итак, воздействие  $B_3(t)$ , приложенное в точке 1, совместно с воздействием  $-B_3(t)$ , приложенным в точке 4, создают на выходе (в точке 5) реакцию, равную  $K_h(s, t) e^{st}$ . Но возмущение  $-B_3(t)$ , приложенное в точке 4, создает на выходе (в установившемся режиме) реакцию  $-\left[\left(\frac{r_0}{V_{or}} - t\right) p B_3(t) + B_3(t)\right]$ . Это означает ввиду линейности системы, что эффект на выходе, создаваемый действием только возмущения  $B_3(t)$  в точке 1, равен

$$K_h(s, t) e^{st} + \left[\left(\frac{r_0}{V_{or}} - t\right) p B_3(t) + B_3(t)\right].$$

Так как

$$B_3(t) = -(r_0 - V_{or} t) \frac{1}{K_1(s)} e^{st},$$

то это означает, что возмущение  $-(r_0 - V_{or} t) \frac{1}{K_1(s)} e^{st}$ , приложенное в точке 1, вызывает на выходе (в точке 5) реакцию, равную

$$K_h(s, t) e^{st} + \left(\frac{r_0}{V_{or}} - t\right) \frac{d}{dt} \left[ -(r_0 - V_{or} t) \frac{1}{K_1(s)} e^{st} \right] -$$

$$-(r_0 - V_{or} t) \frac{1}{K_1(s)} e^{st}.$$

После взятия производной  $\frac{d[\ ]}{dt}$  и выполнения сокращений это выражение принимает вид

$$K_h(s, t) e^{st} - V_{or} \left( \frac{r_0}{V_{or}} - t \right)^2 \frac{s}{K_1(s)} e^{st}.$$

Такая реакция создается на выходе (в точке 5) возмущением  $-(r_0 - V_{or}t) \frac{1}{K_1(s)} e^{st}$ , приложенным в точке 1. Так как система линейна, то это означает, что воздействие  $(r_0 - V_{or}t) e^{st}$ , приложенное в точке 1, будет создавать на выходе в точке 5 реакцию, равную

$$-K_h(s, t) K_1(s) e^{st} + V_{or} \left( \frac{r_0}{V_{or}} - t \right)^2 s e^{st}. \quad (13.67)$$

Но эффект, создаваемый на выходе входным воздействием  $(r_0 - V_{or}t) e^{st}$ , можно найти и другим путем.

Действительно,

$$(r_0 - V_{or}t) e^{st} = r_0 e^{st} - V_{or} t e^{st} = r_0 e^{st} - V_{or} \frac{\partial (e^{st})}{\partial s}. \quad (13.68)$$

Так как воздействие  $e^{st}$  создает на выходе реакцию  $K_h(s, t) e^{st}$ , то в силу линейности системы воздействие вида (13.68) должно создавать на выходе эффект, равный

$$r_0 K_h(s, t) e^{st} - V_{or} \frac{\partial}{\partial s} [K_h(s, t) e^{st}]. \quad (13.69)$$

Так как выходные реакции (13.67) и (13.69) создаются одним и тем же входным воздействием  $(r_0 - V_{or}t) e^{st}$ , то они должны быть тождественно равными. Поэтому, приравнявая выражения (13.67) и (13.69), получаем

$$\begin{aligned} r_0 K_h(s, t) e^{st} - V_{or} \frac{\partial}{\partial s} [K_h(s, t) e^{st}] = \\ = -K_h(s, t) K_1(s) e^{st} + V_{or} \left( \frac{r_0}{V_{or}} - t \right)^2 s e^{st}. \end{aligned}$$

Производя в левой части раскрытие частной производной по  $s$  и сокращая обе части уравнения на  $e^{st}$ , получаем следующее дифференциальное уравнение относительно искомой функции  $K_h(s, t)$ :

$$\frac{\partial K_h(s, t)}{\partial s} - K_h(s, t) \left[ \frac{K_1(s)}{V_{or}} + \left( \frac{r_0}{V_{or}} - t \right) \right] = -s \left( \frac{r_0}{V_{or}} - t \right)^2.$$

Обозначая для краткости

$$\frac{r_0}{V_{or}} - t = \tau \quad (13.70)$$

и

$$Y(s) = \frac{K_1(s)}{V_{or}}, \quad (13.71)$$



получаем

$$\frac{\partial K_h^\circ(s, \tau)}{\partial s} - K_h^\circ(s, \tau)[Y(s) + \tau] = -s\tau^2. \quad (13.72)$$

Здесь  $K_h^\circ(s, \tau)$  — функция, получающаяся из  $K_h(s, t)$  заменой  $t$  на  $\left(\frac{r_0}{V_{or}} - \tau\right)$ .

Это уравнение является дифференциальным уравнением первого порядка и имеет решение вида

$$K_h^\circ(s, \tau) = e^{s\tau} e^{\int Y(s) ds} \left[ c(\tau) - \tau^2 \int_{s_0}^s e^{-s\tau} s e^{-\int Y(s) ds} ds \right], \quad (13.73)$$

где  $c(\tau)$  — постоянная интегрирования, не зависящая от  $s$ .

Как показано в [95], если положить  $s_0 = \infty$ , то должно быть  $c(\tau) = 0$ . Поэтому

$$K_h^\circ(s, \tau) = \tau^2 e^{s\tau} e^{\int Y(s) ds} \int_s^\infty e^{-s\tau} s e^{-\int Y(s) ds} ds. \quad (13.74)$$

Таким образом, зная передаточную функцию  $K_1(p)$  и определив по формуле (13.71) соответствующую передаточную функцию  $Y(s)$ , можно вычислить по формуле (13.74) передаточную функцию системы  $K_h(s, \tau)$  и, положив в ней  $\tau = \frac{r_0}{V_{or}} - t$ , определить тем самым искомую функцию  $K_h(s, t)$ .

Основным преимуществом изложенного метода является то, что он позволяет найти аналитическое решение линеаризованной системы с переменным параметром  $r(t)$  даже при высоком порядке дифференциального уравнения, описывающего систему [т. е. при достаточно сложной передаточной функции  $K_1(p)$ ].

Выше была найдена передаточная функция  $K_h(s, t)$  между точками 1 и 5 структурной схемы. Но при расчете составляющей промаха, вызванной действием помехи  $\Delta\varphi_n(t)$ , приведенной к угловому отклонению, т. е. к точке 2, необходимо знать передаточную функцию между точками 2 и 5 структурной схемы, которую обозначим  $K_{\varphi h}(s, t)$ . Для определения ускорения  $W_p(t)$ , угловой скорости  $\omega_y(t)$  и других параметров системы, может потребоваться знание передаточных функций и между другими точками структурной схемы. Все эти функции нетрудно найти аналогичным способом. Найдем, например, функцию  $K_{\varphi h}(s, t)$ . Очевидно, если к точке 2 приложить воздействие  $e^{st}$ , то реакция на выходе системы, в точке 5, будет равна  $K_{\varphi h}(s, t) e^{st}$ . Но ранее, при выводе формулы для передаточной функции  $K_h(s, t)$ , было показано, что воздействие —  $\frac{1}{K_1(s)} e^{st}$ , приложенное в точке 2,

дает в точке 5 реакцию  $K_h(s, t) e^{st}$ . Следовательно, воздействие  $e^{st}$ , приложенное в точке 2, будет вызывать на выходе реакцию

$$-K_1(s) K_h(s, t) e^{st}.$$

Отсюда следует, что

$$K_{\varphi h}(s, t) = -K_1(s) K_h(s, t). \quad (13.75)$$

Поэтому, если функция  $K_h(s, t)$  найдена, то передаточная функция  $K_{\varphi h}(s, t)$  легко определяется по формуле (13.75).

Для определения функции  $K_h(s, t)$ , как отмечалось ранее, нужно провести интегрирование в выражении (13.74). Хотя это интегрирование не представляет принципиальных трудностей, оно в общем случае получается громоздким.

Вычисление намного упростится, если определять промах не по формуле (13.64), из которой следует, что

$$h = \frac{r_{мз}}{V_{ор}} (\Delta \dot{x})_{t_m} + (\Delta x)_{t_m}, \quad (13.76)$$

а по более грубой формуле

$$h_1 = (\Delta x)_{t_{вс}}, \quad (13.77)$$

где  $t_{вс} = \frac{r_0}{V_{ор}}$ .

Из сравнения выражений (13.76) и (13.77) следует, что погрешность выражения (13.77) по сравнению с (13.76) тем меньше, чем меньше величина мертвой зоны  $r_{мз}$  и эта погрешность равна нулю при  $r_{мз} \rightarrow 0$ , т. е. при  $h \rightarrow 0^*$ .

Формула (13.77) означает, что промах  $h$  принимается равным разности абсцисс  $\Delta x$  ракеты и цели в момент «встречи» ракеты и цели  $t_{вс}$ , т. е. в момент, когда разность их ординат  $\Delta z$  оказывается равной нулю (см. рис. 6.17). Иначе говоря, формула (13.77) может быть записана также в следующем виде:

$$h_1 = (\Delta x)_{z=0}. \quad (13.77')$$

Таким образом, если мертвая зона системы мала, то в первом приближении можно определить промах по формуле (13.77) или (13.77').

Преимущество этих формул, кроме значительного упрощения расчета функции  $K_h(s, t)$  состоит также в том, что при этом не требуется точное знание величины мертвой зоны или величины зоны квазистационарной встречи. Однако при большой мертвой зоне, как будет показано далее, формулу (13.77) [или (13.77')] применять нельзя.

---

\* Действительно, при  $r_{мз} \rightarrow 0$  из (13.76) следует, что  $h = (\Delta x)_{t_m}$ . Но  $t_m = \frac{r_0 - r_{мз}}{V_{ор}}$  (так как  $t = \frac{r_0 - r}{V_{ор}}$ ). Поэтому при  $r_{мз} \rightarrow 0$  получается  $t_m = \frac{r_0}{V_{ор}} = t_{вс}$  и  $h = (\Delta x)_{t_{вс}} = h_1$ .

Из сравнения формул (13.70), (13.76) и (13.77) следует, что формулу (13.77) можно записать также в следующем виде:

$$h_1 = (h)_{\tau=0}. \quad (13.77'')$$

Поэтому для передаточной функции  $K_{h_1}^0(s, \tau)$  справедливо дифференциальное уравнение (13.72), если в нем положить  $\tau = 0$ :

$$\frac{\partial K_{h_1}^0(s, \tau)}{\partial s} - K_{h_1}^0(s, \tau) Y(s) = 0. \quad (13.78)$$

В данном случае функция  $K_{h_1}^0(s, \tau)$  не зависит от  $\tau$ , но, для того чтобы подчеркнуть, что речь идет о передаточной функции не замороженной системы, а системы с переменными параметрами, мы будем обозначать эту функцию  $K_{h_1}^0(s, \tau)$ , а не  $K_{h_1}^0(s)$ . Кроме того, в этом случае, очевидно,

$$K_{h_1}(s, t) = K_{h_1}^0(s, \tau).$$

Уравнение (13.78) легко решается и дает

$$K_{h_1}(s, t) = C_0 e^{\int_{s_0}^s Y(s) ds}. \quad (13.79)$$

Произвольную постоянную  $C_0$  в данном случае нетрудно найти из следующих соображений.

Из формулы (13.77) и структурной схемы (рис. 13.1) следует, что  $K_{h_1}(s, t)$  есть передаточная функция системы между входом системы и отклонением  $\Delta x$ , т. е. между точками 1 и 4. При  $s \rightarrow \infty$  (т. е. для бесконечно высоких частот) передаточная функция между этими точками равна единице, так как цепь обратной связи при этом оказывается разорванной из-за равенства нулю передаточной функции  $K_1(s)$ . Поэтому должно выполняться условие

$$\lim_{s \rightarrow \infty} K_{h_1}(s, t) = 1.$$

Подставляя это условие в (13.79), получаем

$$C_0 = e^{-\int_{s_0}^{\infty} Y(s) ds}$$

и

$$K_{h_1}(s, t) = e^{\int_{s_0}^s Y(s) ds}. \quad (13.80)$$

Сравнивая это выражение с (13.74), нетрудно убедиться, что определение промаха по формуле (13.77'') вместо более общей формулы (13.36) действительно приводит к резкому упрощению вычисления передаточной функции системы.

Рассмотрим в качестве примера случай, когда совместная передаточная функция  $K_{pz}(p) K_{a-c}(p)$  радиозвена и звена автопилот — снаряд определяется выражением

$$K_{pz}(p) K_{a-c}(p) = \frac{cV_p p}{1 + Tp}, \quad (13.81)$$

т. е. по сравнению с передаточной функцией (6.40) системы идеального пропорционального наведения содержит дополнительно инерционное звено с постоянной времени  $T$ . Из формул (12.9) и (13.71) следует, что в этом случае

$$Y(s) = \frac{c_\varepsilon}{s(1 + Ts)}, \quad (13.82)$$

где

$$c_\varepsilon = c \frac{V_p}{V_{or}} \cos \gamma_{po}. \quad (13.83)$$

Подставляя (13.82) в (13.80) и выполняя интегрирование, получаем

$$K_{h_1}(s, t) = \left( \frac{Ts}{1 + Ts} \right)^{c_\varepsilon}. \quad (13.84)$$

Так как  $c = 4 \div 6$  и

$$\frac{V_p}{V_{or}} \cos \gamma_{po} \approx 0,5 \div 0,7,$$

то возьмем  $c_\varepsilon = 3$ . Тогда

$$K_{h_1}(s, t) = \left( \frac{Ts}{1 + Ts} \right)^3. \quad (13.85)$$

Из (13.7) следует, что динамическая составляющая промаха при этом равна

$$h_{1 \text{ дин}} = h_1(t_{bc}) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \left( \frac{Ts}{1 + Ts} \right)^3 F_1(s) e^{st_{bc}} ds, \quad (13.86)$$

где

$$F_1(s) = \int_0^\infty A_{\text{ц}}(t) e^{-st} dt \quad (13.87)$$

— преобразование Лапласа от входного возмущения  $A_{\text{ц}}(t)$ , которое (возмущение), как следует из структурной схемы (12.2), равно

$$A_{\text{ц}}(t) = (\cos \gamma_{\text{ц}0}) \frac{1}{p^2} W_{\text{ц}}(t). \quad (13.88)$$

Полагая, что ускорение цели  $W_{\text{ц}}(t)$  изменяется по закону (13.44), а  $\cos \gamma_{\text{ц}0} \approx 1$ , получаем

$$F_1(s) = \frac{W_{\text{ц}}}{s^3}$$

и

$$h_{1 \text{ дин}} = W_{\text{ц}} T^3 \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{1}{(1+Ts)^3} e^{st_{\text{вс}}} ds = W_{\text{ц}} T^3 \Phi(t_{\text{вс}}),$$

где  $\Phi(t_{\text{вс}})$  — оригинал, соответствующий изображению  $\frac{1}{(1+Ts)^3}$ .

По таблицам обратного преобразования Лапласа находим

$$\Phi(t_{\text{вс}}) = \frac{1}{2T} \left( \frac{t_{\text{вс}}}{T} \right)^2 e^{-\frac{t_{\text{вс}}}{T}}.$$

Учитывая, что

$$t_{\text{вс}} = \frac{r_0}{V_{0r}},$$

получаем

$$h_{1 \text{ дин}} = \frac{W_{\text{ц}}}{2} \left( \frac{r_0}{V_{0r}} \right)^2 e^{-\frac{r_0}{V_{0r}T}}. \quad (13.89)$$

При выводе этого выражения было принято, что маневр цели начинается в момент  $t = 0$ , т. е. при  $r = r_0$ . Следовательно, в формуле (13.89) под  $r_0$  можно понимать расстояние от ракеты до цели, при котором начинается маневр цели, т. е. возникает ускорение цели

$$W_{\text{ц}}(t) = W_{\text{ц}}.$$

Полагая  $\frac{dh_{1 \text{ дин}}}{dr_0} = 0$ , найдем наиболее опасное значение  $r_{\text{но}}$  расстояния  $r_0$ , при котором промах, вызываемый маневром цели, максимален:

$$r_{\text{но}} = 2V_{0r}T. \quad (13.90)$$

При этом

$$h_{1 \text{ дин}} = h_{1 \text{ дин макс}} = \frac{2}{e^2} W_{\text{ц}} T^2 \approx 0,28 W_{\text{ц}} T^2. \quad (13.91)$$

Этот результат совпадает с соответствующим результатом, полученным в гл. 2, путем введения понятия об эквивалентном запаздывании  $\tau_{\text{э}}$  [формула (2.15')], если положить

$$\tau_{\text{э}} \approx 0,5T. \quad (13.92)$$

Рассмотрим теперь влияние на промах флуктуационной помехи  $\Delta\varphi_{\text{ц}}(t)$ , приведенной к угловому отклонению.

Из формулы (13.33) следует, что в установившемся режиме дисперсия  $\sigma_h^2$  промаха  $h$  равна

$$\sigma_h^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s_{\text{вх}}(\omega) |K_{\varphi, h}(j\omega, t_m)|^2 d\omega, \quad (13.93)$$

где  $K_{\varphi, h}(s, t)$  — передаточная функция, определяемая соотношением (13.75);  $s_{\text{вх}}(\omega)$  — энергетический спектр (двусторонний) помехи  $\Delta\varphi_{\text{п}}(t)$ .

Определим дисперсию  $\sigma_h^2$  для случая, когда  $h = h_1$ . При этом, как следует из (13.75) и (13.84),

$$K_{\varphi, h}(s, t) = -K_1(s) \left( \frac{Ts}{1 + Ts} \right)^{c_{\varphi}}.$$

Но из (13.71) и (13.82) следует, что

$$K_1(s) = \frac{V_{0r} c_{\varphi}}{s(1 + Ts)},$$

поэтому

$$K_{\varphi, h}(j\omega, t_m) = \frac{V_{0r} c_{\varphi}}{j\omega(1 + j\omega T)} \left( \frac{j\omega T}{1 + j\omega T} \right)^{c_{\varphi}}.$$

Подставляя это выражение в формулу (13.93) и полагая, как и ранее,  $c_{\varphi} = 3$ , получаем

$$\sigma_{h_1}^2 = \frac{9V_{0r}^2 T^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s_{\text{вх}}(\omega) \frac{\omega^4 T^4 d\omega}{(1 + \omega^2 T^2)^4}. \quad (13.94)$$

В ряде случаев, как отмечалось в гл. 12, можно ввиду узости полосы пропускания системы полагать

$$s_{\text{вх}}(\omega) = s_{\text{вх}}(0), \quad (13.95)$$

что эквивалентно аппроксимации помехи белым шумом. Тогда, учитывая, что

$$s_{\text{вх}}(0) = \frac{g_{\text{п}}(0)}{2}, \quad (13.96)$$

где  $g_{\text{п}}(0)$  — односторонняя (а не двусторонняя) спектральная плотность помехи, получаем

$$\sigma_{h_1}^2 = \frac{9V_{0r}^2 T}{2\pi} \int_0^{\infty} g_{\text{п}}(0) \frac{\omega^4 T^4 d\omega}{(1 + \omega^2 T^2)^4}.$$

В результате интегрирования, получаем

$$\sigma_{h_1}^2 = \frac{9}{64} V_{0r}^2 T g_{\Pi}(0), \quad (13.97)$$

т. е.

$$h_{1 \text{ эф}} = \sigma_{h_1} = \frac{3}{8} V_{0r} \sqrt{T g_{\Pi}(0)}. \quad (13.98)$$

По этой формуле на рис. 13.2 построена кривая 1. На этом же рисунке нанесены полученные в [95] кривые 2 и 3, дающие значения

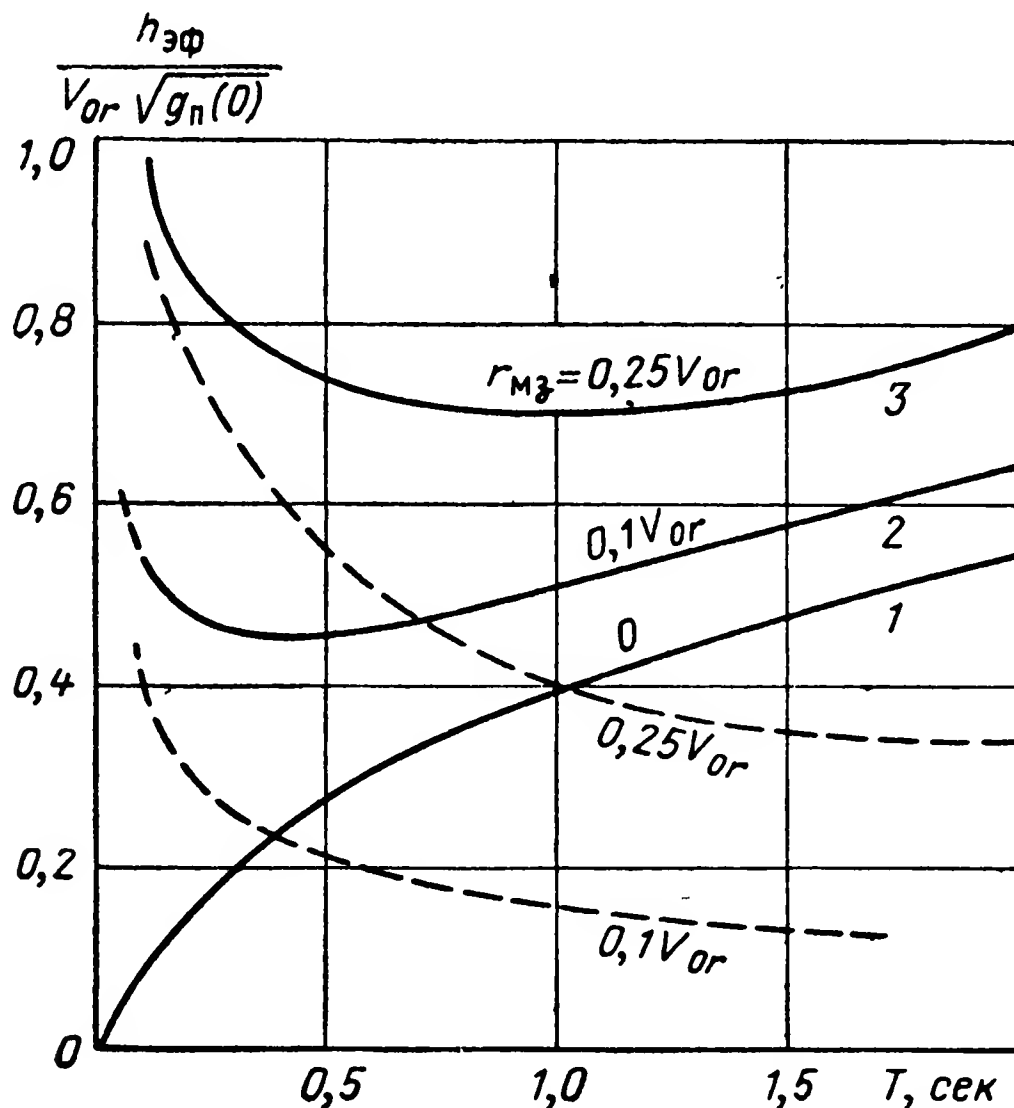


Рис. 13.2

промаха  $h_{\text{эф}}$ , вычисленного для того же случая, но при определении промаха  $h$  по формуле (13.36), т. е. с учетом ненулевой мертвой зоны, принятой равной  $r_{\text{мз}} = 0,1 V_{0r}$  ( $\tau = 0,1$  сек) для кривой 2 и  $r_{\text{мз}} = 0,25 V_{0r}$  ( $\tau = 0,25$  сек) для кривой 3. Из сравнения кривых 1, 2 и 3 видно, что при  $r_{\text{мз}} \leq 0,1 V_{0r} \sim 100$  м и  $T \geq 1$  сек вычисление промаха по формуле (13.77") не приводит к большим погрешностям.

Следует отметить, что кривые 1, 2 и 3, приведенные на рис. 13.2, были вычислены на основе использования передаточной функции  $K(s, t)$ , которая, как отмечалось в § 3.1, дает правильную оценку действия флуктуационных возмущений лишь в установившемся режиме. Так как промах  $h$  (или  $h_1$ ) определяется в конце самонаведения (при  $t = t_{\text{вс}} \approx \frac{r_0}{V_{0r}}$ ), то это означает, что при постоянной времени  $T$ , сравнимой с длительностью самонаведения  $T_{\text{сн}} \approx \frac{r_0}{V_{0r}}$ , фор-



мулы, использованные при построении кривых 1, 2 и 3, могут быть недостаточно точными. Однако учитывая, что  $T_{\text{сн}} \geq 10 \div 20$  сек, а на рис. 13.2 кривые приведены лишь для  $T \leq 2$  сек, можно полагать принятое при их построении допущение о достижении установившегося режима справедливым.

Из кривых 2 и 3 следует, что при  $T \rightarrow 0$  промах  $h$  стремится к бесконечности. Это объясняется тем, что помеха была аппроксимирована белым шумом, и при  $T = 0$  эта аппроксимация становится уже неприемлемой. Однако при не слишком малых значениях постоянной времени такая аппроксимация для большинства реальных помех остается еще справедливой, и возрастание промаха при малых значениях  $T$  подтверждает сделанное выше утверждение о том, что идеальная система пропорционального наведения, у которой  $T = 0$ , обладает совершенно недостаточной помехоустойчивостью.

Сравним теперь полученные результаты с теми значениями промаха, которые получаются при применении метода замораживания параметров системы (в данном случае при замораживании дальности  $r$ ). При применении метода замораживания флуктуационная составляющая промаха определяется по формуле

$$h_{\text{эф}} = \frac{r_{\text{мз}}^2}{V_{0r}} \omega_{\text{эф}}, \quad (13.99)$$

где в соответствии с формулой (12.32)

$$\omega_{\text{эф}}^2 = \overline{\omega_{\text{уф}}^2} = \int_0^\infty (2\pi f)^2 |K_p(j2\pi f)|^2 g_{\text{п}}(f) dF. \quad (13.100)$$

Здесь  $|K_p(j2\pi f)|$  определяется по формулам (12.14) и (12.18), т. е.

$$K_p(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{\cos \gamma_{p0}}{r_{\text{мз}} p^2} K_{\text{а-с}}(p) K_{\text{рз}}(p)}}. \quad (13.101)$$

Полагая, как и в предыдущих расчетах,

$$g_{\text{п}}(f) \approx g_{\text{п}}(0), \quad c_{\text{э}} = 3,$$

$$\text{и } K_{\text{а-с}}(p) K_{\text{рз}}(p) = \frac{cV_p p}{1 + Tp},$$

получаем

$$K_p(p) = \frac{1}{1 + \frac{r_{\text{мз}}}{3V_{0r}} p (1 + Tp)} \quad (13.102)$$

и

$$\omega_{\text{эф}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \omega^2 \frac{d\omega}{(1 - b\omega^2 T)^2 + (b\omega)^2}, \quad (13.103)$$

где

$$b = \frac{r_{\text{мз}}}{3V_{0r}}. \quad (13.104)$$

После подстановки (13.103) в формулу (13.99) и проведения несложных преобразований, получаем

$$\frac{h_{\text{эф}}}{V_{\text{ор}} \sqrt{g_{\text{п}}(0)}} = \frac{9 \sqrt{b}}{2 \sqrt{\pi}} \sqrt{\int_0^{\infty} \frac{V \bar{x} dx}{\left(1 - \frac{T}{b} x\right)^2 + x}}. \quad (13.105)$$

На основании формул (13.104) и (13.105) на рис. 13.2 построены пунктирные кривые для  $r_{\text{мз}} = 0,25 V_{\text{ор}}$  ( $b = 0,083$ ) и  $r_{\text{мз}} = 0,1 V_{\text{ор}}$  ( $b = 0,033$ ). Сравнение этих кривых с соответствующими кривыми 2 и 3, построенными без применения метода замораживания параметров, наглядно показывает, что метод замораживания применим для определения промаха лишь при не слишком малых значениях мертвой зоны и не слишком большой инерционности системы самонаведения, а именно при выполнении следующих условий:

$$\frac{r_{\text{мз}}}{V_{\text{ор}}} \geq 0,25 \text{ сек},$$

$$T \leq 0,2 \div 0,4 \text{ сек}. \quad (13.106)$$

Отсюда следует также, что для проверки условий линейности системы [в частности, для проверки условия  $W_p(t) \leq W_{\text{рм}}$ ] в процессе самонаведения, т. е. при  $r > r_{\text{мз}}$ , метод замораживания применим в значительно большем числе практических случаев, чем при определении промаха.

### К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. Докажите, что реакция на выходе линейной нестационарной системы может определяться по формуле (13.2).

2. Как можно определить импульсную реакцию  $g(t, \tau)$  при наличии электронной модели системы? В каких случаях целесообразно применение модели сопряженной системы?

3. Докажите, что прохождение детерминированной и флуктуационной составляющих воздействий через линейную систему с детерминированно изменяющимися во времени параметрами можно рассматривать независимо и, следовательно, применять формулы (13.15) и (13.16).

4. Докажите, что между дисперсией  $\sigma^2(t)$  и функцией корреляции  $R(t_1, t_2)$  нестационарного случайного процесса справедливо соотношение  $\sigma^2(t) = R(t, t)$ .

5. В чем различие между формулами (13.23), (13.30) и (13.33)? Поясните, почему и в каком именно смысле из этих трех формул наиболее общей является формула (13.23), а наименее общей — формула (13.33).

6. Докажите, что при структурной схеме системы самонаведения, изображенной на рис. 12.2 и идеальном пропорциональном наведении, т. е. при  $W_p(t) = c V_p \omega_y(t)$  угловая скорость  $\omega_y(t)$  линии визирования может определяться по формуле (13.42), в которой  $\tau_{\omega}(t)$  и  $f(t)$  определяются соотношениями (13.39) и (13.41).

7. Какие выводы можно сделать на основе анализа линеаризованной системы самонаведения, проведенного для случая идеального пропорционального наведения?

8. В чем заключается метод эквивалентных возмущений при определении передаточной функции  $K(s, t)$  нестационарной линейной системы? Каковы основные преимущества и недостатки этого метода?

9. Получите уравнения (13.78) не как частный случай уравнения (13.72) при  $\tau = 0$ , а путем непосредственного рассмотрения участка между точками 1

и 4 на структурной схеме, изображенной на рис. 13.1 [так как в соответствии с формулой (13.77) промах  $h_1$  равняется линейному отклонению  $\Delta x(t)$  в момент  $t = t_{\text{вс}}$ , т. е. при  $\tau = 0$ ].

10. Какие основные выводы вытекают из результатов анализа системы самонаведения с учетом наличия в составе системы управления инерционного звена с постоянной времени  $T$ ? В частности, какие выводы можно сделать из рассмотрения кривых, изображенных на рис. 13.2? Почему эти кривые несправедливы при  $T \rightarrow 0$  и при  $T \rightarrow \infty$ ?

Литература [36, 37, 48, 94, 95].

---

## ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

### § 14.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

Как уже отмечалось в предыдущих главах, системы радиоуправления содержат ряд элементов с нелинейными характеристиками. Если возмущения не выходят значительно за пределы линейного участка этих характеристик, то для анализа системы управления

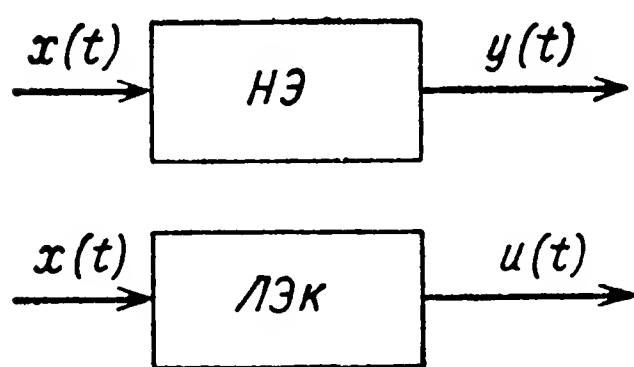


Рис. 14.1

применим метод непосредственной линеаризации, описанный в гл. 12. Однако в ряде случаев, например при высоком уровне помех, это условие не выполняется.

Одним из возможных путей исследования замкнутых нелинейных систем управления, находящихся под действием помех, является метод аппроксимации помех марковскими процессами. Этот ме-

тод, рассмотренный в гл. 15, в настоящее время удается успешно применять лишь для систем, описываемых дифференциальным уравнением не выше второго порядка. Наиболее эффективно теоретический анализ нелинейных систем управления, описываемых сложными дифференциальными уравнениями и работающих при наличии помех, проводится методом статистической линеаризации [38].

Метод статистической линеаризации основан на замене нелинейных преобразований процессов, происходящих в системе, статистически эквивалентными им линейными преобразованиями. При этом нелинейный элемент  $НЭ$  (рис. 14.1), на выходе которого действует процесс  $y(t)$ , заменяется линейным эквивалентом  $ЛЭК$ . Процесс  $u(t)$  на выходе линейного эквивалента должен быть сделан статистически равноценным процессу  $y(t)$ . В результате указанной замены система в целом линеаризуется. При этом для определения характеристик случайных процессов в ней становится применимым аппарат линейной теории, что резко упрощает исследование рассматриваемой системы.

Замена нелинейного преобразования линейным является приближенной и может быть справедливой лишь в некоторых отношениях. Понятие статистической эквивалентности, на основе которого проводится такая замена, не является однозначным. Иными словами, возможны различные критерии эквивалентности нелинейного и заменяющего его линейного преобразований. В случае, когда линеаризации подвергается нелинейная безынерционная зависимость вида

$$y = \varphi(x), \quad (14.1)$$

связывающая процессы  $y(t)$  и  $x(t)$ , обычно применяются следующие критерии статистической эквивалентности.

Первый из них требует равенства математических ожиданий и дисперсий процессов  $y(t)$  и  $u(t)$  на выходе нелинейного элемента и его линейного эквивалента.

Второй возможный критерий эквивалентности удовлетворяется, если средний квадрат разности процессов  $y(t)$  и  $u(t)$  сделан минимальным.

Рассмотрим подробнее оба эти критерия.

Представим случайные функции  $x(t)$  и  $y(t)$  в виде

$$x(t) = m_x(t) + x^\circ(t), \quad (14.2)$$

$$y(t) = m_y(t) + y^\circ(t), \quad (14.3)$$

где  $m_x(t)$ ,  $m_y(t)$  — математические ожидания и  $x^\circ(t)$ ,  $y^\circ(t)$  — центрированные случайные составляющие процессов  $x(t)$  и  $y(t)$ .

Простейшая линейная зависимость, которой можно заменить нелинейное соотношение (14.1), имеет вид

$$u(t) = kx(t).$$

Однако, подбирая величину лишь одного коэффициента  $k$ , трудно в общем случае получить хорошее приближение процессов  $y(t)$  и  $u(t)$ . В связи с этим для аппроксимации нелинейного преобразования (14.1) обычно применяется [38] зависимости вида

$$u(t) = \kappa_0 m_x(t) + \kappa_1 x^\circ(t). \quad (14.4)$$

Соотношение (14.4) определяет преобразование линейное как по отношению к математическому ожиданию  $m_x$ , так и по отношению к центрированной случайной составляющей  $x^\circ(t)$ . Величины  $\kappa_0$  и  $\kappa_1$  являются эквивалентными коэффициентами передачи нелинейного элемента по математическому ожиданию и центрированной составляющей соответственно. Их значения должны быть выбраны такими, чтобы выполнялись условия статистической эквивалентности процессов  $y(t)$  и  $u(t)$ .

Приравняем на основании первого критерия эквивалентности и соотношений (14.3), (14.4) математические ожидания и дисперсии процессов  $y(t)$  и  $u(t)$ :

$$\begin{aligned} m_y(t) &= \kappa_0 m_x(t), \\ \sigma_y^2(t) &= \kappa_1^2 \sigma_x^2(t), \end{aligned} \quad (14.5)$$

где  $\sigma_x^2(t)$ ,  $\sigma_y^2(t)$  — дисперсии функций  $x(t)$  и  $y(t)$ .

Из выражений (14.5) следует, что величины  $\kappa_0$  и  $\kappa_1$ , при которых удовлетворяется первый критерий эквивалентности, равны

$$\kappa_0(t) = \frac{m_y(t)}{m_x(t)} = \frac{11}{m_x(t)} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) w(x) dx, \quad (14.6)$$

$$\kappa_1 = \kappa_{11} = \pm \frac{1}{\sigma_x(t)} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \varphi^2(x) w(x) dx - m_y^2(t) \right\}^{1/2}, \quad (14.7)$$

здесь  $w(x)$  — плотность вероятности воздействия  $x(t)$ .

Обозначение  $\kappa_{11}$  показывает, что коэффициент  $\kappa_1$  найден по первому критерию эквивалентности. Значение того же коэффициента, найденное по второму критерию эквивалентности, будет обозначено  $\kappa_{12}$ . Знак плюс или минус в соотношении (14.7) следует выбирать так, чтобы он совпадал с преобладающим знаком производной  $d\varphi(x)/dx$  на используемом участке характеристики  $\varphi(x)$ .

Второй критерий статистической эквивалентности состоит, как следует из ранее изложенного, в выполнении условия

$$\overline{\{y(t) - u(t)\}^2} = \text{мин.} \quad (14.8)$$

Учитывая выражения (14.3), (14.4) для процессов  $y(t)$  и  $u(t)$ , преобразуем формулу (14.8) к виду

$$\begin{aligned} m_y^2(t) + \sigma_y^2(t) + \kappa_0^2 m_x^2(t) + \kappa_1^2 \sigma_x^2(t) - 2\kappa_0 m_x(t) m_y(t) - \\ - 2\kappa_1 \overline{y(t) x^o(t)} = \text{мин.} \end{aligned} \quad (14.9)$$

Для определения величин  $\kappa_0$  и  $\kappa_1$ , при которых выражение (14.9) имеет минимум, следует приравнять нулю частные производные этого выражения по  $\kappa_0$  и  $\kappa_1$ . В результате получаем

$$\begin{aligned} m_x(t) \kappa_0 - m_y(t) &= 0, \\ \kappa_1 \sigma_x^2(t) - \overline{x^o(t) y(t)} &= 0. \end{aligned}$$

Из этих соотношений следует, что величины  $\kappa_0$  и  $\kappa_1$ , при которых выполняется второй критерий статистической эквивалентности процессов  $y(t)$  и  $u(t)$ , равны

$$\kappa_0(t) = \frac{m_y(t)}{m_x(t)}, \quad (14.10)$$

$$\kappa_1 = \kappa_{12} = \frac{\overline{y(t) x^\circ(t)}}{\sigma_x^2} = \frac{1}{\sigma_x^2} \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x) \varphi(x) \omega(x) dx. \quad (14.11)$$

Сопоставление выражений (14.10) и (14.6), а также (14.11) и (14.7) показывает, что найденные обоими способами эквивалентные коэффициенты передачи  $\kappa_0$  нелинейного элемента по математическому ожиданию совпадают, а коэффициенты передачи по централизованной составляющей различаются.

Величиной  $\kappa_0$  удобно пользоваться при нечетной характеристике  $\varphi(x)$ , удовлетворяющей соотношению  $\varphi(-x) = -\varphi(x)$ . Если зависимость  $\varphi(x)$  не является нечетной, то нелинейный элемент осуществляет детектирование случайного процесса и  $m_y \neq 0$ , даже если  $m_x = 0$ . Для такой характеристики величина  $\kappa_0$ , как видно из (14.6), (14.10), становится при  $m_x = 0$  бесконечной. Поэтому для характеристик  $\varphi(x)$ , не являющихся нечетными, процесс  $y(t)$  удобнее аппроксимировать выражением

$$u(t) = \varphi_0(m_x) + \kappa_1' x^\circ(t). \quad (14.12)$$

При этом нелинейная зависимость (14.1) заменяется нелинейным преобразованием математического ожидания  $m_x(t)$  и линейным преобразованием составляющей  $x^\circ(t)$ . Выражения для  $\varphi_0$  и  $\kappa_1'$  определяются тем же путем, что и коэффициенты  $\kappa_0$ ,  $\kappa_1$ . В результате находим, что величина  $\varphi_0$  при использовании как первого, так и второго критерия статистической эквивалентности совпадает с математическим ожиданием  $m_y(t)$

$$\varphi_0 = m_y(t).$$

Коэффициент  $\kappa_1'$ , как показывает расчет, для обоих критериев эквивалентности совпадает с коэффициентом передачи  $\kappa_1$ .

Коэффициенты статистической линеаризации  $\kappa_0$  и  $\kappa_1$ , как видно из (14.6), (14.7), (14.11), зависят не только от характеристики нелинейного элемента, но и от закона распределения воздействия  $x(t)$ . Однако при анализе замкнутой системы управления найти закон распределения  $\omega(x)$  обычно не удается. Поэтому при использовании метода статистической линеаризации приближенно полагают закон распределения нормальным

$$\omega(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp \left[ -\frac{1}{2} \frac{(x - m_x)^2}{\sigma_x^2} \right].$$



В практических задачах распределение  $w(x)$  часто близко к нормальному. Погрешность метода, вызванная отклонением истинного распределения  $w(x)$  от нормального, обсуждается в § 14.3. Если распределение  $w(x)$  принято нормальным, то коэффициенты  $\kappa_0$  и  $\kappa_1$  зависят лишь от двух параметров воздействия: математического ожидания  $m_x$  и дисперсии  $\sigma_x^2$ , т. е.

$$\begin{aligned}\kappa_0 &= \kappa_0(m_x, \sigma_x^2), \\ \kappa_1 &= \kappa_1(m_x, \sigma_x^2).\end{aligned}$$

Это облегчает расчеты, проводимые методом статистической линеаризации. То обстоятельство, что коэффициенты  $\kappa_0$ ,  $\kappa_1$  зависят от параметров  $m_x$ ,  $\sigma_x^2$  входного воздействия, отражает специфику ис-

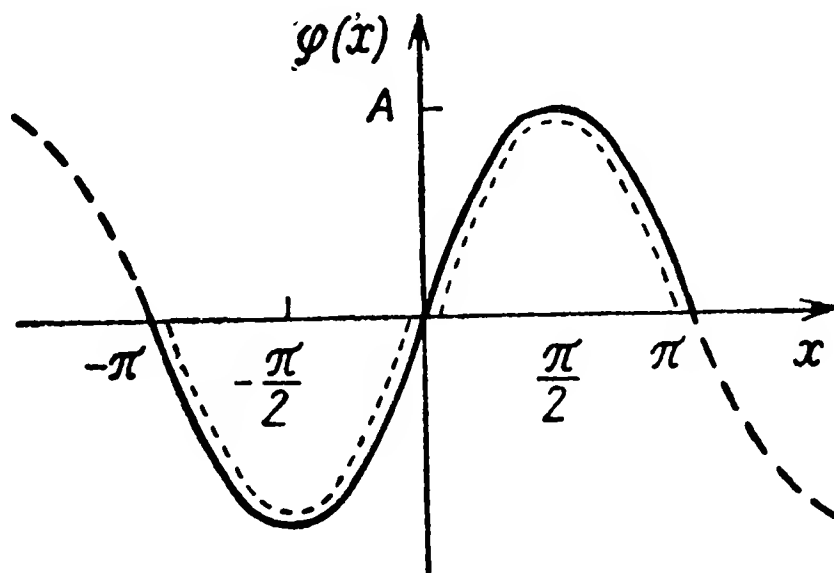


Рис. 14.2

ходного нелинейного преобразования (14.1), при котором коэффициент передачи зависит от приложенного возмущения  $x(t)$ . В результате метод статистической линеаризации позволяет линеаризовать систему управления, учитывая в то же время ее основные особенности, связанные с наличием нелинейного элемента.

Для нормального закона распределения  $w(x)$  можно заранее найти выражения коэффициентов  $\kappa_0$ ,  $\kappa_1$  для типовых нелинейностей. Анализ конкретных систем управления методом статистической линеаризации при этом значительно упрощается.

В задачах радиуправления наиболее часто встречаются нелинейности типа дискриминатора и ограничителя. Приведем в качестве примера результаты вычислений по формулам (14.6), (14.7), (14.11) коэффициентов линеаризации  $k_0$ ,  $k_{11}$ ,  $k_{12}$  для нескольких типичных характеристик этих элементов.

1. Дискриминатор с синусоидальной характеристикой (рис. 14.2):

$$\varphi(x) = A \sin ax,$$

$$k_0 = \frac{A}{m_x} \cdot \sin a m_x \exp \left( -\frac{1}{2} a^2 \sigma_x^2 \right), \quad (14.13)$$

$$k_{11} = \frac{A}{\sigma_x} \left\{ \frac{1}{2} [1 - e^{-2a^2 \sigma_x^2} \cos 2am_x] - \left( \frac{\kappa_0 m_x}{A} \right)^2 \right\}^{1/2}, \quad (14.14)$$

$$k_{12} = Aa \cos a m_x \exp \left( -\frac{1}{2} a^2 \sigma_x^2 \right). \quad (14.15)$$

Приведенные формулы являются точными при периодической характеристике дискриминатора, показанной на рис. 14.2 сплошной линией и пунктиром. Такой характеристикой обладает, в частности, фазовый детектор. Однако для реально возможных в системе регулирования величин дисперсии  $\sigma_x^2$  эти результаты остаются приближенно справедливыми и в случае, когда

$$\varphi(x) = \begin{cases} A \sin ax & -\pi < ax \leq \pi, \\ 0 & |ax| > \pi. \end{cases} \quad (14.16)$$

Выражение (14.16) находит применение, например, для аппроксимации характеристики углового дискриминатора. На рис. 14.3 и 14.4 изображены вычисленные по формулам (14.13) и (14.15) нормированные зависимости коэффициентов статистической линейаризации  $k_0$  и  $k_{12}$  от величин математического ожидания  $m_x$  и среднеквадратичного значения  $\sigma_x$  воздействия  $x$ . Изменение коэффициента  $k_{11}$  в зависимости от  $m_x$ ,  $\sigma_x$  носит характер, аналогичный поведению коэффициента  $k_{12}$ .

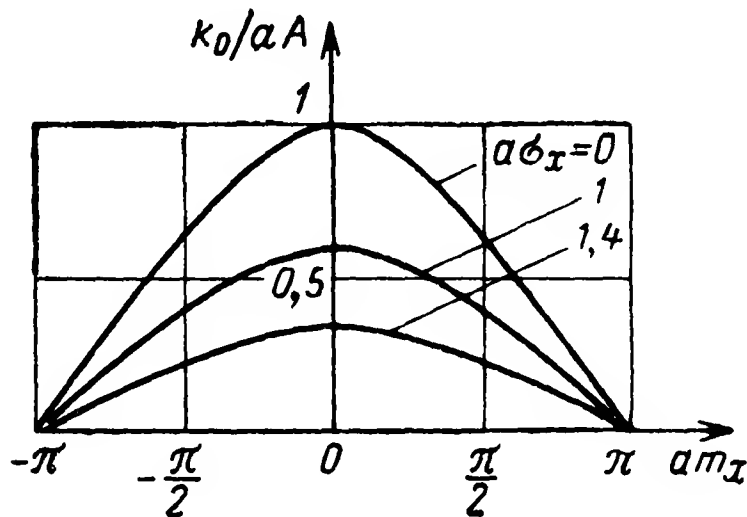


Рис. 14.3

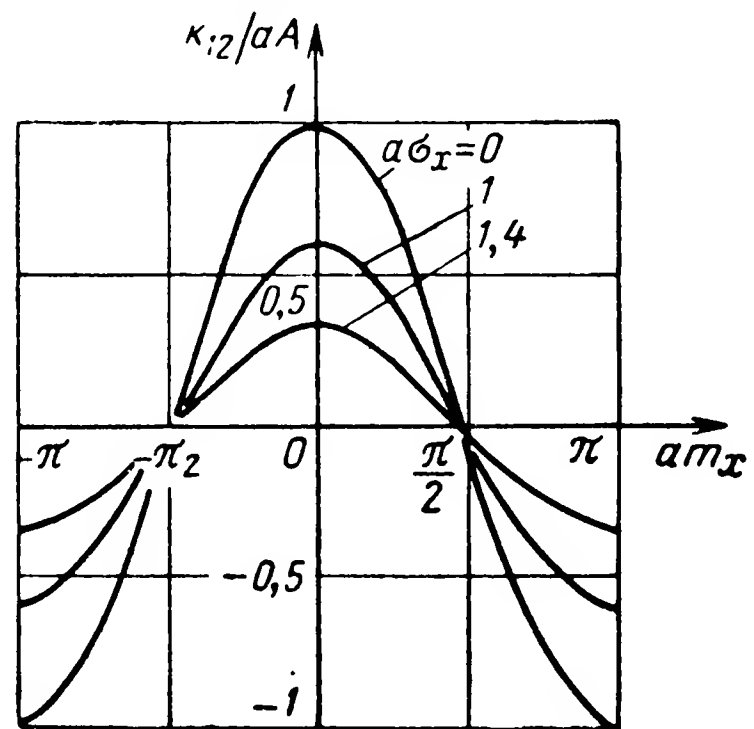


Рис. 14.4

Увеличение уровня помехи приводит к росту среднеквадратичного значения  $\sigma_x$  воздействия на входе нелинейного элемента. Эквивалентные коэффициенты передачи  $k_0$ ,  $k_{12}$ , как следует из рис. 14.3, 14.4, при этом уменьшаются и при большом уровне помехи становятся близкими к нулю. Это обстоятельство используется в гл. 15 при анализе системы методом уравнения Фоккера — Планка.

## 2. Ограничитель (рис. 14.5):

$$k_0 = \frac{H}{a} \left\{ \left( \frac{a}{m_x} + 1 \right) \Phi \left( \frac{a + m_x}{\sigma_x} \right) - \left( \frac{a}{m_x} - 1 \right) \Phi \left( \frac{a - m_x}{\sigma_x} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\sigma_x}{m_x} \left[ f \left( \frac{a + m_x}{\sigma_x} \right) - f \left( \frac{a - m_x}{\sigma_x} \right) \right] \right\}, \quad (14.17)$$

$$k_{12} = \frac{H}{a} \left[ \Phi \left( \frac{a + m_x}{\sigma_x} \right) + \Phi \left( \frac{a - m_x}{\sigma_x} \right) \right], \quad (14.18)$$

$$k_{11} = \frac{H}{a} \left\{ \frac{a^2}{\sigma_x^2} + \left( \frac{m_x^2}{\sigma_x^2} + 1 - \frac{a^2}{\sigma_x^2} \right) \left[ \Phi \left( \frac{a + m_x}{\sigma_x} \right) + \Phi \left( \frac{a - m_x}{\sigma_x} \right) \right] - \right. \\ \left. - \left[ \left( \frac{a - m_x}{\sigma_x} \right) f \left( \frac{a + m_x}{\sigma_x} \right) + \left( \frac{a + m_x}{\sigma_x} \right) f \left( \frac{a - m_x}{\sigma_x} \right) \right] - \frac{m_x^2 k_0^2 a^2}{H^2 \sigma_x^2} \right\}^{1/2}, \quad (14.19)$$

где

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{1}{2}x^2} dx; \quad f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}.$$

Коэффициенты статистической линеаризации для ряда типовых нелинейностей, не рассмотренных в данном параграфе, приведены в работах [38, 39, 40].

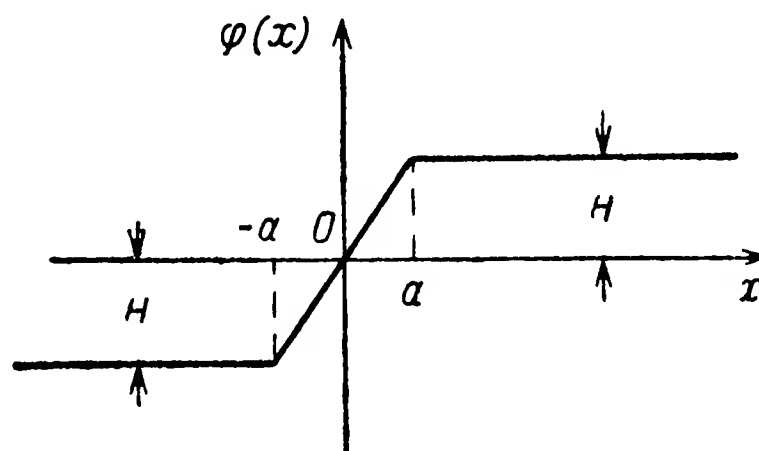


Рис. 14.5

Можно показать [38], что

$$\kappa_{12} = \frac{dm_y}{dm_x} = \frac{d[\kappa_0 m_x]}{dm_x}.$$

Это соотношение может быть использовано вместо формулы (14.11) как для нахождения коэффициента  $\kappa_{12}$ , так и для проверки правильности определения коэффициентов  $\kappa_0$ ,  $\kappa_{12}$ .

Познакомившись с эквивалентными коэффициентами передачи нелинейного элемента  $\kappa_0$ ,  $\kappa_1$ , вернемся к обсуждению возможностей метода статистической линеаризации. Этот метод можно применять для анализа как замкнутых, так и разомкнутых систем управления. Однако исследование разомкнутых систем в рамках корреляционной теории во многих случаях удастся выполнить достаточно строго и просто путем вычисления функции корреляции процесса на выходе нелинейного элемента, не прибегая к методу статистической линеаризации. Достоинством метода статистической линеаризации в применении к анализу разомкнутых систем является большая простота, которая достигается, однако, ценой приближенного решения задачи.

Весьма полезным является применение метода статистической линеаризации для исследования замкнутых нелинейных систем управления при наличии помех. Наиболее эффективно удастся этим методом проанализировать стационарный режим указанных систем. В стационарном режиме математическое ожидание и дисперсия воздействия  $x(t)$ , а также взаимная моментная функция  $\overline{y(t)x^0(t)}$ , постоянны во времени. В этом случае, как видно из формул (14.6), (14.7) и (14.11), коэффициенты статистической линеаризации не зависят от времени. Линеаризованная система является при этом системой с постоянными параметрами и исследование ее может быть проведено сравнительно простым путем. Более подробно анализ

стационарных режимов систем управления методом статистической линеаризации обсуждается в последующих параграфах данной главы.

В нестационарном режиме, который может быть вызван, например, переходным процессом или нестационарностью системы управления, коэффициенты статистической линеаризации изменяются во времени. Линеаризованная система оказывается при этом системой с переменными параметрами. Применение метода статистической линеаризации и в этом случае позволяет получить полезные результаты [36, 39, 41], в частности, исследовать устойчивость системы управления при наличии помех. Однако анализ такой системы является более сложной задачей и в данной книге не рассматривается.

#### § 14.2. АНАЛИЗ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

Рассмотрим применение метода статистической линеаризации для анализа стационарного режима замкнутых систем управления с одной нелинейностью. Обобщенная блок-схема нелинейной следя-

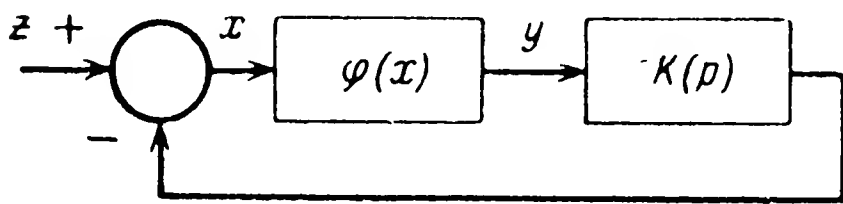


Рис. 14.6

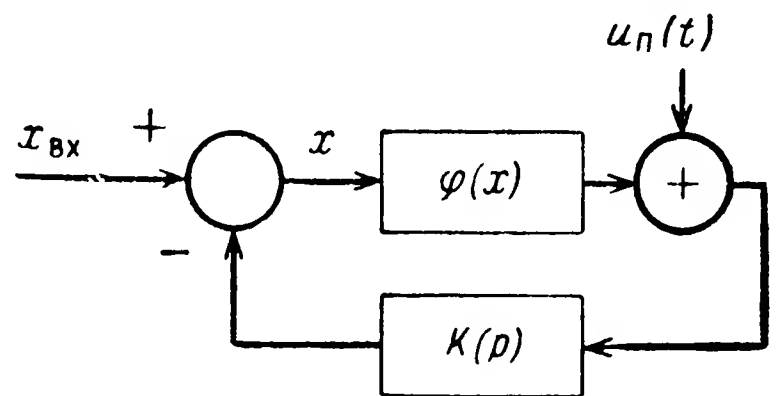


Рис. 14.7

щей системы показана на рис. 14.6. На этом рисунке  $\varphi(x)$  — характеристика нелинейного безынерционного элемента;  $K(p)$  — линейный оператор;  $z$  — приведенное ко входу системы возмущение, содержащее случайную составляющую.

К блок-схеме, изображенной на рис. 14.6, могут быть сведены [40] произвольные следящие системы с одним нелинейным безынерционным элементом. В частности, к ней сводятся скелетные схемы (рис. 14.7) входящих в состав аппаратуры управления систем слежения за направлением прихода, временным положением или частотой принятого сигнала. На рис. 14.7 обозначения имеют следующий смысл:  $\varphi(x)$  — характеристика дискриминатора;  $u_n(t)$  — напряжение помехи, приведенное к выходу дискриминатора;  $x_{вх}$  — динамическое возмущение;  $x$  — ошибка слежения;  $K(p)$  — коэффициент передачи фильтрующей части системы. Для того чтобы представить систему, показанную на рис. 14.7, в виде рис. 14.6 достаточно пересчитать напряжение помехи ко входу системы.

При этом

$$z(t) = x_{вх} - K(p) u_n(t). \quad (14.20)$$

К блок-схеме, изображенной на рис. 14.6, сводится также скелетная схема радиозвена системы самонаведения (рис. 6.28).

Предположим, что в результате анализа необходимо найти среднее значение  $m_x$  и дисперсию  $\sigma_x^2$  ошибки слежения.

Следящая система, показанная на рис. 14.6, описывается уравнениями

$$x = z - K(\rho) y, \quad (14.21)$$

$$y = \varphi(x). \quad (14.22)$$

В соответствии с методом статистической линеаризации заменим  $y(t)$  процессом  $u(t)$ :

$$u(t) = m_y(m_x, \sigma_x) + \kappa_1(m_x, \sigma_x) x^\circ(t). \quad (14.23)$$

Подставляя выражение (14.23) в формулу (14.21) вместо  $y$  и выполняя усреднение, находим уравнение для математических ожиданий

$$m_x = m_z - K(\rho) m_y(m_x, \sigma_x). \quad (14.24)$$

Вычитая (14.24) из уравнения (14.21), в котором  $y(t)$  заменено на  $u(t)$ , получаем линейное уравнение для центрированных случайных составляющих

$$x^\circ(t) = z^\circ(t) - K(\rho) \kappa_1(m_x, \sigma_x) x^\circ(t). \quad (14.25)$$

Проанализируем найденную систему дифференциальных уравнений (14.24), (14.25), связывающую  $m_x$  и  $\sigma_x$ .

Если рассматривается стационарный режим системы, то величины  $m_x$ ,  $\sigma_x$ ,  $m_y(m_x, \sigma_x)$ , а также коэффициент передачи  $\kappa_1(m_x, \sigma_x)$  постоянны во времени.

Заметим, что в астатической следящей системе установление стационарного режима возможно, даже если регулярная составляющая входного возмущения описывается полиномом вида

$$m_z = c_0 + c_1 t + \dots + c_n t^n.$$

При этом  $n$  не должно превышать порядок астатизма системы. Так, например, в системе с одним интегратором, обладающей астатизмом первого порядка, стационарный режим устанавливается при  $m_z = c_0 + c_1 t$ .

Для того чтобы найти связь между  $m_x$  и  $\sigma_x$  в стационарном режиме, преобразуем уравнение (14.24) по Лапласу. Тогда получим

$$M_y(s) = \frac{M_z(s) - M_x(s)}{K(s)},$$

где  $M_y(s)$ ,  $M_z(s)$ ,  $M_x(s)$  — преобразования Лапласа от функций  $m_y(m_x, \sigma_x)$ ,  $m_z(t)$ ,  $m_x(t)$  соответственно. Значение  $m_y(m_x, \sigma_x)$  в установившемся режиме, т. е. при  $t \rightarrow \infty$ , равно

$$m_y(m_x, \sigma_x) = \lim_{s \rightarrow 0} [s M_y(s)] = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s M_z(s)}{K(s)} - \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s M_x(s)}{K(s)}. \quad (14.26)$$

Для стационарного режима следящей системы, в котором

$$m_y = \text{const}, \quad m_x = \text{const} \quad \text{и} \quad M_x(s) = \frac{m_x}{s},$$

вместо (14.26) можно записать

$$m_y(m_x, \sigma_x) = L - \frac{m_x}{K(0)}, \quad (14.27)$$

где

$$L = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sM_z(s)}{K(s)}.$$

Выражение (14.27) представляет собой первое алгебраическое уравнение, связывающее значения  $m_x$  и  $\sigma_x$  в стационарном режиме рассматриваемой следящей системы.

Обратимся теперь к уравнению (14.25). Это линейное уравнение позволяет выразить спектральную плотность  $s_x(\omega)$  функции  $x^\circ(t)$  через спектральную плотность  $s_z(\omega)$  входного возмущения  $z^\circ(t)$ :

$$s_x(\omega) = \frac{s_z(\omega)}{|1 + \kappa_1(m_x, \sigma_x) K(j\omega)|^2}. \quad (14.28)$$

На основании (14.28) дисперсия ошибки слежения определяется выражением

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s_x(\omega) d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s_z(\omega) d\omega}{|1 + \kappa_1(m_x, \sigma_x) K(j\omega)|^2}. \end{aligned} \quad (14.29)$$

Коэффициент  $\kappa_1$  зависит от математического ожидания  $m_x$  и дисперсии  $\sigma_x^2$ , поэтому соотношение (14.29) представляет собой второе алгебраическое уравнение, связывающее  $m_x$  и  $\sigma_x$ . Для определения среднего значения  $m_x$  и дисперсии  $\sigma_x^2$  в установившемся режиме необходимо решить полученную систему алгебраических уравнений (14.27), (14.29). В общем случае указанная система уравнений решается либо методом последовательных приближений, либо графически.

Рассмотрим один из возможных путей графического решения системы уравнений (14.27), (14.29) на примере анализа системы углового сопровождения, показанной на рис. 14.7.

Положим, что

$$\begin{aligned} x_{\text{вх}} &= c_1 t, \quad c_1 = 3,2 \text{ град/сек}, \\ K(p) &= \frac{\kappa(1 + pT_1)}{p(1 + pT)(1 + pT_2)}, \\ \kappa &= 2 \text{ град/сек} \cdot \text{в}, \quad T = 1,25 \text{ сек}, \\ \frac{T_1}{T} &= 0,5, \quad \frac{T_2}{T} = 0,1, \end{aligned}$$

$u_n(t)$  — белый шум со спектральной плотностью  $s(0)$ ,  $\varphi(x)$  — нелинейная характеристика дискриминатора, изображенная на рис. 14.2,  $a = 0,1$  град,  $A = 4\text{ в}$ .

Приведем анализируемую систему к обобщенной блок-схеме, изображенной на рис. 14.6. При этом на основании соотношения (14.20) следует принять

$$z = c_1 t - \frac{\kappa(1 + pT_1)}{p(1 + pT)(1 + pT)} u_n(t).$$

Конкретизируем уравнения (14.27) и (14.29), решение которых определяет математическое ожидание и дисперсию ошибки слежения. Изображение математического ожидания воздействия  $z(t)$  в рассматриваемом случае равно

$$M_z(s) = \frac{c_1}{s^2}. \quad (14.30)$$

Подставляя соотношение (14.30) в (14.27) и учитывая выражение для коэффициента  $K(p)$  анализируемой системы, находим, что в рассматриваемом примере уравнение (14.27) приобретает вид

$$m_y(m_x \sigma_x) = \frac{c_1}{\kappa} = 1,6 \text{ в}. \quad (14.31)$$

Уравнение (14.29) с учетом того, что  $s(\omega) = s(0)$  и

$$K(p) = \frac{\kappa(1 + pT_1)}{p(1 + pT)(1 + pT_2)},$$

принимает вид

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\kappa^2 |1 + j\omega T_1|^2 s(0) d\omega}{|j\omega(1 + jT)(1 + j\omega T_2) + \kappa_1(m_x, \sigma_x) \kappa(1 + j\omega T_1)|^2}. \quad (14.32)$$

Вычислив интеграл (14.32) по методике, изложенной в ряде работ по теории систем автоматического регулирования [40, 42], находим

$$\sigma_x^2 = \frac{s(0) \kappa}{2\kappa_1} \cdot \frac{T + T_2 + \kappa_1 \kappa T_1^2}{(T + T_2)(1 + \kappa_1 \kappa T_1) - \kappa_1 \kappa T T_2}. \quad (14.33)$$

Графическое решение полученной системы уравнений (14.31), (14.33) [которая является конкретизацией системы уравнений (14.27), (14.29) для рассматриваемого примера] может проводиться следующим образом.

Для заданного вида нелинейности  $\varphi(x)$  построим семейство кривых  $m_y = m_y(m_x)$  для ряда фиксированных значений  $\sigma_x$ . При этом учтем, что для синусоидальной характеристики  $\varphi(x)$  величина  $m_y = \kappa_0 m_x$  и коэффициент  $\kappa_0$  определяется формулой (14.13). Полученное семейство кривых показано на рис. 14.8.

На том же рисунке проведем прямую, определяемую соотношением (14.31). По точкам пересечения этой прямой с семейством кривых  $m_y = m_y(m_x, \sigma_x)$  построим зависимость  $\sigma_x = \sigma_x(m_x)$ , обозначенную на рис. 14.9 цифрой 1. Она связывает между собой значения  $m_x$  и  $\sigma_x$ , при которых удовлетворяется уравнение (14.31).

Для определения совместного решения уравнений (14.31) и (14.33) проведем следующее построение. Выберем на кривой 1 некоторую точку. Пусть это будет точка с коэффициентами  $m_x = m_{xi} = 10$  град,  $\sigma_x = \sigma_{xi} = 11,8$  град. Вычислим для этих значений  $m_x$  и  $\sigma_x$  по формулам (14.14) и (14.15) величины коэффициентов статистической линеаризации  $\kappa_{11}$  и  $\kappa_{12}$ . При этом по-



лучим  $\kappa_{11} = 0,171$ ,  $\kappa_{12} = 0,106$ . В [38] рекомендуется принимать величину коэффициента  $\kappa_1$  равной  $\frac{\kappa_{11} + \kappa_{12}}{2}$ . Тогда в нашем примере  $\kappa_1 = 0,138$ .

Подставляя значение коэффициента  $\kappa_1 = 0,138$  в формулу (14.33) и учитывая заданные величины параметров,  $s(0)$ ,  $T$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $\kappa$  системы, находим, что  $\sigma_x = \sigma_{xn} = 8$  град. Так как найденное значение  $\sigma_{xn}$  не совпадает с принятой первоначально величиной  $\sigma_{xi} = 11,8$  град, то пара значений  $m_{xi} = 10$  град,  $\sigma_{xi} = 11,8$  град, для которой выполняется уравнение (14.31), не удовлетворяет уравнению (14.33). Точку с координатами  $m_{xi} = 10$  град,  $\sigma_{xn} = 8$  град нанесем на рис. 14.9 (точка  $a$ ).

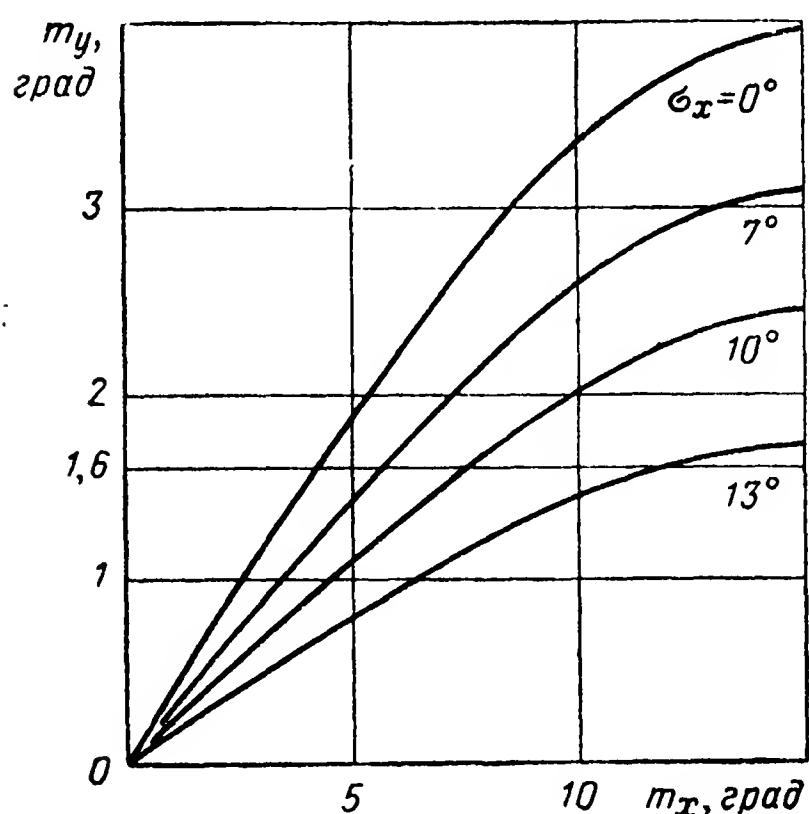


Рис. 14.8

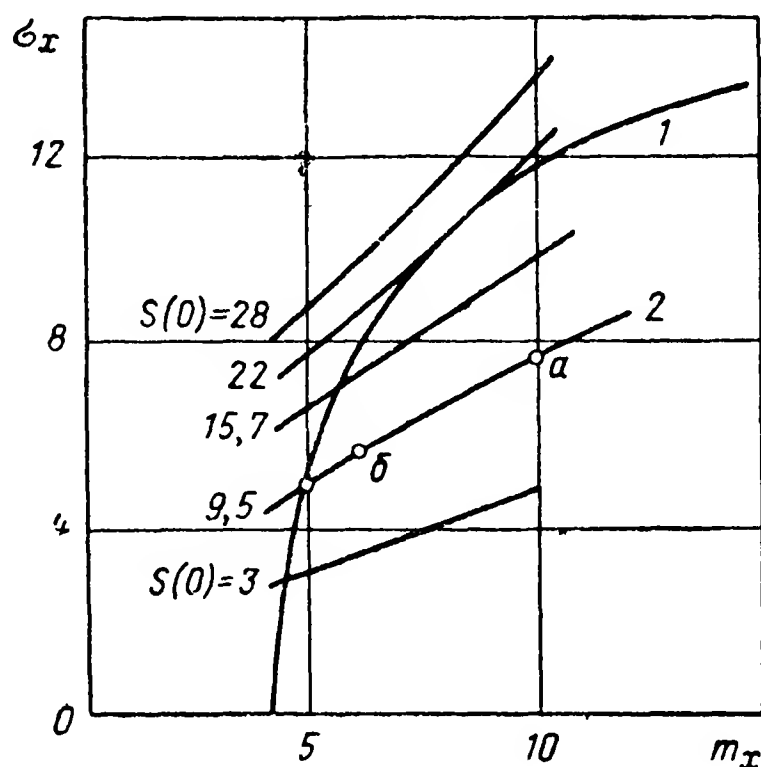


Рис. 14.9

Выберем на кривой 1 другую пару значений  $m_{xi}$ ,  $\sigma_{xi}$ , например  $m_{xi} = 6$  град,  $\sigma_{xi} = 8$  град, и повторим для нее предыдущие вычисления. Вновь найденную пару значений  $m_{xi} = 6$  град,  $\sigma_{xn} = 5,7$  град отметим на рис. 14.9 (точка  $b$ ).

После ряда подобных попыток на рис. 14.9 возникает кривая 2, соединяющая точки  $a$ ,  $b$  и другие, полученные аналогичным путем. В точке пересечения кривых 1 и 2 исходное значение  $\delta_{xi}$  совпадает с найденным значением  $\sigma_{xn}$ . Поэтому в этой точке удовлетворяется как уравнение (14.31), так и уравнение (14.33). В нашем примере координаты точки пересечения, определяющие математическое ожидание и среднеквадратичное значение ошибки слежения, равны

$$m_x = 4,8 \text{ град},$$

$$\sigma_x = 5 \text{ град}.$$

Для нелинейности  $\varphi(x)$  типа характеристики дискриминатора (рис. 12.1, б, 14.2) при большой интенсивности помехи  $s(\omega)$  совместное решение уравнений (14.27) и (14.29) может отсутствовать. Физически это означает срыв режима сопровождения. Метод статистической линеаризации позволяет найти пороговое значение интенсивности помехи, при котором решение указанной системы уравнений становится невозможным. Полученная при этом оценка надежности режима сопровождения является ориентировочной, так как не учитывает вероятностный характер срыва слежения и зависимость срыва от времени наблюдения.

### § 14.3. ПОГРЕШНОСТИ МЕТОДА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

Метод статистической линеаризации позволяет проанализировать при наличии помех замкнутые нелинейные системы управления, описываемые дифференциальными уравнениями высокого порядка. Обладая этим несомненным достоинством, метод статистической линеаризации является в то же время приближенным. Рассмотрим вопрос о погрешностях метода статистической линеаризации на примере анализа системы управления, изображенной на рис. 14.7.

Одной из причин приближенного характера рассматриваемого метода является предположение о нормальном законе распределения воздействия  $x(t)$  на входе нелинейного элемента. В действительности закон распределения  $\omega(x)$  отличается от нормального. Причем отличие может быть вызвано как ненормальным законом распределения возмущения  $u_{\text{п}}(t)$ , так и нелинейным характером самой системы регулирования. Степень отклонения  $\omega(x)$  от нормального закона зависит от структуры и параметров системы управления. Известно, что широкополосный случайный процесс, проходя через линейную систему с узкой полосой пропускания, нормализуется. Поэтому наличие в составе следящей системы узкополосных линейных звеньев, вообще говоря, приближает плотность вероятности  $\omega(x)$  к нормальной. Точность метода статистической линеаризации при этом повышается. Особенно эффективно нормализуется таким способом внешнее широкополосное возмущение  $u_{\text{п}}(t)$ .

Ошибка слежения  $x(t)$  является медленно меняющейся функцией времени. Возникающий на выходе нелинейности процесс  $y(t)$  также богат низкочастотными составляющими и сравнительно слабо нормализуется фильтрующей частью системы управления. В результате даже при весьма инерционном операторе  $K(p)$  закон распределения  $\omega(x)$  отличается от нормального и сохраняется обусловленная этим обстоятельством погрешность метода статистической линеаризации.

Кроме того, при статистической линеаризации неточно воспроизводятся спектральные характеристики процесса, подвергшегося нелинейному преобразованию. Функция корреляции случайного процесса на выходе линеаризованного элемента совпадает по форме с корреляционной функцией воздействия. То же самое можно сказать и о спектральной плотности рассматриваемых процессов, связанной с корреляционной функцией преобразованием Фурье. В то же время физически совершенно очевидно, что при прохождении через нелинейный элемент спектральная плотность и функция корреляции случайного процесса изменяются. Таким образом, при статистической линеаризации функция корреляции и спектральная плотность на выходе нелинейного элемента воспроизводятся с некоторой ошибкой.

Первый критерий статистической эквивалентности нелинейного и линеаризованного элементов дает, как показывает анализ, завы-

шенное значение корреляционной функции  $R(\tau)$ , а второй критерий — заниженное. При этом первый критерий обеспечивает лучшее совпадение корреляционной функции на выходе линеаризованного и нелинейного элементов при малых значениях  $\tau$ . Вторым критерий эквивалентности дает лучшее совпадение этих функций при больших величинах  $\tau$ .

Поэтому, чтобы обеспечить хорошее воспроизведение функции корреляции на выходе линеаризованного элемента, во всем диапазоне значений  $\tau$  рекомендуется [38] в общем случае определять коэффициент  $\kappa_1$  как среднеарифметическое значений  $\kappa_{11}$  и  $\kappa_{12}$ , т. е. принимать

$$\kappa_1 = \frac{\kappa_{11} + \kappa_{12}}{2}.$$

Лучшее совпадение корреляционных функций на выходе нелинейного и линеаризованного элементов, при использовании второго критерия эквивалентности в области больших значений  $\tau$  соответствует более точному воспроизведению низкочастотных составляющих спектра преобразованного процесса. Поэтому при расчете следящих систем предпочтительнее, по-видимому, пользоваться вторым критерием статистической эквивалентности. К тому же выражения для коэффициентов  $\kappa_{12}$  оказываются проще, чем для  $\kappa_{11}$ , что облегчает проведение вычислений.

В настоящее время, в развитие метода статистической линеаризации, разработана [39, 40] методика, позволяющая учесть истинные спектральные характеристики процесса на выходе нелинейного преобразователя и несколько повысить точность расчетов. Однако эта методика связана с вычислениями путем последовательных приближений и является довольно громоздкой.

Точность анализа системы управления методом статистической линеаризации можно оценить, если решить ту же задачу более строгим методом. Таким строгим методом для случая, когда помеху можно считать белым шумом, является метод аппроксимации помех марковскими процессами, рассматриваемый в гл. 15.

Для того чтобы составить представление о погрешностях метода статистической линеаризации, сравним результаты анализа двумя методами следящей системы, показанной на рис. 14.7. При этом будем полагать, что  $\varphi(x)$  — нелинейность типа ограничения (рис. 14.5),  $x_{вх} = \text{const}$ ,  $K(p) = \frac{\kappa_{и}}{p}$ ,  $u_{п}(t)$  — белый шум со спектральной плотностью  $s(0)$ . Так как рассматриваемая система является астатической и возмущение  $x_{вх}$  постоянно, то математическое ожидание  $m_x$  ошибки слежения равно нулю. На рис. 14.10 представлена зависимость нормированного среднеквадратичного значения ошибки слежения от интенсивности помехи  $u_{п}(t)$ . Интенсивность помехи охарактеризована параметром  $\sigma_{x_0}/a$ , где  $\sigma_{x_0}^2$  — дисперсия ошибки

слежения, которая возникает в системе при отсутствии ограничения. Величина  $\sigma_{x_0}^2$  равна  $\sigma_{x_0}^2 = \frac{s(0)\kappa_0 a}{2H}$ .

Кривая 3 на рис. 14.10 найдена строгим методом, описанным в гл. 15. Кривая 1 получена методом статистической линеаризации при  $\kappa_1 = \kappa_{11}$ , а кривая 2 — тем же методом при  $\kappa_1 = \kappa_{12}$ . Как видно из рис. 14.10, в рассматриваемом примере второй критерий статистической линеаризации действительно обеспечивает большую точность

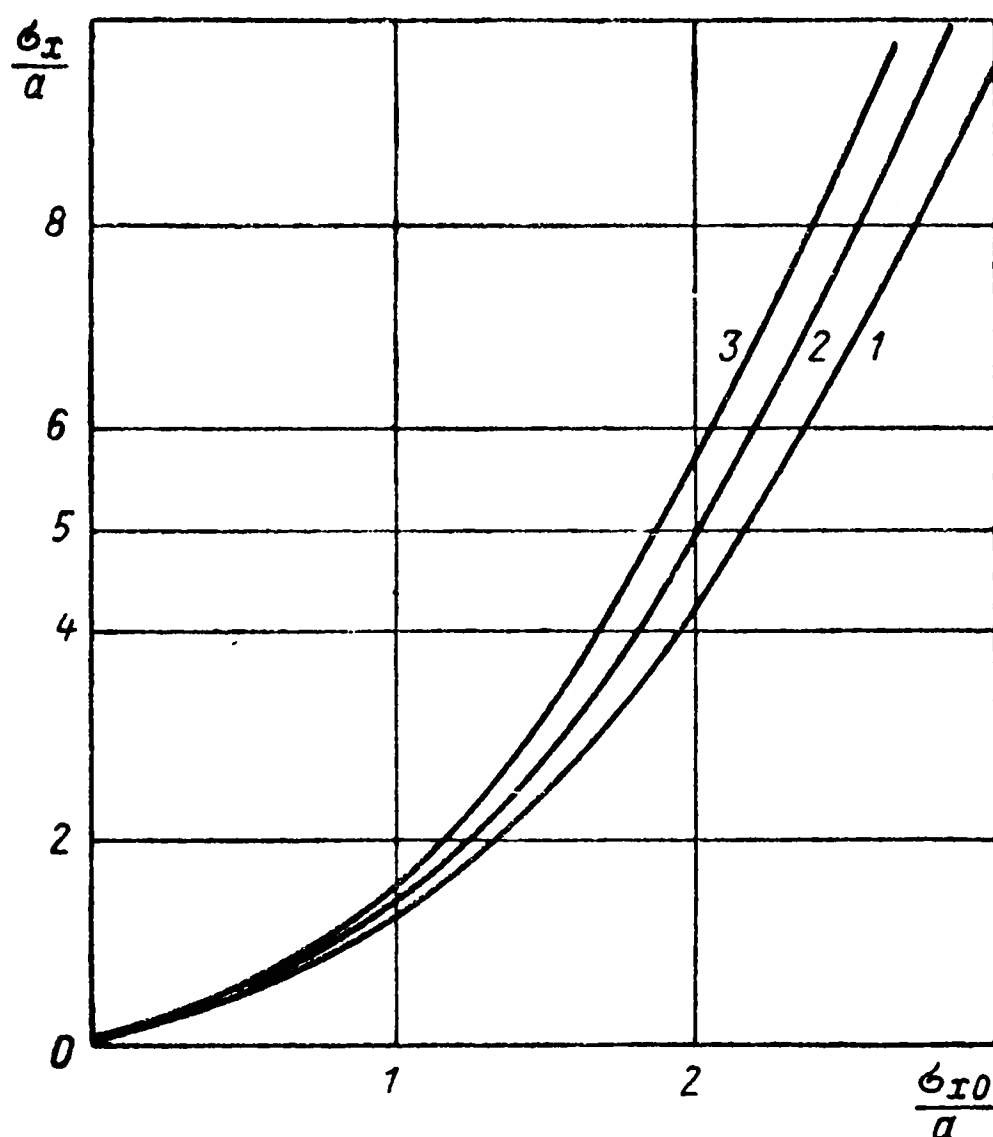


Рис. 14.10

вычислений, чем первый. Расхождение между кривыми 2 и 3 в пределах анализируемых значений  $\sigma_{x_0}/a$  не превышает 15%. При значениях  $\sigma_{x_0}/a > 3$  расхождение кривых 2 и 3 увеличивается, но, как показывает расчет, остается менее 25%.

Приведенные цифры показывают, что точность метода статистической линеаризации в ряде случаев приемлема для инженерных расчетов.

### К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. Почему метод, рассматриваемый в данной главе, называется методом статистической линеаризации?
2. Что представляют собой условия статистической эквивалентности нелинейного и линеаризованного элементов?
3. Докажите справедливость перехода от соотношения (14.8) к (14.9).
4. Почему коэффициенты линеаризации  $\kappa_0$  и  $\kappa_1$  вычисляются для воздействия с нормальным законом распределения?
5. Как проводится расчет стационарного режима замкнутых систем управления методом статистической линеаризации?

6. Поясните, пользуясь рис. 14.8, 14.9, методику графического решения системы уравнений (14.31), (14.33).

7. Каковы основные источники погрешности метода статистической линеаризации?

8. Как можно оценить точность анализа системы управления методом статистической линеаризации?

9. Можно ли исследовать срыв слежения в следящей системе методом статистической линеаризации?

10. В чем заключается сложность анализа нестационарных режимов систем управления методом статистической линеаризации по сравнению со случаем стационарного режима?

Литература [36, 38, 39, 40, 41, 42].

---

## ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

### § 15.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МАРКОВСКИХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССАХ

При исследовании систем управления, находящихся под воздействием случайных возмущений, обычно прибегают к той или иной идеализации свойств происходящих в этих системах случайных процессов, что во многих случаях позволяет избежать чрезмерных математических трудностей при анализе. Одной из таких идеализаций является замена реального случайного процесса эквивалентным нормальным. В настоящей главе обсуждается другая возможная идеализация, состоящая в том, что случайный процесс в системе считается некоторым марковским процессом. Марковский процесс может иметь как нормальное, так и любое иное распределение. Его характерной чертой является простота статистических связей между значениями процесса в различные моменты времени.

Теория марковских случайных процессов применима как к линейным, так и к нелинейным системам управления. Однако линейные задачи обычно более просто решаются средствами корреляционной теории случайных процессов, и поэтому в теории марковских процессов такие задачи могут рассматриваться, главным образом, как простейшие иллюстрации. Эта теория приобретает основное практическое значение применительно к нелинейным системам. Здесь она позволяет получить в принципе значительно более глубокое количественное описание изучаемых явлений, чем метод статистической линеаризации. Вместе с тем значительные математические трудности, возникающие при решении соответствующих уравнений, пока ограничивают область применения теории марковских процессов в основном системами, порядок которых не выше второго.

Марковский случайный процесс является, вообще говоря,  $n$ -мерным. Последующее изложение ведется вначале применительно к простейшему случаю, когда  $n = 1$ , а затем обсуждаются случаи большего числа измерений.

Введем понятие одномерного марковского процесса. Для этого рассмотрим случайный процесс  $x(t)$ , одна из реализаций которого

изображена на рис. 15.1, и зафиксируем на оси абсцисс моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_m$ , которым соответствуют случайные значения процесса  $x_1 = x(t_1), x_2 = x(t_2), \dots, x_m = x(t_m)$ . Если известно значение  $x_{m-1}$  процесса в момент  $t_{m-1}$ , то статистические свойства процесса в момент  $t_m$  могут быть охарактеризованы условной плотностью вероятности  $\omega(x_m | x_{m-1})$ .

Теперь допустим, что помимо значения  $x_{m-1}$  известны также ординаты  $x_1, x_2, \dots, x_{m-2}$  процесса, соответствующие моментам времени, предшествующим  $t_{m-1}$ . В общем случае эта дополнительная информация позволяет уточнить статистические свойства случайной

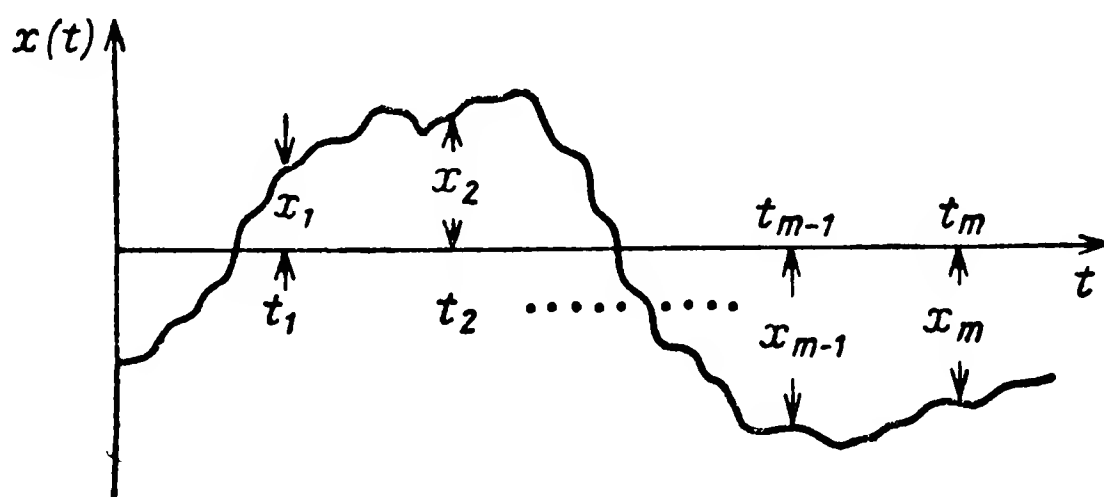


Рис. 15.1

величины  $x_m$ , описав их многомерной условной плотностью вероятности  $\omega(x_m | x_1, x_2, \dots, x_{m-1})$ . Однако встречаются случайные процессы частного вида, для которых упомянутая дополнительная информация не оказывает влияния на условную плотность вероятности величины  $x_m$ , т. е.

$$\omega(x_m | x_1, x_2, \dots, x_{m-1}) = \omega(x_m | x_{m-1}). \quad (15.1)$$

Случайные процессы, удовлетворяющие условию (15.1), называются одномерными марковскими процессами или одномерными процессами без последствия.

Условная плотность вероятности (15.1) называется плотностью вероятности перехода одномерного марковского процесса. Она является функцией значений  $x_m$  и  $x_{m-1}$  процесса и положения моментов  $t_m$  и  $t_{m-1}$  на оси времени.

Из общей теории случайных процессов известно, что для полного описания процесса следует задать многомерные плотности вероятности  $\omega(x_1, x_2, \dots, x_m)$  для любого сколь угодно большого  $m$  и произвольного расположения соответствующих  $m$  моментов времени внутри интервала наблюдения  $T$ . Одномерный марковский процесс может быть полностью охарактеризован значительно более простым способом. Для этого достаточно указать одномерную плотность вероятности  $\omega(x_1)$  при произвольном  $t_1$  внутри  $T$  и плотность вероятности перехода  $\omega(x_2 | x_1)$  при любых  $t_1$  и  $t_2$  ( $t_2 > t_1$ ), лежащих



внутри  $T$ . Тогда  $m$ -мерная плотность вероятности процесса может быть найдена следующим образом:

$$\begin{aligned} \omega(x_1, x_2, \dots, x_m) &= \omega(x_1, x_2, \dots, x_{m-1}) \omega(x_m | x_{m-1}) = \\ &= \omega(x_1, x_2, \dots, x_{m-2}) \omega(x_{m-1} | x_{m-2}) \omega(x_m | x_{m-1}) = \\ &= \dots = \omega(x_1) \omega(x_2 | x_1) \dots \omega(x_m | x_{m-1}). \end{aligned} \quad (15.2)$$

Любая из входящих в (15.2) условных плотностей вероятности  $\omega(x_i | x_{i-1})$  ( $i=2, 3, \dots, m$ ) известна, если задана указанным выше образом плотность вероятности перехода  $\omega(x_2 | x_1)$ . Следовательно, плотности вероятности  $\omega(x_1)$  и  $\omega(x_2 | x_1)$  позволяют составить выражение для многомерной плотности вероятности  $\omega(x_1, x_2, \dots, x_m)$  при любом  $m$  и произвольном расположении соответствующих моментов времени внутри интервала наблюдения  $T$ , т. е. дают полное статистическое описание одномерного марковского процесса.

Перейдем к двумерному марковскому процессу. Такой процесс возникает на выходе линейной или нелинейной системы второго порядка, находящейся под воздействием белого шума. Увеличение числа измерений процесса от единицы до двух вызвано тем, что в отличие от системы первого порядка, имеющей одну независимую координату, система второго порядка обладает двумя независимыми координатами, в качестве которых естественно принять реакцию  $x$  на выходе и ее производную  $\dot{x}$ . Вместо условия (15.1), которому удовлетворяет одномерный марковский процесс, для двумерного процесса имеем

$$\begin{aligned} \omega(x_m, \dot{x}_m | x_1, \dot{x}_1; x_2, \dot{x}_2; \dots; x_{m-1}, \dot{x}_{m-1}) &= \\ &= \omega(x_m, \dot{x}_m | x_{m-1}, \dot{x}_{m-1}). \end{aligned} \quad (15.3)$$

В случае двумерного процесса справедливо соотношение, получающееся из (15.2) заменой единственной независимой координаты  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) парой независимых координат  $x_i$  и  $\dot{x}_i$ .

Соображения, высказанные ранее применительно к двумерному случаю, очевидным образом обобщаются для произвольного значения  $n$ . Поэтому можно утверждать, что  $n$ -мерный марковский процесс можно получить, пропуская белый шум через линейную или нелинейную систему  $n$ -го порядка.

Если число  $n$  измерений марковского процесса достаточно велико, то такой процесс хорошо аппроксимирует любую реальную случайную функцию времени. Однако при большом  $n$  математическое описание изучаемых явлений резко усложняется, из-за чего применение теории марковских процессов становится мало эффективным. В настоящее время приемлемые для инженерной практики результаты получены лишь в случаях, когда реакция исследуемой системы близка к марковскому процессу, число измерений которого не превышает  $n=2$ , что, как указано ранее, соответствует системе второго порядка, находящейся под воздействием белого шума. На-

помним, что реальное входное воздействие может рассматриваться как белый шум, если время корреляции воздействия во много раз меньше времени установления системы или, иными словами, если ширина спектра воздействия гораздо шире, чем полоса пропускания системы.

## § 15.2. ОДНОМЕРНОЕ УРАВНЕНИЕ ФОККЕРА—ПЛАНКА

Одномерные марковские процессы, получающиеся в результате прохождения белого шума через линейную или нелинейную систему первого порядка, обладают важным свойством, которое называют непрерывностью. По определению, одномерный марковский процесс непрерывен, если соблюдаются следующие условия.

1) Пусть  $x$  и  $x^*$  — значения процесса в моменты времени соответственно  $t$  и  $t^*$ , причем  $t^* - t = \tau$ . Тогда существует конечный предел

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\overline{(x^* - x)}}{\tau} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^{\infty} (x^* - x) \omega(x^* | x) dx^* = A(x, t), \quad (15.4)$$

выражающий скорость детерминированного изменения координаты  $x$ .

2) Существует конечный предел

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\overline{(x^* - x)^2}}{\tau} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^{\infty} (x^* - x)^2 \omega(x^* | x) dx^* = 2B(x, t), \quad (15.5)$$

пропорциональный интенсивности флуктуационного воздействия, оказываемого на систему.

3) Выполняется требование

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\overline{(x^* - x)^3}}{\tau} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^{\infty} (x^* - x)^3 \omega(x^* | x) dx^* = 0. \quad (15.6)$$

Соотношение (15.6) означает, что вероятность больших отклонений  $(x^* - x)$  достаточно мала, вследствие чего величина  $\overline{(x^* - x)^3}$  оказывается по отношению к интервалу  $\tau$  бесконечно малой более высокого порядка (вообще говоря, можно показать, что второе условие вытекает из третьего).

Плотность вероятности  $\omega(x, t)$  непрерывного одномерного марковского процесса удовлетворяет следующему параболическому дифференциальному уравнению в частных производных

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} (A\omega) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (B\omega), \quad (15.7)$$

где коэффициенты  $A = A(x, t)$  и  $B = B(x, t)$  определяются выражениями (15.4) и (15.5).

В физической и технической литературе уравнение (15.7) называют обычно одномерным уравнением Фоккера — Планка или одномерным диффузионным уравнением. Строгое математическое обоснование этого уравнения было получено впервые А. Н. Колмогоровым. Вывод уравнения (15.7) можно найти, например, в [43].

Уравнение (15.7) можно записать также в следующей форме:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \Pi}{\partial x} = 0, \quad (15.8)$$

где

$$\Pi = A\omega - \frac{\partial}{\partial x} (B\omega). \quad (15.9)$$

Рассмотрим наглядную трактовку выражений (15.8) и (15.9), положив для простоты  $B = \text{const}$ , что позволяет записать (15.9) так:

$$\Pi = A\omega - B \frac{\partial \omega}{\partial x}. \quad (15.10)$$

Пусть  $\omega$  является плотностью некоторого вещества, изменяющейся вдоль оси  $x$  и во времени, а  $A$  — средняя скорость движения этого вещества. Тогда произведение  $A\omega$  является конвекционным потоком вещества вдоль оси  $x$ . Тепловое движение приводит к диффузии вещества. Поток диффузии пропорционален градиенту концентрации вещества, т. е. равен  $-B \frac{\partial \omega}{\partial x}$ , где  $B$  — коэффициент диффузии. Знак минус означает, что диффузия идет в направлении от большей концентрации к меньшей. Итак, величина  $\Pi$  есть результирующий поток вещества, вызванный совместным действием конвекции и диффузии.

Если через левую границу элементарного интервала  $dx$  входит поток  $\Pi$ , а через правую выходит поток  $\Pi + d\Pi$ , то  $-d\Pi$  является приростом количества вещества на участке  $dx$  в единицу времени, а производная  $-\partial \Pi / \partial x$  — приростом плотности  $\omega$  вещества в точке  $x$  в единицу времени. Таким образом,

$$-\frac{\partial \Pi}{\partial x} = \frac{\partial \omega}{\partial t},$$

что совпадает с уравнением (15.8).

Вместо плотности вещества в уравнение Фоккера — Планка входит плотность вероятности, т. е. «веществом» является в нашем случае вероятность. Следовательно, величина  $\Pi$  выражает поток вероятности, состоящий из конвекционной и диффузионной составляющих. Первая из них соответствует детерминированному, а вторая — флуктуационному процессу в системе. Из приведенных рассуждений вытекает, что уравнение Фоккера — Планка выражает дифференциальный закон сохранения вероятности.

Вычисление коэффициентов уравнения Фоккера — Планка на основе их определений (15.4) и (15.5) оказывается часто излишне трудоемким. Поэтому обычно составляют уравнение Фоккера — Планка, исходя из стохастического дифференциального уравнения системы (напомним, что дифференциальное уравнение называется стохастическим, если в него входят случайные функции).

Можно показать, что стохастическому дифференциальному уравнению первого порядка

$$\frac{dx}{dt} = a(x, t) + b(x, t) \xi(t), \quad (15.11)$$

где  $\xi(t)$  — единичный белый шум, т. е. шум, корреляционная функция которого выражается дельта-функцией, обладающей единичной площадью, соответствует уравнение Фоккера — Планка (15.7), в котором [43]

$$A(x, t) = a(x, t) + \frac{1}{2} b(x, t) \frac{\partial b(x, t)}{\partial x} \quad (15.12)$$

и

$$B(x, t) = \frac{1}{2} b^2(x, t). \quad (15.13)$$

Отметим, что единичный белый шум  $\xi(t)$  обладает энергетическим спектром с постоянной двусторонней спектральной плотностью, равной единице. Поэтому белый шум  $\eta(t)$  со спектральной плотностью  $s(0)$  выражается через шум  $\xi(t)$  следующим образом:

$$\eta(t) = \sqrt{s(0)} \xi(t). \quad (15.14)$$

Уравнение Фоккера — Планка (15.7) следует дополнить начальным условием, т. е. указанием закона распределения координаты системы в начальный момент времени  $t = t_0$ . При этом может быть задано точное начальное значение координаты  $x_0$ , т. е.

$$[\omega(x, t)]_{t=t_0} = \delta(x - x_0), \quad (15.15)$$

где  $\delta(z)$  — дельта-функция.

Тогда плотность вероятности, входящая в уравнение Фоккера — Планка, является плотностью вероятности перехода  $\omega(x, t | x_0, t_0)$ . Возможна также более общая форма начального условия

$$[\omega(x, t)]_{t=t_0} = \omega_0(x), \quad (15.16)$$

когда в начальный момент времени задается плотность вероятности  $\omega_0(x)$  координаты.

Если флуктуации рассматриваются на неограниченной оси  $x$ , то уравнение Фоккера — Планка в сочетании с тем или иным начальным условием полностью определяет поставленную задачу. При флуктуациях, изучаемых на конечном отрезке упомянутой оси, наряду с уравнением и начальным условием задают также те или иные краевые условия на границах этого отрезка.

### § 15.3. О РЕШЕНИИ ОДНОМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ ФОККЕРА — ПЛАНКА ДЛЯ НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОСИ КООРДИНАТ

В общем случае нахождение решения уравнения Фоккера — Планка представляет собой сложную математическую задачу даже в одномерном случае. Поэтому в настоящем параграфе приводятся несколько сравнительно простых примеров, цель которых состоит, с одной стороны, в рассмотрении возможных типов этих решений,

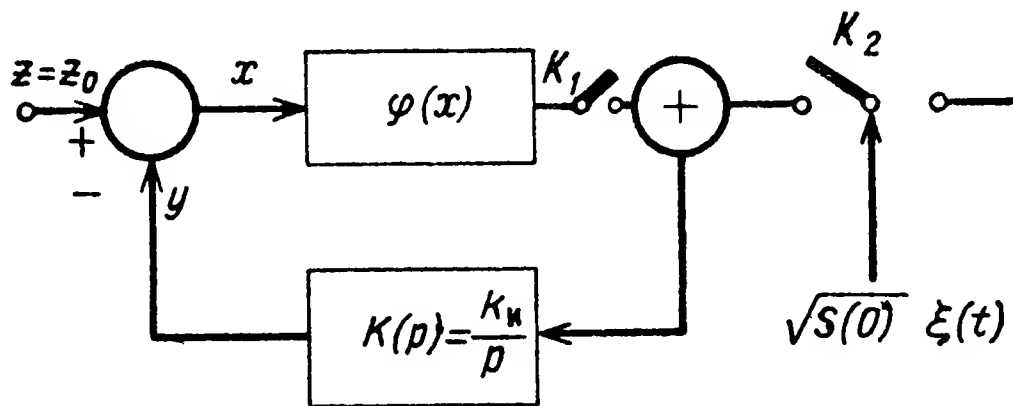


Рис. 15.2

а с другой — в том, чтобы показать некоторые приложения уравнения Фоккера — Планка к анализу систем радиуправления.

В качестве первого примера рассмотрим нелинейную систему первого порядка (рис. 15.2). Ее прямой тракт состоит из широкополосного дискриминатора, который может считаться безынерцион-

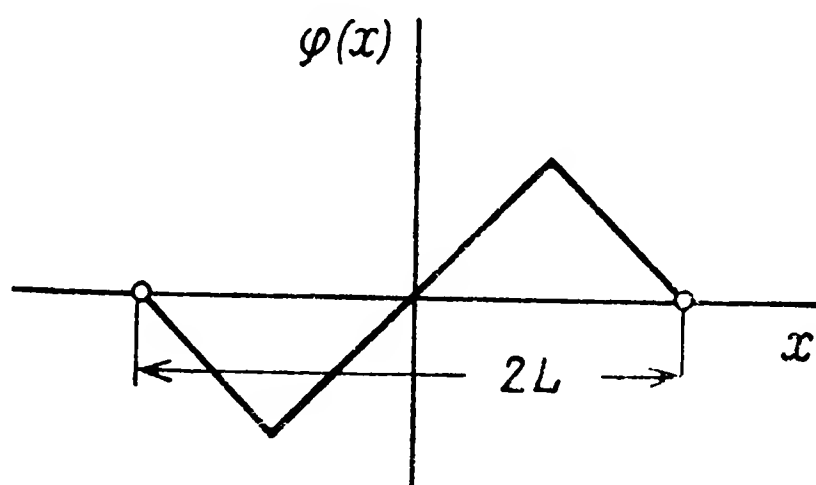


Рис. 15.3

ным и обладает нелинейной характеристикой (рис. 15.3). Тракт обратной связи представляет собой идеальный интегратор. Входной сигнал  $z = z_0$  системы неизменен во времени, а шум первоначально отсутствует. Система находится в режиме слежения, и поскольку она обладает астатизмом первого порядка, то ошибка слежения  $x_0 = 0$ , т. е. на выходе интегратора имеем  $y_0 = z_0$ .

В момент  $t = t_0$  на входе системы появляется широкополосная шумовая помеха. Действие этой помехи учтено на рис. 15.2 тем, что в момент  $t_0$  к выходу дискриминатора подключается ключом  $K_2$  генератор белого шума  $\sqrt{s(0)}\xi(t)$  [ $s(0)$  — спектральная плотность помехи, приведенная к выходу дискриминатора]. Интенсивность помехи предполагается настолько большой, что коэффициент передачи дискриминатора для сигнала ошибки становится равным нулю,

что эквивалентно размыканию ключа  $\kappa_1$  (уменьшение коэффициента передачи нелинейного элемента для полезного сигнала под действием помехи уже обсуждалось в гл. 14).

Выходной белый шум, проходя через интегратор, вызывает флуктуации его выходной координаты  $y$  около ее математического ожидания  $y_0$ . В некоторый момент  $t = t_0 + \tau$  генератор шума выключается, т. е. переключатель  $\kappa_2$  (рис. 15.2) возвращается в правое положение. Если в этот момент ошибка слежения  $x = z_0 - y = y_0 - y$  находится в пределах участка  $2L$  характеристики дискриминатора (рис. 15.3), то его выходной сигнал, подвергаясь интегрированию, восстанавливает режим слежения. В противном случае происходит срыв слежения за входным сигналом. Наша задача состоит в том, чтобы рассчитать вероятность сохранения режима слежения после выключения генератора шума.

Стохастическое дифференциальное уравнение для координаты  $y$ , справедливое во время действия шумовой пачки, имеет вид

$$y(t) = \frac{\kappa_n}{p} \sqrt{s(0)} \xi(t) + y_0,$$

откуда для ошибки слежения  $x(t)$  получаем

$$\frac{dx}{dt} = -\kappa_n \sqrt{s(0)} \xi(t). \quad (15.17)$$

Сопоставляя (15.17) с (15.11), замечаем, что в данном случае  $a(x, t) \equiv 0$  и  $b(x, t) = -\kappa_n \sqrt{s(0)} = \text{const}$ . Поэтому в соответствии с (15.7), (15.12) и (15.13) получаем для плотности вероятности  $w(x)$  ошибки слежения уравнение Фоккера — Планка

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{1}{2} \kappa_n^2 s(0) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (15.18)$$

с начальным условием при  $t = t_0$

$$w_0(x) = \delta(x). \quad (15.19)$$

Для нахождения плотности вероятности  $w(x)$  подвергнем обе части уравнения (15.18) и начального условия (15.19) преобразованию Фурье по координате

$$\tilde{w}(j\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} w(x) e^{-j\lambda x} dx. \quad (15.20)$$

Тогда получим преобразованное уравнение

$$\frac{d\tilde{w}}{dt} = -\lambda^2 \frac{1}{2} \kappa_n^2 s(0) \tilde{w} \quad (15.21)$$

и преобразованное начальное условие

$$\tilde{w}_0(j\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) e^{-j\lambda x} dx = 1. \quad (15.22)$$

Решая обыкновенное дифференциальное уравнение (15.21) с разделяющимися переменными и учитывая условие (15.22), находим

$$\tilde{w}(j\lambda) = \exp \left[ -\frac{\lambda^2}{2} \kappa_n^2 s(0) (t - t_0) \right], \quad (15.23)$$

после чего обратное преобразование Фурье, примененное к (15.23), приводит к следующему результату:

$$w(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad (15.24)$$

где

$$\sigma^2 = \kappa_n^2 s(0) (t - t_0). \quad (15.25)$$

Полученное решение (15.24) характерно тем, что дисперсия  $\sigma^2$  возрастает пропорционально времени действия шумовой пачки, т. е. распределение координаты непрерывно расплывается и стационарного распределения в данном случае не существует. Причина такого поведения системы состоит в том, что во время действия шума кольцо регулирования разомкнуто и в нем отсутствует восстанавливающая сила, стремящаяся вернуть координату к ее первоначальному значению.

Дисперсия  $\sigma_\tau^2$  в момент  $t = t_0 + \tau$  окончания шумовой пачки равна

$$\sigma_\tau^2 = \kappa_n^2 s(0) \tau. \quad (15.26)$$

Выражения (15.24) и (15.26) позволяют рассчитать искомую вероятность восстановления режима слежения после прекращения шумовой пачки

$$P_{\text{восст}} = \int_{-L}^{+L} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\tau}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_\tau^2}} dx = 2\Phi \left( \frac{L}{\kappa_n \sqrt{s(0)\tau}} \right), \quad (15.27)$$

где

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{1}{2}\xi^2} d\xi$$

— интеграл вероятности, причем  $\Phi(0) = 0$  и  $\Phi(\infty) = 0,5$ .

Как показывает формула (15.27), вероятность  $P_{\text{восст}}$  тем больше, чем шире область  $2L$  характеристики дискриминатора, и тем меньше, чем больше энергия  $s(0)\tau$  шумовой пачки и больше коэффициент  $\kappa_n$  интегратора.



Если в исследуемой системе имеется восстанавливающая сила и коэффициенты  $A$  и  $B$  уравнения Фоккера—Планка не зависят от времени, т. е.  $A = A(x)$  и  $B = B(x)$ , то при  $t \rightarrow \infty$  распределение  $w(x, t)$  координаты стремится к стационарному распределению  $w_{\text{ст}}(x)$ .

Для любой системы первого порядка, для которой коэффициенты уравнения Фоккера — Планка не зависят от времени и стационарное решение  $w_{\text{ст}}(x)$  существует, это решение можно найти, полагая в уравнении (15.7)  $\frac{\partial w}{\partial t} = 0$ , откуда формально следует

$$-A(x)w_{\text{ст}}(x) + \frac{d}{dx}[B(x)w_{\text{ст}}(x)] = \text{const.}$$

Однако при  $x \rightarrow \infty$  должны удовлетворяться условия  $w_{\text{ст}} \rightarrow 0$  и  $\frac{\partial w_{\text{ст}}}{\partial x} \rightarrow 0$ . Первое условие необходимо для того, чтобы удовлетворялось приведенное далее условие нормирования (15.29), а второе условие вытекает из первого и из того факта, что плотность вероятности всегда положительна. Следовательно,

$$A(x)w_{\text{ст}}(x) - \frac{d}{dx}[B(x)w_{\text{ст}}(x)] = 0,$$

т. е. в соответствии с (15.9) поток вероятности в стационарных условиях обращается в нуль. Интегрируя полученное уравнение, находим

$$w_{\text{ст}}(x) = \frac{C}{B(x)} \exp \left\{ \int_0^x \frac{A(\xi) d\xi}{B(\xi)} \right\}, \quad (15.28)$$

где  $C$  — константа, определяемая из условия нормирования

$$\int_{-\infty}^{\infty} w_{\text{ст}}(x) dx = 1. \quad (15.29)$$

В качестве примера применения формулы (15.28) рассчитаем стационарное распределение ошибки слежения в системе (рис. 14.7), которая рассматривалась в гл. 14 в связи с методом статистической линеаризации. Характеристика нелинейного элемента системы показана на рис. 14.5, тракт обратной связи является идеальным интегратором с коэффициентом передачи  $K(p) = \kappa_{\text{н}}/p$ , а шум, приведенный к выходу системы, является белым, т. е.  $u_{\text{п}}(t) = \sqrt{s(0)}\xi(t)$ , где  $\xi(t)$  — единичный белый шум. Входное воздействие  $x_{\text{вх}}(t)$  предполагается, как и в гл. 14, постоянным.

Дифференциальное уравнение, описывающее рассматриваемую систему, имеет следующий вид:

$$\frac{dx}{dt} = -\kappa_n \varphi(x) - \kappa_n \sqrt{s(0)} \xi(t). \quad (15.30)$$

Это уравнение совпадает по форме с (15.11) и поэтому коэффициенты соответствующего уравнения Фоккера — Планка можно найти по формулам (15.12) и (15.13):

$$A(x) = -\kappa_n \varphi(x);$$

$$B = \frac{1}{2} \kappa_n^2 s(0) = \text{const.}$$

Подставляя эти значения коэффициентов в выражение (15.28) для стационарного закона распределения, получаем

$$\omega_{\text{ст}}(x) = C_1 \exp \left\{ -\frac{2}{\kappa_n s(0)} \int_0^x \varphi(\xi) d\xi \right\}, \quad (15.31)$$

где  $C_1 = \frac{C}{B}$  подлежит нахождению из условия (15.29).

Отметим, что включение коэффициента  $B$  в константу  $C_1$  в данном случае возможно, так как этот коэффициент не зависит от координаты.

Плотность вероятности (15.31) симметрична относительно начала координат, поэтому она вычисляется далее лишь для положительных значений ошибки слежения. Если  $x \leq a$ , то  $\varphi(x) = H \frac{x}{a}$  (рис. 14.5), и в соответствии с (15.31) получаем

$$\omega_{1 \text{ ст}}(x) = C_1 \exp \left\{ -\frac{H}{a \kappa_n s(0)} x^2 \right\}. \quad (15.32)$$

Если бы система была линейной, то выражение (15.32) было бы справедливо при сколь угодно больших значениях  $x$ , и после определения константы  $C_1$  из (15.32) получился бы нормальный закон распределения с дисперсией  $\sigma_{x_0}^2$  ошибки слежения, равной

$$\sigma_{x_0}^2 = \frac{a \kappa_n s(0)}{2H}, \quad (15.33)$$

т. е. в линейной системе

$$\omega_{0 \text{ ст}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{x_0}^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_{x_0}^2}}. \quad (15.34)$$

Для нелинейной системы величина  $\sigma_{x_0}^2$ , вычисляемая по формуле (15.33), не является дисперсией ошибки слежения, но может рас-

смаиваться как некоторая формальная мера интенсивности оказываемого на эту систему флуктуационного воздействия. Учитывая (15.34), можно записать плотность вероятности (15.32) так:

$$\omega_{1\text{ст}}(x) = C_1 e^{-\frac{x^2}{2\sigma_{x_0}^2}}. \quad (15.35)$$

Для нелинейной системы при  $x \geq a$  из (15.31) имеем

$$\begin{aligned} \omega_{2\text{ст}}(x) &= C_1 \exp \left\{ -\frac{2}{\kappa_H s(0)} \left[ \int_0^a \frac{H}{a} \xi d\xi + \int_a^x H d\xi \right] \right\} = \\ &= C_1 \exp \left\{ -\frac{a}{2\sigma_{x_0}^2} (2x - a) \right\}, \end{aligned} \quad (15.36)$$

где величина  $\sigma_{x_0}^2$  определяется по-прежнему по формуле (15.33). Условие нормирования (15.29) принимает в данном случае вид

$$\int_0^a \omega_{1\text{ст}}(x) dx + \int_a^\infty \omega_{2\text{ст}}(x) dx = \frac{1}{2}. \quad (15.37)$$

Подставляя в (15.37) выражения для  $\omega_{1\text{ст}}(x)$  и  $\omega_{2\text{ст}}(x)$ , найденные ранее, и выполняя интегрирование, находим для константы  $C_1$  следующее окончательное выражение:

$$C_1 = \frac{1}{2 \left\{ \sqrt{2\pi} \sigma_{x_0} \Phi \left( \frac{a^2}{\sigma_{x_0}^2} \right) + \frac{\sigma_{x_0}^2}{a} \exp \left[ -\frac{1}{2} \frac{a^2}{\sigma_{x_0}^2} \right] \right\}}. \quad (15.38)$$

Легко проверить, что при  $a \rightarrow \infty$  и  $\frac{H}{a} = \text{const}$  выражение (15.38) превращается в константу, входящую в закон распределения (15.34).

Итак, искомый закон распределения вероятности в рассматриваемой нелинейной системе описывается соотношениями (15.35) и (15.36), в которых величина  $C_1$  рассчитывается по формуле (15.38). Именно этот закон был использован в гл. 14 для точного расчета дисперсии ошибки слежения, результаты которого приведены на рис. 14.10.

В заключение наглядно поясним причину, по которой в рассмотренном выше примере существует стационарное распределение ошибки слежения. Для этого введем потенциал  $U(x)$  одномерного поля скоростей  $A(x)$  детерминированного изменения координаты  $x$ , определяемый обычным соотношением

$$A(x) = -\frac{dU(x)}{dx}. \quad (15.39)$$

Тогда стационарное распределение (15.28) можно записать в данном случае так:

$$\omega_{\text{ст}}(x) = C_1 \exp \left\{ -\frac{U(x)}{B} \right\}, \quad (15.40)$$

где

$$\left. \begin{aligned} U(x) &= - \int_0^x A(\xi) d\xi; \\ B &= \text{const}; C_1 = \frac{C}{B}. \end{aligned} \right\} \quad (15.41)$$

Из (15.40) вытекает, что форма кривой стационарного распределения полностью определяется зависимостью потенциала  $U(x)$  от координаты  $x$ . В нашем примере  $A(x) = -\kappa$  и  $\varphi(x)$ , и поэтому

$$U(x) = \begin{cases} \frac{H\kappa_{\text{н}}}{2a} x^2, & (|x| \leq a), \\ \frac{H\kappa_{\text{н}}}{2} (2|x| - a) & (|x| \geq a). \end{cases} \quad (15.42)$$

Выражениям (15.42) соответствует потенциальный рельеф, изображенный на рис. 15.4.

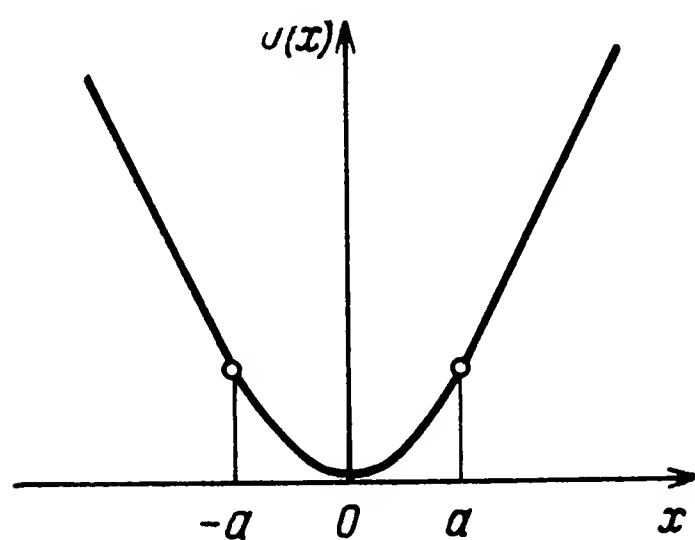


Рис. 15.4

Сигнал ошибки в следящей системе можно рассматривать как координату некоторой частицы, находящейся в состоянии броуновского движения. Если флуктуаций нет, то частица скатывается на дно потенциальной ямы, т. е. в начало координат на рис. 15.4 (ошибка слежения равна нулю). При наличии случайного воздействия частица флуктуирует в яме, но бесконечно большая глубина ямы не позволяет закону распределения  $\omega(x)$  беспредельно расплываться, что приводит к существованию некоторого стационарного распределения  $\omega_{\text{ст}}(x)$ . Наоборот, в первом примере настоящего параграфа скорость детерминированного изменения координаты  $x$  удовлетворяет условию  $A(x) \equiv 0$ , т. е.  $U(x) = U = \text{const}$ , потенциальный рельеф представляет собой горизонтальную прямую и закон распределения  $\omega(x)$  беспредельно расплывается. Высказанные соображения будут полезны при анализе явления срыва в нелинейной следящей системе, которое рассматривается в гл. 21.

#### § 15.4. О КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ФОККЕРА—ПЛАНКА

Краевые задачи возникают в тех случаях, когда флуктуации координаты  $x$  происходят лишь в пределах некоторого конечного интервала ее значений. В этих случаях отысканию подлежит плот-

ность вероятности  $\omega(x)$ , удовлетворяющая соответствующим уравнению Фоккера — Планка, начальному условию и краевым условиям на границах интервала. Не имея возможности обсуждать вопрос о краевых задачах во всем объеме, ограничимся лишь рассмотрением одной достаточно простой задачи.

Обратимся к первому примеру предыдущего параграфа, внося в него следующее изменение. Первоначальная постановка задачи заключалась в том, что событие, вероятность которого подлежала расчету, состояло в том, что по окончании шумовой пачки координата системы находилась внутри апертуры дискриминатора, т. е. поведение координаты во время действия пачки не имело значения. В новой постановке это событие состоит в том, что координата системы находится внутри интервала  $2L$  не только по окончании пачки, но и в течение всего времени ее действия. Если указанное событие имеет место, то режим слежения непременно восстанавливается не только по окончании шумовой пачки длительностью  $\tau$ , но и любой более короткой пачки (в пределах интервала  $2L$  в системе действует восстанавливающая сила, стремящаяся вернуть ошибку слежения к ее первоначальному значению  $x = 0$ ). Реализациями случайного процесса в системе, соответствующими рассматриваемому событию, являются такие, которые, начинаясь в точке  $x = 0$  (начальное условие остается прежним), не достигают ни разу в течение времени  $\tau$  границ  $\pm L$ .

Рассматриваемая постановка задачи становится более наглядной, если рассматривать каждую реализацию как изменяющуюся во времени координату отдельной броуновской частицы, а плотность вероятности  $\omega(x, t)$  — как плотность этих частиц. Нас интересуют лишь реализации, ни разу не достигнувшие границ, а все остальные выбывают из рассмотрения. В терминах броуновского движения тому соответствует наличие в точках  $\pm L$  границ, поглощающих достигнувшие их частицы. Тогда вероятность интересующего нас события определяется отношением числа частиц внутри интервала  $2L$  в момент  $t_0 + \tau$  к полному числу границ, находившихся в момент  $t_0$  в начале координат. Подобные краевые задачи называются задачами с поглощающими границами. Плотность частиц у поглощающей границы равна нулю, чему соответствуют краевые условия

$$\omega(\pm L) = 0. \quad (15.43)$$

Задачи с поглощающими границами не являются единственным возможным видом краевых задач для уравнения Фоккера — Планка. В некоторых случаях приходится рассматривать, например, отражающие границы, при которых краевые условия состоят в том, что потоки вероятности на границах равны нулю, а также иные виды краевых условий, определяемые характером исследуемой физической или технической задачи.

## § 15.5. МНОГОМЕРНЫЕ УРАВНЕНИЯ ФОККЕРА—ПЛАНКА

Теория  $n$ -мерных марковских процессов является естественным обобщением одномерного случая. Поэтому соответствующее обобщение приводится далее без подробных пояснений.

Введем прежде всего понятие непрерывного  $n$ -мерного марковского процесса. Условия непрерывности, аналогичные (15.4), (15.5) и (15.6) записываются в  $n$ -мерном случае так:

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\overline{(x_i^* - x_i)}}{\tau} = A_i(\vec{x}, t), \quad (15.44)$$

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\overline{(x_i^* - x_i)(x_k^* - x_k)}}{\tau} = 2B_{ik}(\vec{x}, t), \quad (15.45)$$

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\overline{(x_i^* - x_i)(x_k^* - x_k)(x_l^* - x_l)}}{\tau} = 0, \quad (15.46)$$

где  $i, k, l = 1, 2, \dots, n$ , а вектор  $\vec{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  является краткой записью совокупности  $n$  независимых координат процесса.

Плотность вероятности  $w(\vec{x}, t)$  непрерывного  $n$ -мерного марковского процесса удовлетворяет  $n$ -мерному уравнению Фоккера — Планка

$$\frac{\partial w}{\partial t} = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} (A_i w) + \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k} (B_{ik} w). \quad (15.47)$$

Если ввести вектор  $\vec{\Pi}$  потока вероятности с составляющими по осям координат

$$\Pi_i = A_i w - \sum_{k=1}^n \frac{\partial}{\partial x_k} (B_{ik} w), \quad (15.48)$$

то уравнение (15.47) можно записать в следующем компактном виде:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{\Pi} = 0. \quad (15.49)$$

Эта дивергентная форма уравнения Фоккера — Планка допускает наглядную трактовку как дифференциальный закон сохранения вероятности, аналогичный тому, который обсуждался в § 15.2 применительно к уравнению (15.8).

Если  $n$ -мерный марковский процесс описывается системой стохастических дифференциальных уравнений первого порядка, являющейся многомерным аналогом уравнения (15.11),

$$\begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} &= a_i(\vec{x}, t) + \sum_{k=1}^n b_{ik}(\vec{x}, t) \xi_k(t), \\ i &= 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (15.50)$$

где  $\xi_k(t)$  — взаимно независимые единичные белые шумы, то коэффициенты уравнения (15.47) выражаются следующим образом:

$$A_i(\vec{x}, t) = a_i(\vec{x}, t) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial b_{ij}(\vec{x}, t)}{\partial x_k} b_{kj}(\vec{x}, t), \quad (15.51)$$

$$B_{ik} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n b_{ij}(\vec{x}, t) b_{kj}(\vec{x}, t). \quad (15.52)$$

В одномерном случае из (15.51) и (15.52) получаются соответственно формулы (15.12) и (15.13).

Если уравнение Фоккера — Планка рассматривается в неограниченном многомерном пространстве, то оно должно быть дополнено начальным условием  $w(\vec{x}, 0) = w_0(\vec{x})$ . Если же область пространства конечна, то должны быть заданы также соответствующие краевые условия на границах области.

Общие соображения, относящиеся к условиям существования стационарного решения, остаются в многомерном случае теми же, что и в одномерном, с той лишь разницей, что здесь следует рассматривать многомерный потенциальный рельеф системы. Однако многомерного аналога простой формулы (15.28) не существует и отыскание стационарного решения при  $n \geq 2$  оказывается подчас весьма непростой задачей.

Применение изложенных ранее соотношений проиллюстрируем следующим примером. Рассмотрим следящую систему (рис. 14.6) в которой

$$K(p) = \frac{\kappa_n}{p(1 + Tp)} \quad (15.53)$$

— звено второго порядка. Относительно характеристики  $\varphi(x)$  нелинейного элемента предположим лишь, что ее форма такова, что существует стационарное решение уравнения Фоккера — Планка. Входное воздействие полагаем, как и ранее, постоянным. Задача состоит в отыскании стационарного распределения ошибки слежения.

Дифференциальное уравнение исследуемой системы имеет вид

$$x_{вх} = x + \frac{\kappa_n [\varphi(x) + \sqrt{s(0)} \xi(t)]}{p(1 + Tp)}$$

или при  $x_{вх} = \text{const}$

$$T \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + \kappa_n \varphi(x) + \kappa_n \sqrt{s(0)} \xi(t) = 0. \quad (15.54)$$

В соответствии с изложенной выше методикой составления уравнений Фоккера — Планка представим уравнение (15.54) в виде системы двух уравнений первого порядка. Для этого введем вторую независимую координату системы — скорость изменения ошибки слежения

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x}. \quad (15.55)$$

Учитывая (15.55), придаем уравнению (15.54) следующий вид:

$$\frac{d\dot{x}}{dt} = -\frac{1}{T} [\dot{x} + \kappa_n \varphi(x)] - \frac{\kappa_n}{T} \sqrt{s(0)} \xi(t). \quad (15.56)$$



Соотношения (15.55) и (15.56) образуют искомую совокупность уравнений первого порядка. Из этих соотношений в обозначениях, принятых в (15.50), получаем

$$a_1 = \dot{x}, \quad a_2 = -\frac{1}{T} [\dot{x} + \kappa_n \Phi(x)], \quad b_{11} = b_{12} = b_{21} = 0, \\ b_{22} = -\frac{\kappa_n}{T} \sqrt{s(0)}. \quad (15.57)$$

Теперь формулы (15.47), (15.51) и (15.52) позволяют найти коэффициенты  $A_i$ ,  $B_{ik}$  и составить следующее двумерное уравнение Фоккера — Планка:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} (\dot{x} w) + \frac{1}{T} \frac{\partial}{\partial \dot{x}} \{[\dot{x} + \kappa_n \Phi(x)] w\} + \frac{\kappa_n^2 s(0)}{2T^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \dot{x}^2}, \quad (15.58)$$

где  $w = w(x, \dot{x}; t)$ .

В режиме стационарных флуктуаций производная  $\partial w / \partial t$  обращается в нуль. Поэтому для стационарной плотности вероятности из (15.58) получаем

$$-\dot{x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\kappa_n}{T} \Phi(x) \frac{\partial w}{\partial \dot{x}} + \frac{1}{T} \frac{\partial}{\partial \dot{x}} (\dot{x} w) + \frac{\kappa_n^2 s(0)}{2T^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \dot{x}^2} = 0. \quad (15.59)$$

Непосредственной проверкой нетрудно убедиться, что стационарное уравнение Фоккера — Планка (15.60)

$$-u \frac{\partial w}{\partial x} + K(x) \frac{\partial w}{\partial u} + \beta \frac{\partial}{\partial u} (uw) + q \frac{\partial^2 w}{\partial u^2} = 0 \quad (15.60)$$

имеет решение

$$w(x, u) = C \exp \left[ -\frac{\beta}{q} \left( \frac{u^2}{2} + \int_0^x K(\xi) d\xi \right) \right]. \quad (15.61)$$

В нашем случае

$$u = \dot{x}, \quad K(x) = \frac{\kappa_n}{T} \Phi(x), \\ \beta = \frac{1}{T}, \quad q = \frac{\kappa_n^2 s(0)}{2T^2}.$$

Подставляя эти значения в решение (15.61), получаем

$$w(x, \dot{x}) = C \exp \left[ -\frac{2T}{\kappa_n^2 s(0)} \left( \frac{\dot{x}^2}{2} + \frac{\kappa_n}{T} \int_0^x \Phi(\xi) d\xi \right) \right]. \quad (15.62)$$

Выражение (15.62) можно представить в виде произведения двух экспоненциальных сомножителей, из которых один зависит лишь от ошибки слежения  $x$ , а другой — от скорости  $\dot{x}$  ее изменения. Отсюда вытекает, что координаты  $x$  и  $\dot{x}$  статистически независимы. Входящая в (15.62) константа определяется из условия нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(x, \dot{x}) dx d\dot{x} = 1. \quad (15.63)$$

Если существенно лишь одномерное стационарное распределение ошибки слежения, то соответствующая плотность вероятности может быть найдена из (15.62) следующим очевидным способом:

$$w(x) = \int_{-\infty}^{\infty} w(x, \dot{x}) d\dot{x}. \quad (15.64)$$

Дальнейшая конкретизация выражений (15.62) и (15.64) легко достигается, если известен вид функции  $\varphi(x)$ , описывающей свойства нелинейного элемента исследуемой следящей системы.

В заключение сделаем следующее важное замечание. Во всех рассуждениях и выкладках настоящей главы предполагалось, что случайный процесс, воздействующий на систему, может быть заменен белым шумом. Это ограничение не является обязательным. Можно рассматривать также воздействия, являющиеся  $m$ -мерными марковскими процессами. Поскольку такие процессы могут трактоваться как результат воздействия белого шума на некоторую фиктивную систему  $m$ -го порядка, то задача о воздействии указанного процесса на систему  $n$ -го порядка может быть сведена к задаче о воздействии белого шума на систему, порядок которой равен  $m + n$ . Естественно, что математические трудности, вызванные увеличением числа измерений, сильно возрастают, что существенно ограничивает возможности успешного выполнения конкретных расчетов.

### К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. Каков характер статистической связи в одномерном и многомерном марковских процессах?
2. Чем определяется число измерений марковского процесса?
3. Напишите одномерное уравнение Фоккера — Планка и поясните его смысл, как закона сохранения вероятности.
4. Какова связь между существованием стационарного решения уравнения Фоккера — Планка и характером потенциального рельефа системы?
5. Какой смысл имеют коэффициенты уравнения Фоккера — Планка и какова процедура их вычисления, если задано стохастическое дифференциальное уравнение системы?
6. Составьте уравнение Фоккера — Планка для  $LR$ -цепочки, находящейся под воздействием белого шума (выходное напряжение снимается с активного сопротивления); найдите его стационарное решение и постройте потенциальный рельеф системы.
7. Как формулируется задача о достижении поглощающей границы?
8. Приведите примеры систем, описываемых двумерными уравнениями Фоккера — Планка.
9. В каких случаях и как можно применить уравнение Фоккера — Планка при небелом случайном воздействии?
10. Сравните метод уравнений Фоккера — Планка и метод статистической линеаризации.

Литература [43, 69, 71, 72, 79].

## ЭКВИВАЛЕНТЫ РАДИОЗВЕНА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

### § 16.1. РОЛЬ ЭКВИВАЛЕНТОВ РАДИОЗВЕНА В ИССЛЕДОВАНИИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Одной из наиболее важных частей системы радиоуправления является радиозвено. Состав аппаратуры, образующей радиозвено, как видно из содержания гл. 6 и 7, существенно зависит от принципа управления (самонаведение или телеуправление), от выбранного кинематического метода наведения и способа его реализации. Так, например, при самонаведении с использованием стабилизированной антенны (рис. 6.5) радиозвено представляет собой радиолокатор, определяющий угловое положение цели в стабилизированной системе координат. В других случаях, например при самонаведении со следящим гирос приводом (рис. 6.9), радиозвеном является замкнутая следящая система, измеряющая величины угла  $\varphi$  или угловой скорости  $\dot{\varphi}$ .

При телеуправлении, как отмечалось в гл. 7, радиозвено имеет сложную структуру и разбивается на несколько более простых звеньев. Причем здесь наряду с радиозвеньями, аналогичными описанным выше радиозвеньям системы самонаведения, применяются радиозвенья типа командной радиолинии и линии передачи измеренных параметров цели. Из приведенных примеров видно, что аппаратура радиозвена разнообразна и может представлять собой как разомкнутую цепь, так и замкнутую следящую систему.

Радиозвено является достаточно сложным устройством. В нем осуществляется ряд линейных и нелинейных преобразований сигнала, таких, как фильтрация, кодирование, модуляция, декодирование и др. Кроме того, приемное устройство радиозвена может содержать систему АРУ, систему слежения за частотой, фазой или временным положением принятого сигнала. Некоторые параметры радиозвена при наличии помех становятся случайными функциями времени.

При расчете замкнутого контура управления, в состав которого входит радиозвено, желательно, отказавшись от воспроизведения всех деталей структуры реального радиозвена, заменить его некоторым эквивалентом. Этот эквивалент должен обладать характери-

стиками, которые с тем или иным приближением воспроизводят внешние характеристики радиозвена. Под внешними характеристиками здесь понимаются зависимости, устанавливающие связь между входным воздействием и напряжением на выходе радиозвена.

Замена реального радиозвена эквивалентом преследует двоякую цель. Во-первых, переход от реальной аппаратуры к ее эквиваленту позволяет провести полное математическое моделирование системы управления на цифровой или аналоговой вычислительной машине. Во-вторых, при составлении эквивалента учитываются лишь наиболее существенные особенности радиозвена. Поэтому переход к эквиваленту позволяет также упростить теоретический анализ системы управления независимо от способа его проведения.

Простейшие эквиваленты радиозвена уже частично обсуждались в гл. 6, 7, 12, 14 при анализе принципов построения систем управления и оценке возникающих в них флуктуационных ошибок. В настоящей главе построение эквивалентов радиозвена рассматривается более подробно. При этом основное внимание уделяется замене радиозвена эквивалентом для проведения моделирования системы управления в целом. Приведенные здесь результаты находят применение, в частности, в следующей главе.

Внешние характеристики, связывающие входное воздействие и напряжение на выходе радиозвена при наличии помех, носят статистический характер. Наиболее полно они определяются многомерным совместным законом распределения процессов на входе и выходе радиозвена. Поэтому желательно найти такой эквивалент, который воспроизводил бы этот закон распределения. Однако ввиду сложности радиозвена часто не удается определить указанный закон распределения и, опираясь на него, построить эквивалент.

Во многих практических случаях достаточно знать более простые внешние характеристики радиозвена и найти эквивалент на их основании. Так, в ряде случаев достаточно потребовать, чтобы совпадали математические ожидания и корреляционные функции напряжений на выходе радиозвена и его эквивалента. Переход от радиозвена к эквиваленту на основании этого критерия является точным (строгим), если система управления в целом линейна и ее анализ полностью может быть выполнен в рамках корреляционной теории. Критерий равенства математических ожиданий и корреляционных функций при переходе к эквиваленту радиозвена дает точные результаты также в том случае, когда выходное напряжение радиозвена проходит через узкополосный фильтр и приобретает нормальный закон распределения. В иных случаях замена радиозвена эквивалентом на основании этого критерия является приближенной и связана с трудностями определения многомерного закона распределения и стремлением упростить анализ системы управления в целом.

Характер физических явлений, происходящих в радиозвене, существенно зависит от структуры самого звена, величины динами-

ческих возмущений, наличия помех и их интенсивности. При изменении этих условий меняются поведение внешних характеристик и, как следствие структура и параметры эквивалента. Изменения эквивалента радиозвена в зависимости от условий его работы, а также некоторые свойства этих эквивалентов рассматриваются в последующих параграфах данной главы.

## § 16.2. ЛИНЕЙНЫЕ ЭКВИВАЛЕНТЫ РАДИОЗВЕНА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Анализ радиозвена показывает, что в его составе обычно можно выделить безынерционную преобразующую часть и инерционную фильтрующую часть. Так, при анализе командной радиолинии

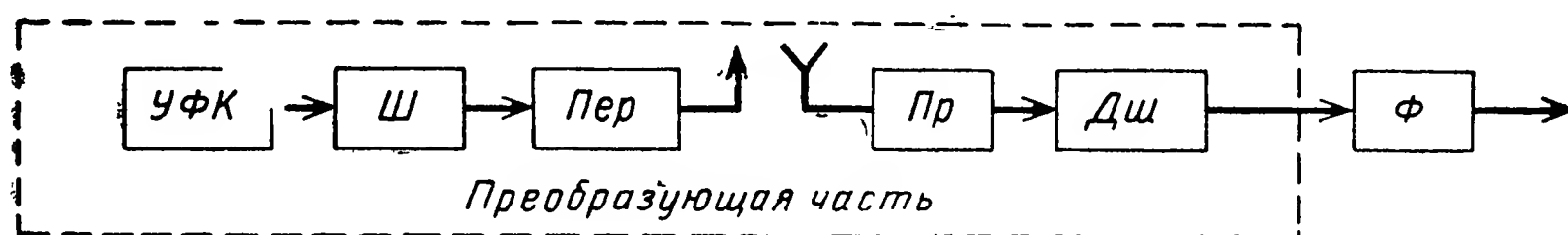


Рис. 16.1

(рис. 16.1) можно приближенно считать [3], что устройство формирования команды *УФК*, шифратор *Ш*, передатчик *Пер*, приемник *Пр* и дешифратор *Дш* являются безынерционными по отношению к передаваемой команде, а инерционность линии полностью определяется выходным фильтром (*Ф*). Аналогично при рассмотрении радиозвена системы самонаведения с автоследящей антенной (рис. 6.11) можно считать угловой дискриминатор безынерционным по отношению к изменению угла  $\varphi$ . Инерционность этой системы определяется фильтром и интегратором в цепи автослежения.

Изменение условий работы радиозвена (уровня динамических возмущений и помех) приводит в первую очередь к изменению характеристик преобразующей части радиозвена. Для того чтобы построить эквивалент радиозвена в целом, необходимо уметь заменять эквивалентом его преобразующую часть. Причем критерии перехода от реальной аппаратуры к эквиваленту остаются здесь теми же самыми, что и в случае замены эквивалентом всего радиозвена.

Рассмотрим построение эквивалента безынерционной преобразующей части радиозвена на примере замены эквивалентом углового дискриминатора (пеленгатора). Без существенных принципиальных изменений приведенный далее материал может быть распространен также на преобразующую часть радиозвена типа командной радиолинии.

Если уровень динамических возмущений и флуктуационных помех, действующих на пеленгатор, невелик, то по отношению к угловым отклонениям его можно считать линейным устройством.

Напряжение  $u_{\text{вых}}(t)$  на выходе пеленгатора при этом определяется соотношением

$$u_{\text{вых}}(t) = [\kappa + \kappa_2(t)] x(t) + \kappa_1(t), \quad (16.1)$$

где  $\kappa + \kappa_2(t)$  — коэффициент передачи пеленгатора, который складывается из регулярной составляющей  $\kappa$  и случайной составляющей  $\kappa_2(t)$ , причем  $\overline{\kappa_2(t)} = 0$ ;  $x(t)$  — входное динамическое возмущение;  $\kappa_1(t)$  — напряжение аддитивной помехи.

Наличие случайной составляющей коэффициента передачи может быть вызвано, например, амплитудными флуктуациями сигнала. Процессы  $\kappa_1(t)$ ,  $\kappa_2(t)$  от воздействия  $x(t)$  не зависят. Как видно из соотношения (16.1), связь между  $u_{\text{вых}}(t)$  и  $x(t)$  является безынерционной, что полностью соответствует принятому положению о безынерционности пеленгатора по отношению к угловым перемещениям цели.

Так как напряжение на выходе эквивалента  $u_3(t)$  должно возможно ближе совпадать с напряжением  $u_{\text{вых}}(t)$ , то естественно потребовать, чтобы  $u_3(t)$  описывалось выражением, аналогичным (16.1):

$$u_3(t) = [\kappa_3 + \xi_2(t)] x(t) + \xi_1(t), \quad (16.2)$$

где  $\kappa_3 + \xi_2(t)$  — коэффициент передачи эквивалента по динамическому возмущению;  $\xi_1(t)$ ,  $\xi_2(t)$  — случайные процессы, не зависящие от  $x(t)$ , причем  $\overline{\xi_2(t)} = 0$ .

Структурная схема эквивалента, определяемого формулой (16.2), показана на рис. 16.2. Как видно из рисунка, в состав эквивалента входят безынерционный элемент с коэффициентом передачи  $\kappa_3$ , два источника случайных процессов  $\xi_1(t)$  и  $\xi_2(t)$ , а также умножитель. Величина  $\kappa_3$  и характеристики случайных процессов  $\xi_1(t)$  и  $\xi_2(t)$  должны быть выбраны такими, чтобы обеспечить максимальное приближение напряжений  $u_3(t)$  и  $u_{\text{вых}}(t)$ .

Как отмечалось в § 16.1, часто достаточным критерием приближения напряжений  $u_3(t)$  и  $u_{\text{вых}}(t)$  является совпадение их математических ожиданий и корреляционных функций. Так как в выражения (16.1) и (16.2) входит одно и то же воздействие  $x(t)$ , то это условие выполняется, если

$$\kappa_3 = \kappa, \quad \overline{\xi_1(t)} = \overline{\kappa_1(t)}, \quad (16.3)$$

а корреляционные и взаимные корреляционные функции процессов  $\xi_1(t)$ ,  $\xi_2(t)$  совпадают с аналогичными функциями процессов  $\kappa_1(t)$  и  $\kappa_2(t)$ .

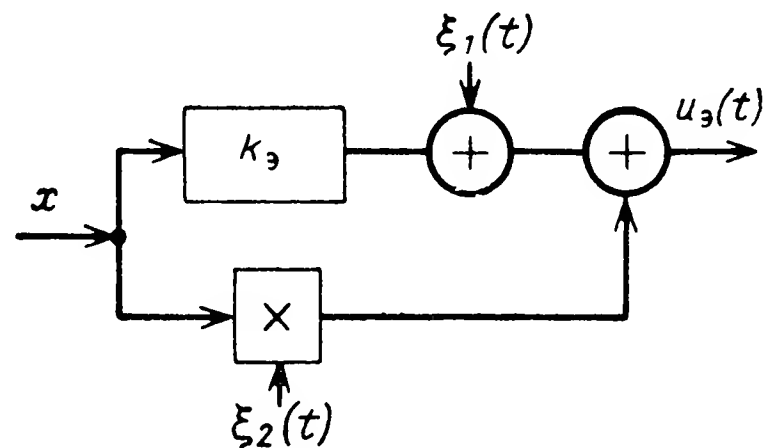


Рис. 16.2



Математически последнее требование записывается в виде следующих равенств:

$$\overline{\xi_1^\circ(t_1) \xi_1^\circ(t_2)} = \overline{\kappa_1^\circ(t_1) \kappa_1^\circ(t_2)}, \quad (16.4)$$

$$\overline{\xi_2(t_1) \xi_2(t_2)} = \overline{\kappa_2(t_1) \kappa_2(t_2)}, \quad (16.5)$$

$$\overline{\xi_1^\circ(t_1) \xi_2(t_2)} = \overline{\kappa_1^\circ(t_1) \kappa_2(t_2)}, \quad (16.6)$$

$$\overline{\xi_1^\circ(t_2) \xi_2(t_1)} = \overline{\kappa_1^\circ(t_2) \kappa_2(t_1)}, \quad (16.7)$$

$$t_2 = t_1 + \tau, \quad \xi_1^\circ(t) = \xi_1(t) - \overline{\xi_1(t)},$$

$$\kappa_1^\circ(t) = \kappa_1(t) - \overline{\kappa_1(t)}.$$

Выражения (16.3) — (16.7) определяют требования, которые необходимо выполнить при конструировании генераторов шумов  $\xi_1(t)$ ,  $\xi_2(t)$ , входящих в эквивалент. Отметим, что выполнение условия (16.5) означает совпадение корреляционных функций коэффициентов передачи пеленгатора и его эквивалента. Если характеристики выходного напряжения пеленгатора определяются теоретическим путем, то применение соотношений (16.3) — (16.7) не встречает каких-либо затруднений.

В качестве примера теоретического определения характеристик шумов  $\xi_1(t)$  и  $\xi_2(t)$  рассмотрим замену эквивалентом пеленгатора с коническим сканированием, на который действует флуктуирующий по амплитуде сигнал.

Напряжение помехи на выходе такого пеленгатора описывается выражением

$$u_n(t) = \kappa_1(t) + \kappa_2(t) x(t),$$

в котором процессы  $\kappa_1(t)$  и  $\kappa_2(t)$  могут считаться независимыми белыми шумами со спектральными плотностями  $g_1(0)$  и  $g_2(0)$  соответственно. Величины  $g_1(0)$  и  $g_2(0)$  определяются спектральной характеристикой пульсации сигнала. Из соотношений (16.4) — (16.7) вытекает, что в рассматриваемом примере процессы  $\xi_1(t)$  и  $\xi_2(t)$  в генераторах, входящих в эквивалент, также следует считать независимыми белыми шумами со спектральными плотностями  $g_1(0)$  и  $g_2(0)$ .

Параметры эквивалента (рис. 16.2) можно найти также по результатам экспериментального определения математического ожидания и корреляционной функции напряжения на выходе пеленгатора [3].

Для того чтобы построить эквивалент всего радиозвена, следует обратиться к его структурной схеме и заменить в ней пеленгатор эквивалентом, приведенным на рис. 16.2. В качестве примера на рис. 16.3 таким путем построен эквивалент рассмотренного в гл. 6 радиозвена системы самонаведения со следящим гирос приводом. Следует отметить, что параметры эквивалента  $\kappa_2$ ,  $\xi_1(t)$ ,  $\xi_2(t)$  зависят от уровня принимаемого сигнала и интенсивности флуктуационной помехи. Уровни сигнала и помех в процессе полета ракеты изменяются. Поэтому в общем случае величина  $\kappa_2$  зависит от времени,



а процессы  $\xi_1(t)$  и  $\xi_2(t)$  являются нестационарными. Анализ системы управления, содержащей подобное радиозвено, являющееся системой с переменными параметрами, может быть выполнен методами, изложенными в гл. 13.

Так как интенсивность сигнала и помех в процессе полета ракеты изменяется сравнительно медленно, допустимо считать в пределах отдельных участков траектории коэффициент передачи  $\kappa_\Sigma$  постоянным и случайные процессы  $\xi_1(t)$  и  $\xi_2(t)$  стационарными. В ряде случаев, кроме того, влияние комбинационной помехи  $\xi_2(t)$   $x(t)$  мало, и его можно не учитывать. При этом появляется возможность допол-

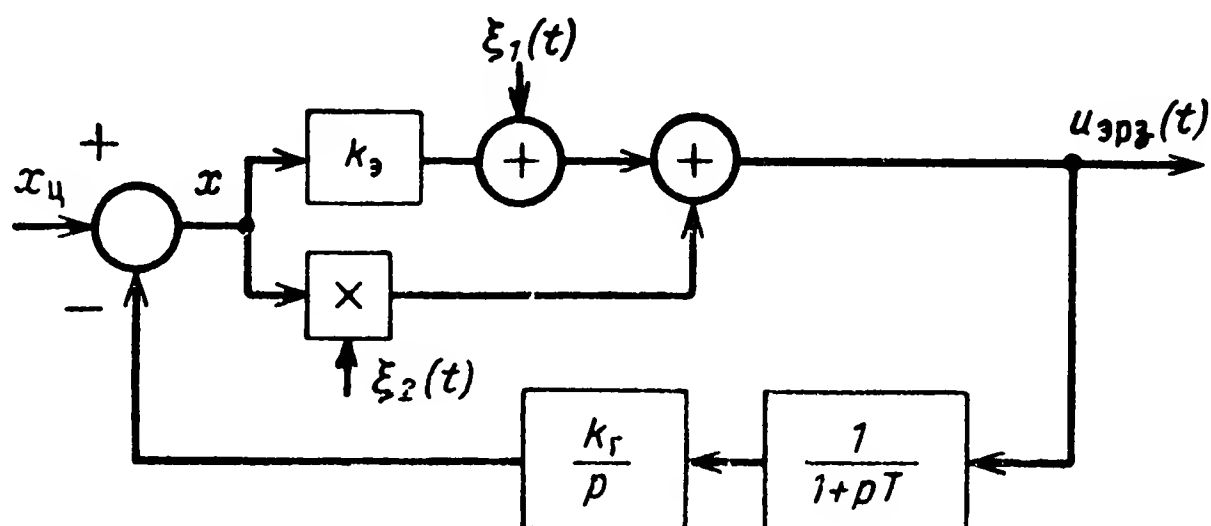


Рис. 16.3

нительно упростить эквивалент, изображенный на рис. 16.3, заменив его эквивалентной разомкнутой цепью. Блок-схема разомкнутого эквивалента показана на рис. 16.4. Как следует из рис. 16.3 и рис. 16.4, в рассматриваемом примере

$$\left. \begin{aligned} K_{pz}(p) &= \frac{\kappa_\Sigma}{1 + \frac{\kappa_\Sigma \kappa_\Gamma}{p(1+pT)}}, \\ \xi_\Sigma(t) &= \frac{1}{1 + \frac{\kappa_\Sigma \kappa_\Gamma}{p(1+pT)}} \xi_1(t). \end{aligned} \right\} \quad (16.8)$$

Аналогичным путем при постоянстве параметров радиозвена и пренебрежении комбинационной составляющей помехи могут быть преобразованы и другие эквиваленты, представляющие собой замкнутую систему регулирования.

Для создания процесса  $\xi_\Sigma(t)$  со спектральной характеристикой, определяемой формулой (16.8), в состав эквивалента (рис. 16.4) необходимо включить формирующий фильтр. Это несколько усложняет построение эквивалента. Если ширина спектра помехи  $\xi_1(t)$  превосходит полосу пропускания радиозвена, процесс  $\xi_1(t)$  можно считать белым шумом. В этом случае более предпочтительным является эквивалент (рис. 16.5), в котором помеха приведена ко входу

радиозвона. Из сопоставления рис. 16.4 и 16.5, а также выражений (16.8) вытекает, что

$$\xi_{\text{вх}}(t) = \xi_1(t)/\kappa_{\text{э}}.$$

Так как помеха  $\xi_1(t)$  аппроксимируется белым шумом, то и процесс  $\xi_{\text{вх}}(t)$  также является белым шумом. Его спектральная плотность  $g_{\text{вх}}(0)$  связана со спектральной плотностью  $g_1(0)$  помехи соотношением

$$g_{\text{вх}}(0) = g_1(0)/\kappa_{\text{э}}^2.$$

Необходимость включения в состав эквивалента дополнительного формирующего фильтра в этом случае отпадает.

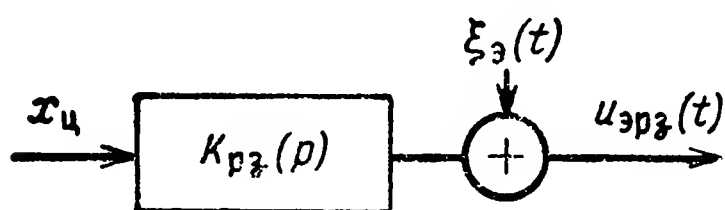


Рис. 16.4



Рис. 16.5

Характеристики найденного эквивалента радиозвона [коэффициент передачи  $K_{pz}(p)$  и спектральная плотность  $g_{\text{вх}}(0)$ ] определяются параметрами  $k_{\text{э}}$ ,  $\xi_1(t)$  эквивалента пеленгатора и параметрами цепи обратной связи. Заметим, что характеристики упрощенного эквивалента, показанного на рис. 16.5, можно найти путем экспериментального исследования радиозвона в целом, минуя стадию отдельного исследования пеленгатора. Для этого достаточно определить экспериментально комплексный коэффициент передачи  $K_{pz}(j\omega)$  и найти дисперсию  $\sigma^2$  выходного напряжения радиозвона. Спектральная плотность  $g_{\text{вх}}(0)$  на основании результатов эксперимента рассчитывается по формуле

$$g_{\text{вх}}(0) = \sigma^2 \left/ \int_0^{\infty} |K_{pz}(j2\pi f)|^2 df \right.$$

### § 16.3. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭКВИВАЛЕНТЫ РАДИОЗВЕНА

При большом уровне динамических возмущений или помех необходимо учитывать нелинейность внешних характеристик преобразующей части радиозвона, связывающих входное воздействие и напряжение на ее выходе. В этих условиях линейный эквивалент, рассмотренный в предыдущем параграфе, уже не позволяет воспроизвести с достаточной степенью точности процессы в реальной аппаратуре. Возникает необходимость построения нелинейного эквивалента радиозвона. При отыскании такого эквивалента будем так же, как и в предыдущем параграфе, полагать, что преобразующей частью радиозвона является угловой дискриминатор (пеленгатор).

Нелинейность пеленгатора может проявляться как в нелинейном преобразовании входного динамического воздействия  $x(t)$ , так и в нелинейной зависимости помехи на выходе пеленгатора от величины  $x$ . В отличие от линейного пеленгатора, выходное напряжение которого определяется формулой (16.1), напряжение на выходе нелинейного пеленгатора описывается соотношением

$$u_{\text{вых}}(t) = F(x) + \kappa(t, x), \quad (16.9)$$

где  $F(x)$  — математическое ожидание (среднее значение) напряжения на выходе пеленгатора, нелинейно зависящее от  $x$ ;  $\kappa(t, x)$  — помеха, также нелинейно зависящая от  $x$ .

Учитывая медленное изменение интенсивности сигнала и помех, будем считать для отдельных участков траектории, что вид функции  $F(x)$  не зависит от времени, а помеха  $\kappa(t, x)$  является стационарной.

Если изменение величины воздействия  $x$  приводит лишь к изменению интенсивности помехи  $\kappa(t, x)$  и не влияет на ее спектральный состав, можно представить помеху  $\kappa(t, x)$  в виде

$$\kappa(t, x) = \varphi(x) \kappa_0(t), \quad (16.10)$$

где  $\kappa_0(t)$  — нормированное по амплитуде напряжение помехи, не зависящее от  $x$ ;  $\varphi(x)$  — нелинейная функция, учитывающая изменение уровня помехи в зависимости от величины  $x$ .

При анализе контура управления часто имеет место именно эта ситуация, так как ширина спектра помехи превосходит, как правило, полосу замкнутого контура управления. В этом случае можно считать, что при любой величине  $x$  процесс  $\kappa(t, x)$  является белым шумом со спектральной плотностью, зависящей от  $x$ . Заметим в то же время, что соотношение (16.10) может выполняться и для помехи  $\kappa(t, x)$ , не являющейся белым шумом.

В выражении (16.10) удобно принять, что  $\kappa_0(t)$  — помеха с единичной спектральной плотностью  $g_0(0)$  в области нижних частот. Тогда нормирующий множитель  $\varphi(x)$  связан с величиной спектральной плотности  $g_y(0, x)$  помехи  $\kappa(t, x)$  в области нижних частот, найденной при фиксированном значении  $x$  соотношением

$$g_y(0, x) = \varphi^2(x). \quad (16.11)$$

Составляя эквивалент рассматриваемого пеленгатора, потребуем, так же как и в § 16.2, чтобы совпадали математические ожидания и корреляционные функции напряжений на выходе пеленгатора и его эквивалента. Для нелинейного пеленгатора, определяемого соотношениями (16.9), (16.10), (16.11), это требование выполняется, если эквивалент описывается выражением

$$u_{\text{э}}(t) = F(x) + \varphi(x) \xi_0(t), \quad (16.12)$$

где  $u_{\text{э}}(t)$  — напряжение на выходе эквивалента;  $F(x)$ ,  $\varphi(x)$  — безынерционные нелинейные функции  $x$ ;  $\xi_0(t)$  — нормированный

случайный процесс с единичной спектральной плотностью в области нижних частот, функция корреляции которого совпадает с корреляционной функцией помехи  $\kappa_0(t)$ .

Блок-схема эквивалента, удовлетворяющего соотношению (16.12), показана на рис. 16.6. Функции  $F(x)$  и  $\varphi(x)$ , характеризующие эквивалент, определяются зависимостями условного математического ожидания  $\overline{u_{\text{вых } y}(x)}$  и условной спектральной плотности  $g_y(0, x)$  напряжения на выходе пеленгатора от величины  $x$ :

$$F(x) = \overline{u_{\text{вых } y}(x)},$$

$$\varphi(x) = \sqrt{g_y(0, x)}.$$

Эти зависимости, а также корреляционная функция помехи  $\kappa_0(t)$  могут быть найдены в результате теоретического или эксперимен-

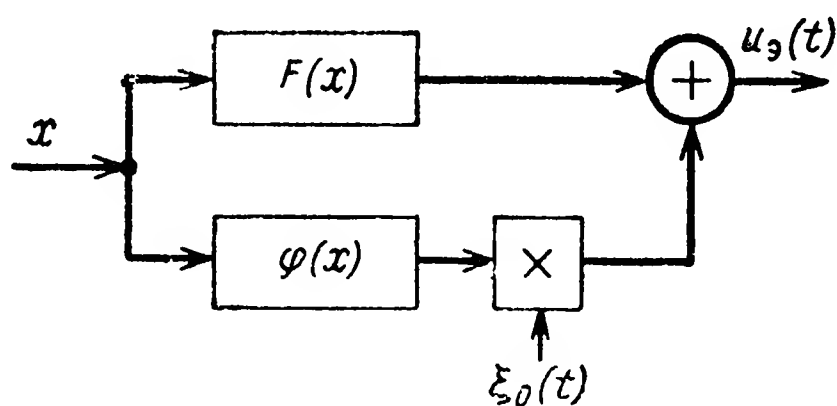


Рис. 16.6

тального исследования пеленгатора. В ходе этого исследования математическое ожидание  $\overline{u_{\text{вых } y}(x)}$ , спектральная плотность  $g_y(0, x)$  и функция корреляции выходного напряжения пеленгатора определяются в зависимости от  $x$ , где  $x$  является постоянной во времени величиной.

В тех случаях, когда возникает необходимость учесть изменение ширины спектра помехи на выходе пеленгатора в зависимости от величины  $x$ , пеленгатор может быть заменен, например, нелинейным эквивалентом, предложенным в работе [3].

Для того чтобы построить эквивалент радиозвена с нелинейным пеленгатором, так же как и в линейном случае, необходимо в структурной схеме радиозвена заменить пеленгатор его эквивалентом. На рис. 16.7 в качестве примера показан эквивалент радиозвена системы самонаведения со следящим гирос приводом, в котором нелинейный пеленгатор заменен эквивалентом вида (16.9).

Оценим возможность дальнейшего упрощения эквивалента радиозвена, показанного на рис. 16.7, и других аналогичных ему эквивалентов, представляющих собой замкнутую нелинейную систему регулирования. Для упрощения такого эквивалента желательно представить его в виде разомкнутой цепи. Чтобы осуществить указанный переход, можно попытаться линеаризовать нелинейный элемент по методу статистической линеаризации и преобразовать

получившуюся после этого линейную замкнутую систему регулирования в разомкнутую систему. Однако подобные попытки в общем случае не дают желаемого результата. Коэффициенты статистической линеаризации зависят от возмущения, приложенного к нелинейному элементу. При этом параметры эквивалента оказываются зависящими как от характеристик самого радиозвена, так и от характеристик внешнего контура и действующих на него внешних возмущений. В результате преобразованный эквивалент получается весьма громоздким, а область его применения ограниченной.

В противоположность этому эквивалент радиозвена в виде замкнутой системы не зависит от характеристик внешнего контура управления, и все его параметры могут быть найдены в процессе

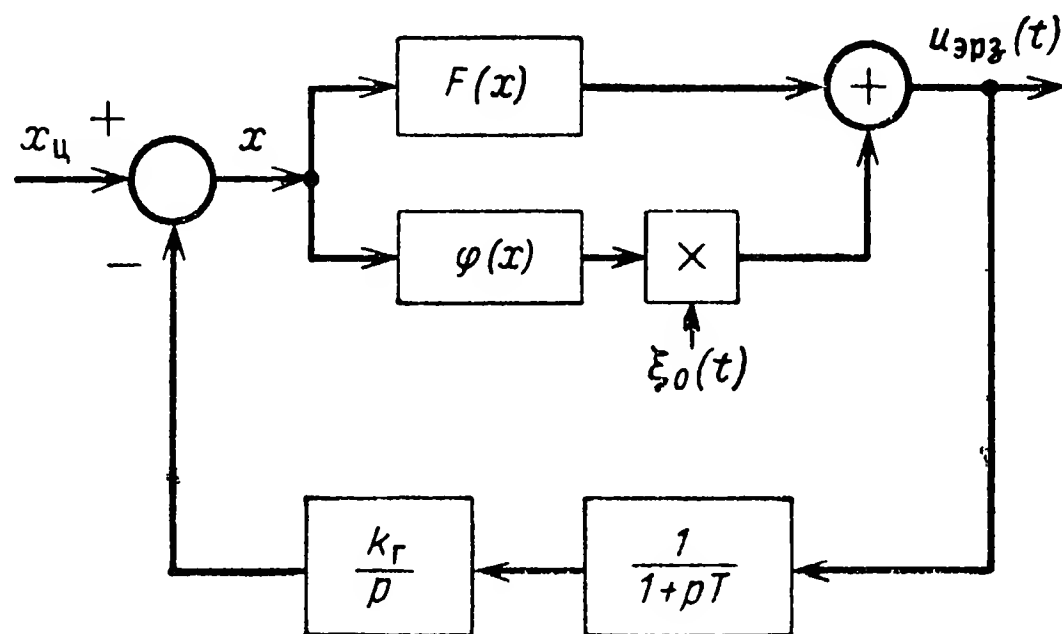


Рис. 16.7

испытаний радиозвена без внешнего контура. Это является существенным достоинством данного эквивалента и позволяет применять его для внешнего контура произвольного вида. Кроме того, эквивалент замкнутого типа (рис. 16.7) позволяет более полно учитывать при моделировании явления срыва слежения, вызванные нелинейностью зависимости  $F(x)$ .

Анализ конкретной системы управления, в которой радиозвено заменено нелинейным эквивалентом, может быть выполнен одним из методов анализа нелинейных систем, находящихся под воздействием случайных процессов. К числу этих методов относятся, например, моделирование на вычислительной машине и метод статистической линеаризации. В последнем случае возникает необходимость линеаризовать как пеленгационную характеристику  $F(x)$ , так и зависимость шума  $\xi(t, x)$  от величины  $x$ . Что касается линеаризации характеристики  $F(x)$ , то здесь справедливы все соображения линеаризации безынерционной нелинейной зависимости, изложенные в гл. 14. В частности, как отмечено в гл. 14, при статистической линеаризации зависимости  $F(x)$  наиболее эффективно удастся проанализировать установившийся режим системы управления.

Вопрос о линеаризации зависимости  $\xi(t, x)$  требует несколько более подробного обсуждения. Помеху  $\xi(t, x)$  можно приближенно заменить в некотором смысле эквивалентной ей помехой, линейно зависящей от величины  $x$ . После такой замены система управления превращается в линейную систему с переменными параметрами. Для того чтобы добиться более радикального упрощения задачи, будем полагать в соответствии с формулой (16.12), что помеха  $\xi(t, x)$  описывается выражением  $\xi(t, x) = \varphi(x) \xi_0(t)$  и попытаемся заменить помеху  $\xi(t, x)$  эквивалентным процессом, не зависящим от значения  $x$ . Заменим приближенно помеху  $\xi(t, x)$  процессом  $\xi_p(t) = a \xi_0(t)$  и так определим коэффициент  $a$ , чтобы замена по возможности была равноценной.

Если ширина спектра помехи  $\xi(t, x)$  превосходит полосу пропускания контура управления, то основным параметром, определяющим ее влияние на процесс управления, является величина спектральной плотности  $g(0, x)$  в области нижних частот. При вычислении спектральной плотности  $g(0, x)$  такой помехи можно считать величину  $x$  постоянной во времени. В результате, учитывая представление помехи  $\xi(t, x)$  в виде (16.12) и равенство единице спектральной плотности процесса  $\xi_0(t)$  в области нижних частот, получим

$$g(0, x) = \varphi^2(x).$$

Для рассматриваемой помехи в качестве критерия ее эквивалентности процессу  $\xi_p(t) = a \xi_0(t)$  можно выдвинуть требование, чтобы спектральная плотность  $g_p(0)$  процесса  $\xi_p(t)$  совпадала с усредненной по всем возможным значениям  $x$  величиной спектральной плотности  $g(0, x)$  помехи  $\xi(t, x)$ . Так, как спектральная плотность процесса  $\xi_p(t)$  в области нижних частот равна  $a^2$  то сформулированное условие записывается в виде

$$a^2 = \int_{-\infty}^{\infty} g(0, x) w(x) dx, \quad (16.13)$$

где  $w(x)$  — плотность вероятности значений  $x$ .

Если принять, как это обычно делается при использовании метода статистической линеаризации, что закон распределения  $w(x)$  нормальный, то коэффициент  $a$  зависит от функции  $g(0, x)$  и двух параметров воздействия: математического ожидания  $m_x$  и дисперсии  $\delta_x^2$ ,

$$a = a[g(0, x), m_x, \sigma_x^2].$$

При этом можно построить для типовых зависимостей  $g(0, x)$  таблицы и графики коэффициентов  $a$ .

Проведенная замена широкополосной помехи  $\xi(t, x)$  эквивалентной помехой, не зависящей от значений  $x$ , существенно упрощает дальнейший анализ системы управления. В частности, если система не содержит иных нелинейных элементов, кроме зависимости  $\xi(t, x) = \varphi(x) \xi_0(t)$ , то дисперсия ошибки слежения вычисляется по формуле

$$\sigma_x^2 = a^2 \Delta F_{\Sigma}, \quad (16.14)$$

где  $\Delta F_{\Sigma}$  — эквивалентная полоса пропускания системы.

Чтобы проследить возможность замены помехи  $\xi(t, x)$  эквивалентным возмущением, не зависящим от  $x$ , рассмотрим частный случай. Пусть помеха  $\xi(t, x)$  зависит от воздействия  $x$  линейно

$$\xi(t, x) = \xi_1(t) + x \xi_2(t), \quad (16.15)$$

где  $\xi_1(t)$ ,  $\xi_2(t)$  — широкополосные, статистически независимые процессы.



Для этого случая, аналогичного рассмотренному в § 12.3, дисперсия ошибки слежения в обозначениях данной главы имеет вид

$$\sigma_x^2 = \frac{[g_1(0) + g_2(0) m_x^2] \Delta F_{\Sigma}}{1 - g_2(0) \Delta F_{\Sigma}}, \quad (16.16)$$

где  $g_1(0)$  и  $g_2(0)$  — спектральная плотность процессов  $\xi_1(t)$  и  $\xi_2(t)$  в области нулевых частот.

Решим ту же задачу, заменив помеху (16.15) эквивалентным возмущением  $\xi_p(t)$ . Спектральная плотность помехи (16.15) в области нулевых частот при фиксированном  $x$  равна

$$g(0, x) = g_1(0) + x^2 g_2(0).$$

Подставив это выражение в формулу (16.13) и выполнив интегрирование, найдем интенсивность эквивалентной помехи

$$a^2 = g_1(0) + g_2(0) [m_x^2 + \sigma_x^2]. \quad (16.17)$$

Решая совместно (16.14) и (16.17), получаем вновь выражение (16.16).

Таким образом, замена реальной помехи  $\xi(t, x)$  эквивалентным возмущением, не зависящим от  $x$ , в ряде случаев является вполне оправданной,

#### § 16.4. ЭКВИВАЛЕНТЫ РАДИОЗВЕНА ПРИ ДЕЙСТВИИ ОРГАНИЗОВАННЫХ ПОМЕХ

При исследовании системы управления важно оценить ее работоспособность в условиях, когда противником создаются умышленные помехи. При этом необходимо учесть действие помех на радиозвено и построить для него соответствующий эквивалент. Критерии построения эквивалентов пеленгатора, применявшиеся в предыдущих параграфах, основаны на совпадении только математических ожиданий и корреляционных функций напряжений на выходе пеленгатора и его эквивалента. Применение этих критериев позволяет найти достаточно точный эквивалент пеленгатора в том случае, когда напряжение аддитивной помехи на выходе пеленгатора и случайная составляющая его коэффициента передачи имеют нормальный закон распределения. Эти критерии справедливы также, если указанные процессы являются широкополосными и эффективно нормализуются фильтрами системы управления.

Для организованных помех флуктуационного характера с широким спектром перечисленные условия выполняются. Поэтому построение эквивалентов пеленгатора с учетом действия таких помех может проводиться на основании тех же критериев, что и в § 16.2, 16.3. Однако при действии ряда организованных помех выходное напряжение пеленгатора  $u_{\text{вых}}(t)$  и случайная составляющая  $\kappa_2(t)$  его коэффициента передачи имеют закон распределения, отличающийся от нормального. К тому же процессы  $u_{\text{вых}}(t)$  и  $\kappa_2(t)$  в ряде случаев являются узкополосными и слабо нормализуются в системе управления. При этом критерий совпадения математических ожиданий и корреляционных функций напряжения на выходе пеленгатора и его эквивалента, а также входящее в него условие



совпадения корреляционных функций коэффициентов передачи пеленгатора и эквивалента становятся недостаточными для определения структуры и параметров эквивалента. В этих условиях при построении эквивалента необходимо выбирать его структуру таким образом, чтобы совпадали не только корреляционные функции, но и одномерные законы распределения процессов в пеленгаторе и его эквиваленте.

Рассмотрим в качестве примера построение эквивалента пеленгатора, на который действует ответная импульсная помеха. Эта помеха создается путем переизлучения станцией помех зондирующего импульсного сигнала с некоторой временной задержкой. Если величина временной задержки изменяется во времени, то такую помеху называют уводящей по дальности [96]. При определенных

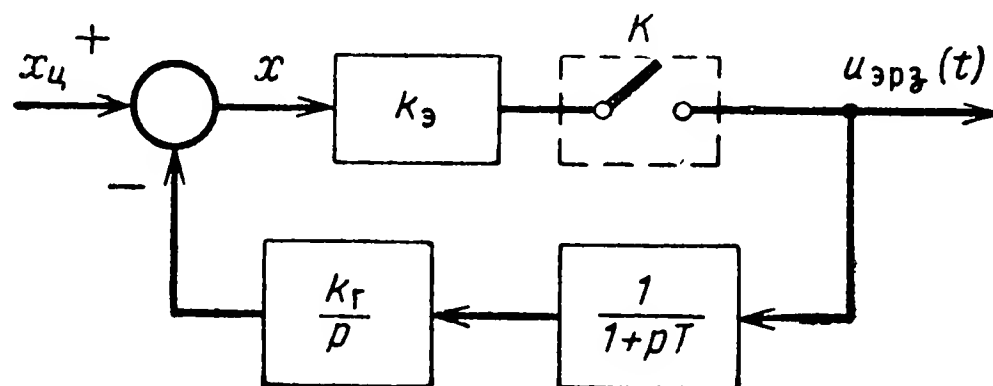


Рис. 16.8

параметрах помехи изменение временной задержки по периодическому закону может вызвать нарушение нормального режима слежения за временным положением сигнала, принятого локатором. При действии такой помехи система автосопровождения периодически переходит в режим поиска, во время которого импульсы, несущие информацию о положении цели, в угловой дискриминатор не поступают.

При пропадании импульсов на входе безынерционного углового дискриминатора напряжение на его выходе и коэффициент передачи становятся равными нулю. В результате под действием помехи коэффициент передачи углового дискриминатора (пеленгатора) изменяется во времени скачком от некоторого значения до нуля. Распределение значений коэффициента передачи пеленгатора при этом существенно отличается от нормального. Для правильного построения эквивалента в рассматриваемом случае необходимо потребовать не только совпадения корреляционных функций пеленгатора и его эквивалента, но и учесть характер изменения коэффициента передачи пеленгатора. Так как коэффициент передачи пеленгатора изменяется во времени скачком, то учесть это явление при построении эквивалента можно, включив на выходе пеленгатора прерыватель. На рис. 16.8 в качестве примера показан эквивалент радиозвена системы самонаведения со следящим гирос приводом в условиях действия помехи, уводящей по дальности. Мешающее действие организованных помех, как правило, существенно превосходит действие

внутреннего шума. Поэтому влияние внутреннего шума при составлении эквивалента, изображенного на рис. 16.8, не учитывалось.

Сопоставление эквивалентов радиозвена, приведенных на рис. 6.11 и 16.8, показывает, что действие рассматриваемой помехи отображается наличием в схеме эквивалента ключа  $K$ . Частота коммутации этого ключа и временные интервалы  $t_z$ ,  $t_p$ , в течение которых он находится в замкнутом и разомкнутом состоянии, зависят от параметров помехи и помехоустойчивости системы слежения за временным положением принятого сигнала. Чем выше помехоустойчивость этой системы, тем большее время ключ  $K$  находится в замкнутом состоянии. Фаза процесса коммутации ключа  $K$  определяется законом изменения временной задержки импульсов помехи. Она является случайной и может считаться равномерно распределенной в интервале от нуля до  $2\pi$ .

Совпадение корреляционных функций коэффициентов передачи пеленгатора и его эквивалента, показанного на рис. 16.8, имеет место, если частота коммутации ключа  $f_k$  и время  $t_p$  равны соответственно частоте и длительности пропаданий импульсов на входе пеленгатора. Величины последних, необходимые для построения эквивалента, можно найти путем теоретического или экспериментального исследования характера напряжения на выходе углового дискриминатора.

Наряду с ответной импульсной помехой для противодействия системам радиоуправления может применяться непрерывная ответная помеха с меняющейся частотой излучения, называемая уводящей по частоте. Она предназначена для нарушения работы системы автослежения за частотой принимаемого сигнала [96]. Механизм ее действия на систему управления с непрерывным зондирующим сигналом аналогичен действию на импульсную систему помехи, уводящей по дальности. В результате структура эквивалентов радиозвена при действии этих помех также оказывается аналогичной.

Действие прерывистой помехи на пеленгатор с коническим сканированием, снабженный системой АРУ, приводит [44] к периодическому пропаданию на выходе приемника информации об угловом положении цели. Влияние помехи в этом случае, так же как и для рассмотренных ранее помех, можно отобразить, включив прерыватель на выходе пеленгатора.

Учитывая наиболее существенные явления, вызванные действием помех, можно построить эквиваленты радиозвеньев и для других видов организованных помех.

### К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. Что представляет собой радиозвено системы управления?
2. Почему возникает необходимость заменять радиозвено эквивалентом?
3. На основании каких критериев можно заменять радиозвено эквивалентом?

4. Поясните на примерах, почему радиозвено можно разбивать на безынерционную преобразующую и инерционную сглаживающую части.

5. Как изменяются структура и параметры эквивалента при изменении уровня помех и динамических возмущений?

6. Когда можно применять линейный эквивалент радиозвена и как определить его параметры?

7. Как, зная эквивалент пеленгатора (углового дискриминатора), построить эквивалент всего радиозвена?

8. Нарисуйте структурную схему нелинейного эквивалента радиозвена системы самонаведения со следящим гирос приводом.

9. По какому принципу можно линеаризовать нелинейную зависимость помехи  $\varphi(x) \xi_0(t)$ , входящей в эквивалент (16.12), от координаты  $x$ ?

10. Что представляет собой структура и как определяются параметры эквивалента радиозвена при действии помехи, уводящей по дальности?

Литература [3, 44, 96, 97].

---

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПОЛУНАТУРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

### § 17.1. ВОЗМОЖНОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

#### а. Общие замечания

Уже на начальной стадии разработки весьма желательно иметь возможно более полную информацию о динамических характеристиках системы управления и качестве ее работы при наличии помех. Такие данные можно получить только при существенном ослаблении ограничений, однако при этом задача обычно усложняется настолько, что практически не поддается теоретическому анализу. Решение таких сложных задач проводят методами моделирования.

Под моделированием далее будем понимать имитацию процессов, происходящих в реальной системе радиопередачи, при помощи других устройств, параметры которых можно легко изменять. На ранних стадиях разработки системы радиопередачи применяют математическое моделирование, а на более поздних — полунатурное моделирование, при котором часть элементов контура управления составляет уже изготовленная аппаратура, а остальные элементы описываются математическими уравнениями и набираются на электронной модели.

#### б. Математическое моделирование

При математическом моделировании все элементы системы управления описываются математически соответствующими уравнениями. При этом уравнения обычно стремятся составить так, чтобы они по возможности полно и точно отображали процессы во всех элементах системы управления. Эти уравнения далее решаются с помощью аналоговой или цифровой вычислительной машины.

Математическое моделирование дает возможность решать задачу в натуральном, замедленном или ускоренном масштабах времени. В задачах, доступных для теоретического анализа, математическое моделирование позволяет ускорить процесс исследования. В ряде случаев возможно применение комбинированного

моделирования, при котором для решения задачи применяются надлежащим образом соединенные аналоговая и цифровая машины. Для комбинирования машин используются специальные преобразователи цифровой информации в аналоговую и аналоговой в цифровую.

При нахождении уравнений, описывающих поведение сложных систем радиоуправления все же приходится делать допущения относительно функционирования ряда ее элементов, особенно при анализе помехоустойчивости. Поэтому математическое моделирование в принципе дает более грубые результаты, чем полунатурное моделирование.

### **в. Полунатурное моделирование**

Полунатурное моделирование с заменой ряда звеньев контура управления изготовленными блоками реальной аппаратуры применяется как на стадии разработки системы управления, так и после ее завершения. В первом случае моделирование позволяет уточнить основные характеристики уже изготовленных элементов, а также выбрать наилучшим образом характеристики и параметры проектируемых элементов. Во втором случае моделирование позволяет провести весьма полные исследования системы управления в целом, в частности ее помехоустойчивости, на основании чего можно судить о свойствах контура управления. Такое моделирование позволяет значительно сузить круг вопросов, которые в дальнейшем выносятся на летные испытания, являющиеся несравненно более сложными и дорогостоящими, чем моделирование.

## **§ 17.2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НА АНАЛОГОВЫХ МАШИНАХ**

### **а. Принцип моделирования**

Аналоговое математическое моделирование основано на решении дифференциальных уравнений задачи с помощью элементов счетно-решающих устройств непрерывного действия. Математическими операциями аналогового моделирования являются: перемена знака, сложение, умножение, интегрирование и другие. Все операции осуществляются решающими элементами, в состав которых входят операционные усилители постоянного тока. В порядке иллюстрации на рис. 17.1 показаны схемы сумматора, инвертора, интегратора и инерционного звена [46]. Цифрами 1, 2, 3, 4 помечены операционные усилители. Подготовка задачи к моделированию состоит из следующих основных операций:

1) получение дифференциальных уравнений задачи в удобной для моделирования форме или составление структурной схемы контура управления, подлежащего исследованию;

2) составление схемы моделирования и расчет ее параметров и масштабных коэффициентов;

3) набор схемы моделирования из решающих элементов аналоговой машины и ее отладка путем решения контрольных задач. В качестве примера составим схему моделирования звена авто-

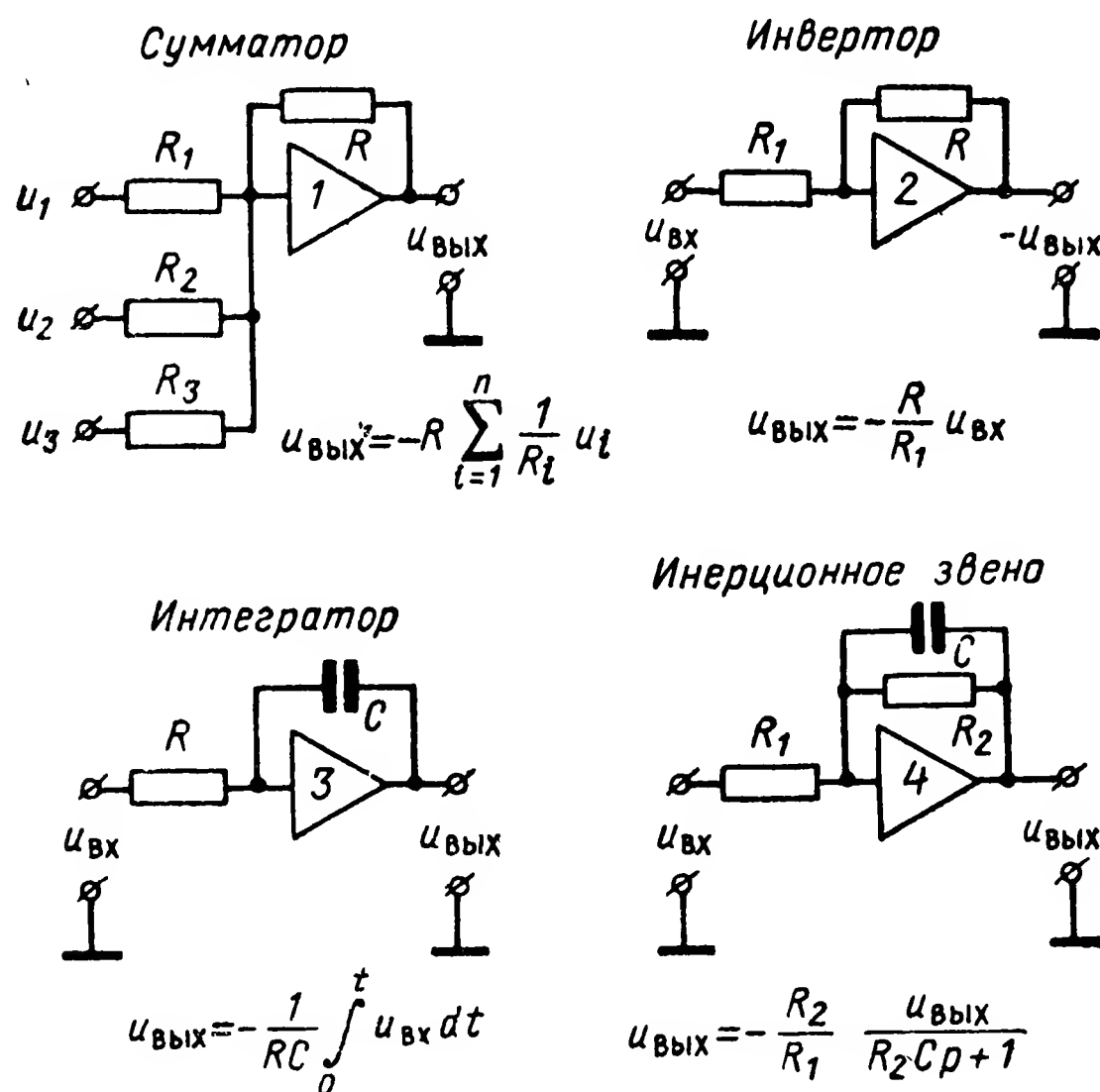


Рис. 17.1

пилот-снаряд. Передаточная функция звена автопилот-снаряд определяется соотношением (4.23), из которого можно получить следующее уравнение:

$$W_p = \frac{K_{a-c}}{T_{a-c}^2 p^2 + 2\xi_{a-c} T_{a-c} p + 1} u_{\text{вых}}, \quad (17.1)$$

где

$$K_{a-c} = \frac{a_{\delta}^* K_{\text{пр}} K_{\Gamma} V_p}{T_v} \quad (17.2)$$

— усиление звена автопилот-снаряд.

Для составления схемы моделирования представим (17.1) в виде

$$p^2 W_p = -\frac{2\xi_{a-c}}{T_{a-c}} p W_p - \frac{1}{T_{a-c}^2} W_p + \frac{K_{a-c}}{T_{a-c}^2} u_{\text{вых}}. \quad (17.3)$$

Схема электронной модели звена автопилот-снаряд, соответствующая этому уравнению, показана на рис. 17.2. На схеме 1, 2, 3, 4 — операционные усилители в решающих элементах сумматора (1), интеграторов (2, 3) и инвертора (4). Схема составлена с учетом того,

что каждый операционный усилитель изменяет знак входного напряжения на обратный. На схеме (рис. 17.2)  $u_{\text{ВЫХ}}^*$  — аналог напряжения, действующего на входе звена автопилот-снаряд (выходе радиозвена);  $u_w$  — аналог поперечного ускорения ракеты. Левая часть уравнения (17.3)  $p^2 u_w$  получается на выходе сумматора (1),

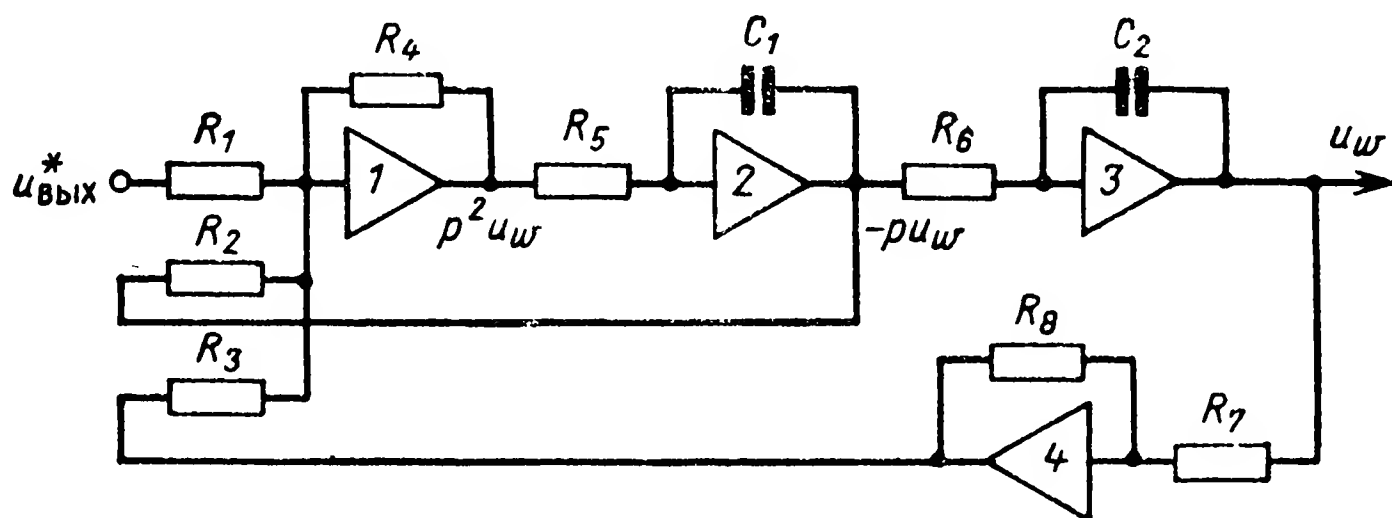


Рис. 17.2

на вход которого поступают аналоги слагаемых правой части уравнения. Постоянные коэффициенты  $2\xi_{a-c}/T_{a-c}$ ,  $1/T_{a-c}^2$  и  $K_{a-c}/T_{a-c}^2$  устанавливаются соответствующим подбором сопротивлений  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_7$ . В качестве электронной модели звена автопилот-

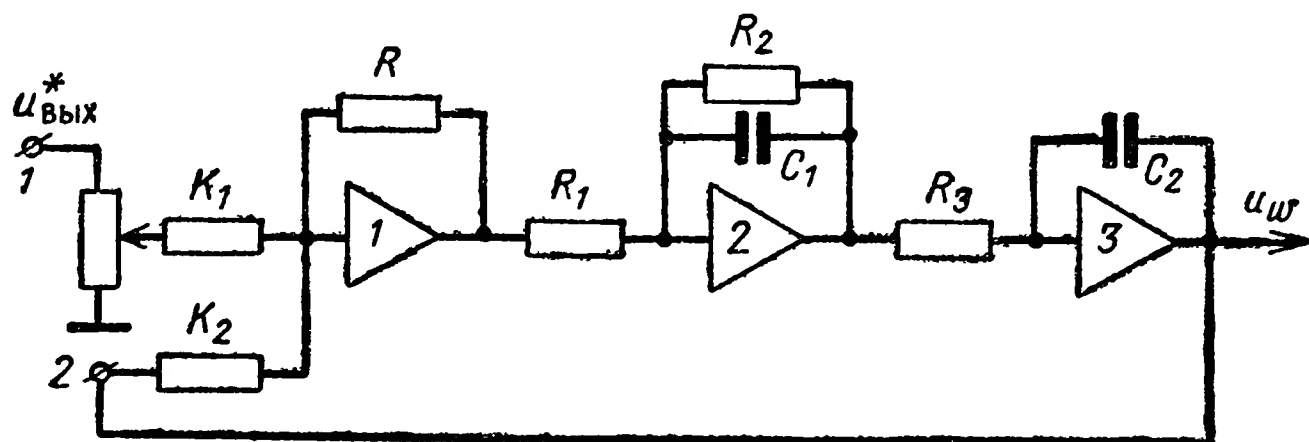


Рис. 17.3

снаряд можно также использовать более простую схему (рис. 17.3), которая, однако, полностью эквивалентна схеме, показанной на рис. 17.2. Вместо интегратора (2) (рис. 17.2) здесь использован элемент, имитирующий инерционное звено [на операционном усилителе (2)].

Выберем параметры и коэффициенты передачи решающих элементов, входящих в схему на рис. 17.3. Для этой цели необходимо на основании рис. 17.3 найти уравнение, связывающее напряжение на входе модели звена автопилот-снаряд —  $u_{\text{ВЫХ}}^*$  с выходным напряжением  $u_w$ .

$$u_w = - \frac{K_1/K_2}{\frac{R_3 C_2 R_1 C_1}{K_2} p^2 + \frac{R_3 C_2 R_1 C_1}{R_2 C_1 K_2} p + 1} u_{\text{ВЫХ}}^*, \quad (17.4)$$



где  $K_1, K_2$  — коэффициенты передачи сумматора (1) по входам 1 и 2 соответственно.

Параметры схемы (рис. 17.3) можно рассчитать после выбора масштабов входной и выходной переменных, а также масштаба времени. При этом параметры схемы необходимо выбрать так, чтобы уравнения, решаемые моделью, были тождественны уравнению (17.1) звена автопилот-снаряд.

Введем следующие уравнения преобразования переменных:

$$W_p = M_w u_w, \quad (17.5)$$

$$u_{\text{вых}} = M_{\text{вых}} u_{\text{вых}}^*, \quad (17.6)$$

$$t = M_t t_m, \quad (17.7)$$

где  $M_w$  — масштаб представления поперечного ускорения;  $M_{\text{вых}}$  — масштаб представления напряжения с выхода радиозвена (на входе автопилота);  $M_t$  — масштаб времени;  $t_m$  — машинное время.

Полагая далее, что решение на машине идет в натуральном времени (т. е.  $M_t = 1$ ), и подставляя уравнения преобразования переменных в (17.4), получаем

$$W_p = \frac{K_1/K_2}{\frac{R_3 C_2 R_1 C_1}{K_2} p^2 + \frac{R_3 C_2 R_1 C_1}{R_2 C_1 K_2} p + 1} \frac{M_w}{M_{\text{вых}}} u_{\text{вых}}. \quad (17.8)$$

Чтобы уравнения (17.8) и (17.1) были тождественными, необходимо выполнение следующих условий:

$$\left. \begin{aligned} T_{a-c}^2 &= \frac{R_3 C_2 R_1 C_1}{K_2}, \\ \frac{T_{a-c}}{2\xi_{a-c}} &= R_2 C_1, \\ K_1 &= K_{a-c} K_2 \frac{M_{\text{вых}}}{M_w}. \end{aligned} \right\} \quad (17.9)$$

При расчете параметров схемы моделирования необходимо задать численные значения масштабов  $M_w$  и  $M_{\text{вых}}$ , а также параметров  $T_{a-c}$ ,  $\xi_{a-c}$  и  $K_{a-c}$ . Положим, например:

$$\begin{aligned} M_w &= 0,2 \left[ \frac{\text{в} \cdot \text{сек}^2}{\text{м}} \right], \\ M_{\text{вых}} &= 0,15 \left[ \frac{\text{в} \cdot \text{сек}^2}{\text{м}} \right], \quad T_{a-c} = 0,6 \text{ сек}, \\ \xi_{a-c} &= 0,6, \quad K_{a-c} = 2 \left[ \frac{\text{м}}{\text{в} \cdot \text{сек}^2} \right]. \end{aligned}$$

Тогда из второй формулы (17.9) найдем  $R_2 C_1 = 0,5 \text{ сек}$ . Положив здесь  $C_1 = 0,5 \text{ мкф}$ , получим  $R_2 = 1 \text{ Мом}$ . В выборе постоянных

времени  $R_1C_1$  и  $R_3C_2$  имеется некоторый произвол. Поэтому при выборе величин ряда параметров схемы необходимо принимать во внимание дополнительные соображения, связанные с особенностью работы и свойствами используемых решающих элементов [46]. Положим, например,  $R_1C_1 = 0,1 \text{ сек}$ ,  $R_3C_2 = 0,1 \text{ сек}$  ( $R_1 = 0,2 \text{ Мом}$ ,  $R_3 = 0,1 \text{ Мом}$ ,  $C_2 = 1 \text{ мкф}$ ). Тогда из первой формулы (17.9)  $K_2 = 0,0278$ , а из последнего соотношения (17.9) будем иметь  $K_1 = 0,0417$ . Более подробно с выбором масштабов и расчетом параметров модели можно познакомиться в работе [46].

## 6. Математическое моделирование системы самонаведения

Предметом исследования при моделировании самонаведения, является поперечное ускорение  $W_p$ , развиваемое ракетой в процессе наведения, промах  $h$  и другие параметры. Эти параметры изучаются при воздействии на ракету и систему радиоправления различных возмущений: маневра цели, начальной ошибки угла упреждения, помех, действующих на радиозвено, и др. Как известно, полное исследование самонаведения требует изучения пространственного движения ракеты и цели. Это требование обусловлено наличием перекрестных связей между каналами управления ракетой, спецификой действия помех и другими факторами, влияющими на ускорение ракеты  $W_p$  и промах  $h$ . Однако если траектория ракеты лежит в плоскости, сама ракета стабилизирована по крену, а углы атаки, скольжения и отклонения рулей малы, то в первом приближении можно рассматривать самонаведение в одной плоскости. Такое упрощение задачи существенно облегчает моделирование. В отсутствие помех оно позволяет получить достаточно точные количественные характеристики процесса самонаведения. В первом приближении на такой модели можно также исследовать и действие помех.

В процессе исследования самонаведения на модели промах обычно вычисляют по приближенным формулам

$$h = \left( \frac{r^2 \dot{\varphi}}{V_r} \right)_{r=r_{мз}} \quad \text{или} \quad h = \frac{r_{мз}}{V_r} (r \dot{\varphi})_{r=r_{мз}}, \quad (17.10)$$

где  $r_{мз}$  — мертвая зона системы самонаведения;  $V_r$  — скорость сближения ракеты с целью, равная

$$V_r = V_{ц} \cos \gamma_{ц0} + V_p \cos \gamma_{p0}; \quad (17.11)$$

$r \dot{\varphi}$  — переменная, получающаяся на выходе соответствующего звена структурной схемы и фиксируемая в момент, когда  $r = r_{мз}$  (останов решения на машине).

Для аналогового моделирования второе из соотношений (17.10) предпочтительнее, поскольку оно позволяет определять промах

по величине  $\dot{r}\dot{\varphi}$ , снимаемой с модели до блока деления на  $r$ , который на малых дальностях ( $r \approx r_{мз}$ ) обычно работает неточно.

При моделировании кинематических соотношений самонаведения в общем случае следует пользоваться нелинейными дифференциальными уравнениями (6.72) и (6.73). В этом случае модель наряду с линейными решающими элементами содержит и блоки нелинейностей ( $\sin$ ,  $\cos$  и т. п.). Однако в тех случаях, когда возмущения, действующие в контуре управления, сравнительно невелики, даже на курсах, существенно отличных от встречного и догонного, справедливы полученные в гл. 6. линеаризованные кинематические уравнения (6.83), (6.84) и (6.86) и уравнение динамического звена ракеты (6.85). Пользуясь этими уравнениями, можно составить более простую структурную схему кинематического звена, а также и схему его моделирования.

При исследовании промаха  $h$  в модели необходимо иметь переменную, пропорциональную  $\dot{r}\dot{\varphi}$  [см. (17.10)], а указанные выше уравнения ее не содержат, поэтому они не удобны для моделирования.

Для этой цели удобнее воспользоваться уравнением

$$\frac{d(\dot{r}\dot{\varphi})}{dt} = (\cos \gamma_{ц0}) W_{ц} - (\cos \gamma_{p0}) W_p + \dot{\varphi} V_r, \quad (17.12)$$

которое получается из (6.81) путем дифференцирования его по времени при условии, что  $V_r = \text{const}$  и  $V_{ц} = \text{const}$ . В уравнении (7.12) текущее расстояние ракета — цель равно

$$r = r_0 - V_r t, \quad (17.13)$$

где  $r_0$  — начальная дальность самонаведения;  $V_r$  — скорость сближения ракеты с целью, определяемая соотношением (17.11) и предполагаемая приблизительно постоянной в процессе самонаведения.

Схема электронной модели кинематического звена, составленная по уравнениям (17.12) и (17.13), показана на рис. 17.4. Усилители 1, 3, 4 — интегрирующие. Интегратор (1) одновременно выполняет и функции сумматора слагаемых в правой части уравнения (17.12). Усилитель (2) совместно с множительным устройством в цепи обратной связи образует делитель, выполняющий операцию

$$u_{\dot{\varphi}} = -m \frac{u_{\dot{r}\dot{\varphi}}}{u_r}, \quad (17.14)$$

где  $m$  — некоторый постоянный множитель;  $u_r$  — напряжение, пропорциональное текущей дальности ракета — цель.

Маневр цели  $u_{\omega_{ц}}$  задается выбором коэффициента  $K_2$ , скорость сближения  $u_{vr}$  — коэффициентом  $K_5$ . При этом на выходе интегратора (4) получается напряжение  $u_r$ . Тем самым этот узел модели решает уравнение (17.13). Напряжение  $u_{\dot{r}\dot{\varphi}}$ , снимаемое с выхода интегратора (1), пропорционально мгновенному промаху ракеты.

Для фиксации промаха в момент достижения ракетой расстояния мертвой зоны  $r_{мз}$  служит специальная схема останова решения. В момент, когда текущее расстояние  $r(t) = r_{мз}$ , схема срабатывает и дает сигнал, останавливающий решение. Выходом кинематического звена может быть напряжение  $u_\varphi$ , пропорциональное углу визирования цели в опорной системе координат (выход  $B$  на рис. 17.4), или напряжение  $u_{\dot{\varphi}}$ , пропорциональное угловой скорости линии визирования в той же системе координат (выход  $A$ ). Входом модели кинематического звена, через который замыкается контур управле-

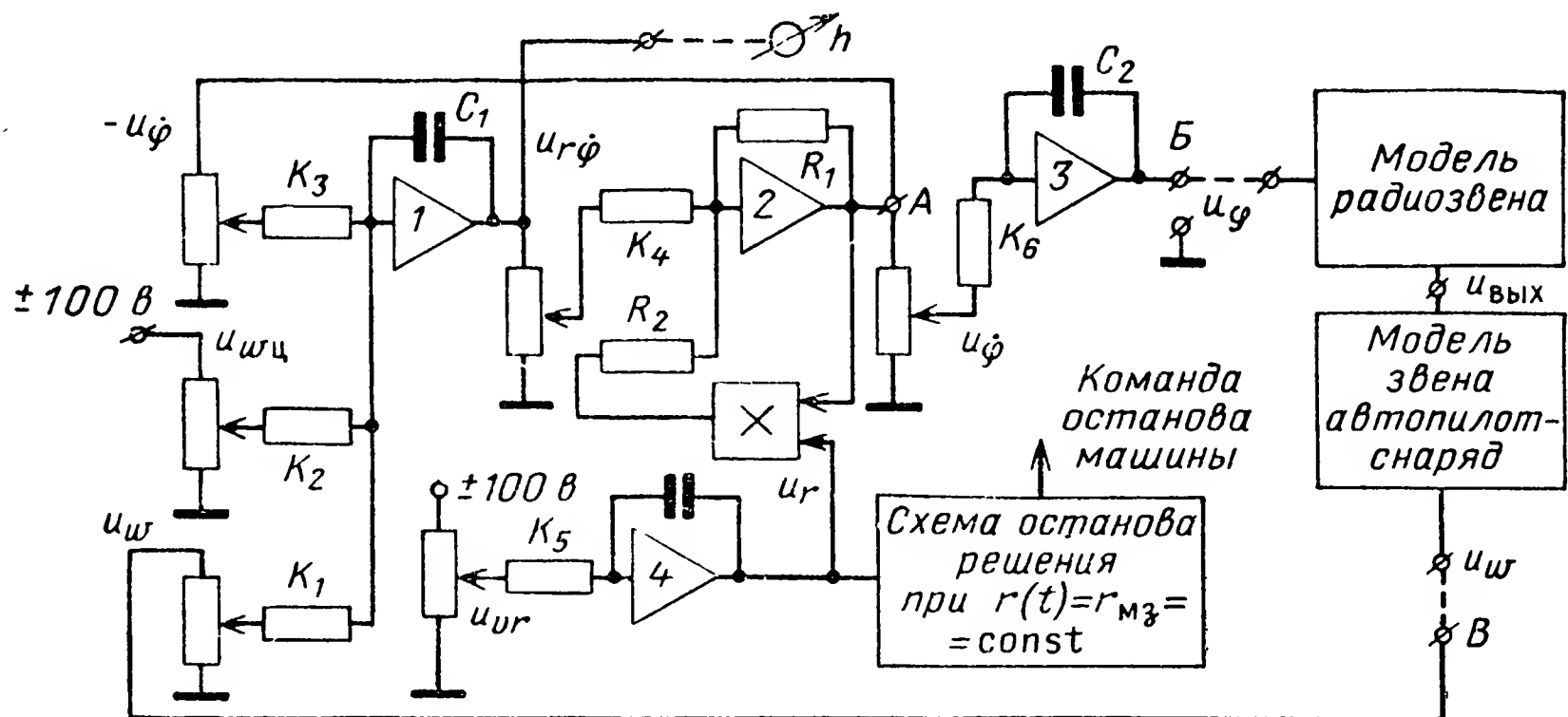


Рис. 17.4

ния полетом, является напряжение  $u_\omega$ , пропорциональное поперечному ускорению ракеты (точка  $B$  на рис. 17.4). Между точками  $A$  и  $B$  или  $B$  и  $B$  должны быть включены последовательно соединенные математические модели радиозвена и звена автопилот-снаряд. Здесь возможно несколько характерных случаев исследования системы самонаведения;

1) радиозвено и звено автопилот-снаряд рассматриваются как идеальные и безынерционные;

2) радиозвено представлено моделью эквивалента (см. гл. 16), а звено автопилот-снаряд предполагается идеальным и безынерционным;

3) применяются математические модели радиозвена и звена автопилот-снаряд с учетом их инерционности.

#### в. Моделирование самонаведения при идеальных безынерционных радиозвене и звене автопилот-снаряд

В этом случае для замыкания кинематического звена можно воспользоваться соотношением (5.29). Соответствующая передаточная функция имеет вид

$$K(p) = \frac{W_p}{\dot{\varphi}} = cV_p, \quad (17.15)$$

где  $c$  — навигационная постоянная;  $V_p$  — скорость ракеты.

Схема моделирования этой части контура самонаведения показана на рис. 17.5. Эта схема включается между точками  $A$  и  $B$  модели кинематического звена (рис. 17.4) вместо показанных там элементов. Такая модель самонаведения позволяет изучать кинематические траектории при различных значениях навигационной постоянной  $c$ , дальностей пуска ракеты  $r_0$ , маневре цели  $W_{ц}$ , начальной ошибке угла упреждения

$\Delta\beta$  и т. д. Навигационную постоянную  $c$  можно изменять потенциометром  $K_7$  (рис. 17.5). Потенциометр  $K_5$  (рис. 17.4) позволяет установить заданное значение скорости сближения. С помощью  $K_2$  задается поперечное ускорение цели  $W_{ц}$ . В результате можно опре-

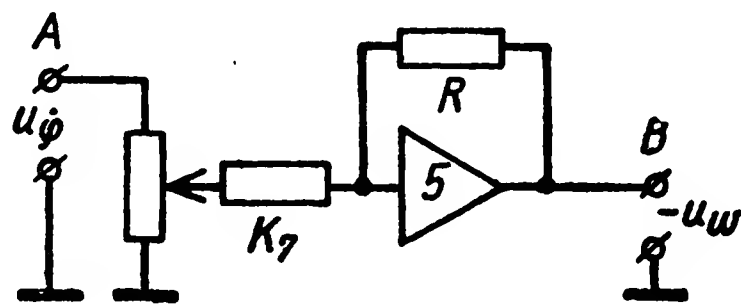


Рис. 17.5

делить максимальные значения ускорения ракеты  $W_{p\text{макс}}$ , которые она должна развивать, чтобы не сойти с идеальной траектории наведения и получить ряд других сведений, полезных при проектировании различных элементов контура наведения.

#### г. Моделирование самонаведения с моделью эквивалента радиозвена при идеальном безынерционном звене автопилот—снаряд

В зависимости от задач, которые стоят при исследовании системы самонаведения, моделировать можно любой из полученных в гл. 16 эквивалентов радиолокационной головки самонаведения. В сложных случаях, когда необходимо исследовать процесс самонаведения с учетом нелинейностей в головке самонаведения, можно, например, моделировать эквивалент головки, показанный на рис. 16.7. На рис. 17.6 показана схема моделирования несколько более сложного нелинейного эквивалента радиолокационной головки, в которой наряду с нелинейностью пеленгационной характеристики (НЭ-1) учитывается также и ограничение угловой скорости поворота оси антенной системы (НЭ-2). Решающий элемент с усилителем (6) выполняет функции сумматора. На его вход поступает напряжение  $u_{\varphi}$ , пропорциональное углу цели  $\varphi$  в фиксированной системе координат (выход  $B$  на рис. 17.4), напряжение —  $u_{\varphi_a}$ , пропорциональное углу антенны в той же системе координат, а также напряжение  $u_{\varphi_{п}}$ , имитирующее угловой шум отраженных от цели сигналов. Это напряжение вырабатывается специальным генератором нестационарного шума. Работающий блок на усилителе (7) выполняет функции фильтра с передаточной функцией

$$K_{\phi}(p) = \frac{K_{\phi}}{T_{\phi} p + 1}, \quad (17.16)$$

который обычно ставится на выходе пеленгатора радиолокационной головки. Этот блок выполняет также и функции ограничителя угловой скорости поворота антенны  $u_{\phi a}$ . Напряжение с выхода этого решающего элемента поступает в звено автопилот-снаряд (точка  $u_{\text{вых}}$  на рис. 17.4), а также на интегратор (8), имитирующий гирос привод головки самонаведения. Таким образом замыкается цепь автослежения по углу. Делитель  $K_7$  позволяет менять усиление в контуре автослежения за целью (добротность головки). С делителя  $K_8$  по-

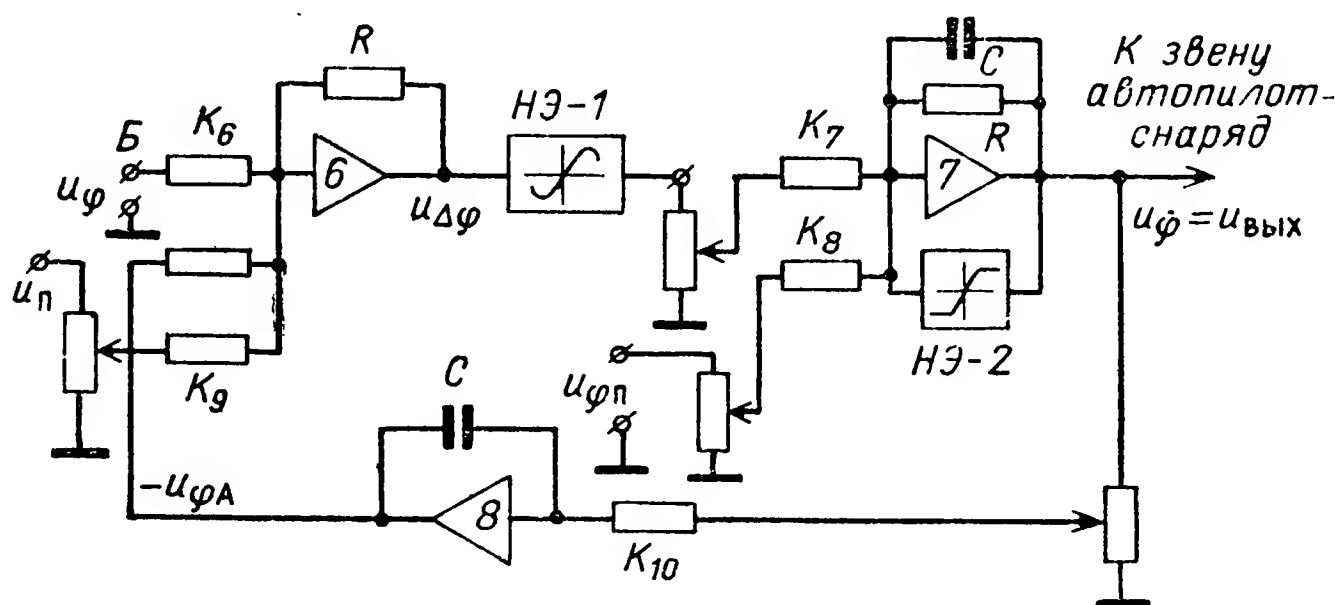


Рис. 17.6

дается шумовое напряжение, имитирующее собственный шум пеленгатора или амплитудные флуктуации отраженного сигнала.

Для замыкания контура наведения между выходом радиозвена ( $u_{\text{вых}}$ ) (рис. 17.4) и входом кинематического звена ( $B$ ) в соответствии с принятым допущением необходимо включить безынерционное звено автопилот-снаряд, определяемое уравнением

$$W_p = cV_p u_{\text{вых}}. \quad (17.17)$$

Такое уравнение моделируется схемой, показанной на рис. 17.5.

Рассмотренная модель самонаведения может применяться для приближенной оценки влияния на промах искусственных помех, а также некоторых видов естественных помех. При этом предполагается, что автоселектор цели по дальности или по скорости работает идеально. Модель также позволяет найти требуемое ускорение  $W_p$  для наведения ракеты по идеальной кинематической траектории.

#### д. Полная математическая модель системы самонаведения

Наиболее полное математическое моделирование получается в случае, когда наряду с остальными элементами контура наведения более полно моделируется также и звено автопилот-снаряд.



Возможная схема моделирования этого звена показана на рис. 17.3. Модель справедлива в случае, когда высота полета ракеты невелика. Для предотвращения разрушения ракеты при перегрузках в этом случае на выходе радиозвена ставится ограничитель команд.

Таким образом, максимальное поперечное ускорение ракеты ограничивается некоторой величиной  $W_{p\text{макс}}$ , а режим работы элементов звена автопилот-снаряд сохраняется линейным. В ряде случаев между радиозвеном и звеном автопилот-снаряд помимо

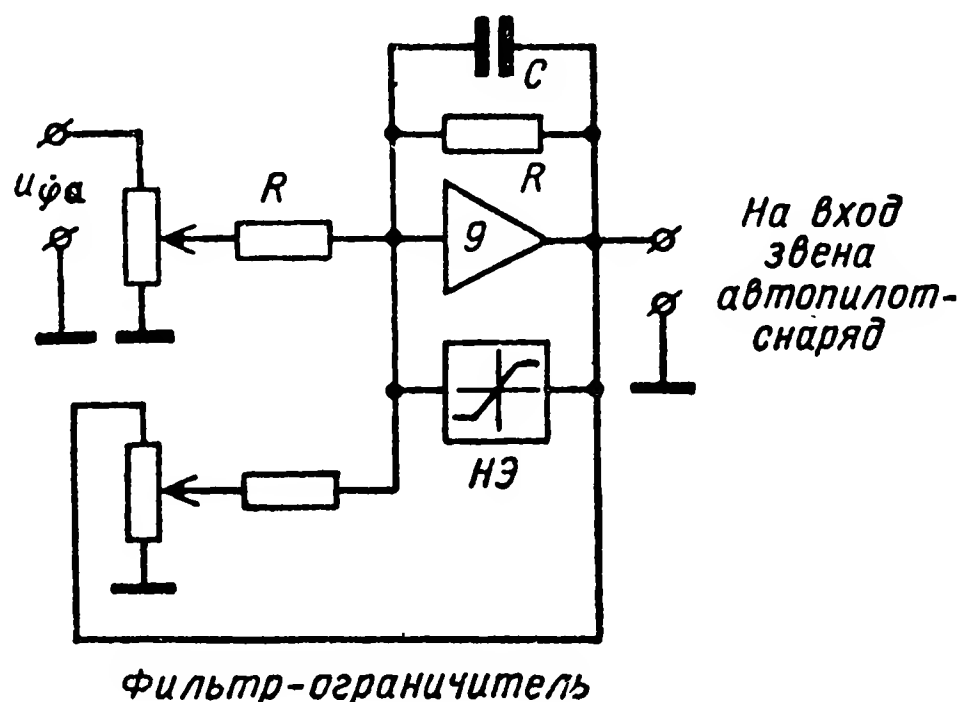


Рис. 17.7

ограничителя ставится также и фильтр. На рис. 17.7 показана схема моделирования звена фильтр-ограничитель на одном решающем элементе с усилителем (9).

Математическая модель системы самонаведения, составленная из последовательно соединенных звеньев, схемы которых показаны на рис. 17.3, 17.4 и 17.6, позволяет получить более полную информацию о поведении системы управления при различных условиях наведения.

### § 17.3. ПОЛУНАТУРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Многие задачи, связанные с разработкой контура управления, нельзя решать только путем математического моделирования, поэтому при создании систем управления широко применяется полунатурное моделирование с применением реальной аппаратуры. Рассмотрим полунатурную модель с динамическими стендами.

Возможны различные варианты построения такой модели, в частности с пятиступенным стендом, с трехступенным стендом и с неподвижным стендом. Наибольшим приближением к действительности является модель системы наведения, содержащая в своем составе реальную аппаратуру системы управления, когда на аналоговой машине моделируется лишь кинематика сближения и динамика



движения ракеты. В ряде случаев моделируется так же и автопилот. Функциональная схема модели с пятиступенным стендом и математической моделью звена автопилот-снаряд показана на рис. 17.8.

Решение на аналоговой машине системы уравнений движения ракеты преобразуется в угловые перемещения платформы трехступенного стенда, соответствующие действительным угловым перемещениям ракеты под действием возмущений и помех. Напряжения, пропорциональные линейным перемещениям центра масс ракеты  $\vec{A}_p(t)$  и цели  $\vec{A}_ц(t)$ , поступают в математическую модель кинематического звена, на выходе которой получают напряжения, имити-

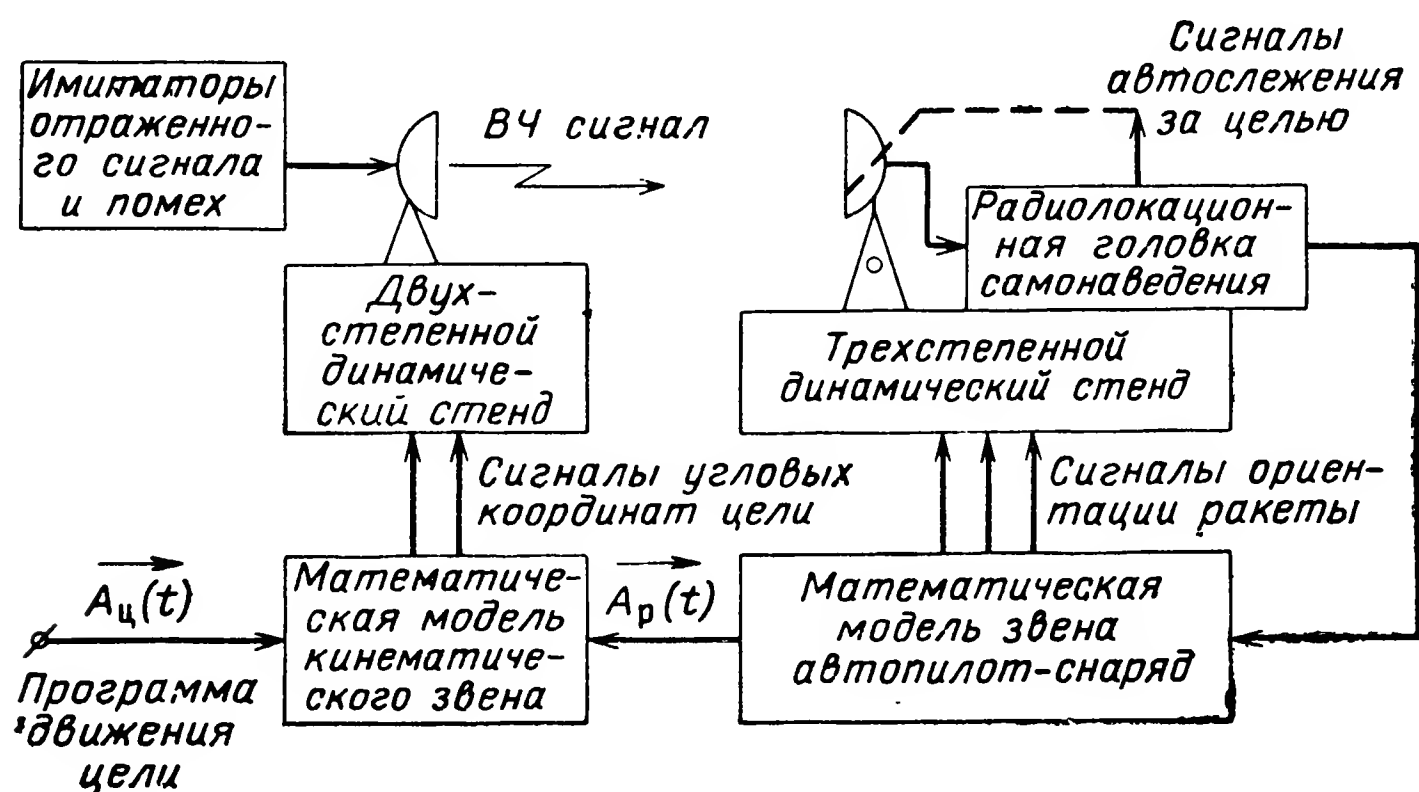


Рис. 17.8

рующие перемещения направления ракета — цель. Эти напряжения приводят в движение двухступенной динамический стенд, на платформе которого расположена антенна, имитирующая цель. Антенна питается от имитаторов отраженного от цели сигнала и имитаторов помех. Уровень сигнала на выходе антенны меняется в соответствии с изменением дальности до цели. Моделирование процесса наведения при помощи динамических стендов позволяет воспроизводить в лабораторных условиях режимы полета ракеты, весьма близкие к реальным.

Основными недостатками модели с динамическими стендами являются:

- 1) большая сложность создания модели;
- 2) инерционность динамических стендов (особенно имитирующего движение цели), приводящая к ошибкам при моделировании полета ракеты на малых расстояниях от цели;
- 3) влияние на результаты исследования отражений высокочастотных сигналов от местных предметов;
- 4) невозможность или сложность моделирования некоторых видов естественных и организованных помех.

## К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. В чем сущность математического моделирования и в каких случаях его применяют для исследования систем управления?
2. В чем сущность полунатурного моделирования?
3. Дайте сравнительную характеристику методам математического и полунатурного моделирования?
4. Какие решающие элементы применяются в аналоговых математических машинах? Каков принцип их работы?
5. Докажите, что математические модели звена автопилот-снаряд, показанные на рис. 17.2 и рис. 17.3, полностью эквивалентны.
6. Составьте полную схему моделирования системы самонаведения и поясните назначение основных ее элементов. (Для этого необходимо воспользоваться рис. 17.3, 17.4, 17.6 и 17.7).
7. По составленной в п. 6 схеме моделирования системы самонаведения составьте ее структурную схему.
8. Поясните принцип действия модели с динамическими стендами. Почему для имитации движения цели достаточно иметь двухступенный динамический стенд?

Литература [46, 98].

---

## МЕТОДЫ СИНТЕЗА СИСТЕМ РАДИОУПРАВЛЕНИЯ

### § 18.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДОВ СИНТЕЗА

Под синтезом системы понимается определение принципов построения системы, обеспечивающих получение наилучших показателей ее качества. Основные показатели качества систем радиоуправления были рассмотрены в гл. 2 и 11. Важнейшими из этих показателей в случае управляемых снарядов являются:

1) вероятность поражения цели; 2) дальность действия; 3) вес; 4) габариты; 5) стоимость.

Главными факторами, от которых зависит вероятность поражения цели, являются надежность действия и точность наведения снаряда на цель (с учетом действия помех). Поэтому надежность и точность управления также могут рассматриваться как показатели качества.

Если управляемый аппарат предназначен не для поражения цели, а для гражданского применения, то надежность, точность управления, дальность действия, вес, габариты и стоимость также являются основными показателями его качества. Отсюда следует, что синтезируемая система управления должна наилучшим образом удовлетворять не одному, а целому ряду показателей качества.

Кроме показателей качества должны быть сформулированы также все ограничения, которые необходимо учитывать при синтезе. К таким ограничениям могут, например, относиться задание величины максимально допустимого поперечного ускорения ракеты, типа и принципа действия реактивного двигателя и др.

Так как при синтезе обеспечить наилучшие значения всех перечисленных выше показателей качества часто оказывается невозможным, некоторые из этих показателей обычно переводятся в разряд ограничений, т. е. по этим показателям вместо обеспечения наилучших значений гарантируется лишь невыход за определенные заранее установленные границы. Например, задача синтеза может быть сформулирована таким образом: обеспечить наибольшие вероятность поражения и дальность действия снаряда при условии, что вес, габариты и стоимость аппаратуры управления (или управляемого снаряда в целом) не превысят соответствующих заранее уста-

новленных пределов. В дальнейшем для определенности мы будем называть показателями качества лишь такие показатели системы, которые в процессе синтеза должны быть доведены до наилучших (т. е. наибольших или наименьших) значений. Остальные показатели мы будем относить к ограничениям, накладываемым на синтезируемую систему.

Итак, задачей синтеза является обеспечение наилучших значений нескольких показателей качества, при наличии целого ряда заданных ограничений.

Так как в процессе синтеза должны быть установлены лишь **принципы** построения системы управления (или управляемого снаряда в целом), то синтез является начальным этапом создания системы, за которым должны следовать этапы более детальной разработки принципиальной схемы системы, ее конструкции и технологии производства.

Очевидно, что для решения задачи синтеза должны быть заранее сформулированы не только показатели качества и ограничения, накладываемые на систему, но и условия, в которых должна работать система. Важнейшими из этих условий в случае синтеза управляемых снарядов являются характеристики поражаемых целей и законов их движения и характеристики естественных и организованных помех.

Методы, применяемые при синтезе, можно разбить на две основные группы:

- 1) математические методы синтеза;
- 2) инженерные методы синтеза.

Математические методы синтеза сводятся к следующему.

1. Формулируются математически показатели качества  $\vec{K}$  и ограничения, накладываемые на систему.

2. Формулируются математически условия работы системы. В частности, дается математическое описание (составляется математическая модель) характеристик цели (целей) и законов ее движения и характеристик естественных и организованных помех, могущих действовать на синтезируемую систему.

3. Отыскивается (математическим путем) такое значение оператора системы  $\vec{C}$ , которое обеспечивает наилучшее (например, наибольшее) значение показателей качества  $\vec{K}$ , при данной совокупности условий и ограничений, накладываемых на систему.

Найденный таким образом оператор  $\vec{C}$  называется оптимальным оператором, а соответствующие ему показатели качества  $\vec{K}$  — потенциальными (предельно достижимыми наилучшими) показателями качества, так как никакой другой оператор и, следовательно, никакая другая система не могут обеспечить лучших показателей качества (при положенных в основу синтеза условиях).

4. Производится синтез оптимального оператора  $\vec{C}$ , т. е. подбирается (математическим путем) такая комбинация известных элементов (сопротивлений, конденсаторов, индуктивностей, усилителей, сумматоров, умножителей, делителей, запоминающих устройств и т. п.), которая обеспечивает с достаточной точностью выполнение операций вида  $\vec{C}$ . Эта комбинация элементов и представляет собой структуру искомой оптимальной (наилучшей в смысле критерия  $\vec{K}$ ) системы управления.

Таким образом, в результате математического синтеза устанавливаются структура оптимальной системы управления и потенциальное качество действия этой системы (потенциальная вероятность поражения, потенциальная точность и т. п.).

Если бы математический синтез удавалось выполнить при учете всех основных показателей качества, ограничений и условий работы системы, то полученные путем такого синтеза результаты можно было бы считать окончательными и притом наилучшими возможными. Однако, к сожалению, при современном развитии математики решать задачи синтеза систем управления в достаточно полном для практики виде невозможно даже с привлечением вычислительных машин. Поэтому обычно при математическом синтезе приходится делать целый ряд весьма серьезных упрощений: исходить всего из одного показателя качества, учитывать лишь очень небольшое количество ограничений, решать задачу при сравнительно частном виде условий. Кроме того, даже при таких серьезных упрощениях структура оптимального оператора  $\vec{C}$  оказывается часто слишком сложной для практической реализации. Полученные при этом результаты имеют еще весьма большую ценность, но не имеют уже достаточную для практики полноту. Поэтому для достаточно полного решения задачи приходится применять методы инженерного синтеза.

Инженерный синтез состоит обычно из следующих этапов:

1. Отбирается несколько принципов построения системы. При отборе этих принципов учитывается весь предшествующий опыт разработки данного типа систем, результаты математического синтеза для одного или нескольких основных показателей качества и, наконец, результаты эскизных приближенных оценок различных вариантов.

2. Производится детальный анализ выбранных принципов построения системы, т. е. для каждого из этих принципов определяются все основные показатели качества, с учетом всех существенных ограничений и для широкого класса условий.

3. На основе сравнения результатов анализа всех рассмотренных вариантов построения системы выбирается тот вариант, который наилучшим образом удовлетворяет основным показателям качества. Этот вариант и принимается за окончательный, по крайней мере на стадии синтеза системы.

Из изложенного следует, что как инженерный, так и математический синтез играют весьма важную роль при разработке систем управления. При этом математический синтез имеет подчиненное, но весьма важное значение. Его главное значение состоит в том, что он позволяет найти потенциальное значение по меньшей мере одного наиболее важного показателя качества системы (например, точности наведения) и тем самым решить вопрос о целесообразности или нецелесообразности рассмотрения каких-либо дополнительных вариантов построения системы.

При синтезе системы, как уже отмечалось выше, требуется найти оптимальный (наилучший) принцип построения системы, т. е. ее оптимальную структуру. Однако в ряде случаев, особенно при инженерном синтезе, решить эту задачу не удастся или не требуется. При этом возникает задача оптимизации параметров системы при заданной структуре этой системы. Эта задача также оказывается весьма сложной вследствие того, что показатели качества системы существенно зависят от весьма большого числа параметров. Поэтому ее удастся решить сколько-нибудь полно лишь с применением универсальных и специализированных вычислительных машин, автоматических оптимизаторов и математических методов планирования эксперимента.

В дальнейшем речь будет идти лишь о полном синтезе, т. е. об отыскании оптимальной структуры системы.

Рассмотрим в качестве примера синтез системы самонаведения снаряда на цель. Основным показателем качества такой системы является вероятность поражения цели. Однако, как отмечалось в гл. 11, при раздельном синтезе системы самонаведения и радиовзрывателя, можно, по меньшей мере в первом приближении, считать основным показателем качества системы самонаведения точность наведения снаряда на цель, оцениваемую, например, эффективным промахом  $h_{эф}$ . Точность самонаведения, как это следует из структурной схемы рис. 6.14, зависит от характеристик кинематического звена, радиозвена и звена автопилот-снаряд, т. е. от выбранного метода наведения, принципов построения координатора и автопилота и свойств самой ракеты — принципа действия ее двигателя и аэродинамической компоновки. Оптимальный выбор всех этих элементов системы самонаведения, строго говоря, взаимно связан. Это означает, например, что принцип построения координатора, оптимальный для данного метода наведения, автопилота и ракеты, может оказаться далеким от оптимального для других метода наведения, автопилота и ракеты. Поэтому синтез системы самонаведения желательно производить одновременно для всех ее составных частей. Однако проведение такого синтеза часто оказывается невозможным из-за его сложности и недостатка времени. Поэтому в ряде случаев приходится проводить синтез отдельных частей системы самонаведения независимо, например отыскивать оптимальный принцип построения координатора при заданных (по



меньшей мере приближенно) методе наведения и принципах построения автопилота и ракеты. Естественно, что результаты такого синтеза могут существенно отличаться от оптимальных. Поэтому при раздельном синтезе частей системы особенно важно знать по меньшей мере потенциальную точность системы самонаведения в целом, находимую путем математического синтеза. Если точность самонаведения в системе самонаведения, найденной путем раздельного синтеза ее частей, оказывается сравнительно близкой к потенциальной, то синтез можно считать законченным; в противном случае необходимо принять все возможные меры к выяснению причин значительного отклонения точности синтезированной системы от ее потенциального значения.

Если это отклонение не удастся объяснить наличием серьезных ограничений и дополнительных показателей качества (которые учитывались при раздельном синтезе частей системы и не учитывались при определении потенциальной точности системы в целом), то инженерный синтез системы не может считаться законченным и его следует продолжить.

Как отмечалось ранее, при проведении синтеза системы радиуправления необходимо предварительно сформулировать условия работы системы и в первую очередь установить характеристики целей и законов их движения и характеристики помех (естественных и организованных). В зависимости от того, как сформулированы эти условия, различают динамический и статистический синтез.

Синтез называют динамическим, если законы движения цели заданы не статистически, а в виде фиксированных реализаций, например в виде набора траекторий, которые, судя по априорным данным и грубым приближенным расчетам, можно полагать наиболее опасными или наиболее типичными.

Если законы движения цели задаются статистически, т. е. не в виде отдельных реализаций, а в виде законов распределения (или других статистических характеристик) этих реализаций, то синтез называется статистическим.

Помехи, как правило, являются случайными процессами и задаются поэтому статистически как при статистическом, так и при динамическом синтезе.

В большинстве случаев статистические характеристики законов движения цели и помех неизвестны априорно (т. е. до начала процесса наведения ракеты) с достаточной точностью. Поэтому при синтезе (динамическом и статистическом) возможны следующие типичные постановки задачи:

1. Система должна быть оптимальной только для одной полностью определенной (в динамическом или статистическом смысле) ситуации. В этом случае в качестве исходной ситуации (исходных характеристик целей и помех) выбирается обычно либо наиболее опасная ситуация, либо ситуация, близкая к опасной, либо, наконец, наиболее вероятная ситуация (при этом степень опасности или



вероятности ситуации может быть определена обычно лишь весьма приближенно — на основании априорных данных и грубых эскизных расчетов).

Система, полученная в результате такого синтеза имеет жесткую, т. е. не перестраивающуюся в процессе работы, структуру.

2. Система должна быть оптимальной для каждой из нескольких полностью определенных (в динамическом или статистическом смысле) ситуаций. Очевидно, в этом случае синтезируемая система должна быть самонастраивающейся. Она должна иметь анализатор помех и целей, который мог бы с достаточной надежностью определять, имеет ли место какая-либо из заранее предусмотренных ситуаций, и давать команду на включение той структуры системы, которая является оптимальной для обнаруженной ситуации.

3. Виды ситуаций, для которых система должна быть оптимальной, заранее (при синтезе системы) жестко не фиксируются. Фиксируются лишь некоторые не слишком жесткие ограничения, вытекающие из достаточно надежно установленных априорных данных (например, что эффективное сечение цели может быть заключено в пределах  $S_{э \text{ мин}} \div S_{э \text{ макс}}$ , поперечное ускорение цели  $W_{ц} \leq W_{цм}$  и т. п.). Синтезируемая система при этом должна быть самонастраивающейся в весьма широком смысле этого слова, т. е. иметь весьма большие возможности анализа реально складывающихся ситуаций и весьма большие возможности изменения своей структуры.

Очевидно, из перечисленных выше трех постановок задачи синтеза 1-я постановка наиболее проста, а 3-я наиболее сложна как в смысле самого синтеза, т. е. нахождения принципа построения системы, так и в смысле технической реализации. В настоящее время математический аппарат разработан главным образом для постановки 1-й, т. е. для синтеза систем с жесткой (несамонастраивающейся) структурой. Поэтому в дальнейшем там, где это не будет специально оговариваться, речь будет идти о синтезе лишь таких систем.

Следует отметить, что под системами с жесткой структурой можно понимать системы как с детерминированными, так и со статистическими алгоритмами (правилами) действия. Здесь под системами со статистическими алгоритмами понимаются такие, в которых осуществляемое системой действие  $\gamma$  (например, поворот руля ракеты) связано с входными условиями  $\vec{y}$  не регулярной, а статистической зависимостью, т. е. при данном  $\vec{y}$  однозначно определено не действие  $\gamma$ , которое осуществит система, а лишь вероятность этого действия. Наличие такой детерминированности в действии системы может заметно ухудшить ее работу в отсутствие организованных помех, но зато существенно затруднить противнику создание эффективных организованных помех.

Синтез систем со статистическими алгоритмами и реализация таких систем более сложны. Поэтому в дальнейшем мы будем рас-

сма­три­вать лишь синтез систем с детер­ми­ни­ро­ван­ны­ми ал­го­рит­ма­ми дей­ствия.

Рассмотренные выше виды синтеза систем радиоуправления иллюстрируются диаграммой, приведенной на рис. 18.1.

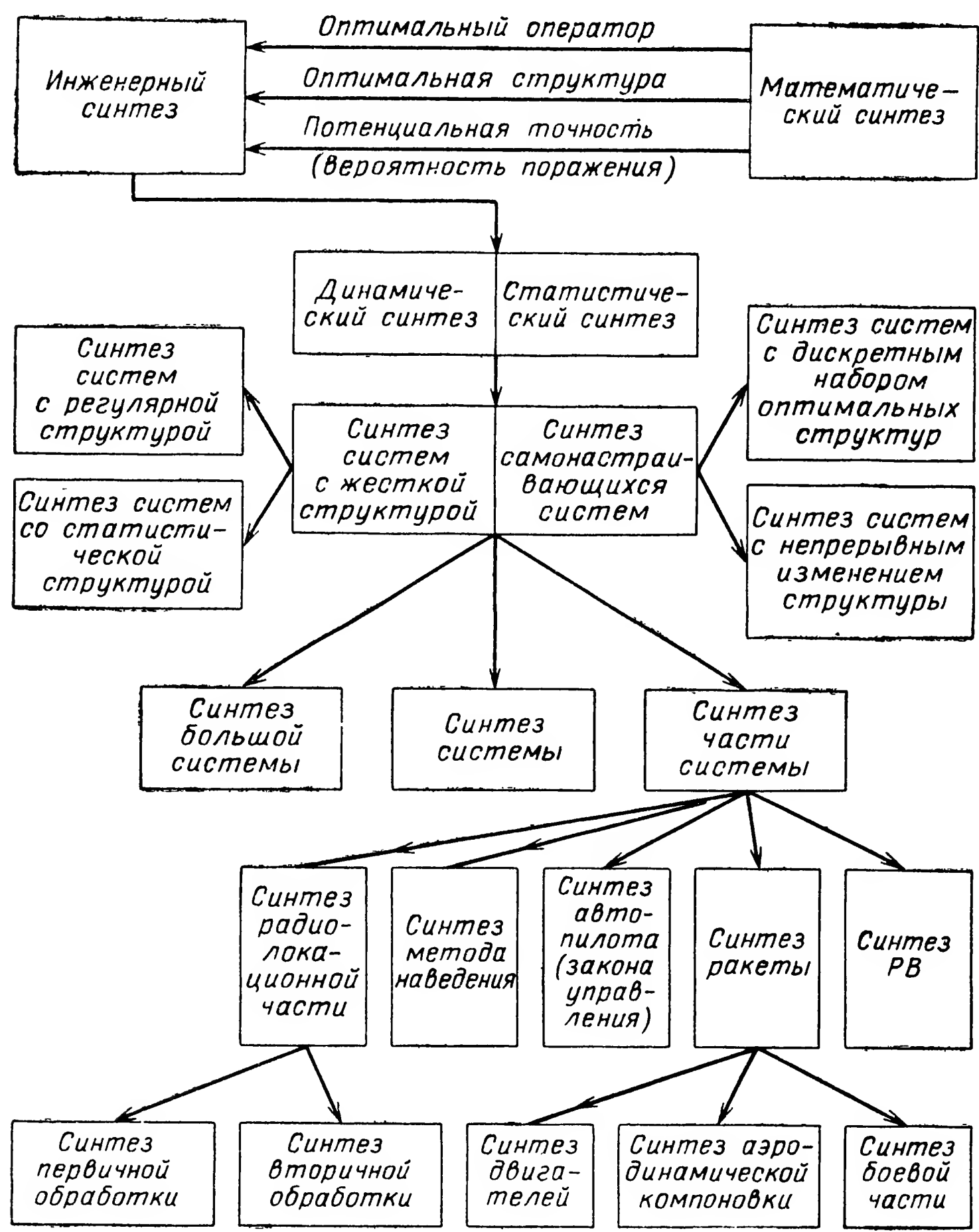


Рис. 18.1

В дальнейшем изложении данной главы мы ограничимся лишь вопросами, связанными с математическим синтезом. В настоящее время для математического синтеза применяются следующие основные методы:

- 1) теория операций; 2) теория игр; 3) теория статистических решений; 4) динамическое программирование; 5) принцип максимума Понтрягина.

Все эти методы находятся в состоянии развития, поэтому приводимая далее оценка областей их применения относится лишь к современному уровню развития.

Теория операций была развита в основном в связи с необходимостью разработки оптимальной стратегии и тактики при проведении крупных военных операций [11]. Поэтому эта теория используется главным образом при синтезе больших систем, например системы ПВО, и, судя по опубликованной литературе, пока не применялась для синтеза систем радиоуправления.

Известные примеры эффективного применения теории игр также относятся в основном к синтезу крупных комплексов, а не отдельных систем радиоуправления.

Теория статистических решений весьма широко и успешно применяется для синтеза радиотехнической части системы управления, проводимого отдельно от синтеза остальных частей системы управления, но не применима в общем случае к синтезу системы радиоуправления в целом. Это объясняется тем, что при применении теории статистических решений на синтезируемую систему не накладывается никаких ограничений, кроме условия ее физической (а не технической) реализуемости. При синтезе же системы управления в целом обычно задается целый ряд ограничений на характеристики управляемого объекта (ракеты) и метод наведения. Кроме того, заранее (априори) предполагается, что синтезируемая система должна быть замкнутой системой автоматического регулирования. В отличие от этого метод динамического программирования и принцип максимума Понтрягина разработаны специально для синтеза замкнутых систем управления в целом.

Однако весьма существенным недостатком этих методов является то, что они наиболее детально разработаны лишь для случая, когда все возмущения, действующие на систему, имеют детерминированный (т. е. неслучайный) характер.

В последние годы получил развитие так называемый статистический вариант динамического программирования (теория стохастического оптимального управления), который позволяет в принципе производить синтез системы управления при наличии случайных воздействий (см., например, [101], [102] и др.). Однако вследствие больших вычислительных трудностей этот метод не получил пока практического применения для синтеза систем радиоуправления. Поэтому в большинстве случаев математический синтез систем радиоуправления приходится производить отдельно для радиотехнической части и для остальных частей системы управления. При этом наиболее эффективным для синтеза радиотехнической части системы оказывается метод статистических решений. Учитывая, что данная книга предназначена в основном для радиоспециалистов, далее рассматривается лишь метод статистических решений. Однако следует иметь в виду, что этот метод в общем случае дает лишь частичное решение задачи синтеза.

Все указанные выше методы математического синтеза находятся в состоянии непрерывного развития и совершенствования и взаимно дополняют друг друга. Поэтому радиоспециалистам, работающим в области разработки систем радиоуправления, весьма полезно познакомиться и с другими методами математического синтеза. Однако описание этих методов, даже весьма краткое, выходит за рамки данной книги и мы отсылаем интересующихся читателей к соответствующей дополнительной литературе [22, 34, 51, 101, 102 и др.].

## § 18.2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПРИ ПРИМЕНЕНИИ ТЕОРИИ СТАТИСТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Пусть на вход синтезируемой системы поступает смесь сигнала и помех вида

$$y(t) = u_c(t; \lambda, \alpha_1, \dots, \alpha_m) + u_{\text{ш}}(t). \quad (18.1)$$

Здесь  $\lambda = \lambda(t)$  — полезное сообщение, несомое сигналом и подлежащее воспроизведению данной системой (например, перемещение цели в пространстве);

$$\alpha_1 = \alpha_1(t), \quad \alpha_2 = \alpha_2(t), \quad \dots, \quad \alpha_m = \alpha_m(t) \quad (18.2)$$

— паразитные параметры сигнала, т. е. неизвестные в месте приема параметры, не содержащие никакой информации о сообщении  $\lambda$ ;  $u_{\text{ш}}(t)$  — колебание аддитивных помех, т. е. помех, алгебраически суммирующихся с колебанием сигнала.

Действие неаддитивных (например, модулирующих) помех сводится к появлению (или изменению) у сигнала соответствующих паразитных параметров  $\alpha_1(t), \dots, \alpha_m(t)$ . Неизвестные в месте приема функции  $\lambda(t), \alpha_1(t), \dots, \alpha_m(t)$  полагаются случайными функциями времени. Априорные (т. е. предшествующие процессу приема) законы распределения всех случайных функций полагаются полностью известными. Случаи, в которых какие-либо из параметров  $\lambda, \alpha_1, \dots, \alpha_m$  могут считаться не изменяющимися во времени в течение всего времени  $T$  действия системы, могут, очевидно, рассматриваться как частные. При этом соответствующие параметры могут рассматриваться не как случайные функции времени, а как случайные величины.

Так как статистические характеристики сигнала и помех полагаются полностью известными, то известно или может быть вычислено совместное распределение вероятностей

$$P(\lambda, y) = P(\lambda) P_{\lambda}(y). \quad (18.3)$$

Здесь  $P(\lambda)$  — априорное распределение сообщений  $\lambda(t)$ .

Если сообщение  $\lambda$  является функцией времени, то  $P(\lambda)$  — многомерное (строго говоря, бесконечно-мерное) распределение; если же  $\lambda$  может считаться постоянной (во времени) случайной величиной,

то  $P(\lambda)$  — одномерное распределение;  $P_\lambda(y)$  — многомерное распределение (многомерная плотность вероятности) смеси сигнала и помех  $y(t)$  при данном значении сообщения  $\lambda$ , т. е.

$$P_\lambda(y) = P_\lambda(y_1, y_2, \dots, y_n), \quad (18.4)$$

где

$$n = \frac{\Delta t}{\Delta t_i}, \quad (18.5)$$

$y_1, y_2, \dots, y_n$  — выборочные значения колебания  $y(t)$  на интервале наблюдения  $\Delta t$ , взятые через достаточно малые интервалы  $\Delta t_i$

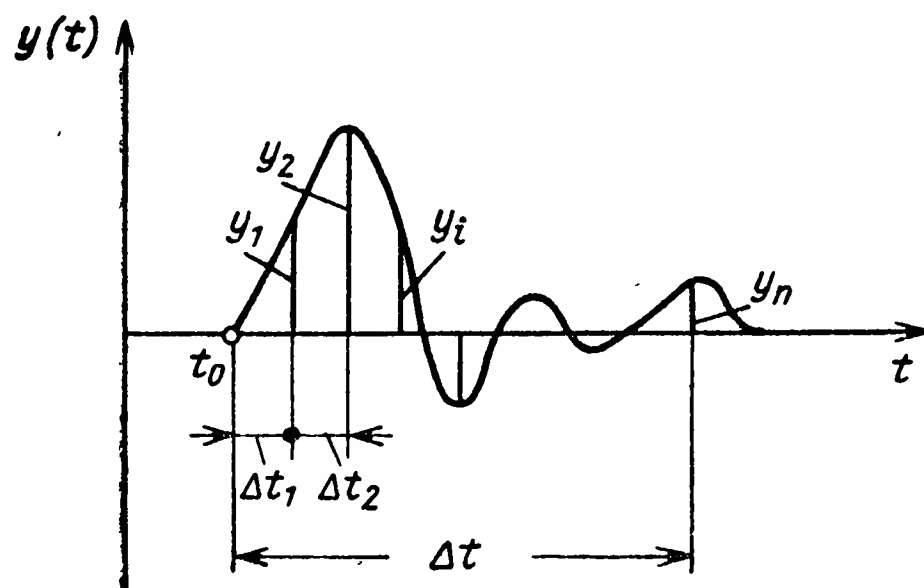


Рис. 18.2

(рис. 18.2) и поэтому достаточно точно отображающие реализацию процесса  $y(t)$  на интервале  $\Delta t$ .

Функция  $P_\lambda(y)$ , определяемая соотношением (18.4), называется в математической статистике функцией правдоподобия. При  $\Delta t_i \rightarrow 0$  функция  $P_\lambda(y_1, y_2, \dots, y_n)$  стремится к пределу, называемому функционалом правдоподобия. Обычно во всех промежуточных выкладках удобнее оперировать с конечным числом  $n$  выборочных значений, т. е. под  $P_\lambda(y)$  понимать функцию правдоподобия. Для получения же окончательных формул переходят к пределу (если допустить непрерывную выборку) при  $\Delta t_i \rightarrow 0$ . При этом  $P_\lambda(y)$  превращается в функционал правдоподобия. Поэтому в дальнейшем мы также будем рассматривать  $P_\lambda(y)$  в зависимости от удобства и наглядности анализа либо как функцию правдоподобия, либо как функционал правдоподобия. Наиболее просто  $P_\lambda(y)$  вычисляется в случае детерминированного сигнала, т. е. сигнала, у которого единственным неизвестным параметром является воспроизводимое сообщение  $\lambda(t)$ . Такой сигнал иногда называют также сигналом, известным точно, так как при данном значении сообщения  $\lambda(t)$  этот сигнал действительно оказывается точно известным.

В случае детерминированного сигнала выражение (18.1) принимает вид

$$y(t) = u_c(t; \lambda) + u_{ш}(t). \quad (18.6)$$

При этом, если сообщение  $\lambda$  и помеха  $u_{\text{ш}}$  статистически независимы (что обычно имеет место), то

$$P_{\lambda}(y) = w_{\text{ш}}(y - u_c), \quad (18.7)$$

где  $w_{\text{ш}}(u_{\text{ш}})$  — многомерная плотность вероятности помехи (шума)  $u_{\text{ш}}(t)$ .

Действительно, из выражения (18.6) следует, что при данном  $\lambda$  сигнал  $u_c(t; \lambda)$  полностью известен, т. е. не случаен; поэтому при данном  $\lambda$  закон распределения величины  $y$  отличается от закона распределения шума  $w_{\text{ш}}(u_{\text{ш}})$  лишь на величину неслучайного смещения  $u_c$ . При этом, поскольку сообщение  $\lambda$  и шум  $u_{\text{ш}}$  полагаются независимыми, то распределение шума  $w_{\text{ш}}(u_{\text{ш}})$  не зависит от того, известно  $\lambda$  или нет, и, следовательно, то обстоятельство, что при определении величины  $P_{\lambda}(y)$  мы полагаем параметр  $\lambda$  известным, не изменяет закона распределения шума  $w_{\text{ш}}(u_{\text{ш}})$ .

Пусть, например,  $u_{\text{ш}}(t)$  — нормальный белый шум, т. е. стационарный случайный процесс с нормальным законом распределения и равномерным спектром. Такой шум, как известно (см., например, [47]), имеет распределение

$$w_{\text{ш}}(u_{\text{ш}}) = c e^{-\frac{1}{N_0} \int_{t-\Delta t}^t u_{\text{ш}}^2(t) dt}, \quad (18.7')$$

где  $N_0$  — спектральная плотность шума (односторонняя);  $\Delta t$  — интервал времени, на котором рассматриваются реализации шума;  $c$  — некоторая константа, которая, как будет видно из дальнейшего, в конечных формулах сокращается и поэтому не требует определения. При этом функция правдоподобия  $P_{\lambda}(y)$  в соответствии с формулой (18.7) равна

$$P_{\lambda}(y) = c e^{-\frac{1}{N_0} \int_{t-\Delta t}^t [y(t) - u_c(t; \lambda)]^2 dt}. \quad (18.8)$$

Следовательно, в случае детерминированного сигнала для вычисления функции правдоподобия достаточно знать закон распределения аддитивной помехи  $w_{\text{ш}}(u_{\text{ш}})$ .

Если сигнал имеет паразитные параметры  $(\alpha_1, \dots, \alpha_m)$ , то необходимо знать также совместное распределение этих параметров

$$w_{\alpha}(\alpha_1, \dots, \alpha_m).$$

Действительно, если паразитные параметры не имеют статистической связи с сообщением  $\lambda$  и аддитивной помехой  $u_{\text{ш}}$  (что в большинстве случаев имеет место), то по аналогии с (18.7) можно полагать

$$P_{\lambda, \alpha_1, \dots, \alpha_m}(y) = w_{\text{ш}}(y - u_c), \quad (18.9)$$



ибо при данных значениях параметров  $\lambda, \alpha_1, \dots, \alpha_m$  сигнал  $u_c(t, \lambda_1, \alpha_1, \dots, \alpha_m)$  становится известным точно. Следовательно, распределение  $P_{\lambda, \alpha_1, \dots, \alpha_m}(y)$  может быть найдено простой заменой аргумента  $u_{\text{ш}}$  в распределении  $w_{\text{ш}}(u_{\text{ш}})$  помехи на  $y(t) — u_c(t; \lambda, \alpha_1, \dots, \alpha_m)$ . Но из теории вероятностей следует, что

$$P_{\lambda}(y) = \int_{\alpha_1} \dots \int_{\alpha_m} w_{\alpha}(\alpha_1, \dots, \alpha_m) P_{\lambda, \alpha_1, \dots, \alpha_m}(y) d\alpha_1, \dots, d\alpha_m. \quad (18.10)$$

Поэтому, если распределения  $P(\lambda)$ ,  $w_{\text{ш}}(u_{\text{ш}})$  и  $w_{\alpha}(\alpha_1, \dots, \alpha_m)$  известны (заданы), то, определив по формулам (18.9) и (18.10) функцию правдоподобия  $P_{\lambda}(y)$ , можно затем определить по формуле (18.3) совместное распределение  $P(\lambda, y)$ .

Итак, на вход синтезируемой системы поступает смесь  $y(t)$  сигнала и помех, статистические характеристики которой известны полностью. Система на основе анализа смеси  $y(t)$  в течение некоторого интервала  $(t - \Delta t) \div t$  должна выдать на своем выходе требуемое колебание  $\gamma(t)$ , называемое решением.

Операции, которые производятся в системе над колебанием  $y(t)$  для образования решения  $\gamma(t)$ , называются правилом решения и обозначаются  $\gamma = \Gamma(y)$ . Полагается, что при отсутствии помех система дает точное решение, которое мы будем обозначать  $\gamma_T(t)$ . При наличии помех оказывается

$$\gamma(t) = \gamma_T(t) + \Delta\gamma(t), \quad (18.11)$$

где  $\Delta\gamma(t)$  — ошибка воспроизведения сообщения.

Вид требуемого точного решения  $\gamma_T(t)$  зависит от назначения системы. Если требуется простое воспроизведение сообщения  $\lambda(t)$ , то

$$\gamma_T(t) = \lambda(t). \quad (18.12)$$

Однако часто требуется не простое воспроизведение сообщения, а воспроизведение с осуществлением некоторых дополнительных операций, например усиления, дифференцирования, интегрирования, предсказания будущего закона изменения сообщения и т. п. В этих случаях должно выполняться условие

$$\gamma_T(t) = A\lambda(t), \quad (18.12')$$

где  $A$  — некоторый заданный при синтезе оператор, соответствующий требуемому преобразованию (дифференцированию, предсказанию и т. п.). Воспроизведение сообщения  $\lambda(t)$  по закону (18.12') мы будем в дальнейшем называть сложным воспроизведением сообщения.

Правило решения  $\Gamma(y)$  может быть регулярным (детерминированным) или статистическим. Регулярным называется такое правило, при котором каждой реализации  $y(t)$  смеси сигнала и помех соответствует вполне определенное (т. е. с вероятностью, равной еди-



нице) решение  $\gamma(t)$ . Статистическим называется такое правило, при котором решение  $\gamma(t)$  связано с  $y(t)$  не детерминированной, а статистической зависимостью, т. е. при данном  $y(t)$  известно не решение  $\gamma(t)$ , которое примет система, а лишь вероятность этого решения. Как отмечалось выше, мы будем ограничиваться рассмотрением систем с детерминированными правилами решения, т. е. не содержащих специально вводимых в них статистических механизмов.

При таком правиле решения между реализацией  $y(t)$  и решением  $\gamma(t)$  имеется регулярная (неслучайная) зависимость

$$\gamma = \Gamma(y). \quad (18.13)$$

Следовательно, синтезируемая система на основании анализа реализации  $y(t)$  в течение интервала  $\Delta t$  вырабатывает в соответствии с правилом  $\Gamma(y)$  решение  $\gamma$ . Очевидно, оптимальным является такое правило решения  $\Gamma(y)$  (т. е. такая структура системы), при котором решение  $\gamma(t)$  оказывается наилучшим в том или ином смысле. Поэтому для нахождения оптимального правила решения следует выбрать количественную характеристику качества решения  $\gamma$ . Такой характеристикой является **функция потерь** («убытков»)  $I(\lambda, \gamma)$ , назначающая потери («убытки»), соответствующие каждой комбинации сообщения  $\lambda$  и принятого решения  $\gamma$ . При простом воспроизведении наиболее распространенной является квадратичная функция потерь вида

$$I(\lambda, \gamma) = (\lambda - \gamma)^2. \quad (18.14)$$

В общем случае функция  $I(\lambda, \gamma)$  может иметь самый различный вид в зависимости от назначения системы, однако во всех случаях она должна характеризовать **потери**, связанные с данной комбинацией сообщения  $\lambda$  и решения  $\gamma$ , т. е. чем менее благоприятна (с точки зрения назначения системы) данная комбинация  $(\lambda, \gamma)$ , тем больше должна быть соответствующая ей величина  $I(\lambda, \gamma)$ .

Так как  $\lambda$  и  $\gamma$  являются случайными функциями времени (или случайными величинами), то и потери  $I(\lambda, \gamma)$  являются случайными. Поэтому для оценки качества решения принимается не сама величина потери, а ее математическое ожидание

$$R = \overline{I(\lambda, \gamma)}, \quad (18.15)$$

т. е.

$$R = \int_{A_\lambda} d\lambda \int_{A_\gamma} I(\lambda, \gamma) P(\lambda, \gamma) d\gamma, \quad (18.16)$$

где  $A_\lambda$  и  $A_\gamma$  — области всех возможных значений  $\lambda$  и  $\gamma$ .

Если функция потерь  $I(\lambda, \gamma)$  такова, что она не зависит от правила решения  $\Gamma(y)$ , то величина  $I(\lambda, \gamma)$  называется **риском**, а  $R$  — **средним риском**. При этом оптимальным является такое правило решения  $\Gamma(y)$ , которое дает минимум среднего риска, т. е.

обращает в минимум выражение (18.16). Отыскав это правило, мы находим тем самым оптимальный оператор системы, а следовательно, и структуру оптимальной системы.

При квадратичной функции потерь вида (18.14) выражение (18.15) принимает вид

$$R = \overline{(\lambda - \gamma)^2} = \overline{(\Delta\gamma)^2}, \quad (18.15')$$

т. е. средний риск совпадает со средним квадратом ошибки воспроизведения сообщения. Следовательно, общеизвестный критерий минимальной среднеквадратичной ошибки является частным случаем критерия минимального среднего риска, имеющим место при квадратичной функции потерь.

Так как между  $y$  и  $\gamma$  существует регулярная (неслучайная) зависимость  $\gamma = \Gamma(y)$ , то

$$P(\lambda, \gamma) d\lambda d\gamma = P(\lambda, y) d\lambda dy,$$

где  $\gamma = \Gamma(y)$ , и выражение (18.16) можно представить в следующем виде:

$$R = \int_{A_y} \int_{A_\lambda} P(\lambda, y) I[\lambda, \Gamma(y)] d\lambda dy. \quad (18.17)$$

(Так как пределы интегрирования по  $y$  не зависят от  $\lambda$  и наоборот, то порядок интегрирования по  $\lambda$  и  $y$  в выражении (18.17) может быть любым).

Выражение (18.17) удобно тем, что в него заданное априорное распределение  $P(\lambda, y)$  и искомое правило решения  $\Gamma(y)$  входят в явном виде.

Таким образом, оптимальное правило решения  $\Gamma(y)$  (оптимальный оператор системы) может быть найдено из условия

$$R = \int_{A_y} \int_{A_\lambda} P(\lambda, y) I[\lambda, \Gamma(y)] d\lambda dy = \min. \quad (18.18)$$

Математический анализ выражения (18.18), выполненный в ряде работ (см., например, [44, 47]) для различных видов функции потерь  $I(\lambda, \gamma)$  и распределения  $P(\lambda, y) = P(\lambda) P_\lambda(y)$ , дал следующие основные результаты, которые потребуются нам для дальнейшего изложения.

1. Для помехи  $u_{\text{ш}}(t)$  в виде нормального белого шума и для целого ряда других помех при высоких требованиях к точности воспроизведения сообщения структура оптимальной системы не зависит от принятого при ее отыскании критерия оптимальности (вида функции потерь) для широкого класса этих критериев, включая критерий минимальной среднеквадратичной ошибки.

Отсюда следует, что критерий минимальной среднеквадратичной ошибки (случай квадратичной функции потерь), хотя и не яв-

ляется универсальным, в большинстве случаев вполне применим при синтезе оптимальных систем. Важным преимуществом этого критерия является также то, что во многих случаях он приводит к наиболее простым и наглядным результатам.

2. Чем выше требования к точности воспроизведения сообщения синтезируемой системой, тем в меньшей степени ее структура зависит от вида априорного распределения сообщений  $P(\lambda)$ . Поэтому при синтезе систем высокой точности более допустимы погрешности выбора или задания этого априорного распределения. В частности, в ряде случаев допустимо для упрощения синтеза полагать это распределение нормальным или равномерным, по крайней мере в качестве первого приближения.

3. Если смесь  $y(t)$  на входе системы имеет вид

$$y(t) = k\lambda(t) + u_{\text{ш}}(t), \quad (18.19)$$

где  $k$  — константа, функция потерь  $I(\lambda, \gamma)$  зависит только от текущего значения ошибки  $(\lambda - \gamma)$ , а шум и сигнал имеют нормальные законы распределения, то при простом воспроизведении сообщения  $\lambda(t)$  оптимальной является линейная система, а структура этой системы получается такой же, как при квадратичной функции потерь. Отсюда следует, что при линейной комбинации сообщения  $\lambda(t)$  и шума  $u_{\text{ш}}(t)$  вида (18.19) и нормальном законе их распределения оптимальная система в достаточно широком диапазоне прочих условий является линейной системой и при ее синтезе допустимо исходить из критерия минимальной среднеквадратичной ошибки.

4. Если функция потерь квадратична, т. е. при синтезе применяется критерий минимальной среднеквадратичной ошибки, то при простом воспроизведении сообщений оптимальное правило решения, обеспечивающее выполнение условия (18.18), имеет следующий вид:

$$\gamma = \int_{A_\lambda} \lambda P_y(\lambda) d\lambda = \frac{\int_{A_\lambda} \lambda P(\lambda) P_\lambda(\gamma) d\lambda}{\int_{A_\lambda} P(\lambda) P_\lambda(\gamma) d\lambda}. \quad (18.20)$$

Так как при простом воспроизведении в соответствии с (18.11) и (18.12)

$$\gamma(t) = \lambda(t) + \Delta\gamma(t), \quad (18.21)$$

где  $\Delta\gamma(t)$  — ошибка воспроизведения сообщения  $\lambda(t)$ , то в этом случае удобно обозначать эффект на выходе системы («решение») не  $\gamma(t)$ , а  $\lambda^*(t)$ , а ошибку воспроизведения сообщения обозначать  $\Delta\lambda(t)$ , т. е. вместо (18.21) полагать

$$\lambda^*(t) = \lambda(t) + \Delta\lambda(t). \quad (18.21')$$

При этом соотношение (18.20) принимает вид

$$\lambda^* = \int_{A_\lambda} \lambda P_y(\lambda) d\lambda = \frac{\int_{A_\lambda} \lambda P(\lambda) P_\lambda(y) d\lambda}{\int_{A_\lambda} P(\lambda) P_\lambda(y) d\lambda}. \quad (18.22)$$

В литературе решение  $\lambda^*(t)$  часто называют оценкой сообщения  $\lambda(t)$ .

Распределение  $P_y(\lambda)$ , входящее в выражения (18.20) и (18.22), обозначает закон распределения сообщения  $\lambda(t)$  при данной (известной) реализации  $y(t)$  входной смеси сигнала и шума. В отличие от априорного (доопытного) распределения  $\lambda(t)$  это распределение называется **апостериорным** (послеопытным) распределением сообщений, так как оно относится к случаю, когда опыт по наблюдению смеси  $y(t)$  уже произведен, т. е. конкретная реализация  $y(t)$  входного случайного процесса стала уже известной. Часто распределение  $P_y(\lambda)$  называют также распределением **обратных** вероятностей (плотностей вероятности), так как оно характеризует вероятность **первичного** явления [сообщения  $\lambda(t)$ ], при данном значении вызванного им **вторичного** явления — реализации процесса  $y(t)$ .

Интеграл  $\int_{A_\lambda} \lambda P_y(\lambda) d\lambda$ , входящий в выражение (18.22), есть не что иное, как условное математическое ожидание сообщения  $\lambda$  при данной реализации  $y(t)$  входной смеси.

Следует иметь в виду, что в тех случаях, когда сообщение является функцией времени, распределения  $P_y(\lambda)$  и  $P(\lambda)$ , а следовательно, и интегралы, входящие в выражение (18.22), являются многомерными (многократными). При этом интегралы вида  $\int_{A_\lambda} f(\lambda) d\lambda$

следует рассматривать как сокращенную запись многомерных интегралов вида

$$\int_{A_\lambda, \dots, A_{\lambda_n}} \dots \int f(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) d\lambda_1, d\lambda_2, \dots, d\lambda_n, \quad (18.23)$$

где  $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$  — совокупность выборочных значений реализации  $\lambda(t)$  случайного процесса на интервале наблюдения  $\Delta t$ , а  $n = \frac{\Delta t}{\Delta t_i} \gg 1$  (если  $\Delta t_i \rightarrow 0$ , то  $n \rightarrow \infty$ ).

Поэтому, хотя на первый взгляд выражение (18.22) кажется сравнительно простым, в действительности найти на его основе структуру оптимальной системы удастся лишь при введении ряда дополнительных упрощающих ограничений. Некоторые пути таких упрощений будут рассмотрены далее.

Из приведенных выше основных результатов теории статистических решений следует, что при математическом синтезе оптималь-

ной системы одним из наиболее удобных и универсальных (в смысле даваемых результатов) критериев является критерий минимальной СКО (среднеквадратичной ошибки). При этом основным исходным выражением для синтеза оптимальной системы является соотношение (18.22).

Для практического использования этого соотношения нужно знать функцию правдоподобия  $P_\lambda(y)$  и априорное распределение сообщений  $P(\lambda)$ . При этом, как отмечалось выше, основная трудность применения выражения (18.22) для синтеза состоит в том, что в общем случае распределение  $P(\lambda)$  многомерное и вследствие этого интегралы оказываются также многомерными (строго говоря, бесконечно-мерными). Поэтому успех решения задачи синтеза в значительной мере зависит от того, каковы априорные статистические характеристики сообщений и насколько удачно они аппроксимированы соответствующими математическими выражениями.

В настоящее время в теории статистических решений существуют следующие основные направления математического синтеза;

1) оптимальная нелинейная фильтрация; 2) оптимальная линейная фильтрация; 3) оптимальная совместная оценка параметров.

В общем случае для оптимального воспроизведения сообщений, являющихся функциями времени, требуется нелинейная система. Поэтому в общем случае синтез оптимальной системы сводится к решению задачи оптимальной нелинейной фильтрации. Однако в ряде частных, но важных случаев оптимальная система оказывается линейной и, следовательно, синтез сводится к оптимальной линейной фильтрации. Условия, при которых оптимальная фильтрация оказывается линейной, были сформулированы ранее в п. 3 и сводятся к тому, что сообщение  $\lambda(t)$  должно входить в смесь  $y(t)$  не в виде параметра (параметров) сигнала, а непосредственно и, кроме того, иметь, как и помеха, нормальный закон распределения. В других частных случаях, когда сообщение содержится в смеси  $y(t)$  лишь в виде одного или нескольких постоянных (за время наблюдения  $\Delta t$ ) параметров сигнала, задача сводится к оптимальной совместной оценке параметров сигнала.

При синтезе систем радиоуправления сообщением, подлежащим воспроизведению, может быть, например, закон перемещения цели  $x_c(t)$  относительно ракеты или относительно какой-либо фиксированной системы координат\*. Этот закон движения должен быть воспроизведен на основе приема радиосигнала, отражаемого или излучаемого целью, и, следовательно, содержится в смеси  $y(t)$  в виде одного или нескольких параметров сигнала. Например, в случае облучения цели синусоидальным сигналом о характере движения цели можно судить по величине амплитуды и (или) фазы (частоты) отраженного сигнала.

---

\* При раздельном синтезе координатора системы управления измеряемым (воспроизводимым) сообщением является параметр рассогласования,  $\varepsilon(t)$ .



В общем случае цель оказывается не точечной, а протяженной и состоит из совокупности распределенных в пространстве отражателей. Помехи в общем случае также могут приходить из разных точек пространства. По этому, строго говоря, совокупность колебаний (напряженностей поля), создаваемых в месте приема целью и помехой, должна рассматриваться не как функция времени  $y(t)$ , а как некоторая функция  $\Phi(t; x, y, z)$  времени и пространственных координат точек, принадлежащих к области раскрыва приемной антенной системы. При этом для оптимального воспроизведения полезного сообщения, содержащегося в смеси  $\Phi(t; x, y, z)$ , необходимо производить оптимальную обработку этой смеси не только по времени, но и по пространственным координатам  $x, y, z$ , т. е. осуществлять одновременный синтез как собственно приемного устройства и низкочастотных цепей, так и приемной антенны. Однако теория такого одновременного пространственно-временного синтеза систем начала развиваться лишь в последние годы и оказывается весьма сложной (см., например, [103]). Поэтому мы ограничимся рассмотрением случаев, в которых принцип действия антенной системы при синтезе задан и, следовательно, смесь сигнала и помех задается не совокупностью напряженностей поля  $\Phi(t; x, y, z)$  в разных точках раскрыва антенной системы, а напряжением  $y(t)$  на выходе антенной системы.

Так как воспроизводимый закон движения цели содержится в смеси  $y(t)$  в виде одного или нескольких параметров сигнала, то при синтезе системы радиуправления в целом или при синтезе ее радиолокационной части приходится иметь дело не с линейной, а с нелинейной фильтрацией.

Теория оптимальной линейной фильтрации может быть полезной, главным образом, при синтезе цепей вторичной обработки, а также при синтезе нерадиотехнической части системы радиуправления. В этих случаях под смесью  $y(t)$  сигнала и помех понимается их смесь не на выходе антенной системы, а на выходе радиопремного устройства и часто эту смесь можно представлять, по крайней мере в качестве первого приближения, в виде суммы (18.19), что, как отмечалось выше, при некоторых дополнительных допущениях приводит к задаче оптимальной линейной фильтрации.

Рассмотрим теперь несколько подробнее случаи, в которых задача оптимальной нелинейной фильтрации может быть сведена к задаче совместной оценки параметров сигнала. Для этого, как следует из изложенного ранее, необходимо, чтобы задачу воспроизведения закона движения цели  $x_c(t)$  можно было свести к задаче воспроизведения одного или нескольких параметров этого закона, остающихся за время наблюдения  $\Delta t$  неизменными (постоянными). Такое сведение обычно удается осуществить в следующих двух случаях.

*1-й случай* — **Случай квазирегулярных траекторий цели.** Траектория цели называется квазирегулярной (почти регулярной, близкой к регулярной), если она может быть описана регулярными (т. е. неслучайными) зависимостями, содержащими случайные параметры. Иначе говоря, при квазирегулярных траекториях случайность проявляется лишь в случайности одного или нескольких параметров, определяющих форму этих траекторий. Такой характер имеют, в частности, траектории космических аппаратов и баллистических

ракет на участках их свободного (пассивного) полета, т. е. полета при выключенных двигателях. При этом, как будет показано в 4-й части, эти объекты движутся не по произвольным, а по вполне определенным траекториям (в большинстве случаев эллиптическим), полностью определяемым значениями всего нескольких параметров  $a_1, a_2, \dots, a_m$  (в большинстве случаев пяти параметров, определяющих форму и ориентацию эллипса, и одного фиксированного момента времени, например момента прохождения через перигей). Эти параметры остаются постоянными в течение всего участка свободного полета данной ракеты, но могут меняться от одного пуска ракеты к другому по случайным законам и поэтому являются неизвестными случайными величинами, подлежащими воспроизведению (измерению).

Следовательно, при квазирегулярных траекториях, задача нелинейной фильтрации может быть сведена к задаче совместной оценки нескольких постоянных параметров  $a_1, a_2, \dots, a_m$  этой траектории.

**2-й случай — Случай раздельного синтеза системы первичной обработки.** При первичной обработке время  $\Delta t_{из}$ , отводимое на воспроизведение измеряемого сообщения  $x_{ц}(t)$ , выбирается значительно меньшим, чем полное время наведения ракеты  $T_n$ , поэтому на интервале времени  $\Delta t_{из}$  закон движения цели  $x_{ц}(t)$  может быть с достаточной точностью аппроксимирован полиномом, т. е. представлен в виде

$$x_{ц}(t) = A_0 + A_1 f_1(t) + A_2 f_2(t) + \dots + A_m f_m(t), \quad (18.24)$$

где  $f_1(t), \dots, f_m(t)$  — известные функции времени;  $A_0, A_1, \dots, A_m$  — некоторые неизвестные коэффициенты, которые могут рассматриваться как случайные величины.

Это означает, что задача воспроизведения случайной траектории  $x_{ц}(t)$  сводится к задаче совместной оценки совокупности постоянных параметров  $A_0, A_1, \dots, A_m$ . Очевидно, чем меньше время первичной обработки  $\Delta t_{из}$  и чем меньше максимальная возможная скорость изменения процесса  $x_{ц}(t)$  во времени (чем больше время корреляции этого процесса), тем меньше членов может содержать аппроксимирующий полином (18.24) и, следовательно, тем проще будет решить задачу синтеза. Если  $\Delta t_{из} \leq 1$  сек, то обычно оказывается достаточным выбирать  $m = 1 \div 2$ .

Простейшим видом полинома (18.24) является степенный полином, при этом

$$f_1(t) = t; \quad f_2(t) = t^2; \dots; \quad f_m(t) = t^m.$$

Однако в ряде случаев оказывается более целесообразным использовать не степенные, а ортогональные полиномы (например, полиномы Чебышева), т. е. полиномы, в которых функции  $f_1(t), f_2(t), \dots$ ,



$f_m(t)$  удовлетворяют на интервале  $\Delta t_{из}$  условию ортогональности:

$$\int_0^{\Delta t_{из}} f_i(t) f_j(t) dt = \begin{cases} 0 & \text{при } j \neq i, \\ c & \text{при } j = i, \end{cases} \quad (18.25)$$

где  $c = \text{const}$ .

Применение ортогональных полиномов вместо степенных может дать существенное упрощение аналитического исследования.

Итак, при математическом синтезе систем радиуправления в целом или их частей могут применяться все три указанных выше направления теории статистических решений. При этом для синтеза системы радиуправления в целом или ее радиотехнической части (кроме цепей вторичной обработки) применяется теория нелинейной фильтрации, которая в ряде случаев может быть заменена теорией совместных статистических оценок параметров сигнала.

Задача совместных статистических оценок параметров сигнала рассматривается в гл. 24. Поэтому в данной главе мы ограничимся изложением теории оптимальной линейной и нелинейной фильтрации.

### § 18.3. ОПТИМАЛЬНАЯ ЛИНЕЙНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

Классическая постановка задачи оптимальной линейной фильтрации, сформулированная Н. Винером еще в 1942 г. [48], заключается в следующем. На вход линейной системы (фильтра) с постоянными параметрами поступает сумма сообщения и помехи

$$y(t) = \lambda(t) + u_{ш}(t). \quad (18.26)$$

Как сообщение, так и помеха считаются стационарными случайными процессами с нулевыми средними значениями и известными корреляционными функциями  $R_\lambda(\tau)$  и  $R_{ш}(\tau)$ . Если колебания  $\lambda(t)$  и  $u_{ш}(t)$  взаимно коррелированы, то функция их взаимной корреляции  $R_{\lambda ш}(\tau)$  также полагается известной и не зависящей от начала отсчета времени. Так как фильтр является по условию линейной системой с постоянными параметрами, то он полностью характеризуется своей импульсной реакцией  $g(t)$  или передаточной функцией  $K(j\omega)$ .

Задачей линейного фильтра, наряду с очищением сообщения от помех, может быть какое-либо его линейное преобразование, т. е. может требоваться сложное воспроизведение сообщения  $\lambda(t)$  по закону (18.12'), где  $A = D(p)$  — линейный оператор.

Колебание  $\gamma(t)$  на выходе линейной стационарной системы связано с колебанием на ее входе соотношением

$$\gamma(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t - \tau) g(\tau) d\tau. \quad (18.27)$$

В случае физически реализуемого фильтра должно выполняться условие

$$g(t) = 0 \quad \text{при} \quad t < 0, \quad (18.28)$$

и соотношение (18.27) принимает вид

$$\gamma(t) = \int_0^{\infty} \gamma(t - \tau) g(\tau) d\tau. \quad (18.29)$$

С учетом (18.26) получаем

$$\gamma(t) = \int_0^{\infty} [\lambda(t - \tau) + u_{\text{ш}}(t - \tau)] g(\tau) d\tau. \quad (18.30)$$

Требуемое же колебание на выходе есть  $\gamma_T(t)$ . Поэтому ошибка  $\varepsilon(t)$ , получающаяся на выходе фильтра, равна

$$\varepsilon(t) = \gamma(t) - \gamma_T(t). \quad (18.31)$$

Для эргодического стационарного процесса справедливо соотношение

$$\overline{\varepsilon^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \varepsilon^2(t) dt, \quad (18.32)$$

т. е. усреднение по реализациям может быть заменено усреднением по времени. Поэтому

$$\overline{\varepsilon^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [\gamma(t) - D(p)\lambda(t)]^2 dt, \quad (18.33)$$

где  $\gamma(t)$  определяется формулой (18.30).

Оптимальным считается такой фильтр, у которого величина  $\overline{\varepsilon^2}$  получается минимальной. Следовательно, математически задача сводится к отысканию такого вида импульсной реакции  $g(t)$ , входящей в формулу (18.30), при котором интеграл (18.33) минимален. Решение этой задачи методом вариационного исчисления дает, что искомая характеристика  $g(t)$  оптимального линейного фильтра должна являться решением следующего интегрального уравнения (см., например, [48]):

$$\int_0^{\infty} R_y(\tau - t) g(t) dt = R_{y\gamma_T}(\tau), \quad (18.34)$$

$$\tau \geq 0.$$

Здесь

$$R_y(\tau) = \overline{y(t)y(t + \tau)} \quad (18.35)$$

и

$$R_{y\gamma_T} = \overline{y(t)\gamma_T(t + \tau)} \quad (18.36)$$

являются корреляционными функциями, которые полагаются известными. Если сообщение  $\lambda(t)$  и помеха  $u_{\text{ш}}(t)$  статистически независимы (что имеет место во многих реальных случаях), то

$$\left. \begin{aligned} R_{y\gamma_T}(\tau) &= \overline{\lambda(t) \gamma_T(t + \tau)}, \\ R_y(\tau) &= R_\lambda(\tau) + R_{\text{ш}}(\tau). \end{aligned} \right\} \quad (18.37)$$

Если, кроме того, требуется лишь простое воспроизведение сообщения, т. е.  $\gamma_T(t) = \lambda(t)$ , то

$$R_{y\gamma_T}(\tau) = R_\lambda(\tau). \quad (18.38)$$

Решение уравнения (18.34) приводит к следующему выражению для передаточной функции  $K(j\omega)$  оптимального линейного фильтра [48]:

$$K(j\omega) = \frac{1}{2\pi\psi(j\omega)} \int_0^\infty e^{-j\omega t} dt \int_{-\infty}^\infty \frac{s_{y\gamma_T}(\omega)}{\psi(-j\omega)} e^{j\omega t} d\omega, \quad (18.39)$$

где

$$\psi(j\omega) \psi(-j\omega) = |\psi(j\omega)|^2 = s_y(\omega). \quad (18.40)$$

Здесь  $s_{y\gamma_T}(\omega)$  и  $s_y(\omega)$  — энергетические спектры, соответствующие функциям корреляции  $R_{y\gamma_T}(\tau)$  и  $R_y(\tau)$ , т. е.

$$\left. \begin{aligned} s_{y\gamma_T}(\omega) &= \int_{-\infty}^\infty R_{y\gamma_T}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \\ s_y(\omega) &= \int_{-\infty}^\infty R_y(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \end{aligned} \right\} \quad (18.41)$$

Так как функции корреляции  $R_{y\gamma_T}(t)$  и  $R_y(t)$  при решении задачи полагаются известными, то известны и энергетические спектры  $s_{y\gamma_T}(\omega)$  и  $s_y(\omega)$ . Поэтому для вычислений по формуле (18.39) требуется лишь определить комплексную величину  $\psi(j\omega)$ , модуль  $|\psi(j\omega)|$  которой предварительно определен из соотношения (18.40).

Между функциями  $\psi(j\omega)$  и  $|\psi(j\omega)|$  существует такая же связь, как между передаточной функцией  $K(j\omega)$  и ее модулем  $|K(j\omega)|$ . Поэтому для вычисления  $\psi(j\omega)$  по найденной величине  $|\psi(j\omega)|$  можно применить такую же методику [48].

Передаточной функции, определяемой соотношением (18.39), соответствует минимальная среднеквадратичная ошибка

$$\overline{\varepsilon}_{\text{мин}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [s_{\gamma_T}(\omega) - |K(j\omega)|^2 s_y(\omega)] d\omega, \quad (18.42)$$

где  $s_{\gamma_T}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{\gamma_T}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$ .

есть энергетический спектр функции  $\gamma_T(t)$ .

Практические вычисления по формулам (18.39) и (18.42) оказываются в общем случае весьма громоздкими (см., например, [48]), а сами эти формулы мало наглядными (один из простейших примеров таких вычислений дается далее, в § 18.6).

Значительное упрощение получается, если на фильтр не накладывать требования физической осуществимости (18.28). При этом, как было показано впервые Бодэ и Шенноном, передаточная функция  $K(j\omega)$  оптимального фильтра определяется следующим простым соотношением [48]:

$$K(j\omega) = \frac{s_{y\gamma_T}(\omega)}{s_y(\omega)}. \quad (18.43)$$

Если  $\lambda(t)$  и  $u_{\text{ш}}(t)$  статистически независимы, а воспроизведение простое, эта формула принимает вид

$$K(j\omega) = \frac{s_{\lambda}(\omega)}{s_{\lambda}(\omega) + s_{\text{ш}}(\omega)}, \quad (18.44)$$

где  $s_{\lambda}(\omega)$  и  $s_{\text{ш}}(\omega)$  — энергетические спектры сообщения  $\lambda(t)$  и помехи  $u_{\text{ш}}(t)$  соответственно. При этом

$$\overline{\varepsilon}_{\text{мин}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s_{\lambda}(\omega) s_{\text{ш}}(\omega)}{s_{\lambda}(\omega) + s_{\text{ш}}(\omega)} d\omega. \quad (18.45)$$

Оптимальный линейный фильтр, определяемый соотношением (18.34) или (18.39), называется по имени его автора фильтром Винера и соответствует случаю, когда сообщение  $\lambda(t)$ , помеха  $u_{\text{ш}}(t)$  и синтезируемый фильтр стационарны. Впоследствии задача оптимальной линейной фильтрации была обобщена на случай нестационарных сообщения, помехи и фильтра (при этом, как и у Винера, сообщение и помеха полагались имеющими нулевые средние значения). В этом более общем случае импульсная реакция  $g(t, \tau)$  оптимального линейного фильтра определяется интегральным уравнением

$$\int_{t_0}^t R_v(\tau, s) g(t, s) ds = R_{y\gamma_T}(t, \tau), \quad (18.46)$$

$$t_0 \leq \tau \leq t.$$

При выполнении этого условия средний (по реализациям) квадрат ошибки  $\overline{\varepsilon^2(t)}$  оказывается в каждый момент времени минимальным и равным

$$\overline{\varepsilon_{\text{мин}}^2} = \overline{\gamma_T^2(t)} - \int_{t_0}^t g(t, \tau) R_{y\gamma_T}(t, \tau) d\tau. \quad (18.47)$$

В формуле (18.46) функции  $R_y(\tau, s)$  и  $R_{y\gamma_T}(t, \tau)$  являются соответственно функцией корреляции  $R_y(t_1, t_2)$  входной смеси  $y(t)$  и функцией взаимной корреляции  $R_{y\gamma_T}(t_1, t_2)$  между  $y(t)$  и требуемым выходным эффектом  $\gamma_T(t)$ , у которых произведена соответствующая замена аргументов [например,  $R_{y\gamma_T}(t, \tau)$  получается из  $R_{y\gamma_T}(t_1, t_2)$  заменой  $t_1$  на  $t$  и  $t_2$  на  $\tau$ ].

Так как в рассматриваемом случае процессы  $y(t)$  и  $\gamma_T(t)$  могут быть нестационарными, то в отличие от уравнения (18.34) функции корреляции зависят от  $t$  и  $\tau$ , а не только от  $\tau$ . Кроме того, так как синтезируемая система может оказаться нестационарной системой, ее импульсная реакция равна  $g(t, \tau)$  [а не  $g(t)$  или  $g(t - \tau)$ ]. Пределы интегрирования в уравнении (18.46) изменены по сравнению с (18.34), так как в данном случае предполагается, что наблюдение начинается в момент  $t_0$  и, следовательно, учитывается нестационарный процесс, вызванный включением в момент  $t_0$  самой системы или, что то же самое, появлением в этот момент входной смеси  $y(t)$ . В рассмотренном же ранее случае Винера все процессы в системе полагались стационарными, т. е. полагалось  $t_0 = -\infty$ , при конечном значении  $t$  (или, что то же самое, полагалось  $t \rightarrow \infty$  при  $t_0 = 0$ ). Нетрудно убедиться, что уравнение (18.34) может быть получено из (18.46) как частный случай, имеющий место при  $t_0 = -\infty$ ,  $R_{y\gamma_T}(t_1, t_2) = R_{y\gamma_T}(t_1 - t_2)$ ,  $R_y(t_1, t_2) = R_y(t_1 - t_2)$  и  $g(t, \tau) = g(t - \tau)$ . Следовательно, уравнение (18.46) может рассматриваться как обобщенное (на нестационарный случай) уравнение Винера.

Если помеха  $u_{\text{ш}}(t)$  имеет вид белого шума, а воспроизведение сообщения простое, то

$$R_{\text{ш}}(t_1, t_2) = s_0 \delta(t_1 - t_2)$$

и

$$R_{y\gamma_T}(t_1, t_2) = R_{\lambda}(t_1, t_2),$$

где  $s_0$  — спектральная плотность шума (двусторонняя).

При этом, как нетрудно убедиться, уравнение (18.46) принимает следующий вид:

$$\int_{t_0}^t R_{\lambda}(\tau, s) g(t, s) ds + s_0 g(t, \tau) = R_{\lambda}(t, \tau), \quad (18.48)$$

$$t_0 \leq \tau \leq t.$$

К сожалению, в общем случае найти точное аналитическое решение интегрального уравнения (18.46) не удастся. В настоящее время точное аналитическое решение этого уравнения найдено лишь для случая, когда  $\lambda(t)$  и  $u_{\text{ш}}(t)$  являются стационарными случайными процессами (см., например, [45]). Для нестационарных  $\lambda(t)$  и  $u_{\text{ш}}(t)$  точное решение уравнения (18.46) удастся получить лишь для некоторых специальных видов корреляционных функций  $R_y(t, \tau)$  и  $R_{y\gamma_T}(t, \tau)$ .

Так например, изложенный в [49] метод Шинброта позволяет получить точное решение, если корреляционные функции могут быть представлены в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} R_y(t, \tau) &= \sum_{q=1}^Q a_q(t) b_q(\tau) \text{ при } \tau \leq t, \\ R_y(t, \tau) &= \sum_{q=1}^Q a_q(\tau) b_q(t) \text{ при } \tau > t \\ \text{и} \\ R_{y\gamma_T}(t, \tau) &= \sum_{q=1}^Q c_q(t) b_q(\tau), \\ \text{причем} \\ W &= \sum_{q=1}^Q [a_q(t) b_q(\tau) - a_q(\tau) b_q(t)] = W(t - \tau), \end{aligned} \right\} \quad (18.49)$$

т. е. зависит только от разности  $(t - \tau)$ . Некоторые примеры синтеза оптимальных линейных фильтров будут приведены в § 18.5. Пока же мы ограничимся следующим примером определения потенциальной точности наведения снаряда на цель, приведенным в [49]. Пусть в момент  $t = 0$  цель начинает маневр с постоянным поперечным ускорением  $W_{\text{ц}}$ , т. е.

$$\left. \begin{aligned} x_{\text{ц}}(t) &= \frac{W_{\text{ц}} t^2}{2} \text{ при } t \geq 0, \\ x_{\text{ц}}(t) &= 0 \text{ при } t < 0, \end{aligned} \right\} \quad (18.50)$$

причем  $W_{\text{ц}}$  — случайная величина с нулевым средним значением. Тогда идеальным с точки зрения точности наведения было бы возникновение у ракеты точно такого же поперечного перемещения, т. е. в данном случае требуемая реакция на выходе идеальной системы равна

$$\gamma_T(t) = x_{\text{ц}}(t) = \frac{W_{\text{ц}} t^2}{2}. \quad (18.51)$$

Пусть помеха, приведенная ко входу системы, т. е. к перемещению  $x_{\text{ц}}(t)$ , равна  $u_{\text{ш}}(t)$ , т. е.

$$y(t) = x_{\text{ц}}(t) + u_{\text{ш}}(t), \quad (18.52)$$

и синтезируемая оптимальная система наведения ищется в классе линейных систем. Тогда задача сводится к оптимальной линейной фильтрации — требуется, чтобы при наличии на входе системы смеси полезного сообщения  $x_{\text{ц}}(t)$  и помехи на выходе системы получалась реакция  $\gamma(t)$ , имеющая минимальное среднеквадратичное отклонение от требуемого эффекта  $\gamma_T(t)$ .

Для синтеза оптимальной линейной системы нужно знать корреляционные функции  $R_y(t_1, t_2)$  и  $R_{y\gamma_T}(t_1, t_2)$ . Так как в данном случае  $\gamma_T(t) = x_{\text{ц}}(t)$ , то

$$R_{y\gamma_T}(t_1, t_2) = \overline{y(t_1) x_{\text{ц}}(t_2)}. \quad (18.53)$$

Будем полагать, что сообщение  $x_{\text{ц}}(t)$  и помеха  $u_{\text{ш}}(t)$  статистически независимы, причем помеха  $u_{\text{ш}}(t)$  имеет нулевое среднее значение. Тогда, учитывая, что среднее значение ускорения  $W_{\text{ц}}$  также равно нулю, получим из (18.51), (18.52) и (18.53) следующие соотношения:

$$\begin{aligned} R_y(t_1, t_2) &= \overline{x_{\text{ц}}(t_1) x_{\text{ц}}(t_2)} + \overline{u_{\text{ш}}(t_1) u_{\text{ш}}(t_2)} = \\ &= \frac{\overline{W_{\text{ц}}^2}}{4} t_1 t_2 + R_{\text{ш}}(t_1, t_2), \end{aligned} \quad (18.54)$$

$$R_{y\gamma_T}(t_1, t_2) = \overline{x_{\text{ц}}(t_1) x_{\text{ц}}(t_2)} = \frac{\overline{W_{\text{ц}}^2}}{4} t_1 t_2. \quad (18.55)$$

Пусть функция корреляции помехи равна

$$R_{\text{ш}}(t_1, t_2) = \sigma^2 e^{-\beta |t_1 - t_2|}, \quad (18.56)$$

т. е. помеха, начиная с момента  $t_0 = 0$ , является стационарным случайным процессом с дисперсией, равной  $\sigma^2$ , и шириной спектра, определяемой величиной коэффициента  $\beta$ .

Из соотношений (18.54) и (18.56) следует, что в рассматриваемом случае

$$\left. \begin{aligned} R_y(t, \tau) &= \frac{\overline{W_{\text{ц}}^2}}{4} t\tau + \sigma^2 e^{-\beta |t-\tau|} \\ R_{y\gamma_T}(t, \tau) &= \frac{\overline{W_{\text{ц}}^2}}{4} t\tau. \end{aligned} \right\} \quad (18.57)$$

Нетрудно убедиться, что такие корреляционные функции удовлетворяют условиям (18.49) и, следовательно, для синтеза оптимальной системы можно применять метод решения интегрального уравнения (18.46), предложенный Шинбротом. Выполненное этим методом решение дает после целого ряда преобразований следующие результаты [49]:

$$\overline{\varepsilon^2(t)}_{\text{мин}} = \frac{\frac{\overline{W_{\text{ц}}^2}}{4} t^4}{1 + \frac{\overline{W_{\text{ц}}^2} t^3}{120\sigma^2\beta} (3\beta^2 t^2 + 15\beta t + 20)}. \quad (18.58)$$

Из формулы (18.58) следует, что при  $t \rightarrow 0$  и при  $t \rightarrow \infty$  ошибка наведения стремится к нулю. Следовательно, существует некоторое наименее опасное значение времени  $t_{\text{н0}}$ , при котором потенциальная точность оказывается наихудшей. При синтезе полагалось, что цель начинает маневр с постоянным ускорением в момент  $t = 0$ ; поэтому величину  $t_{\text{н0}}$  можно рассматривать как наименее опасное значение интервала времени от начала маневра цели до окончания наведения, т. е. до «встречи» ракеты с целью. Приравнивание нулю производ-



ной по времени от выражения (18.58) дает следующую связь между параметрами  $\overline{W}_{\text{ц}}^2$ ,  $\sigma^2$  и  $\beta$  и наипаснейшим интервалом времени  $t_{\text{н0}}$ :

$$\frac{\overline{W}_{\text{ц}}^2}{\sigma^2 \beta^4} = \frac{480}{(\beta t_{\text{н0}})^3 [3 (\beta t_{\text{н0}})^2 - 20]} . \quad (18.59)$$

Например, при  $\beta = 20 \frac{1}{\text{сек}}$ ,  $\sigma = 3 \text{ м}$  и  $\sqrt{\overline{W}_{\text{ц}}^2} = 5 \text{ г}$  получается  $t_{\text{н0}} \approx 0,5 \text{ сек}$  и формула (18.58) дает следующее значение промаха:

$$h_{\text{эф}} = \sqrt{\varepsilon_{\text{мин}}^2} \approx 2,2 \text{ м}.$$

#### § 18.4. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ПРИ ОПТИМАЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

В данном параграфе мы будем рассматривать нелинейную фильтрацию как общую задачу воспроизведения (измерения) сообщения  $\lambda(t)$ , являющегося функцией времени. Результаты этой теории могут быть непосредственно применимы к синтезу отдельных измерительных устройств, входящих в состав системы управления (измерителей дальности, скорости сближения, угловых координат), а при некоторых дополнительных условиях, как показано в конце данной главы, и для синтеза системы радиоуправления в целом.

При оптимальной нелинейной фильтрации исходным является выражение (18.22). Как отмечалось в § 18.2, для его раскрытия приходится делать целый ряд упрощающих предположений и, в первую очередь, применять соответствующую аппроксимацию статистических характеристик воспроизводимого сообщения  $\lambda(t)$ . В настоящее время наиболее существенные результаты удалось получить для случаев, когда  $\lambda(t)$  может считаться нормальным (гауссовым) или марковским случайным процессом.

Изложенное ниже дается применительно к случаю, когда сообщение  $\lambda(t)$  имеет нормальное распределение. Однако часть приведенных результатов, как поясняется ниже, остается справедливой и при других законах распределения сообщений.

Основы теории нелинейной фильтрации в том виде, как она излагается далее, были заложены в 1961 г. И. А. Большаковым и В. Г. Репиным [99] и развиты в дальнейшем в целом ряде работ [45, 100 и др.]. При этом наиболее существенные и наглядные результаты были получены при введении следующих допущений (в большинстве случаев вполне оправданных при синтезе систем радиоуправления):

1. Смесь сигнала и помех на входе синтезируемой системы описывается соотношением (18.1). При этом воспроизводимое сообщение  $\lambda(t)$  входит в выражение для сигнала  $u_c(t, \lambda, \alpha_1, \dots, \alpha_m)$  непосредственно, а не под знаком интегрального, дифференциального или какого-либо другого оператора, т. е. имеет место так называемая прямая модуляция сигнала сообщением  $\lambda(t)$ . Как нетрудно

убедиться, амплитудная и фазовая модуляция являются примерами такой прямой модуляции. При частотной модуляции сообщение  $\lambda(t)$  входит в выражение сигнала под знаком интеграла (так как мгновенная фаза сигнала является интегралом от мгновенной частоты) и, следовательно, этот вид модуляции не является прямым.

2. Требуется обеспечить минимальную среднеквадратичную ошибку простого воспроизведения сообщения, т. е. обеспечить

$$\overline{\varepsilon^2(t)} = \overline{[\lambda(t) - \lambda^*(t)]^2} = \min. \quad (18.60)$$

3. Воспроизведение сообщения  $\lambda(t)$  должно быть весьма точным, т. е. средний квадрат ошибки  $\varepsilon^2(t)$  должен быть весьма малой величиной.

4. Сообщение  $\lambda(t)$  имеет нормальный закон распределения с известными средним значением  $\overline{\lambda(t)}$  и функцией корреляции  $R_\lambda(t_1, t_2)$ .

5. Сообщение  $\lambda(t)$  изменяется медленно по сравнению с аддитивной помехой  $u_{\text{ш}}(t)$  и по сравнению с меняющимися во времени паразитными параметрами сигнала, т. е. выполняются условия

$$\tau_{\text{кор}\lambda} \gg \tau_{\text{кор ш}} \text{ и } \tau_{\text{кор}\lambda} \gg \tau_{\text{кор}\alpha}, \quad (18.61)$$

где  $\tau_{\text{кор}\lambda}$ ,  $\tau_{\text{кор ш}}$  и  $\tau_{\text{кор}\alpha}$  — соответственно время корреляции сообщения, аддитивной помехи и паразитных параметров сигнала (флуктуаций сигнала).

6. Действие комбинационной составляющей помехи (параметрических флуктуаций) пренебрежимо мало. Это означает, как было показано в § 12.3, что эквивалентная полоса пропускания системы  $\Delta F_{\text{э}}$  должна быть мала по сравнению с эквивалентной шириной спектра комбинационной составляющей помехи.

7. Статистические характеристики паразитных параметров сигнала  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$  не зависят от времени.

С учетом всех этих допущений анализ исходного выражения (18.22) дает после весьма громоздких преобразований (см., например, [99]) следующие результаты.

1) Оптимальная оценка  $\lambda^*(t)$  воспроизводимого сообщения равна

$$\lambda^*(t) = \int_{t_0}^t g(t, \tau) z(\tau) d\tau + \overline{\lambda(t)}, \quad (18.62)$$

где импульсная реакция  $g(t, \tau)$  определяется из интегрального уравнения

$$\kappa \int_{\tau}^t c(t, s) g(s, \tau) ds + c(t, \tau) = g(t, \tau). \quad (18.63)$$

Входящая в это выражение вспомогательная функция  $c(t, \tau)$  определяется, в свою очередь, из следующего интегрального уравнения:

$$\kappa \int_{t_0}^t c(t, s) R_\lambda(s, \tau) ds + c(t, \tau) = R_\lambda(t, \tau). \quad (18.64)$$

В этих формулах  $t_0$  — момент начала воспроизведения (измерения) сообщения  $\lambda(t)$ , а  $t$  — текущий момент времени.

2) Входящие в формулы функция  $z(t)$  и постоянный коэффициент  $\kappa$  определяются следующими выражениями:

$$z(t) = - \left[ \frac{\partial Q(y, \lambda, t)}{\partial \lambda} \right]_{\lambda=\lambda^*}, \quad (18.65)$$

$$\kappa = \overline{\left[ \frac{\partial^2 Q(y, \lambda, t)}{\partial \lambda^2} \right]} \quad (18.66)$$

(волнистая линия сверху обозначает усреднение по времени за бесконечно большой интервал времени).

Функция  $Q(y, \lambda, t)$  определяется из уравнения

$$\int_{t-\Delta t}^t Q(y, \lambda, t) dt = -\ln P_\lambda(y), \quad (18.67)$$

где  $P_\lambda(y)$  — функция правдоподобия при реализациях  $y(t)$ , определяемых на интервале  $(t - \Delta t) \div t$ , который может быть произвольным в следующих пределах:

$$\tau_{\text{кор ш}}, \tau_{\text{кор а}} \ll \Delta t \ll \tau_{\text{кор л}}, \quad (18.68)$$

т. е. интервал  $\Delta t$  должен быть много большим интервалов корреляции  $\tau_{\text{кор ш}}$  и  $\tau_{\text{кор а}}$  помех, но малым по сравнению с временем корреляции сообщения. [В силу принятых выше допущений одновременное выполнение неравенств (18.68) возможно.]

3) Функция  $z(t)$  может быть представлена также в следующем виде:

$$z(t) = \kappa [\varepsilon(t) + \Delta \varepsilon_{\text{п}}(t)], \quad (18.69)$$

где, как и ранее,

$$\varepsilon(t) = \lambda(t) - \lambda^*(t), \quad (18.70)$$

а  $\Delta \varepsilon_{\text{п}}(t)$  — стационарный белый шум с энергетическим спектром (односторонним)

$$g_{\text{ш0}} = \frac{2}{\kappa}. \quad (18.71)$$

4) Ошибка  $\varepsilon(t)$  имеет нормальное распределение с нулевым средним значением  $[\overline{\varepsilon(t)} = 0]$  и дисперсией

$$\sigma_\varepsilon^2(t) = \overline{\varepsilon^2(t)} = c(t, t), \quad (18.72)$$

где функция  $c(t, t)$  получается из указанной выше вспомогательной функции  $c(t, \tau)$  заменой  $\tau$  на  $t$ .

Приведенным выше соотношениям (18.62) — (18.67), (18.69) и (18.70) соответствует эквивалентная схема, изображенная на рис. 18.3. На этой схеме *Дис* (дискриминатор) обозначает элемент (в общем случае нелинейный), который вычисляет функцию  $z(t)$  на основании обработки принятого колебания  $y(t)$  и с учетом измеренного значения  $\lambda^*(t)$ ;  $\Phi_1$  — линейный фильтр с импульсной реакцией  $g(t, \tau)$ , определяемой уравнениями (18.63) и (18.64). Нетрудно убедиться, что часть схемы (рис. 18.3), заключенная между точками  $a$  и  $b$ , действительно преобразует  $z(t)$  в  $\lambda^*(t)$  в соответствии с уравнением (18.62). Дискриминатор *Дис*, как сле-

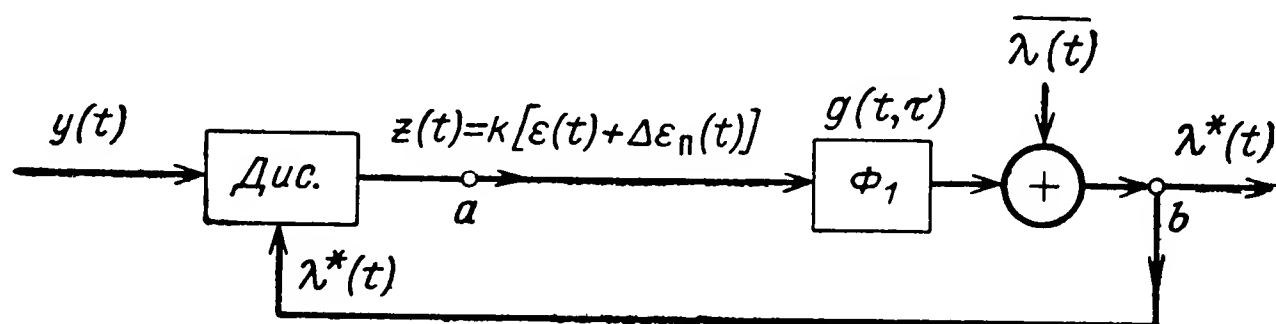


Рис. 18.3

дует из рис. 18.3, преобразует входную смесь  $y(t)$  в  $z(t)$ . Закон этого преобразования определяется соотношениями (18.65) и (18.67). Следовательно, эти соотношения полностью определяют структуру дискриминатора.

Из формулы (18.65) следует, что при образовании  $z(t)$  из  $y(t)$  должно учитываться измеренное значение  $\lambda^*(t)$  сообщения. Следовательно, в дискриминатор должно вводиться кроме  $y(t)$  измеренное значение сообщения  $\lambda^*(t)$ , т. е. должна существовать цепь обратной связи от выхода измерителя к дискриминатору, как это и показано на рис. 18.3. Из выражений (18.69) — (18.71) следует, что дискриминатор *Дис* выдает на своем выходе колебание, пропорциональное сумме сигнала ошибки  $\epsilon(t)$  и белого шума со спектром  $^2/k$ , т. е. воспроизводит сигнал ошибки  $\epsilon(t)$  с погрешностью, характеризуемой помехой  $\Delta \epsilon_n(t)$ .

Из рис. 18.3 и формулы (18.69) следует, что при вычислении  $\lambda^*(t)$  можно вместо схемы рис. 18.3 применять эквивалентную схему, приведенную на рис. 18.4. На этой схеме  $\Phi_2$  — линейный фильтр с импульсной реакцией  $kg(t, \tau)$ . Следовательно, фильтр  $\Phi_2$  отличается от фильтра  $\Phi_1$  (рис. 18.3) лишь тем, что его коэффициент передачи увеличен в  $k$  раз.

Из рис. 18.3 и соотношений (18.69) и (18.71) следует, что качество действия дискриминатора полностью характеризуется единственным параметром  $k$ , который, во-первых, является коэффициентом передачи (крутизной) дискриминатора для малых значений сигнала ошибки и, во-вторых, однозначно определяет спектральную плотность помехи  $\Delta \epsilon_n(t)$  на его выходе.

Из рассмотрения рис. 18.3 и 18.4 следует также, что в оптимальной системе функции дискриминатора и линейного фильтра  $\Phi_1$  таковы:

а) дискриминатор должен выделить из смеси  $y(t)$  сигнал ошибки  $\varepsilon(t)$  с минимальной погрешностью, т. е. обеспечить минимум спектральной плотности  $g_{ш0}$  помехи на его выходе;

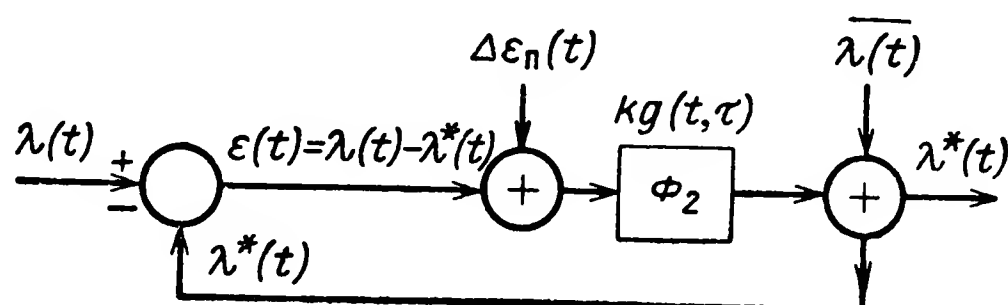


Рис. 18.4

б) линейный фильтр  $\Phi_2$  (а значит, и фильтр  $\Phi_1$ ) должен обеспечить минимум среднего квадрата  $\overline{\varepsilon^2}$  ошибки воспроизведения сообщения  $\lambda(t)$  в схеме рис. 18.4, т. е. в условиях, когда на его вход

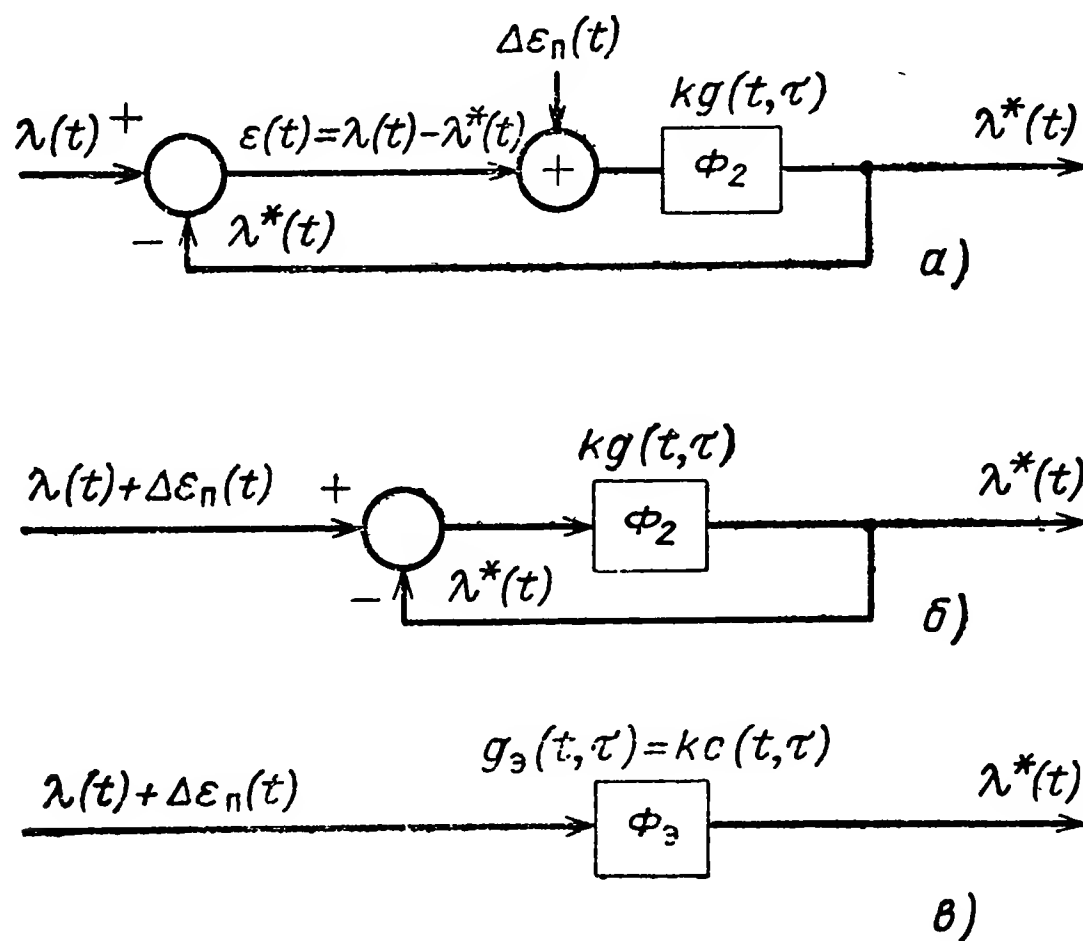


Рис. 18.5

поступает сумма сигнала ошибки  $\varepsilon(t)$  и белого шума  $\Delta\varepsilon_n(t)$  со спектральной плотностью, равной  $\frac{2}{\kappa}$ .

Синтез дискриминатора и линейного фильтра можно производить независимо. Действительно, структура оптимального дискриминатора полностью определяется выражениями (18.65) и (18.67), которые не зависят непосредственно от параметров фильтра  $\Phi_1$ . При синтезе же оптимального фильтра  $\Phi_1$  (или  $\Phi_2$ ) можно исходить из уравнений (18.63) и (18.64) или непосредственно из схемы рис. 18.4, если в этой схеме полагать заданной функцию корреляции

сообщения  $R_\lambda(t_1, t_2)$  и наложить требование получения минимума среднего квадрата ошибки  $\overline{\varepsilon^2}$ . При этом, если дискриминатор еще не рассчитан и его параметр  $k$  еще не определен, можно получить решение сначала в общем виде, т. е. для произвольного значения  $k$ .

Поскольку большинство принятых ранее допущений были качественными [см., например, соотношения (18.61)], для надежного суждения о том, в какой мере найденная структура системы будет оптимальной для реальных характеристик сообщений, сигналов и помех можно поступить следующим образом. Для найденной структуры системы следует вычислить средний квадрат ошибки  $\overline{\varepsilon^2}$  путем анализа прохождения сигнала и помех через эту систему и сравнить полученное значение со значением, даваемым формулой (18.72). Если вычисленные обоими путями значения  $\overline{\varepsilon^2}$  окажутся близкими друг к другу, то это будет означать, что найденная структура системы действительно достаточно близка к оптимальной.

Следует отметить, что при синтезе оптимального линейного фильтра  $\Phi_2$  (а значит и  $\Phi_1$ ) можно в схеме рис. 18.4 полагать  $\overline{\lambda(t)} = 0$ , если одновременно принять, что среднее значение сообщения  $\lambda(t)$  на входе системы тоже равно нулю. Найденный при этом результат будет справедлив и в случае, когда в действительности  $\overline{\lambda(t)} \neq 0$ . Это объясняется тем, что в схеме рис. 18.4 среднее значение измеренного сообщения  $\lambda^*(t)$  равно  $\overline{\lambda(t)}$ , и вследствие этого при образовании сигнала ошибки  $\varepsilon(t)$  средние значения, содержащиеся в процессах  $\lambda(t)$  и  $\lambda^*(t)$ , взаимно компенсируются, и на вход фильтра  $\Phi_2$  не поступают.

Следовательно, при синтезе фильтра  $\Phi_2$  можно исходить из эквивалентной схемы рис. 18.5, а. При этом следует полагать  $\overline{\lambda(t)} = 0$ . Схему рис. 18.5, а можно представить также в виде, изображенном на рис. 18.5, б, так как перенос возмущения  $\Delta\varepsilon_\Pi(t)$  на вход системы не изменяет эффекта на ее выходе. Но линейный фильтр  $\Phi_2$ , охваченный обратной связью, так же является линейной системой с некоторой импульсной реакцией  $g_\varepsilon(t, \tau)$ . Поэтому схема рис. 18.5, б может быть представлена в виде, изображенном на рис. 18.5, в, где  $\Phi_\varepsilon$  — некоторый эквивалентный линейный фильтр с импульсной реакцией  $g_\varepsilon(t, \tau)$ .

Из рис. 18.5, в следует, что фильтр  $\Phi_\varepsilon$  должен обеспечивать воспроизведение с минимальной СКО сообщения  $\lambda(t)$ , поступающего на его вход в смеси с аддитивным белым шумом  $\Delta\varepsilon_\Pi(t)$ . Эта постановка задачи полностью совпадает с изложенной в предыдущем параграфе задачей оптимальной линейной фильтрации.

Поэтому оптимальная импульсная реакция  $g_\varepsilon(t, \tau)$  должна определяться интегральным уравнением вида (18.48), т. е. уравнением

$$\int_{t_0}^t R_\lambda(\tau, s) g_\varepsilon(t, s) ds + s_0 g_\varepsilon(t, \tau) = R_\lambda(t, \tau).$$



Сопоставляя это уравнение с уравнением (18.64) и учитывая, что в данном случае

$$s_0 = \frac{g_{ш0}}{2} = \frac{1}{\kappa},$$

получаем

$$g_э(t, \tau) = \kappa c(t, \tau),$$

т. е. введенная ранее вспомогательная функция  $c(t, \tau)$  является (с точностью до постоянного множителя  $\kappa$ ) импульсной реакцией эквивалентного линейного фильтра  $\Phi_э$ , осуществляющего оптимальную фильтрацию сообщения  $\lambda(t)$  в схеме рис. 18.5, в.

Из соотношения (18.63) следует, что импульсная реакция  $g(t, \tau)$  оптимального линейного фильтра  $\Phi_2$  связана с импульсной реакцией  $c(t, \tau)$  также интегральным уравнением. Таким образом два интегральных уравнения (18.63) и (18.64), определяющих структуру оптимального линейного фильтра  $\Phi_1$ , входящего в систему рис. 18.3, имеют следующий смысл: а) уравнение (18.64) позволяет по характеристикам сообщения  $\lambda(t)$  и белого шума  $\Delta \varepsilon_n(t)$  найти импульсную реакцию  $\kappa c(t, \tau)$  эквивалентного линейного фильтра, включенного по схеме рис. 18.5, в; б) уравнение (18.63) позволяет по найденной импульсной реакции  $\kappa c(t, \tau)$  этого фильтра, найти соответствующую импульсную реакцию линейного фильтра  $\Phi_2$  (или  $\Phi_1$ ), т. е. фильтра, охваченного цепью обратной связи. Таким образом, структура оптимального линейного фильтра  $\Phi_1$  определяется не одним, а двумя интегральными уравнениями потому, что этот фильтр охвачен цепью обратной связи.

Отсюда следует также, что теория оптимальной нелинейной фильтрации включает в себя теорию оптимальной линейной фильтрации как частный случай.

Из соотношений (18.65) — (18.68) следует, что при синтезе оптимального дискриминатора входная смесь  $y(t)$  рассматривается на интервале  $\Delta t$ , малом по сравнению с  $\tau_{кор\lambda}$ , но большом по сравнению с  $\tau_{корш}$  и  $\tau_{кор\alpha}$ . Это означает, что оптимальный дискриминатор, обладая существенной инерционностью (а следовательно, и фильтрующими свойствами) по отношению к помехам и флуктуациям сигнала, является в то же время практически безынерционным по отношению к воспроизводимому сообщению  $\lambda(t)$ .

Таким образом оптимальная система оказывается состоящей из двух существенно различных элементов: нелинейного (в общем случае) элемента, безынерционного по отношению к сообщению  $\lambda(t)$  (дискриминатора), и линейного инерционного (как для помех, так и для сообщения  $\lambda(t)$ ) элемента — фильтра  $\Phi_1$ .

Такой результат объясняется характером принятых при синтезе допущений, и в первую очередь допущениями о медленности изменения сообщения  $\lambda(t)$  и малости ошибки его воспроизведения.

Действительно, пусть, например, мы синтезируем радиоприемное устройство, действующее по простейшей схеме, т. е. состоящее из



усилителя высокой частоты (включающего усилитель радиочастоты, преобразователь частоты и усилитель промежуточной частоты), детектора и усилителя низкой частоты. Известно, что при сильных помехах и при широком спектре сообщения для обеспечения наилучшего воспроизведения сообщения необходимо сужать полосу пропускания в первую очередь до детектора, даже если это сужение полосы вызывает некоторые искажения сообщения.

Если же приемник предназначен для весьма точного воспроизведения сообщения и, следовательно, будет работать при не слишком сильных помехах, а ширина спектра сообщения невелика, то можно без ущерба для качества воспроизведения сообщения сделать полосу пропускания до детектора достаточной для неискаженного (при отсутствии помех) воспроизведения сообщения и осуществить узкую полосу пропускания лишь после детектора.

Аналогично этому и в рассмотренной ранее оптимальной системе при таких условиях оказывается возможным сделать всю систему практически безынерционной по отношению к воспроизводимому сообщению  $\lambda(t)$ , за исключением инерционных линейных выходных цепей — инерционного линейного фильтра  $\Phi_1$ .

То обстоятельство, что оптимальный фильтр  $\Phi_1$  на выходе дискриминатора является линейной системой, обусловлено принятым при синтезе допущением о нормальности закона распределения сообщения  $\lambda(t)$ . При ином законе распределения сообщения оптимальные сглаживающие цепи на выходе дискриминатора оказываются нелинейными; при этом, в общем случае может измениться и структура оптимального дискриминатора. Однако если по условиям задачи задано, что фильтр  $\Phi_1$  должен быть линейным (например, из соображений простоты технической реализации), то структура и свойства оптимального дискриминатора оказываются не зависящими от закона распределения сообщения. Это объясняется тем, что при линейном фильтре  $\Phi_1$  минимум среднеквадратичной ошибки  $\sqrt{\varepsilon^2}$  получается при условии минимума спектральной плотности помехи на его входе,  $g_{ш0}$ , а дискриминатор, определяемый приведенными выше формулами, как раз обладает тем свойством, что он минимизирует эту спектральную плотность.

Таким образом, приведенные ранее формулы для синтеза оптимального дискриминатора сохраняют свою силу и при законе распределения сообщения, отличном от нормального, если по условиям задачи фильтр  $\Phi_1$  на выходе дискриминатора должен быть линейным.

Поясним теперь значение имеющейся в оптимальной системе (рис. 18.3) обратной связи по воспроизводимому сообщению  $\lambda^*(t)$ . При малых значениях сигнала ошибки  $\varepsilon$  крутизна дискриминатора равна постоянной величине  $k$ , т. е. характеристика дискриминатора  $z = z(\varepsilon)$  линейна. Однако при больших значениях  $\varepsilon$  эта характеристика оказывается нелинейной (рис. 18.6). Поэтому для нормальной работы дискриминатора необходимо поддерживать разность

$\varepsilon = \lambda - \lambda^*$  достаточно малой. Истинная величина сообщения  $\lambda(t)$  содержится в смеси  $y(t)$ , поступающей на вход дискриминатора; воспроизведенное значение этого сообщения  $\lambda^*(t)$  образуется лишь на выходе этой системы. Поэтому необходимо вводить  $\lambda^*(t)$  в дискриминатор по цепи обратной связи, как показано на рис. 18.3.

Необходимость введения на выходе системы (рис. 18.3) априорно известного среднего значения  $\overline{\lambda(t)}$  сообщения также вполне понятна. Как отмечалось ранее, благодаря этому детерминированная составляющая  $\overline{\lambda(t)}$ , содержащаяся в воспроизводимом сообщении

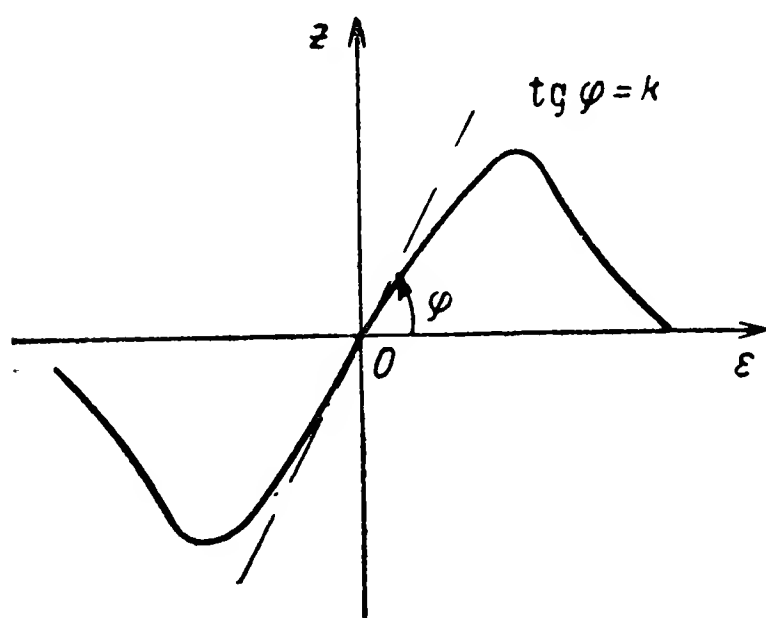


Рис. 18.6

$\lambda(t)$ , оказывается на входе фильтра  $\Phi_2$ , а значит, и  $\Phi_1$  скомпенсированной и, следовательно, фильтр  $\Phi_1$  освобождается от необходимости ее воспроизведения. Это обстоятельство позволяет при прочих равных условиях сузить полосу пропускания фильтра  $\Phi_1$  и соответственно уменьшить действие помех.

Итак, приведенные ранее соотношения позволяют определить структуру оптимальной системы воспроизведения сообщения  $\lambda(t)$  и

найти потенциальное (минимально возможное) значение ошибки воспроизведения сообщения  $\overline{\varepsilon^2}$ .

Все приведенные ранее соотношения были получены для случая, когда смесь  $y(t)$  сигнала и помех на входе системы может быть представлена в виде выражения (18.1). Однако при синтезе систем радиопередачи часто имеет место случай, когда

$$y(t) = u_c(t, \varepsilon, \alpha_1, \dots, \alpha_m) + u_{ш}(t), \quad (18.73)$$

т. е. в выражение для сигнала входит непосредственно не сам воспроизводимый параметр  $\lambda(t)$ , а «сигнал ошибки»

$$\varepsilon(t) = \lambda(t) - \lambda^*(t); \quad (18.74)$$

задача же по-прежнему сводится к наилучшему воспроизведению сообщения  $\lambda(t)$ , т. е. к обеспечению выполнения условия

$$\overline{\varepsilon^2(t)} = \min. \quad (18.75)$$

Такая ситуация имеет место, в частности, при синтезе систем автоматического сопровождения цели по угловым координатам.

Функциональная схема такой системы изображена на рис. 18.7. Ось  $z_a$  равносигнальной зоны этой системы в каждый момент времени направляется на цель с помощью моторов, входящих в состав блока управления антенной. На вход этого блока с выхода радиоприемного устройства поступает сигнал ошибки  $z(t)$ , характери-

зующий отклонение  $\varepsilon$  оси  $z_a$  от направления на цель. При малых угловых отклонениях можно полагать, что

$$z(t) = \kappa [\varepsilon(t) + \Delta\varepsilon_n(t)], \quad (18.76)$$

где  $\kappa$  — коэффициент передачи радиоприемного устройства (радиопеленгатора) по сигналу ошибки, а  $\Delta\varepsilon_n(t)$  — погрешность измерения, вызванная действием помех и приведенная к угловому отклонению  $\varepsilon$ . Очевидно, в данном случае роль воспроизводимого сообщения  $\lambda(t)$  и результата его воспроизведения  $\lambda^*(t)$ , выдаваемого

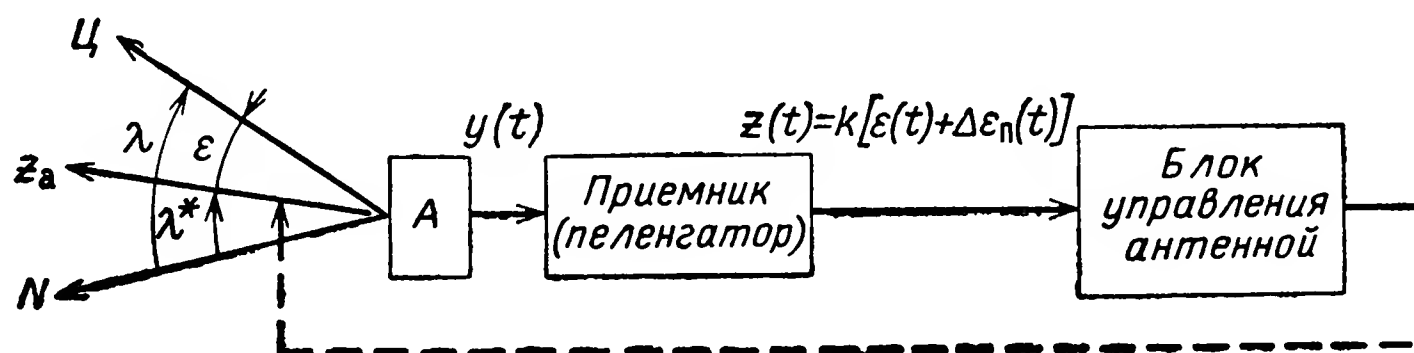


Рис. 18.7

системой, играют соответственно угловая координата цели и оси равносигнальной зоны  $z_a$  в некоторой фиксированной системе координат. На рис. 18.7 обозначения даны для простоты применительно к работе одного из двух каналов системы управления антенной

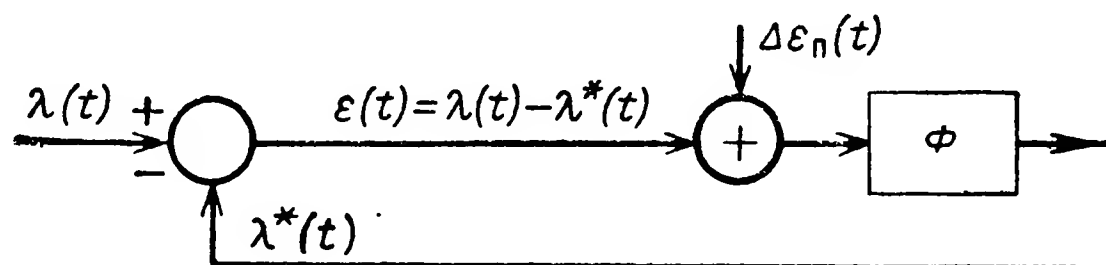


Рис. 18.8

(например, для канала управления антенной по углу места); поэтому вместо векторных величин  $\vec{\lambda}$ ,  $\vec{\lambda}^*$  и  $\vec{\varepsilon}$  приведены лишь их скалярные составляющие, расположенные в одной плоскости, а фиксированная система координат задана фиксированным направлением  $N$ .

При высокой точности автослежения блок управления антенной можно считать линейным, и структурная схема системы автослежения может быть представлена в виде, изображенном на рис. 18.8. На этом рисунке  $\Phi$  — линейный фильтр с передаточной функцией, равной (с точностью до постоянного множителя  $\kappa$ ) передаточной функции блока управления антенной.

Эта структурная схема полностью совпадает со структурной схемой оптимальной следящей системы, изображенной на рис. 18.5, а. Поэтому то обстоятельство, что в данном случае структурная схема системы автослежения за целью задана заранее, т. е. до начала математического синтеза, не препятствует получению столь же оптимальных результатов, как в рассмотренном выше случае синтеза

оптимальной следящей системы\*. Различие состоит лишь в том, что в рассматриваемом случае системы автослежения (рис. 18.7) смесь  $y(t)$  сигнала с аддитивной помехой должна быть представлена не в виде (18.1), а в виде (18.73), так как сигнал на выходе антенной системы модулирован не самим сообщением  $\lambda(t)$ , а «сигналом ошибки»  $\varepsilon(t) = \lambda(t) - \lambda^*(t)$ .

Из приведенного ранее рассмотрения оптимальной системы ясно, что при этом все соотношения, характеризующие структуру и свойства этой системы, остаются справедливыми, если в формулах (18.65), (18.66), (18.67) параметр сигнала  $\lambda$  заменить на новый параметр сигнала  $\varepsilon$ , т. е. полагать

$$z(t) = - \left[ \frac{\partial Q(y, \varepsilon, t)}{\partial \varepsilon} \right]_{\varepsilon=0}, \quad (18.77)$$

$$\kappa = \overline{\left[ \frac{\partial^2 Q(y, \varepsilon, t)}{\partial \varepsilon^2} \right]}, \quad (18.78)$$

$$\int_{t-\Delta t}^t Q(y, \varepsilon, t) dt = -\ln P_\varepsilon(y). \quad (18.79)$$

Здесь, как и ранее,  $P_\varepsilon(y)$  — функция правдоподобия, т. е. плотность вероятности (многомерная) реализации  $y(t)$  (на интервале  $\Delta t$ ), для данной реализации параметра  $\varepsilon(t)$  сигнала.

Примеры применения полученных общих соотношений для определения структуры оптимальной системы (структуры оптимальных дискриминатора и линейного фильтра  $\Phi_1$ ) и вычисления потенциальной точности воспроизведения сообщения приводятся в следующих параграфах.

## § 18.5. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО ДИСКРИМИНАТОРА

Из приведенных ранее общих соотношений (18.65) — (18.67) или (18.77) — (18.79) и (18.71) вытекает следующая последовательность операций при синтезе оптимального дискриминатора.

Во-первых, вычисляется функция правдоподобия  $P_\lambda(y)$  и ее логарифм  $\ln P_\lambda(y)$ .

Затем найденное выражение для  $\ln P_\lambda(y)$  записывается в виде интеграла от некоторой функции времени в пределах  $(t - \Delta t) \div t$ . Тогда подынтегральная функция и есть  $Q(y, \lambda, t)$ .

Далее, дифференцируя  $Q(y, \lambda, t)$  по  $\lambda$  и заменяя в найденном выражении  $\lambda$  на  $\lambda^*$ , находим тем самым колебание  $z(t)$  на выходе

---

\* Строго говоря, различие состоит в том, что в оптимальной системе (рис. 18.3) предусмотрен ввод априорно известного математического ожидания  $\bar{\lambda}(t)$ , а в системе рис. 18.7 он не предусмотрен. Поэтому если  $\lambda(t) \neq 0$ , то для устранения этого различия в системе, изображенной на рис. 18.7, также должен быть предусмотрен ввод функции  $\bar{\lambda}(t)$  на выходе блока управления антенной.

дискриминатора. Полученное выражение для  $z(t)$  показывает, какие математические операции должны быть выполнены в дискриминаторе над принимаемым колебанием  $y(t)$ , т. е. определяет структуру дискриминатора.

Из выражений (18.66) и (18.71) следует, что спектральная плотность  $g_{ш0}$  помехи  $\Delta \varepsilon_n(t)$ , приведенной к сигналу ошибки  $\varepsilon(t)$ , определяется по формуле

$$g_{ш0} = \frac{2}{\kappa} = \frac{2}{\left[ \frac{\partial^2 Q(y, \lambda, t)}{\partial \lambda^2} \right]}, \quad (18.80)$$

т. е. для вычисления  $g_{ш0}$  требуется вычислить вторую производную по  $\lambda$  от  $Q(y, \lambda, t)$  и усреднить полученное выражение по всем возможным реализациям (прямая черта сверху) и по времени (волнистая линия сверху). Если процесс эргодический, то в формуле (18.80) достаточно производить усреднение лишь по времени.

Рассмотрим в качестве примера случай, когда сигнал детерминированный (известный точно, за исключением  $\lambda$ ), а аддитивная помеха  $u_{ш}(t)$  имеет вид нормального белого шума. При этом функция правдоподобия определяется выражением (18.8) и

$$-\ln P_\lambda(y) = -\ln C + \frac{1}{N_0} \int_{t-\Delta t}^t [y(t) - u_c(t, \lambda)]^2 dt. \quad (18.81)$$

Так как в интересующие нас выражения для  $z(t)$  и  $g_{ш0}$  входят лишь частные производные по  $\lambda$ , то, как нетрудно убедиться, слагаемые, входящие в выражение (18.81), не зависящие от  $\lambda$ , не влияют на результаты и, следовательно, их можно не учитывать. При этом сопоставление выражений (18.67) и (18.81) дает

$$Q(y, \lambda, t) = \frac{1}{N_0} [y(t) - u_c(t, \lambda)]^2. \quad (18.82)$$

Подстановка этого выражения в (18.65) дает

$$z(t) = y(t) u_1(t, \lambda^*) + u_2(t, \lambda^*), \quad (18.83)$$

где

$$u_1(t, \lambda^*) = \frac{2}{N_0} \left[ \frac{\partial u_c(t, \lambda)}{\partial \lambda} \right]_{\lambda=\lambda^*}, \quad (18.84)$$

$$u_2(t, \lambda^*) = -\frac{2}{N_0} u_c(t, \lambda^*) \left[ \frac{\partial u_c(t, \lambda)}{\partial \lambda} \right]_{\lambda=\lambda^*}. \quad (18.85)$$

Этим выражениям соответствует структурная схема дискриминатора, изображенная на рис. 18.9, т. е. дискриминатор состоит из синхронного детектора (умножителя), сумматора и генераторов  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  функций времени  $u_1(t, \lambda^*)$  и  $u_2(t, \lambda^*)$ , единственным неиз-

вестным параметром которых является колебание  $\lambda^*(t)$ , подаваемое с выхода следящей системы (см. рис. 18.3).

Пусть, например, сигнал  $u_c(t, \lambda)$  модулирован сообщением по амплитуде, т. е.

$$u_c(t, \lambda) = U_0[1 + \mu\lambda(t)]B(t), \quad (18.86)$$

где  $U_0B(t)$  — несущее колебание сигнала.

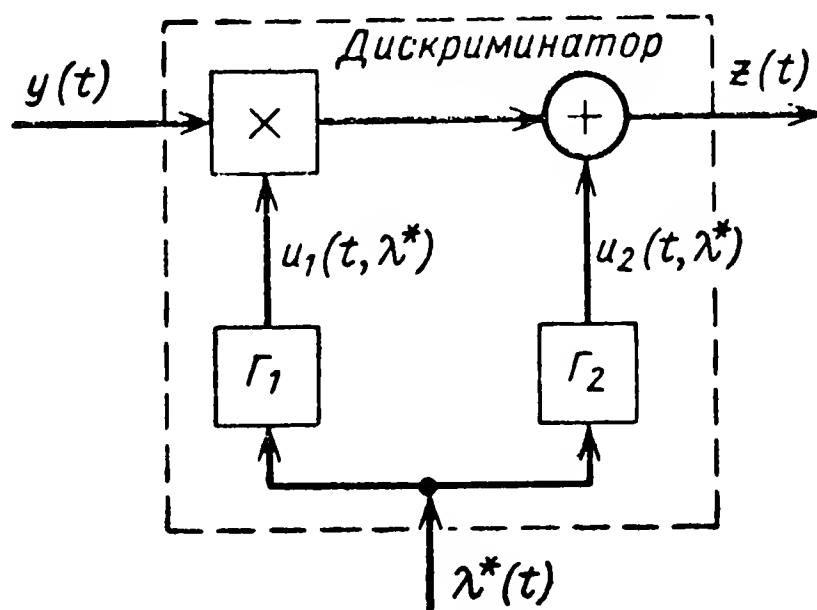


Рис. 18.9

Тогда из формул (18.84) и (18.85) получаем

$$u_1(t, \lambda^*) = \frac{2\mu}{N_0} U_0 B(t) \quad (18.87)$$

и

$$u_2(t, \lambda^*) = -\frac{2\mu}{N_0} U_0^2 B^2(t) [1 + \mu\lambda^*(t)]. \quad (18.88)$$

Так как несущее колебание сигнала  $U_0B(t)$  и параметры  $\mu$  и  $N_0$  полагаются известными, то эти выражения полностью определяют структуру генераторов  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ .

Для спектральной плотности помехи на выходе дискриминатора из формул (18.80) и (18.82) получается (с учетом малости величины  $\varepsilon = \lambda - \lambda^*$ ), что

$$g_{ш0} = \frac{N_0}{\left[ \frac{\partial u_c(t, \lambda)}{\partial \lambda} \right]^2}. \quad (18.89)$$

При амплитудной модуляции, когда сигнал  $u_c(t, \lambda)$  определяется выражением (18.86), формула (18.89) дает

$$g_{ш0} = \frac{N_0}{\mu^2 P_{0cp}}, \quad (18.90)$$

где

$$P_{0cp} = U_0^2 \widetilde{B^2(t)} \quad (18.91)$$



— удельная средняя мощность несущего колебания сигнала (здесь и далее удельной называется мощность, развиваемая на единичном сопротивлении).

#### § 18.6. СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО ЛИНЕЙНОГО ФИЛЬТРА $\Phi_1$ (ОПТИМАЛЬНЫХ СГЛАЖИВАЮЩИХ ЦЕПЕЙ) И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ТОЧНОСТИ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ СООБЩЕНИЙ

Как отмечалось в § 18.4, структура оптимального фильтра  $\Phi_1$  (рис. 18.3) полностью определяется соотношениями (18.63) и (18.64), а потенциальная точность воспроизведения — формулой (18.72). Подробное исследование этих соотношений для различных характеристик сообщения  $\lambda(t)$  выполнено в [45]. Мы ограничимся здесь для краткости рассмотрением лишь нескольких наиболее характерных случаев.

Начнем с рассмотрения случая, когда сообщение  $\lambda(t)$  можно считать стационарным случайным процессом и ограничиться минимизацией среднеквадратичной ошибки лишь для установившегося режима, т. е. полагать  $t_0 = -\infty$ . При этом оптимальный линейный фильтр  $\Phi_1$  имеет постоянные параметры и, следовательно, полностью характеризуется своей импульсной реакцией  $g(t - \tau)$  или передаточной функцией  $K_1(j\omega)$ . Для нахождения этих характеристик вместо непосредственного решения интегральных уравнений (18.63) и (18.64) в данном случае удобнее свести задачу к оптимальной линейной фильтрации, рассмотренной в § 18.3.

Из схем, изображенных на рис. 18.5, б и в, следует, что эквивалентные фильтры  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$  имеют соответственно передаточные функции

$$K_2(j\omega) = \kappa K_1(j\omega) \quad (18.92)$$

и

$$K_3(j\omega) = \frac{K_2(j\omega)}{1 + K_2(j\omega)}. \quad (18.93)$$

Схема, изображенная на рис. 18.5, в, полностью совпадает с рассмотренной Винером схемой оптимальной линейной фильтрации, которая была приведена в § 18.3. Поэтому для синтеза оптимальной передаточной функции  $K_3(j\omega)$  справедлива формула (18.39). Так как в данном случае требуется простое воспроизведение сообщения  $[\gamma_T(t) = \lambda(t)]$ , а сообщение  $\lambda(t)$  и помеха  $\Delta\epsilon_{\Pi}(t)$  могут считаться статистически независимыми, то

$$s_{\gamma_T}(\omega) = s_{\lambda}(\omega), \quad (18.94)$$

$$s_y(\omega) = s_{\lambda}(\omega) + s_{\Pi}(\omega) \quad (18.95)$$



и формула (18.39) дает

$$K_{\varepsilon}(j\omega) = \frac{1}{2\pi\psi(j\omega)} \int_0^{\infty} e^{-j\omega t} dt \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s_{\lambda}(\omega)}{\psi(-j\omega)} e^{j\omega t} d\omega, \quad (18.96)$$

где

$$\psi(j\omega)\psi(-j\omega) = |\psi(j\omega)|^2 = s_y(\omega). \quad (18.97)$$

Энергетический спектр  $s_y(\omega)$  можно без существенного нарушения общности рассмотрения представить в виде дробно-рациональной функции

$$s_y(\omega) = \frac{|Q_m(j\omega)|^m}{|P_n(j\omega)|^n}, \quad (18.98)$$

где  $Q_m(j\omega)$  и  $P_n(j\omega)$  — полиномы степени  $m$  и  $n$  (где  $n \geq m$ ) от  $j\omega$  с вещественными коэффициентами.

При этом функции  $\psi(j\omega)$  и  $\psi(-j\omega)$ , входящие в выражение (18.96), могут быть найдены методом специального разложения (факторизации) функции  $s_y(\omega)$  на сомножители с нулями и полюсами в верхней полуплоскости [у функции  $\psi(j\omega)$ ] и в нижней полуплоскости [у  $\psi(-j\omega)$ ] комплексного переменного  $\omega$  (см., например, [48]).

Для практического использования формулу (18.96) обычно удобнее представить в следующем виде [45]:

$$K_{\varepsilon}(j\omega) = \frac{1}{\psi(j\omega)} \left[ \frac{s_{\lambda}(\omega)}{\psi(-j\omega)} \right]_+, \quad (18.99)$$

где операция  $[ ]_+$  обозначает взятие того слагаемого выражения в скобках, которое имеет полюсы в верхней полуплоскости комплексной переменной  $\omega$ . Из формул (18.92) и (18.93) следует, что

$$K_1(j\omega) = \frac{1}{\kappa} \frac{K_{\varepsilon}(j\omega)}{1 - K_{\varepsilon}(j\omega)}. \quad (18.100)$$

Поэтому, вычислив по формуле (18.99) величину  $K_{\varepsilon}(j\omega)$ , можно затем найти искомую оптимальную передаточную функцию  $K_1(j\omega)$  фильтра  $\Phi_1$  по формуле (18.100).

Методика нахождения оптимальной передаточной функции  $K_{\varepsilon}(j\omega)$  по указанному выше методу Винера, обеспечивает физическую реализуемость этой передаточной функции. Переход от  $K_{\varepsilon}(j\omega)$  к  $K_1(j\omega)$  по формуле (18.100), вообще говоря, не всегда обеспечивает физическую реализуемость передаточной функции  $K_1(j\omega)$  фильтра  $\Phi_1$  (хотя именно для фильтра  $\Phi_1$  и важно обеспечить физическую реализуемость). Однако при представлении частотного спектра  $s_y(\omega)$  в виде дробно-рациональной функции вида (18.98) фильтр  $K_1(j\omega)$  оказывается также физически реализуемым и, следовательно, изложенная выше методика его синтеза справедлива.

Рассмотрим в качестве примера случай, когда спектр сообщения  $\lambda(t)$  может быть представлен в виде

$$s_{\lambda}(\omega) = \frac{2\sigma_0^2 T}{1 + (\omega T)^2}, \quad (18.101)$$

где  $\sigma_0^2$  — дисперсия величины  $\lambda$ , а  $\frac{1}{T}$  — ширина спектра на уровне половинной мощности.

Так как в рассматриваемом случае  $\Delta \varepsilon_{\Pi}(t)$  — белый шум с односторонней спектральной плотностью  $g_{\Pi 0} = \frac{2}{\kappa}$ , то его двусторонняя спектральная плотность равна

$$s_{\Pi 0} = \frac{g_{\Pi 0}}{2} = \frac{1}{\kappa}, \quad (18.102)$$

и с учетом (18.94), (18.95) и (18.101) имеем

$$s_y(\omega) = \frac{g_{\Pi 0} [1 + \rho + (\omega T)^2]}{2 [1 + (\omega T)^2]}, \quad (18.103)$$

где

$$\rho = \frac{4\sigma_0^2 T}{g_{\Pi 0}}. \quad (18.104)$$

Далее, в соответствии с (18.97) функцию  $s_y(\omega)$  следует разложить на множители  $\psi(j\omega)$  и  $\psi(-j\omega)$ , содержащие нули и полюсы соответственно в верхней и в нижней полуплоскости частоты  $\omega$ , рассматриваемой как комплексная переменная. В данном случае это разложение является очевидным:

$$s_y(\omega) = \frac{g_{\Pi 0}}{2} \frac{(\sqrt{1+\rho} + j\omega T)(\sqrt{1+\rho} - j\omega T)}{(1 + j\omega T)(1 - j\omega T)}. \quad (18.105)$$

Поэтому можно положить

$$\left. \begin{aligned} \psi(j\omega) &= \frac{g_{\Pi 0}}{2} \frac{(\sqrt{1+\rho} + j\omega T)}{(1 + j\omega T)}, \\ \psi(-j\omega) &= \frac{\sqrt{1+\rho} - j\omega T}{1 - j\omega T}. \end{aligned} \right\} \quad (18.106)$$

Далее, в соответствии с (18.99) находим

$$\begin{aligned} \left[ \frac{s_{\lambda}(\omega)}{\psi(-j\omega)} \right]_+ &= \frac{g_{\Pi 0} \rho}{2} \left[ \frac{1 - j\omega T}{[1 + (\omega T)^2](\sqrt{1+\rho} - j\omega T)} \right]_+ = \\ &= \left[ \frac{\rho g_{\Pi 0}}{2(1 + j\omega T)(\sqrt{1+\rho} - j\omega T)} \right]_+ = \frac{\rho g_{\Pi 0}}{2(\sqrt{1+\rho} + 1)} \times \\ &\times \left[ \frac{1}{1 + j\omega T} + \frac{1}{\sqrt{1+\rho} - j\omega T} \right]_+ = \frac{\rho g_{\Pi 0}}{2(\sqrt{1+\rho} + 1)(1 + j\omega T)}. \end{aligned} \quad (18.107)$$

Подставляя соотношения (18.106) и (18.107) в (18.99), получаем

$$K_3(j\omega) = \frac{\rho}{(\sqrt{1+\rho}+1)(\sqrt{1+\rho}+j\omega T)}. \quad (18.108)$$

При этом формула (18.100) дает

$$K_1(j\omega) = \frac{g_{ш0} \rho}{2(\sqrt{1+\rho}+1)} \cdot \frac{1}{(1+j\omega T)}. \quad (18.109)$$

Следовательно, в рассматриваемом случае оптимальный фильтр  $\Phi_1$  должен состоять из усилителя с коэффициентом передачи

$$K_0 = \frac{\rho g_{ш0}}{2(\sqrt{1+\rho}+1)} = \frac{2\sigma_0^2 T}{\sqrt{1 + \frac{4\sigma_0^2 T}{g_{ш0}} + 1}} \quad (18.110)$$

и инерционного звена с постоянной времени  $T$ .

Найдем теперь потенциальную точность измерения сообщения, определяемую соотношением (18.72):

$$\sigma_\varepsilon^2 = \overline{\varepsilon^2(t)} = c(t, t).$$

Как отмечалось в § 18.4,  $\kappa c(t, \tau)$  есть импульсная реакция фильтра  $\Phi_3$ , изображенного на рис. 18.5, в. В рассматриваемом случае этот фильтр имеет постоянные параметры и, следовательно,  $c(t, \tau) = c(t - \tau)$ , поэтому в данном случае

$$\sigma_\varepsilon^2 = c(0).$$

Учитывая, что импульсная реакция  $\kappa c(t - \tau)$  фильтра  $\Phi_3$  связана с его передаточной функцией  $K_3(j\omega)$  преобразованием Фурье, можно получить следующее соотношение [45]:

$$\kappa c(0) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} j\omega K_3(j\omega), \quad (18.111)$$

поэтому

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{1}{\kappa} \lim_{\omega \rightarrow \infty} j\omega K_3(j\omega) \quad (18.112)$$

и с учетом (18.102), (18.104) и (18.108) имеем

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\rho}{\kappa T (\sqrt{1+\rho}+1)} = \frac{2\sigma_0^2}{\sqrt{1+\rho}+1}, \quad (18.113)$$

где

$$\rho = \frac{4\sigma_0^2 T}{g_{ш0}}.$$

Рассмотрим теперь для сравнения решение той же задачи упрощенным методом Бодэ — Шеннона, при котором на синтезируемый

фильтр не накладывается условие физической осуществимости. При этом в соответствии с формулами (18.44) и (18.45) имеем

$$K_{\Sigma}(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{s_{\Sigma}(\omega)}{s_{\lambda}(\omega)}} \quad (18.114)$$

и

$$\sigma_{\Sigma}^2 = \overline{\varepsilon_{\text{мин}}^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s_{\Sigma}(\omega) d\omega}{1 + \frac{s_{\Sigma}(\omega)}{s_{\lambda}(\omega)}}. \quad (18.115)$$

Подстановка в эти формулы выражений (18.101) и (18.102) дает

$$K_{\Sigma}(j\omega) = \frac{\rho}{1 + \rho + (\omega T)^2} \quad (18.116)$$

и

$$\sigma_{\Sigma}^2 = \frac{\sigma_0^2}{\sqrt{1 + \rho}}. \quad (18.117)$$

Из (18.100), (18.102) и (18.116) следует, что

$$K_1(j\omega) = \frac{\rho g_{\Sigma 0}}{2} \cdot \frac{1}{1 + (\omega T)^2}. \quad (18.118)$$

Как видно, передаточная функция  $K_1(j\omega)$  получилась физически нереализуемой, но найденное при этом значение потенциальной точности (18.117) отличается от соответствующего значения (18.113), полученного для физически реализуемого фильтра, сравнительно незначительно. Этот пример подтверждает справедливость приведенного в § 18.3 утверждения о том, что упрощенный метод Бодэ — Шеннона пригоден для приближенной оценки потенциальности точности воспроизведения сообщения.

Приведенный выше анализ был сделан для случая, когда воспроизводимое сообщение  $\lambda(t)$  может считаться стационарным случайным процессом. Однако в ряде случаев можно считать стационарным процессом не само воспроизводимое сообщение  $\lambda(t)$ , а лишь первую или более высокие его производные по времени. Например, если ускорение самолета меняется хаотически и стационарно, то его скорость (интеграл от ускорения) является случайным процессом со стационарной первой производной, а его координата — случайным процессом со стационарной второй производной.

Такого типа процессы относятся к классу так называемых процессов со стационарными приращениями (стационарными производными). Методика синтеза линейных фильтров для таких процессов приведена в [45]. Мы ограничимся рассмотрением лишь простейшего случая, когда сообщение  $\lambda(t)$  может быть аппроксимировано интегралом от стационарного белого шума (такой процесс часто называют также винеровским процессом).

Функция корреляции такого процесса равна

$$R_{\lambda}(t, \tau) = \begin{cases} Bt & \text{при } t \leq \tau, \\ B\tau & \text{при } t > \tau. \end{cases} \quad (18.119)$$

Решение уравнений (18.63) и (18.64), полученное для этого случая в [45], дает следующие результаты:

$$c(t, \tau) = \sqrt{\frac{B}{\kappa}} \frac{\operatorname{sh} \sqrt{B\kappa} \tau}{\operatorname{ch} \sqrt{B\kappa} t}, \quad (18.120)$$

$$g(t, \tau) = \sqrt{\frac{B}{\kappa}} \operatorname{th} \tau. \quad (18.121)$$

Подставляя эти соотношения в выражения (18.62) и (18.72), получаем

$$\lambda^*(t) = \int_{t_0}^t \sqrt{\frac{B}{\kappa}} (\operatorname{th} \tau) z(\tau) d\tau + \overline{\lambda(t)} \quad (18.122)$$

и

$$\sigma_\varepsilon^2 = \sqrt{\frac{B}{\kappa}} \operatorname{th}(\sqrt{B\kappa} t), \quad (18.123)$$

где

$$\kappa = \frac{2}{g_{\text{ш0}}}.$$

Из (18.121) и (18.122) следует, что в рассматриваемом случае линейный фильтр должен состоять из усилителя выходного напряжения дискриминатора  $z(t)$  с усилением, меняющимся во времени по закону гиперболического тангенса (т. е. нарастающим от нуля до  $\sqrt{\frac{B}{\kappa}}$ ), и последующего интегратора. При этом, как следует из (18.123), дисперсия ошибка воспроизведения сообщения также нарастает по закону гиперболического тангенса, стремясь к установившемуся значению  $\sqrt{\frac{B}{\kappa}}$ .

В качестве последнего примера рассмотрим случай, когда сообщение  $\lambda(t)$  может быть представлено в виде линейной комбинации известных функций со случайными множителями, т. е. в виде

$$\lambda(t) = \overline{\lambda(t)} + \sum_{\kappa=1}^m A_\kappa f_\kappa(t). \quad (18.124)$$

Такая аппроксимация сообщения  $\lambda(t)$  практически совпадает с рассмотренной в § 18.2 аппроксимацией (18.24), типичной для теории статистических оценок постоянных параметров сигнала. Однако, как показано в [45], она оказывается удобной и при использовании аппарата нелинейной фильтрации.

Так, например, для простейшего случая, когда

$$\lambda(t) = \overline{\lambda(t)} + Af(t), \quad (18.125)$$

и параметр  $A$  имеет нормальный закон распределения с нулевым средним значением и дисперсией

$$\sigma_0^2 = \overline{A^2}, \quad (18.126)$$

в [45] получены следующие результаты:

$$c(t, \tau) = \frac{\sigma_0^2 f(t) f(\tau)}{1 + \kappa \sigma_0^2 \int_{t_0}^t f^2(s) ds} \quad (18.127)$$

и

$$g(t, \tau) = \frac{\sigma_0^2 f(t) f(\tau)}{1 + \kappa \sigma_0^2 \int_{t_0}^{\tau} f^2(s) ds} \quad (18.128)$$

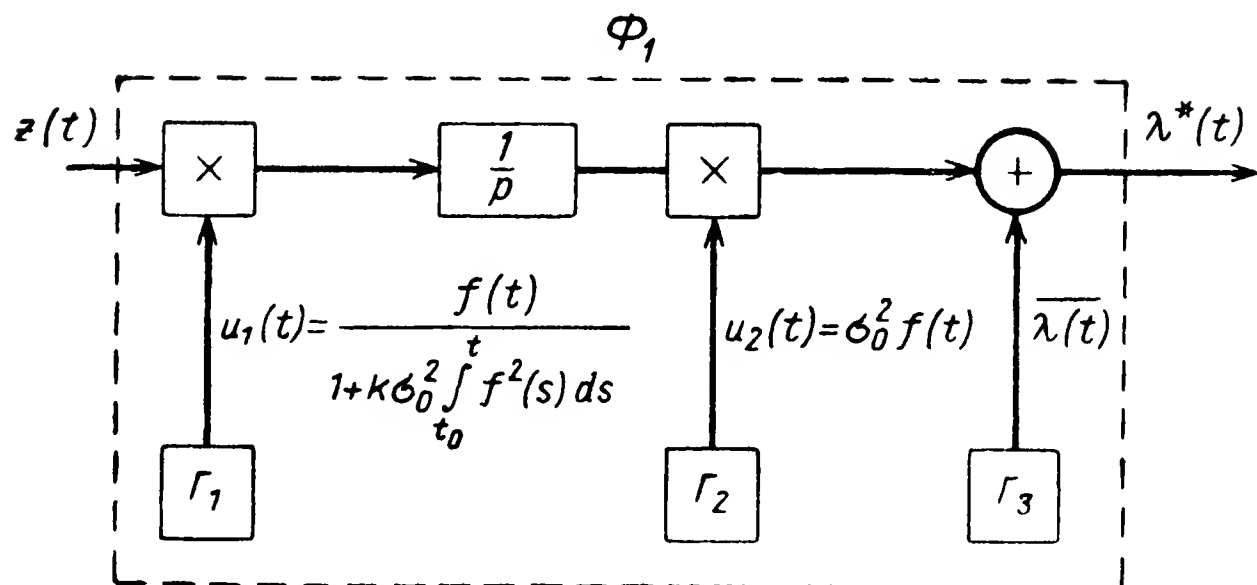


Рис. 18.10

При этом в соответствии с формулами (18.62) и (18.72) имеем

$$\lambda^*(t) = \int_{t_0}^t \frac{\sigma_0^2 f(t) f(\tau) z(\tau)}{1 + \kappa \sigma_0^2 \int_{t_0}^{\tau} f^2(s) ds} d\tau + \overline{\lambda(t)} \quad (18.129)$$

и

$$\sigma_\epsilon^2 = \frac{\sigma_0^2 f^2(t)}{1 + \frac{2\sigma_0^2}{g_{ш0}} \int_{t_0}^t f^2(s) ds} \quad (18.130)$$

Выражению (18.129), как нетрудно убедиться, соответствует структурная схема оптимального фильтра  $\Phi_1$ , изображенная на рис. 18.10. Эта схема содержит два умножителя, сумматор, интегратор и три генератора известных функций времени  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  и  $\overline{\lambda(t)}$ . Из формулы (18.130) следует, что в установившемся режиме (при  $t \rightarrow \infty$ ) дисперсия ошибки измерения и сама ошибка становятся равными нулю. Это объясняется тем, что в рассматриваемом случае неизвестным является лишь постоянный параметр  $\lambda$  сообщения  $\lambda(t)$  и при  $t \rightarrow \infty$  он может быть измерен точно.

Рассмотренные выше примеры синтеза линейного фильтра (сглаживающих цепей) и определения потенциальной точности воспроизведения сообщения наглядно подтверждают следующие общие закономерности:

1. Структура оптимального линейного фильтра и его параметры весьма существенно зависят от характера воспроизводимого сообщения  $\lambda(t)$  и от того, требуется ли высокая точность воспроизведения сообщения только в установившемся режиме (при  $t_0 = -\infty$  или  $t \rightarrow \infty$ ) или также и в переходном режиме.

2. Параметры оптимального линейного фильтра зависят от величины спектральной плотности  $g_{ш0}$  помехи на выходе дискриминатора, которая в свою очередь зависит от отношения мощности сигнала к мощности помех. Следовательно, параметры фильтра должны изменяться при изменении отношения мощности сигнала к мощности помех.

В рассмотренной выше оптимальной системе (рис. 18.3) такое измерение не предусмотрено, так как при ее синтезе все априорные характеристики сигнала и помех полагались известными. Поэтому в реальной системе, работающей в условиях, когда многие из этих априорных характеристик неизвестны, точность будет в общем случае меньше ее потенциального значения, найденного выше, даже если в этой системе предусмотреть устройства измерения параметров помехи и сигнала (вследствие того, что такие измерения не могут быть точными из-за действия помех).

3. Потенциальная точность воспроизведения сообщения, характеризуемая величиной дисперсии ошибки  $\sigma_\epsilon^2$ , монотонно зависит от спектральной плотности помехи на выходе дискриминатора  $g_{ш0}$ . При стремлении к нулю спектральной плотности  $g_{ш0}$  дисперсия  $\sigma_\epsilon^2$  монотонно стремится к нулю.

Такой результат вполне понятен, так как в структурной схеме оптимальной системы (рис. 18.4) единственным первоисточником ошибок воспроизведения сообщения является наличие помехи  $\Delta\epsilon_n(t)$  со спектральной плотностью  $g_{ш0}$  — при отсутствии этой помехи ( $g_{ш0} = 0$ ) воспроизведение сообщения  $\lambda(t)$  могло бы быть сколь угодно точным при достаточно широкой полосе пропускания фильтра. Отсюда следует, что спектральная плотность  $g_{ш0}$ , характеризующая потенциальную точность действия дискриминатора, является важнейшим параметром, определяющим потенциальную точность действия системы в целом.

В заключение сделаем несколько замечаний об областях применения изложенной в § 18.4—18.7 теории оптимальной нелинейной фильтрации при синтезе систем радиуправления и их основных частей.

Во-первых, эта теория может быть применена при **раздельном** синтезе отдельных каналов координаторов систем радиуправления, например каналов измерения угловых координат и дальности.

Во-вторых, она может быть применена при **совместном** синтезе всех или нескольких каналов координатора. При этом, однако, требуется использование результатов теории, обобщенной на случай совместного оптимального воспроизведения нескольких воспроиз-



водимых сообщений  $\lambda_1(t)$ ,  $\lambda_2(t)$ , ...,  $\lambda_m(t)$ . Такие обобщенные результаты, приведенные, например, в [45], в данной книге не рассматриваются во избежание чрезмерного увеличения ее объема. (Обобщение на случай сложного воспроизведения сообщений и не прямых систем модуляции дано в [100].)

При синтезе угломерного канала часто приходится иметь дело с многоканальным построением системы, при котором воспроизводимое сообщение  $\lambda(t)$  содержится одновременно в нескольких входных колебаниях  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$ , ...,  $y_n(t)$ . Например, в двухканальной системе пеленгации с мгновенным амплитудным сравнением сигналов, принятых двумя отдельными антеннами,  $\lambda(t)$  содержится

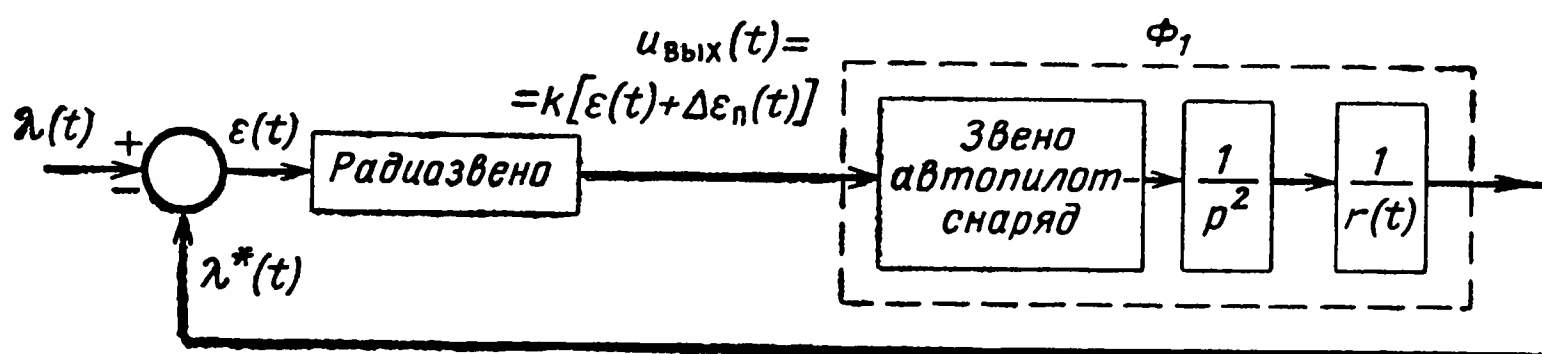


Рис. 18.11

в колебаниях  $y_1(t)$  и  $y_2(t)$ , принятых обеими этими антеннами. Рассмотрение этого более сложного случая будет приведено в гл. 20 применительно к определению потенциальной точности таких систем.

В ряде случаев изложенный материал может быть использован также для приближенной оценки потенциальной точности системы радиуправления в целом.

Так, например, в случае самонаведения на цель по методу пропорционального наведения с применением стабилизированной антенны, рассмотренному в § 6.5, структурная схема системы (рис. 6.21) может быть представлена в виде, изображенном на рис. 18.11, где обозначено

$$\lambda(t) = \frac{x_{\text{ц}}(t)}{r(t)}, \quad \lambda^*(t) = \frac{x_{\text{п}}(t)}{r(t)}, \quad (18.131)$$

$$\varepsilon(t) = \lambda(t) - \lambda^*(t) = \frac{x_{\text{ц}}(t) - x_{\text{п}}(t)}{r(t)}. \quad (18.132)$$

Если не учитывать ограничения в виде мертвой зоны, т. е. полагать в соответствии с (13.77'), что промах определяется разностью абсцисс ракеты и цели,  $\Delta x$ , в момент встречи, то минимум промаха будет совпадать с минимумом ошибки  $\varepsilon(t)$  в момент встречи  $t_{\text{вс}}$ .

Принятый в теории оптимальной нелинейной фильтрации критерий оптимальности обеспечивает минимум среднего квадрата ошибки  $\overline{\varepsilon^2(t)}$  в любой текущий момент времени, а следовательно, и в момент встречи. Поэтому он может быть использован для синтеза

системы самонаведения, обеспечивающей минимум среднеквадратичного значения промаха  $h_1$ . Роль воспроизводимого сообщения  $\lambda(t)$ , как следует из (18.131), при этом играет абсцисса цели, деленная на расстояние ракета — цель  $r(t)$ . Закон изменения этого расстояния во времени, строго говоря, зависит от закона движения ракеты, а значит, и от  $\lambda^*(t)$ . Однако, как было показано в § 6.6, при малых ошибках наведения (а именно этот случай и рассматривается в изложенной выше теории оптимальной нелинейной фильтрации) можно полагать в соответствии с (6.86)

$$r(t) = r_0 - V_{0r} t, \quad (18.133)$$

где  $V_{0r}$  — известная константа, равная значению скорости сближения ракеты с целью в момент начала самонаведения.

Поэтому в схеме, изображенной на рис. 18.11 и в формулах (18.131) и (18.132),  $r(t)$  является известной функцией времени, и если известны статистические характеристики движения цели  $x_{ц}(t)$ , то могут быть без труда определены и характеристики сообщения  $\lambda(t)$ .

Итак, при сделанных допущениях задача сводится к выбору оптимальных характеристик и определению потенциальной точности радиозвена (координатора) и звена автопилот-снаряд, включенных по схеме, изображенной на рис. 18.11. При этом радиозвено измеряет угловую координату цели  $\varepsilon(t)$ , равную разности  $\lambda(t)$  и  $\lambda^*(t)$ . Как было показано в § 18.4, такая схема не препятствует получению потенциальной точности, если звено, обозначенное на рис. 18.11 буквой  $\Phi_1$ , может рассматриваться как линейный фильтр, характеристики которого могут быть подобраны удовлетворяющими интегральным уравнениям (18.63) и (18.64).

В действительности звено  $\Phi_1$  не может иметь произвольные характеристики, в частности, из-за ограниченности поперечного ускорения ракеты величиной  $W_{рм}$ . Однако в рассматриваемом случае весьма высокой точности наведения можно приближенно считать звено автопилот-снаряд линейным. При этом, если не учитывать также остальных ограничений, которые могут препятствовать реализации найденных оптимальных характеристик фильтра  $\Phi_1$ , структура системы самонаведения, изображенная на рис. 18.11, совпадает со структурой следящего варианта оптимальной системы воспроизведения сообщения  $\lambda(t)$ .

Здесь координатор играет роль дискриминатора, а совокупность звена автопилот-снаряд с блоками  $\frac{1}{p^2}$  и  $\frac{1}{r(t)}$  — роль линейного фильтра  $\Phi_1$  (рис. 18.3).

Так как координатор измеряет здесь непосредственно не сам параметр  $\lambda(t)$ , а сигнал ошибки  $\varepsilon(t)$ , то его характеристики должны определяться по формулам, в которых  $\lambda$  заменено  $\varepsilon$ . Например, при детерминированном сигнале спектральная плотность помехи

$g_{ш0}$  на выходе оптимального координатора может быть определена в соответствии с выражением (18.89) по формуле

$$g_{ш0} = \frac{N_0}{\left[ \frac{\partial u_c(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right]^2}. \quad (18.134)$$

Полученные в данной главе формулы используются в следующей части книги для определения потенциальной точности основных типов координаторов, применяемых в системах радиуправления. При этом оказывается, что во многих случаях точность реальных координаторов близка к потенциальной, если источниками помех являются только внутренний шум координатора и флуктуации сигнала.

### К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. Дайте сравнительную характеристику различных методов синтеза систем радиуправления. Поясните диаграмму, изображенную на рис. 18.1.

2. Каковы основные положения теории статистических решений? Выведите формулу (18.18) для среднего риска и поясните смысл входящих в нее величин.

3. Выведите формулу (18.8) для функции правдоподобия  $P_\lambda(y)$ , учитывая, что аддитивный шум имеет распределение (18.7').

4. Что общего и в чем заключается различие между постановками задачи в теориях оптимальных линейной фильтрации, нелинейной фильтрации и совместных статистических оценок?

5. В чем заключаются основные результаты теории оптимальной нелинейной фильтрации?

6. Поясните назначение основных элементов в схеме оптимальной следящей системы, изображенной на рис. 18.3. При каких допущениях справедлива эта схема?

7. По каким формулам и в какой последовательности должен производиться синтез оптимального дискриминатора и оптимального фильтра  $\Phi_1$  в схеме, изображенной на рис. 18.3?

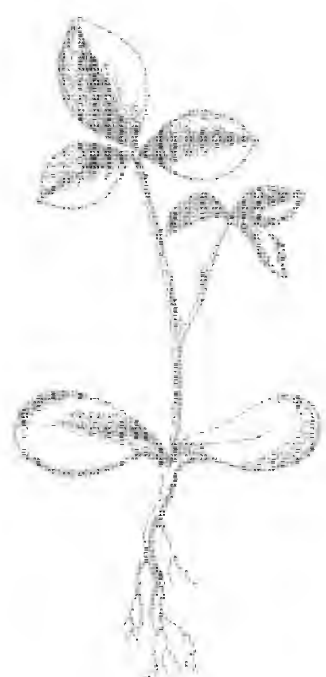
8. Используя формулы (18.8), (18.65) и (18.67), докажите, что для детерминированного сигнала и нормального белого шума структура оптимального дискриминатора имеет вид, изображенный на рис. 18.9, а функции  $u_1(t, \lambda^*)$  и  $u_2(t, \lambda^*)$  определяются соотношениями (18.84) и (18.85).

9. Используя формулы (18.99) и (18.100), докажите, что для сообщения с энергетическим спектром вида (18.101) и независимого аддитивного белого шума с односторонней спектральной плотностью  $g_{ш0}$  передаточная функция  $K_1(j\omega)$  оптимального линейного фильтра определяется выражением (18.109),

в котором  $\rho = \frac{4\sigma_0^2 T}{g_{ш0}}$ .

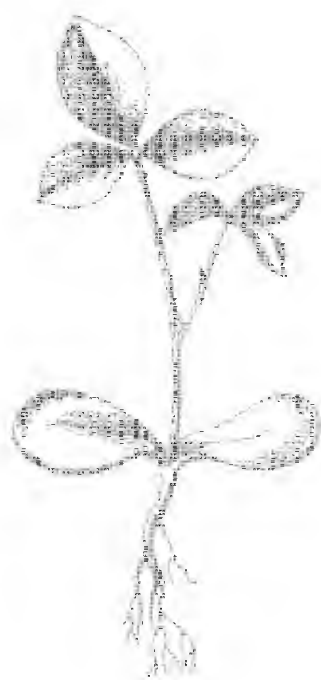
10. Каковы основные области применения теории оптимальной нелинейной фильтрации при синтезе систем радиуправления и элементов этих систем? Что следует понимать в различных случаях под воспроизводимым сообщением  $\lambda(t)$ ?

Литература [22, 25, 34, 35, 36, 44, 45, 47, 48, 49, 51, 54, 56, 79, 99÷104].



Часть третья

## ТОЧНОСТЬ И ДАЛЬНОСТЬ ДЕЙСТВИЯ СИСТЕМ РАДИОУПРАВЛЕНИЯ



## ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВЫХ ОТКЛОНЕНИЙ

### § 19.1. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ ПЕЛЕНГАЦИИ

#### а. Общие соотношения

В большинстве систем радиоуправления требуется точное измерение угловых отклонений от некоторой оси или плоскости. Такое измерение необходимо для непосредственного определения параметра рассогласования (например, при телеуправлении первого вида по методу накрытия цели или при самонаведении с помощью стабилизированной антенны) или для обеспечения автоматического слежения за целью по угловым координатам при узкой диаграмме направленности антенной системы. В данном параграфе рассматривается потенциальная точность измерения угловых отклонений, а в следующем параграфе дается сравнение потенциальной точности с реальной.

В главе 18 было показано, что при данных характеристиках воспроизводимого сообщения потенциальная точность воспроизведения этого сообщения полностью характеризуется спектральной плотностью  $g_{ш0}$  помехи на выходе оптимального дискриминатора (в данном случае оптимального пеленгатора), приведенной к измеряемому сообщению (в данном случае к угловому отклонению  $\varepsilon$ ). Поэтому потенциальную точность различных методов пеленгации можно оценивать величиной спектральной плотности  $g_{ш0}$ .

Будем полагать, что сигнал в месте приема известен точно (за исключением измеряемого отклонения  $\varepsilon$ ), а единственным источником помех является внутренний шум приемного устройства (пеленгатора). Кроме того, там, где это не оговорено, будем считать, что измерение углового отклонения производится в одной плоскости и, следовательно,  $\vec{\varepsilon}(t) = \varepsilon(t)$ . При этом в случае одноканального пеленгатора смесь  $y(t)$  сигнала с шумом на выходе антенной системы пеленгатора имеет вид

$$y(t) = u_c(t, \varepsilon) + u_{ш}(t), \quad (19.1)$$

где  $u_{ш}(t)$  — нормальный белый шум со спектральной плотностью  $N_0$ .



Тогда, как было показано в гл. 18, спектральная плотность определяется по формуле (18.134)

$$g_{\text{III}0} = \frac{N_0}{\frac{\partial u_c(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon}}. \quad (18.191)$$

В случае многоканального пеленгатора на выходах антенн  $A_1, A_2, \dots, A_n$  пеленгатора действуют соответственно колебания

$$\left. \begin{aligned} y_1(t) &= u_{c1}(t, \varepsilon) + u_{w1}(t), \\ y_2(t) &= u_{c2}(t, \varepsilon) + u_{w2}(t), \\ &\vdots \\ y_n(t) &= u_{cn}(t, \varepsilon) + u_{wn}(t), \end{aligned} \right\} \quad (19.2)$$

где  $u_{ш1}(t), \dots, u_{шn}(t)$  — внутренние шумы каналов, которые могут считаться независимыми нормальными белыми шумами со спектральными плотностями (односторонними)  $N_{01}, \dots, N_{0n}$  соответственно;  $u_{с1}(t, \varepsilon), \dots, u_{сn}(t, \varepsilon)$  — полезные сигналы, содержащие измеряемый пеленгатором параметр.

Из выражений (19.2) следует, что в многоканальном измерителе информация об измеряемом параметре  $\varepsilon(t)$  должна извлекаться из совокупности реализаций  $[y_1(t), \dots, y_n(t)]$  входных колебаний. Но совокупность этих реализаций может рассматриваться как некоторая единая реализация  $y(t)$ . Вследствие этого общие соотношения (18.77) — (18.79), приведенные в гл. 18 для одноканальной системы, остаются справедливыми для многоканальной системы, если под  $P_\varepsilon(y)$  понимать закон распределения совокупности реализаций  $[y_1(t), \dots, y_n(t)]$ , при данной реализации  $\varepsilon(t)$  измеряемого параметра, т. е. вместо (18.79) полагать

$$\int_{t-\Delta t}^t Q(y, \varepsilon, t) dt = -\ln P_\varepsilon(y_1, \dots, y_n). \quad (19.3)$$

При этом, производя выкладки, подобные приведенным в гл. 18, но несколько более сложные, можно получить следующий результат [100]:

$$\frac{1}{g_{\text{ш0}}} = \frac{1}{N_{01}} \overline{\left[ \frac{\partial u_{c1}(t, \epsilon)}{\partial \epsilon} \right]^2} + \dots + \frac{1}{N_{0n}} \overline{\left[ \frac{\partial u_{cn}(t, \epsilon)}{\partial \epsilon} \right]^2}. \quad (19.4)$$

Если шумы на входе всех каналов имеют одинаковую интенсивность, т. е.

$$N_{01} = N_{02} = \dots = N_{0n} = N_0, \quad (19.5)$$

то формула (19.4) дает

$$g_{ш0} = \frac{N_0}{\left[ \frac{\partial u_{c1}(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right]^2 + \dots + \left[ \frac{\partial u_{cn}(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right]^2}. \quad (19.6)$$

При  $n = 1$  эта формула совпадает с приведенной выше формулой (18.134) для одноканальной системы.

Соотношение (19.6) показывает, что потенциальная точность пеленгации тем выше, чем меньше удельный шум  $N_0$  на входе пеленгатора и чем больше частные производные от входных сигналов  $u_{c1}(t, \varepsilon), \dots, u_{cn}(t, \varepsilon)$  по измеряемому параметру рассогласования  $\varepsilon$ . Такой результат вполне понятен, так как чем больше эти частные производные, тем более резко изменяется форма сигналов  $u_{c1}(t, \varepsilon), \dots, u_{cn}(t, \varepsilon)$  при изменении параметра  $\varepsilon$  и, следовательно, тем легче обнаружить на фоне шума малые изменения этого параметра, т. е. точнее измерить его величину.

## 6. Потенциальная точность основных видов пеленгаторов

В случае координатора с коническим сканированием сумма детерминированного сигнала и шума на выходе антенны имеет вид

$$y(t) = u_c(t) + u_{ш}(t), \quad (19.7)$$

где

$$u_c(t) = U_0 [1 + \mu \theta \cos(\Omega t + \psi)] B(t), \quad (19.8)$$

$U_0 B(t)$  — несущее колебание сигнала;  $\frac{\Omega}{2\pi}$  — частота сканирования;  $\theta$  и  $\psi$  — полярные составляющие измеряемого углового отклонения  $\vec{\theta}$ ;  $\mu$  — параметр равносигнальной зоны, зависящей от ширины диаграммы направленности и угла скоса ее максимума от оси равносигнальной зоны.

Выражение (19.8) можно представить также в следующем виде:

$$u_c(t) = U_0 [1 + \mu \theta_x \cos \Omega t - \mu \theta_y \sin \Omega t] B(t), \quad (19.9)$$

где

$$\theta_x = \theta \cos \psi \quad \text{и} \quad \theta_y = \theta \sin \psi \quad (19.10)$$

— декартовы составляющие углового отклонения  $\vec{\theta}$ .

Из выражения (19.9) следует, что в рассматриваемом случае подлежат воспроизведению два сообщения:  $\theta_x(t)$  и  $\theta_y(t)$ . Формулы же, приведенные ранее, относились к случаю, когда воспроизведению подлежит лишь одно сообщение. Однако сообщения  $\theta_x(t)$  и  $\theta_y(t)$

можно считать статистически независимыми\*. Это означает, что при воспроизведении сообщения  $\theta_x(t)$  информация об  $\theta_y(t)$  не может принести никакой пользы, и наоборот. Поэтому каналы измерения  $\theta_x(t)$  и  $\theta_y(t)$  желательно сделать независимыми (например, с помощью фазовых детекторов). Такое разделение каналов возможно, поскольку поднесущие колебания  $\cos \Omega t$  и  $\sin \Omega t$  ортогональны. Следовательно, при осуществлении системы с коническим сканированием должно и в принципе возможно иметь каналы измерения  $\theta_x(t)$  и  $\theta_y(t)$  независимыми. Поэтому при определении потенциальной точности воспроизведения сообщения  $\theta_x(t)$ , можно полагать  $\theta_y(t) \equiv 0$ , и наоборот.

Так как каналы воспроизведения  $\theta_x(t)$  и  $\theta_y(t)$  идентичны, рассмотрим потенциальную точность измерения составляющей  $\theta_x(t)$ , положив  $\theta_y(t) \equiv 0$ . При этом выражение (19.9) можно записать в следующем виде:

$$u_c(t, \varepsilon) = U_0 [1 + \mu \varepsilon(t) \cos \Omega t] B(t), \quad (19.11)$$

где  $\varepsilon(t) = \theta_x(t)$ .

Тогда

$$\overline{\left[ \frac{\partial u_c(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right]^2} = U_0^2 \mu^2 \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\Omega t \right] B^2(t)$$

и, учитывая, что частота несущего колебания  $U_0 B(t)$  много выше частоты сканирования  $\frac{\Omega}{2\pi}$ , имеем

$$\overline{\left[ \frac{\partial u_c(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right]^2} = \frac{1}{2} \mu^2 U_0^2 \overline{B^2(t)}. \quad (19.12)$$

Подставляя это выражение в формулу (18.134), получаем

$$g_{ш0} = \frac{2N_0}{\mu^2 U_0^2 \overline{B^2(t)}}. \quad (19.13)$$

Но из выражения (19.11) следует, что

$$P_{0cp} = \overline{u_c^2(t, 0)} = U_0^2 \overline{B^2(t)} \quad (19.14)$$

— удельная средняя мощность несущего колебания; поэтому выражение (19.13) можно записать также в следующем виде:

$$g_{ш0} = \frac{2N_0}{\mu^2 P_{0cp}}. \quad (19.15)$$

---

\* Строго говоря, если пеленгатор используется в качестве координатора системы самонаведения, между  $\theta_x(t)$  и  $\theta_y(t)$  имеется некоторая зависимость, вызванная наличием в системе управления паразитных перекрестных связей. Но в нормально спроектированной системе влияние перекрестных связей мало.

Это выражение и определяет потенциальную точность пеленгатора с коническим сканированием. Из него следует, что при данной спектральной плотности  $N_0$  шума, приведенного ко входу пеленгатора, потенциальная точность пеленгации зависит лишь от удельной средней мощности  $P_{0\text{cp}}$  входного сигнала и от параметра  $\mu$  равносигнальной зоны. Как следует из выражений (19.7) и (19.8), при данном угловом отклонении  $\theta$  увеличение  $\mu$  приводит к увеличению глубины амплитудной модуляции сигнала, не изменяя при этом входного напряжения шума. Поэтому чем больше  $\mu$ , тем меньшие угловые отклонения  $\theta$  могут быть обнаружены на фоне шума и, следовательно, тем выше должна быть точность измерения этих угловых отклонений, как это и следует из формулы (19.15).

В случае пеленгатора с мгновенным амплитудным сравнением простого (т. е. не суммарно-разностного) типа для каждой из плоскостей пеленгации напряжения на выходе антенн  $A_1$  и  $A_2$  этого пеленгатора могут быть записаны в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} y_1(t) &= u_{c1}(t, \varepsilon) + u_{ш1}(t), \\ y_2(t) &= u_{c2}(t, \varepsilon) + u_{ш2}(t), \end{aligned} \right\} \quad (19.16)$$

где

$$\left. \begin{aligned} u_{c1}(t, \varepsilon) &= U_0 [1 + \mu \varepsilon(t)] B(t), \\ u_{c2}(t, \varepsilon) &= U_0 [1 - \mu \varepsilon(t)] B(t); \end{aligned} \right\} \quad (19.17)$$

$\varepsilon(t)$  — составляющая измеряемого углового отклонения в данной плоскости.

Полагая, что шумы  $u_{ш1}(t)$  и  $u_{ш2}(t)$  имеют одинаковую интенсивность, можно в соответствии с (19.6) полагать

$$g_{ш0} = \frac{N_0}{\overline{\left[ \frac{\partial u_{c1}(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right]^2} + \overline{\left[ \frac{\partial u_{c2}(t, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right]^2}}. \quad (19.18)$$

Подставляя в эту формулу выражения (19.17), получаем

$$g_{ш0} = \frac{N_0}{2\mu^2 P_{0\text{cp}}}, \quad (19.19)$$

где

$$P_{0\text{cp}} = \overline{u_{c1}^2(t, 0)} = U_0^2 \overline{B^2(t)}.$$

В случае пеленгатора с мгновенным амплитудным сравнением суммарно-разностного типа (рис. 20.3) можно полагать (считая антенный преобразователь АП идеальным) в отличие от (19.17), что

$$\left. \begin{aligned} u_{c1}(t, \varepsilon) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (u_1 + u_2), \\ u_{c2}(t, \varepsilon) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (u_1 - u_2), \end{aligned} \right\} \quad (19.20)$$

где

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= U_0 [1 + \mu \varepsilon(t)] B(t), \\ u_2 &= U_0 [1 - \mu \varepsilon(t)] B(t). \end{aligned} \right\} \quad (19.21)$$

Подставляя выражения (19.20) и (19.21) в формулу (19.18), получаем

$$g_{ш0} = \frac{N_0}{2\mu^2 P_{0\text{ср}}}, \quad (19.22)$$

где

$$P_{0\text{ср}} = \widetilde{u_1^2(t, 0)} = U_0^2 \widetilde{B^2(t)}.$$

Сравнение формул (19.19) и (19.22) показывает, что потенциальная точность пеленгаторов с мгновенным амплитудным сравнением простого и суммарно-разностного типов оказывается одинаковой, если считать антенный преобразователь  $АП$  идеальным (не вносящим потерь).

Из сравнения формул (19.15) и (19.19) на первый взгляд кажется, что в пеленгаторе с мгновенным амплитудным сравнением величина  $g_{ш0}$  получается в четыре раза меньше, чем в пеленгаторе с коническим сканированием. Однако в действительности такой вывод будет неправильным, так как при той же мощности передатчика и одинаковых габаритах антенной системы пеленгатора величина средней мощности  $P_{0\text{ср}}$  в случае пеленгатора с мгновенным амплитудным сравнением будет меньше. Это объясняется тем, что в пеленгаторе с коническим сканированием антенна  $A$ , дающая на выходе среднюю мощность  $P_{0\text{ср}}$ , обеспечивает измерение составляющих  $\theta_x$  и  $\theta_y$  углового отклонения  $\vec{\theta}$ . В случае же пеленгатора с мгновенным амплитудным сравнением для измерения всего одной из составляющих ( $\theta_x$ ) требуется мощность  $2 P_{0\text{ср}}$  для обеспечения мощности  $P_{0\text{ср}}$  на выходе антенны  $A_1$  и такой же мощности на выходе антенны  $A_2$ .

В случае двухканального фазового пеленгатора простого типа (т. е. без предварительного образования суммарного и разностного сигналов) в отличие от (19.17) можно полагать

$$\left. \begin{aligned} u_{c1}(t, \varepsilon) &= U(t) \cos [\omega t + h\varepsilon(t) + \varphi(t)], \\ u_{c2}(t, \varepsilon) &= U(t) \cos [\omega t - h\varepsilon(t) + \varphi(t)], \end{aligned} \right\} \quad (19.23)$$

где

$$h = \frac{\pi d}{\lambda}; \quad (19.24)$$

$d$  — расстояние между фазовыми центрами антенн  $A_1$  и  $A_2$ ;  $\lambda$  — длина волны принимаемого сигнала;  $U(t)$  и  $\varphi(t)$  — точно известные в месте приема функции.

Подставляя выражения (19.23) в формулу (19.18), получаем

$$g_{ш0} = \frac{N_0}{2h^2 P_{0\text{ср}}}, \quad (19.25)$$

где  $P_{0\text{ср}}$  — удельная средняя мощность сигнала (при  $\varepsilon = 0$ ) на выходе антенны  $A_1$  (или  $A_2$ ).

При двухканальном фазовом пеленгаторе суммарно-разностного типа можно полагать (считая, как и ранее, антенный преобразователь АП идеальным)

$$\left. \begin{aligned} u_{с1}(t, \varepsilon) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(u_1 + u_2), \\ u_{с2}(t, \varepsilon) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(u_1 - u_2), \end{aligned} \right\} \quad (19.26)$$

где

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= U(t) \cos[\omega t + h\varepsilon(t) + \varphi(t)], \\ u_2 &= U(t) \cos[\omega t - h\varepsilon(t) + \varphi(t)] \end{aligned} \right\} \quad (19.27)$$

— напряжения на выходе антенн  $A_1$  и  $A_2$ . Подставляя эти выражения в формулу (19.18), получаем

$$g_{ш0} = \frac{N_0}{2h^2 P_{0\text{ср}}}. \quad (19.28)$$

Из сравнения формул (19.25) и (19.28) следует, что потенциальная точность двух рассмотренных типов фазовых пеленгаторов одинакова (при идеальном антенном преобразователе).

Из приведенных ранее соотношений следует, что потенциальная точность пеленгаторов зависит от спектральной плотности шума  $N_0$  (т. е. от коэффициента шума пеленгатора), удельной средней мощности несущего колебания системы и параметров антенной системы.

Как показывает более детальный сравнительный анализ формул (19.15), (19.19), (19.22), (19.25) и (19.28), потенциальная точность всех рассмотренных выше типов пеленгаторов получается одинаковой или примерно одинаковой при неизменной мощности передатчика, одинаковых габаритах антенной системы и одинаковой спектральной плотности шума  $N_0$  на входе каждого из каналов. (При этом предполагается, что каждый из пеленгаторов должен измерять две составляющие,  $\theta_x$  и  $\theta_y$ , углового отклонения  $\vec{\theta}$ .)

## § 19.2. СРАВНЕНИЕ РЕАЛЬНОЙ И ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ТОЧНОСТИ ПЕЛЕНГАЦИИ

При определении потенциальной точности пеленгации сигнал полагается идеальным (известным в месте приема точно, за исключением воспроизводимого сообщения), помеха — аддитивным нормальным белым шумом, а метод обработки смеси сигнала с шумом —

наилучшим возможным (т. е. обеспечивающим минимальную среднеквадратичную ошибку измерения углового отклонения). Поэтому отклонения реальной точности пеленгации от потенциальной возможны за счет трех основных факторов:

1. Отличия реального сигнала от идеального, т. е. наличия у сигнала неизвестных в месте приема параметров (кроме измеряемого параметра).

2. Отличия аддитивной помехи от нормального белого шума.

3. Неидеальности обработки смеси сигнала и помех в тракте пеленгатора.

Одной из основных причин, вызывающих отличие реального сигнала от идеального, является наличие у сигнала амплитудных и угловых флуктуаций. Но, как отмечалось ранее, потенциальная точность пеленгации определяется для оценки влияния **внутреннего** шума пеленгатора, которое оказывается существенным лишь на больших дальностях от пеленгатора до цели, а действие угловых флуктуаций на больших дальностях оказывается пренебрежимо малым. Поэтому при сравнении потенциальной точности пеленгации с реальной действие угловых флуктуаций сигнала можно не учитывать.

Второй существенной причиной является неопределенность в месте приема частоты сигнала, вызванная эффектом Допплера и нестабильностью частоты передатчика. В случае импульсного сигнала дополнительные потери могут быть вызваны также некогерентностью излучаемых передатчиком импульсов.

Отличие аддитивной помехи от нормального белого шума в том случае, когда из всех помех учитывается действие лишь внутреннего шума пеленгатора, пренебрежимо мало.

Влияние неидеальности (неоптимальности) обработки смеси сигнала и шума в пеленгаторе может быть весьма существенным, особенно если требования к точности пеленгации невелики и вследствие этого пеленгатор работает в режиме сравнительно небольшого отношения сигнала к шуму. С учетом приведенных выше соображений сравним реальную и потенциальную точности пеленгации на примере пеленгатора с коническим сканированием при двух простейших видах зондирующего сигнала: непрерывном сигнале и импульсном сигнале, состоящем из последовательности немодулированных некогерентных радиоимпульсов с большой скважностью.

В случае импульсного сигнала функциональная схема пеленгатора имеет вид, изображенный на рис. 19.1. На рис. 19.1 приняты следующие обозначения:

*A* — антенна;

*УВЧ* — усилитель высокой частоты (включающий смеситель и усилитель промежуточной частоты);

*Д* — детектор, выделяющий огибающую каждого радиоимпульса;

*Ву* — видеоусилитель;



ПД — пиковый детектор, выделяющий огибающую последовательности видеоимпульсов;

$\Phi Д_1$  и  $\Phi Д_2$  — фазовые детекторы, перемножающие сигнал ошибки  $e_{\Omega}(t)$  на опорные напряжения  $u_{10\Omega}(t)$  и  $u_{20\Omega}(t)$  и содержащие на своих выходах фильтры нижних частот.

В случае непрерывного сигнала в схеме (рис. 19.1) блоки Ву и ПД исключаются и сигнал ошибки  $e_{\Omega}(t)$  выделяется детектором Д.

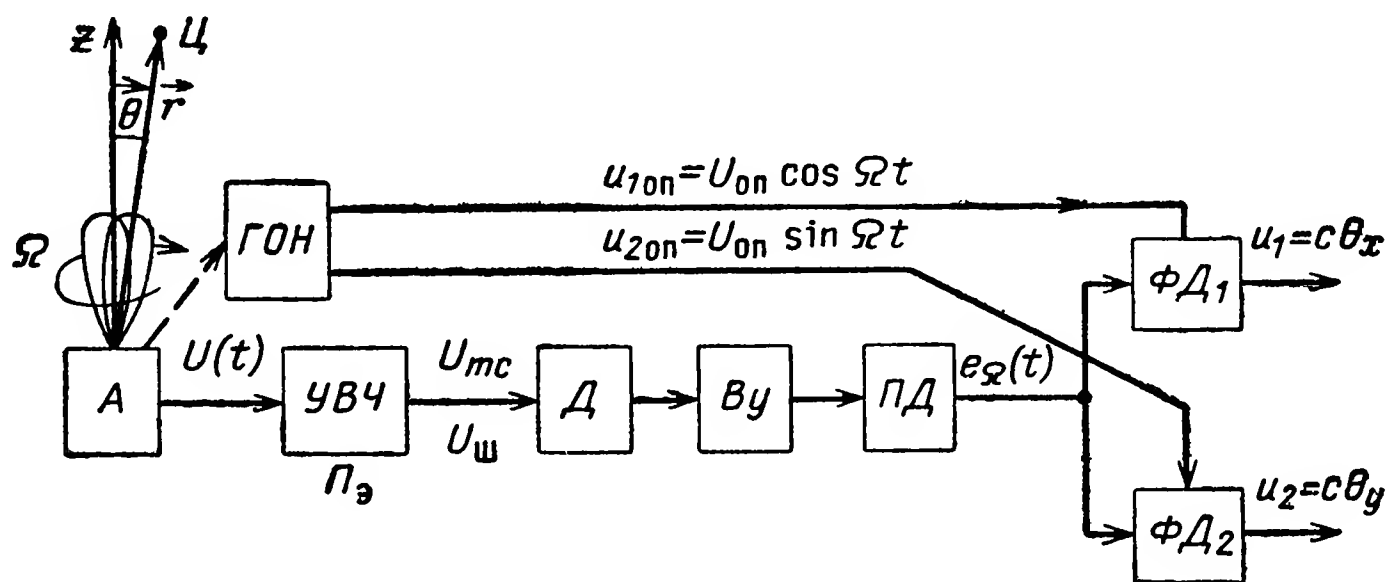


Рис. 19.1

Рассмотрим сначала случай непрерывного сигнала. При этом можно полагать

$$y(t) = U_0 [1 + m_{\phi}(t)] \{1 + m(t) \cos [2\pi F_p t + \psi(t)]\} \cos [\omega_c t + \psi_c(t)] + u_{\text{ш}}(t), \quad (19.29)$$

где  $m_{\phi}(t)$  — коэффициент модуляции, вызванной амплитудными флуктуациями сигнала;  $F_p = \frac{\Omega}{2\pi}$  — частота сканирования;

$$m(t) = \mu \theta(t) \quad (19.30)$$

— коэффициент модуляции, вызванной измеряемым угловым отклонением  $\theta$ ;  $u_{\text{ш}}(t)$  — нормальный белый шум со спектральной плотностью (односторонней)  $N_0$ .

Анализ прохождения через пеленгатор смеси  $y(t)$ , описываемой выражением (19.29), дает следующие приближенные результаты [104]:

$$u_1(t) \approx c [\theta_x(t) + \Delta \theta_{\text{п}}(t)], \quad (19.31)$$

где  $u_1(t)$  — напряжение на выходе фазового детектора  $\Phi Д_1$  (рис. 19.1);  $\Delta \theta_{\text{п}}(t)$  — нормальный белый шум со спектральной плотностью

$$g_{\text{ш}} = \frac{2N_0}{\mu^2 P_{0\text{ср}}} \left[ 1 + \frac{N_0 P_{\text{э}}}{2P_{0\text{ср}}} + \frac{P_{0\text{ср}} g_{\text{аф}}(F_p)}{N_0} \right]. \quad (19.32)$$

Здесь  $g_{\text{аф}}(F_p)$  — значение спектральной плотности  $g_{\text{аф}}(f)$  флуктуаций  $m_{\phi}(t)$  при  $f = F_p$ ; обозначения  $N_0$ ,  $\mu$ ,  $P_{0\text{ср}}$  имеют тот же

смысл что и в предыдущем изложении, а  $\Pi_{\text{э}}$  — эквивалентная шумовая полоса усилителя высокой частоты УВЧ. При этом предполагается, что

$$\Pi_{\text{э}} \geq 2(F_p + \Delta F_{\text{э}}), \quad (19.33)$$

где  $\Delta F_{\text{э}}$  — эквивалентная полоса пропускания следящей системы.

Из сравнения выражения (19.15) и (19.32) следует, что отношение реальной спектральной плотности  $g_{\text{ш}}$  к ее потенциальному значению  $g_{\text{ш0}}$  равно

$$\frac{g_{\text{ш}}}{g_{\text{ш0}}} = 1 + \frac{N_0 \Pi_{\text{э}}}{2P_{0 \text{ ср}}} + \frac{P_{0 \text{ ср}} g_{\text{аф}}(F_p)}{N_0}. \quad (19.34)$$

Из этой формулы видно, что отличие реальной спектральной плотности от потенциальной зависит от отношения сигнала к шуму  $\frac{P_{0 \text{ ср}}}{N_0}$ . Величина же этого отношения зависит от требуемой точности пеленгации.

Поэтому для получения более наглядных результатов введем понятие потенциальной точности пеленгации следующим образом. Так как  $g_{\text{ш0}}$  есть спектральная плотность помехи, приведенной к измеряемому угловому отклонению  $\theta_x$ , то соответствующий средний квадрат флуктуационной ошибки следящей системы, в состав которой входит пеленгатор, равен

$$\overline{\theta_x^2} = g_{\text{ш0}} \Delta F_{\text{э}}, \quad (19.35)$$

где  $\Delta F_{\text{э}}$  — эквивалентная шумовая полоса пропускания следящей системы.

Так как

$$\theta^2 = \theta_x^2 + \theta_y^2,$$

то среднеквадратичная ошибка слежения за целью равна

$$\theta_{\text{эф}} = \sqrt{\overline{\theta^2}} = \sqrt{\overline{\theta_x^2} + \overline{\theta_y^2}}. \quad (19.36)$$

Вследствие идентичности каналов можно полагать

$$\overline{\theta_y^2} = \overline{\theta_x^2}$$

и

$$\theta_{\text{эф}} = \sqrt{2} \sqrt{\overline{\theta_x^2}}. \quad (19.37)$$

С учетом (19.35) получается

$$\theta_{\text{эф0}} = \sqrt{2g_{\text{ш0}} \Delta F_{\text{э}}}. \quad (19.38)$$

Очевидно,  $\theta_{\text{эф0}}$  является потенциальным (минимально возможным) значением флуктуационной составляющей ошибки слежения за

целью, обеспечиваемой данным пеленгатором при данной полосе  $\Delta F_{\text{э}}$ . Будем в дальнейшем, для краткости называть величину  $\theta_{\text{эф}0}$  потенциальной точностью пеленгатора. Из (19.30) следует, что

$$m_{\text{эф}} = \mu \theta_{\text{эф}}, \quad (19.39)$$

где  $m_{\text{эф}}$  — эффективное (среднеквадратичное) значение коэффициента амплитудной модуляции сигнала, соответствующее данному эффективному значению  $\theta_{\text{эф}}$  ошибки слежения. Поэтому величина  $m_{\text{эф}}$  также может служить мерой точности пеленгации и точности автослежения за целью.

Из (19.38) и (19.39) следует, что потенциальная точность пеленгатора может характеризоваться также величиной

$$m_{\text{эф}0} = \mu \theta_{\text{эф}0} = \mu \sqrt{2g_{\text{ш}0} \Delta F_{\text{э}}}. \quad (19.40)$$

Аналогично этому реальную точность пеленгации можно характеризовать величиной

$$m_{\text{эф}} = \mu \theta_{\text{эф}} = \mu \sqrt{2g_{\text{ш}} \Delta F_{\text{э}}}. \quad (19.41)$$

Из соотношений (19.15), (19.40) и (19.41) имеем

$$m_{\text{эф}0} = 2 \sqrt{\frac{N_0 \Delta F_{\text{э}}}{P_{0 \text{ ср}}}}, \quad (19.42)$$

$$m_{\text{эф}} = 2 \sqrt{\frac{N_0 \Delta F_{\text{э}}}{P_{0 \text{ ср}}}} \cdot \sqrt{1 + \frac{N_0 \Pi_{\text{э}}}{2P_{0 \text{ ср}}}} + \frac{P_{0 \text{ ср}} g_{\text{аф}}(F_{\text{р}})}{N_0}} \quad (19.43)$$

и

$$\frac{m_{\text{эф}}}{m_{\text{эф}0}} = \frac{\theta_{\text{эф}}}{\theta_{\text{эф}0}} = \sqrt{\frac{g_{\text{ш}}}{g_{\text{ш}0}}} = \sqrt{1 + \frac{N_0 \Pi_{\text{э}}}{2P_{0 \text{ ср}}}} + \frac{P_{0 \text{ ср}} g_{\text{аф}}(F_{\text{р}})}{N_0}}. \quad (19.44)$$

Из выражения (19.44) следует, что среднеквадратичная ошибка  $m_{\text{эф}}$  (или  $\theta_{\text{эф}}$ ) отличается от ее потенциального (минимально возможного) значения  $m_{\text{эф}0}$  менее чем на 10%, если одновременно выполняются следующие условия:

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_0 \Pi_{\text{э}}}{2P_{0 \text{ ср}}} &\leq 0,1 \\ \frac{P_{0 \text{ ср}} g_{\text{аф}}(F_{\text{р}})}{N_0} &\leq 0,1. \end{aligned} \right\} \quad (19.45)$$

Так как при выполнении этих условий получается

$$m_{\text{эф}} \approx m_{\text{эф}0} = 2 \sqrt{\frac{N_0 \Delta F_{\text{э}}}{P_{0 \text{ ср}}}}, \quad (19.46)$$

то условия (19.45) можно записать в следующем виде:

$$\Pi_{\text{э}} \leq \frac{0,8}{m_{\text{эф}}^2} \Delta F_{\text{э}}, \quad (19.47 \text{ а})$$

$$g_{\text{аф}}(F_{\text{р}}) \leq \frac{0,025 m_{\text{эф}}^2}{\Delta F_{\text{э}}}. \quad (19.47 \text{ б})$$

Из этих соотношений следует, что при заданных точности пеленгации  $m_{\text{эф}}$  и полосе следящей системы  $\Delta F_{\text{э}}$  реальная точность пеленгации приближается к ее потенциальному значению лишь при достаточно малой спектральной плотности амплитудных флуктуаций  $g_{\text{аф}}(F_{\text{р}})$  и достаточно узкой полосе пропускания пеленгатора  $\Pi_{\text{э}}$ .

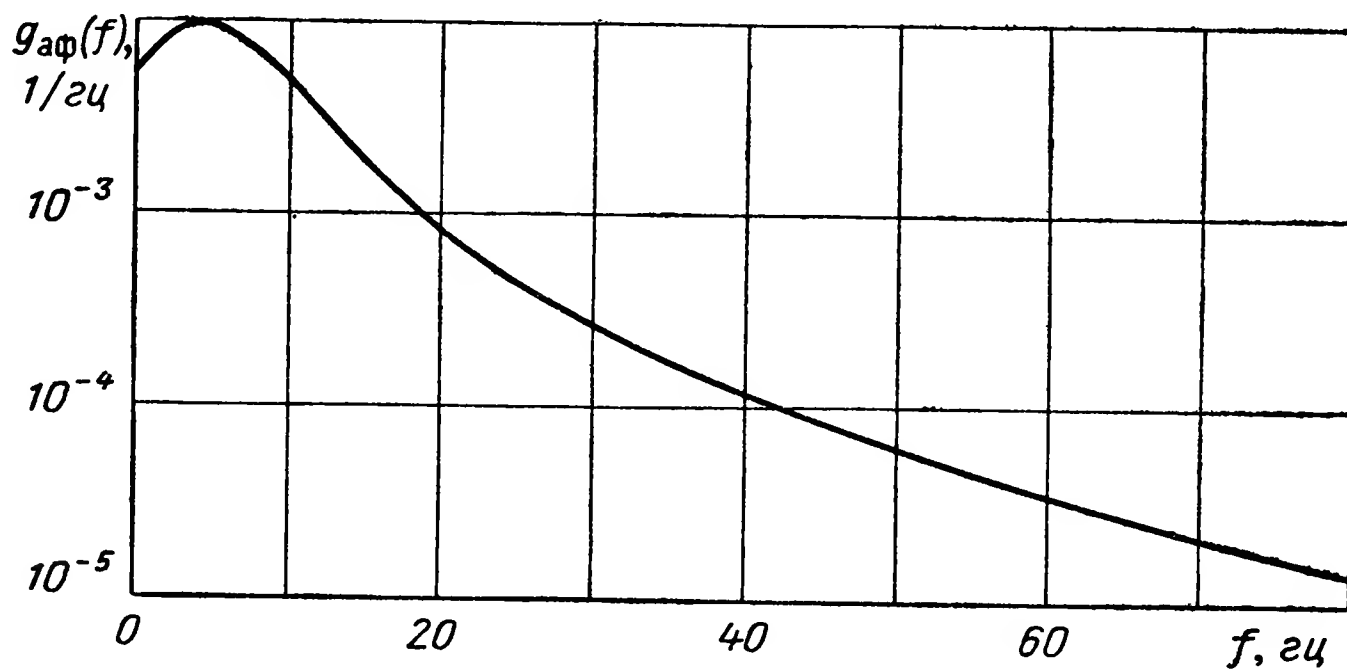


Рис. 19.2

В системе с коническим сканированием основным путем уменьшения спектральной плотности  $g_{\text{аф}}(F_{\text{р}})$  является повышение частоты сканирования  $F_{\text{р}}$ . Однако при этом следует иметь в виду соотношение (19.33), т. е. учитывать, что при повышении частоты сканирования может потребоваться увеличение полосы пропускания пеленгатора  $\Pi_{\text{э}}$ .

Пусть, например, задано  $m_{\text{эф}} = 0,1$  и  $\Delta F_{\text{э}} = 1$  гц, а спектр амплитудных флуктуаций  $m_{\text{ф}}(t)$  имеет вид, изображенный на рис. 19.2. Тогда условия (19.47 а и 19.47 б) принимают следующий вид:

$$\Pi_{\text{э}} \leq 80 \text{ гц}, F_{\text{р}} \geq 34 \text{ гц}.$$

С учетом неравенства (19.33) потенциальная точность достигается при

$$F_{\text{р}} \approx 35 \text{ гц} \text{ и } \Pi_{\text{э}} \approx 80 \text{ гц}.$$

При тех же данных, но более высоких требованиях к точности, а именно при  $m_{\text{эф}} = 0,03$ , условия (19.47) дают

$$\Pi_{\text{э}} \leq 900 \text{ гц}, F_{\text{р}} \geq 70 \text{ гц}.$$

Кроме того, в соответствии с (19.33) должно быть

$$P_{\text{э}} > 2(F_p + \Delta F_{\text{э}}).$$

Из этих примеров видно, что при более высоких требованиях к точности для достижения потенциального значения точности требуется более высокая частота сканирования, но зато полоса пропускания до детектора  $P_{\text{э}}$  может быть более широкой и соответственно понижаются требования к необходимой стабильности частоты сигнала в полосе усилителя высокой частоты.

Рассмотрим теперь случай пеленгации некогерентного импульсного сигнала, т. е. будем полагать, что зондирующий сигнал состоит из периодической последовательности некогерентных радиоимпульсов, имеющих длительность  $\tau_{\text{и}}$ , период повторения  $T_{\text{п}}$  и скважность

$$Q = \frac{T_{\text{п}}}{\tau_{\text{и}}}. \quad (19.48)$$

В видеоусилителе пеленгатора, функциональная схема которого приведена на рис. 19.1, осуществляется стробирование приходящих импульсов, причем длительность стробирующих импульсов равна  $T_{\text{с}}$ . При этом, как показано в [1], среднеквадратичная ошибка слежения за целью, вызванная действием внутреннего шума при отсутствии флуктуаций сигнала, равна

$$m_{\text{эф ш}} = \mu\theta_{\text{эф ш}} = 2 \sqrt{\frac{Q\Delta F_{\text{э}}}{P_{\text{э}}}} x \sqrt{(1 + 0,65x^2) \left(1 + \frac{n-1}{1 + \frac{3}{x^3}}\right)}, \quad (19.49)$$

где

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\sqrt{2} U_{\text{ш}}}{U_{\text{мс}}}; \\ U_{\text{ш}} &= \sqrt{N_0 P_{\text{э}}}; \end{aligned} \right\} \quad (19.50)$$

$$n = \frac{T_{\text{с}}}{\tau_{\text{и}}}. \quad (19.51)$$

Здесь  $U_{\text{мс}}$  и  $U_{\text{ш}}$  — соответственно амплитуда импульсов сигнала и действующее значение напряжения шума на входе детектора  $D$  (рис. 19.1).

При выводе формулы (19.49) принято, что полоса  $P_{\text{э}}$  согласована с длительностью импульсов сигнала, т. е.

$$P_{\text{э}} \approx \frac{1}{\tau_{\text{и}}}. \quad (19.52)$$

Среднеквадратичная ошибка, вызванная действием амплитудных флуктуаций при отсутствии внутреннего шума, в соответствии с формулами (19.37), (19.39) и (19.32) равна

$$\begin{aligned} m_{\text{эф аф}} &= \mu \theta_{\text{эф аф}} = \mu \sqrt{2} \sqrt{\overline{\theta_x^2}} = \mu \sqrt{2} \sqrt{g_{\text{п}}(0) \Delta F_{\text{э}}} = \\ &= \mu \sqrt{2} \sqrt{\frac{2}{\mu^2} g_{\text{аф}}(F_{\text{р}}) \Delta F_{\text{э}}}, \end{aligned}$$

т. е.

$$m_{\text{эф аф}} = \mu \theta_{\text{эф аф}} = 2 \sqrt{g_{\text{аф}}(F_{\text{р}}) \Delta F_{\text{э}}}. \quad (19.53)$$

Как показывает анализ (см., например, [104]), среднеквадратичная ошибка, вызванная совместным действием внутреннего шума и флуктуаций сигнала, может быть с достаточной точностью определена из соотношения

$$m_{\text{эф}} = \sqrt{m_{\text{эф ш}}^2 + m_{\text{эф аф}}^2} \quad (19.54)$$

или

$$\theta_{\text{эф}} = \sqrt{\theta_{\text{эф ш}}^2 + \theta_{\text{эф аф}}^2}. \quad (19.55)$$

Формулы (19.49), (19.53) и (19.54) позволяют определить реальную точность рассматриваемого типа пеленгатора. Потенциальная точность этого пеленгатора не зависит от формы сигнала и, как и ранее, определяется по формуле (19.40) или (19.42), т. е.

$$m_{\text{эф 0}} = 2 \sqrt{\frac{N_0 \Delta F_{\text{э}}}{P_{0 \text{ ср}}}}, \quad (19.56)$$

где  $P_{0 \text{ ср}}$  — удельная средняя мощность сигнала.

Для рассматриваемого импульсного сигнала

$$P_{0 \text{ ср}} = \frac{U_{\text{мс}}^2}{2} \cdot \frac{\tau_{\text{и}}}{T_{\text{п}}} = \frac{U_{\text{мс}}^2}{2Q}. \quad (19.57)$$

При сравнении реальной точности с потенциальной ограничимся для простоты случаем идеального стробирования, т. е. будем в формуле (19.49) полагать  $n = 1$ . Кроме того, для простоты заменим в этой формуле коэффициент под радикалом 0,65 на 0.5. Тогда с учетом соотношений (19.49), (19.50), (19.52), (19.53), (19.54) и (19.57) получим

$$m_{\text{эф}} = 2 \sqrt{\frac{N_0 \Delta F_{\text{э}}}{P_{0 \text{ ср}}}} \sqrt{1 + \frac{N_0 F_{\text{п}}}{2P_{0 \text{ ср}}}} + \frac{P_{0 \text{ ср}}}{N_0} g_{\text{аф}}(F_{\text{р}}), \quad (19.58)$$

где

$$F_{\text{п}} = \frac{1}{T_{\text{п}}} \quad (19.59)$$

— частота повторения импульсов.

Из сравнения выражения (19.58) с соответствующим выражением (19.43) для непрерывного сигнала видно, что при той же удельной

средней мощности сигнала  $P_{0\text{ ср}}$ , они совпадают, за исключением того, что при импульсном сигнале вместо полосы  $\Pi_{\text{э}}$  входит частота повторения импульсов  $F_{\text{п}}$ . Поэтому при импульсном сигнале условия достижения потенциальной точности получаются из соотношений (19.47 а и 19.47 б), если заменить  $\Pi_{\text{э}}$  на  $F_{\text{п}}$ , и имеют следующий вид:

$$F_{\text{п}} \leq \frac{0,8}{m_{\text{эф}}^2} \Delta F_{\text{э}} \quad (19.60 \text{ а})$$

и

$$g_{\text{аф}}(F_{\text{р}}) \leq \frac{0,025 m_{\text{эф}}^2}{\Delta F_{\text{э}}}. \quad (19.60 \text{ б})$$

Очевидно, что для обеспечения возможности выделения сигнала ошибки  $e_{\text{э}}(t)$  (напряжения частоты сканирования  $F_{\text{р}}$ ) должно выполняться также условие

$$F_{\text{п}} > 2F_{\text{р}}. \quad (19.61)$$

При  $m_{\text{эф}} = 0,03$ ,  $\Delta F_{\text{э}} = 1$  гц и спектре  $g_{\text{аф}}(F_{\text{р}})$ , изображенном на рис. 19.2, соотношения (19.60) дают

$$F_{\text{п}} \leq 900 \text{ гц и } F_{\text{р}} \geq 70 \text{ гц}.$$

Приведенные в данном параграфе соотношения были получены для пеленгатора с коническим сканированием. Близкие к ним соотношения получаются и для двухканальных пеленгаторов с мгновенным амплитудным или фазовым сравнением сигналов. Основное отличие, которое при этом получается, заключается в том, что в двухканальных пеленгаторах при обеспечении высокой степени идентичности каналов действие амплитудных флуктуаций сигнала оказывается пренебрежимо малым.

### К о н т р о л ь н ы е в о п р о с ы

1. От чего зависит потенциальная точность измерения угловых отклонений?

2. Исходя из формулы (18.134) докажите, что потенциальная точность координатора с коническим сканированием может определяться по формуле (19.15) или (19.42).

3. Исходя из формулы (19.18) докажите, что потенциальная точность двухканального координатора с мгновенным амплитудным сравнением сигналов может определяться по формуле (19.22).

4. Какие основные причины вызывают уменьшение точности автослежения за целью по угловым координатам по сравнению с ее потенциальным значением в координаторе с коническим сканированием при синусоидальном зондирующем сигнале?

5. Какие основные причины вызывают уменьшение точности автослежения за целью по угловым координатам по сравнению с ее потенциальным значением в координаторе с коническим сканированием при зондирующем сигнале в виде периодической последовательности некогерентных радиоимпульсов большой скважности?

Литература [1, 100, 104].



## ТОЧНОСТЬ СИСТЕМ САМОНАВЕДЕНИЯ

### § 20.1. ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Оценка точности и дальности действия систем самонаведения, строго говоря, должна производиться совместно, так как в общем случае точность наведения снаряда (промах) зависит от дальности, с которой он выпущен, а допустимая дальность пуска зависит от требуемой точности наведения.

Действительно, как отмечалось в § 6.2, если дальность действия системы самонаведения меньше некоторой минимально допустимой величины  $r_{0\text{кр}}$ , определяемой соотношением (6.3), то начальная ошибка упреждения  $\Delta\beta_0$  не может быть выправлена вследствие ограниченной маневренности снаряда и вследствие этого промах резко возрастает.

С другой стороны, при определении максимальной дальности действия системы самонаведения приходится задаваться допустимой надежностью захвата цели головкой самонаведения. Так как нарушение надежности захвата (например, срыв слежения за целью вскоре после произведенного захвата) приводит к возрастанию промаха, то надежность захвата, а следовательно, и дальность действия оказывается, строго говоря, зависящей от требуемой точности самонаведения.

Однако с целью упрощения допустимо в первом приближении производить анализ точности и дальности действия систем самонаведения раздельно. Из сделанных выше замечаний следует, что такое раздельное рассмотрение вполне оправдано, если дальность действия системы самонаведения превышает критическое значение  $r_{0\text{кр}}$ , а надежность захвата цели достаточно велика. В дальнейшем изложении мы будем исходить именно из таких допущений.

Краткая характеристика основных источников ошибок самонаведения была дана в гл. 6. Действие некоторых из этих источников было рассмотрено во второй части в основном с целью иллюстрации соответствующих методов анализа и синтеза систем управления. В данной главе все эти результаты систематизируются и углубляются с целью получения более полного представления об основных факторах, определяющих точность систем самонаведения.

Основными источниками ошибок самонаведения являются:

- 1) начальная ошибка упреждения  $\Delta\beta_0$ ;
- 2) маневр цели (наличие ускорения цели  $W_{ц}$ );
- 3) естественные помехи;
- 4) организованные помехи.

Кроме того, точность самонаведения в значительной мере зависит от величины мертвой зоны управления  $r_{мз}$ , влияния перекрестных связей между каналами управления и искажающего действия обтекателя, устанавливаемого в носовой части ракеты.

Влияние начальной ошибки упреждения и маневра цели на промах было рассмотрено в гл. 13 [см., например, формулы (13.56') и (13.89)]. Так как это рассмотрение было проведено методом линеаризации системы, то не учитывалось влияние ограниченности поперечного ускорения ракеты. Однако, если дальность самонаведения  $r_0$  превышает критическое значение  $r_{окр}$ , а ускорение цели не слишком велико ( $W_{ц} \leq 1 \div 2g$ ), то поперечное ускорение ракеты  $W_p$  не превышает максимально допустимого значения  $W_{рм}$  и соотношения, приведенные в гл. 13, оказываются пригодными для приближенной оценки влияния начальной ошибки упреждения и маневра цели.

Основными естественными помехами являются внутренний шум радиоприемного устройства, амплитудные, угловые и поляризационные флуктуации сигнала, отраженного от цели, а также помехи, создаваемые вибрациями аппаратуры и отражениями от земли. Возможные организованные помехи системам самонаведения весьма разнообразны. В частности, могут применяться все виды помех, указанные в § 2.6. Анализ точности самонаведения с учетом всех этих естественных и организованных помех весьма сложен и выходит за рамки данной книги. Поэтому из всех помех мы ограничимся рассмотрением действия лишь внутреннего шума приемника и флуктуаций сигнала.

В процессе самонаведения отношение сигнала к шуму резко возрастает по мере приближения ракеты к цели, вследствие чего внутренний шум оказывает основное действие не на точность, а на максимальную дальность самонаведения.

Как неоднократно отмечалось ранее, точность самонаведения (промах) весьма существенно зависит от величины мертвой зоны системы управления  $r_{мз}$  и мертвой зоны по маневренности ракеты  $r_m$ :

$$\left. \begin{array}{l} \text{если } r_{мз} \leq r_m, \text{ то} \\ h \approx \frac{r_m^2}{V_r} \frac{d\varphi}{dt} \\ \text{если же } r_{мз} > r_m, \text{ то} \\ h \approx \frac{r_{мз}^2}{V_r} \frac{d\varphi}{dt} \end{array} \right\} \quad (20.1)$$

Здесь  $r_{мз}$  — расстояние между ракетой и целью, начиная с которого резко ухудшается действие аппаратуры управления;  $r_m$  — расстояние между ракетой и целью, начиная с которого (и вплоть до «встречи» с целью) ракета не может существенно отклониться от прямолинейного полета даже при максимальном отклонении ее рулевых органов.

Как было показано в гл. 11, это расстояние определяется приближенно по формуле (11.40) или (11.52').

Из соотношений (20.1) следует, что во избежание резкого увеличения промаха за счет мертвой зоны системы управления должно выполняться условие

$$r_{мз} \leq r_m. \quad (20.2)$$

Поэтому при разработке системы управления необходимо обеспечивать выполнение этого условия. Так как в типичных случаях получается  $r_m \geq 50 : 100$  м, то обычно выполнение условия (20.2) оказывается возможным. При этом можно в первом приближении полагать, что величина мертвой зоны управления не влияет на промах.

Влияние перекрестных связей на качество управления было рассмотрено в гл. 9 и 12 и сводится в первую очередь к уменьшению запаса устойчивости системы и во вторую очередь к увеличению динамической и флуктуационной составляющих промаха.

Действие обтекателя в предыдущих главах не рассматривалось. В соответствии с изложенным в данной главе будет рассмотрено влияние на точность самонаведения амплитудных, угловых и поляризационных флуктуаций сигнала, а также влияние обтекателя.

## § 20.2. ВЛИЯНИЕ НА ТОЧНОСТЬ САМОНАВЕДЕНИЯ ФЛУКТУАЦИЙ СИГНАЛА

### а. Происхождение и характер флуктуаций сигнала

Для пояснения причин возникновения флуктуаций сигнала рассмотрим рис. 20.1. На этом рисунке системы координат  $o'x, y, z$  и  $ox_a, y_a, z_a$  жестко связаны соответственно с корпусом цели и с антенной системой радиолокатора. Жирными линиями очерчены контуры цели и апертуры антенной системы. Точка  $o$  расположена в центре апертуры, а точка  $o'$  — в геометрическом центре (или в центре масс) корпуса цели.

Сигнал, отраженный от цели и попадающий в апертуру антенной системы, образуется совокупностью весьма большого числа элементарных сигналов, отраженных от различных элементарных участков («точек») корпуса цели. В процессе наведения ракеты на цель имеют место колебания корпуса цели (системы координат  $o', x, y, z$ ) относительно апертуры антенной системы (системы координат  $ox_a, y_a, z_a$ ). Эти колебания, имеющие нерегулярный характер, и являются причиной флуктуаций сигнала.

Figure 1 consists of two schematic diagrams. Diagram (a) shows a 3D coordinate system with axes  $x$ ,  $y$ , and  $z$ . A curved surface is shown with points  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ , and  $a_4$ . A vector  $r$  is shown originating from a point  $o'$  on the surface. A dashed line connects  $o'$  to a point  $o$  on the  $x$ -axis. A coordinate system  $x_a$ ,  $y_a$ ,  $z_a$  is also shown. Diagram (b) shows a 2D cross-section of a horn antenna. The feed is at the top, and the wave front is at the bottom. The path length difference is labeled  $\Delta L_{y\phi}$ , and the phase difference is labeled  $\Delta \varphi_{y\phi}$ . A  $90^\circ$  angle is indicated between the wave front and the axis. The wave front is labeled "Фронт волны".

**Рис. 20.2**

Здесь под амплитудными флуктуациями понимаются флуктуации величины  $E(t)$ , результирующей напряженности поля  $\vec{E}(\vec{t})$ , созданной в точке  $o$  совокупностью отражений от всех точек цели.

Поляризационными называются флуктуации поляризации отраженной от цели волны.

445

амплитудные, угловые и поляризационные флуктуации, можно полагать статистически независимыми.

Флуктуации сигнала в той или иной степени влияют на действие всех каналов координатора (радиолокатора) цели — угломерного, дальномерного и канала измерения скорости сближения. Однако в случае систем самонаведения основным каналом, определяющим точность наведения, является угломерный канал. Поэтому мы ограничимся для краткости рассмотрением действия флуктуаций, проходящих через угломерный канал.

## 6. Влияние амплитудных флуктуаций

Влияние амплитудных флуктуаций в большой мере зависит от применяемого метода пеленгации сигнала. Наибольшим оно оказывается в одноканальных пеленгаторах, в частности в пеленгаторе

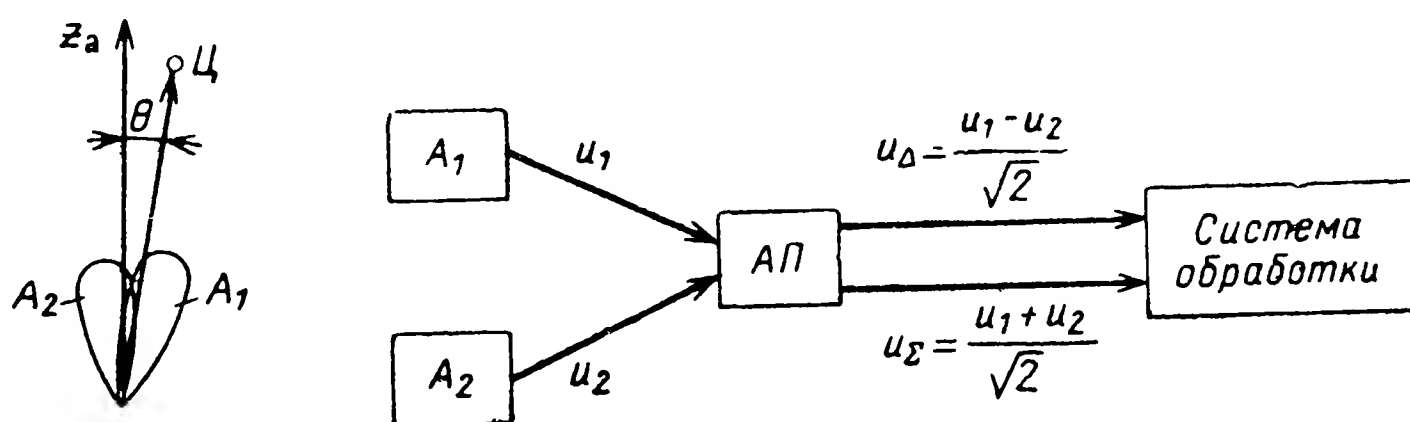


Рис. 20.3

с коническим сканированием. В двухканальных пеленгаторах (или в пеленгаторах с большим числом каналов) действие амплитудных флуктуаций в принципе может быть полностью устранено. Действительно, в таких пеленгаторах изменение напряженности поля  $E(t)$  отраженного сигнала вызывает изменение напряжения на входах обоих приемных каналов. Поэтому при правильном построении системы напряжение флуктуации, возникшее в одном из каналов, может быть скомпенсировано напряжением флуктуации во втором канале.

Пусть, например, применяется пеленгатор с мгновенным амплитудным сравнением сигналов суммарно-разностного типа, входная часть которого показана на рис. 20.3. При этом напряжения на выходах антенн  $A_1$  и  $A_2$  этого пеленгатора при малых угловых отклонениях  $\theta$  от оси равносигнальной зоны  $z_a$  равны соответственно

$$\left. \begin{aligned} u_1(t) &= \kappa_{a_1} E(t) [1 + \mu\theta(t)], \\ u_2(t) &= \kappa_{a_2} E(t) [1 - \mu\theta(t)], \end{aligned} \right\} \quad (20.3)$$

где  $\kappa_{a_1}$  и  $\kappa_{a_2}$  — параметры, зависящие от свойств антенной системы.

Напряженность поля  $E(t)$  вблизи и приемной антенны при наличии амплитудных флуктуаций может быть представлена в виде

$$E(t) = E_m(t) \cos [\omega_0 t + \psi(t)], \quad (20.4)$$

где  $E_m(t)$  и  $\psi(t)$  — флуктуации амплитуды и фазы напряженности поля.

На выходе антенного преобразователя АП образуются суммарный и разностный сигналы:

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} u_{\Sigma}(t) &= \frac{u_1(t) + u_2(t)}{\sqrt{2}} \\ u_{\Delta}(t) &= \frac{u_1(t) - u_2(t)}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right\} \quad (20.5)$$

(в этих выражениях  $\sqrt{2}$  учитывает то обстоятельство, что при идеальном (без потерь) антенном преобразователе полная мощность колебания на его выходе должна быть такой же, как и на входе). Из (20.3), (20.4) и (20.5) следует, что при

$$\kappa_{a_2} = \kappa_{a_1} \quad (20.6)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{\Delta}(t) &= \kappa_{a_1} 2\mu\theta(t) E_m(t) \cos [\omega_0 t + \psi(t)], \\ u_{\Sigma}(t) &= \kappa_{a_1} 2E_m(t) \cos [\omega_0 t + \psi(t)]. \end{aligned} \right\} \quad (20.7)$$

Амплитуды колебаний  $u_{\Delta}(t)$  и  $u_{\Sigma}(t)$  равны соответственно

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} U_{\Delta}(t) &= \kappa_{a_1} 2\mu\theta(t) E_m(t) \\ U_{\Sigma}(t) &= \kappa_{a_1} 2E_m(t) \end{aligned} \right\} \quad (20.8)$$

Из выражений (20.7) и (20.8) следует, что

$$\frac{u_{\Delta}(t)}{u_{\Sigma}(t)} = \frac{U_{\Delta}(t)}{U_{\Sigma}(t)} = \mu\theta(t). \quad (20.9)$$

Поэтому, если в схеме обработки пеленгатора тем или иным способом получить напряжение, пропорциональное отношению напряжений  $u_{\Delta}$  и  $u_{\Sigma}$  или их амплитуд  $U_{\Delta}$  и  $U_{\Sigma}$ , то это напряжение будет точной мерой углового отклонения  $\theta$ , несмотря на наличие у сигнала амплитудных флуктуаций.

В реальных двухканальных пеленгаторах амплитудные флуктуации компенсируются не полностью, так как невозможно обеспечить полную идентичность входных цепей [например, выполнение условия (20.6)] и осуществить точное нормирование сигнала [например, точное образование отношения вида (20.9)]. Однако удастся



сделать влияние амплитудных флуктуаций малым по сравнению с влиянием других источников ошибок пеленгации.

Рассмотрим теперь влияние амплитудных флуктуаций в системе с коническим сканированием. В такой системе при отсутствии флуктуаций сигнала и небольших угловых отклонениях  $\theta$  от оси равносигнальной зоны  $z_a$  вращение диаграммы направленности вокруг этой оси приводит к модуляции амплитуды сигнала, принятого антенной, по закону

$$U(t) = U_0 [1 + m(t) \cos(\Omega t + \psi)], \quad (20.10)$$

где  $m(t) = \mu \theta(t)$ ;  $\psi = \psi(t)$ ;  $F_p = \frac{\Omega}{2\pi}$  — частота сканирования,  $\mu$  — параметр, зависящий от формы диаграммы направленности и ее скоса относительно оси  $z_a$ .

С учетом амплитудных флуктуаций имеет место следующее приближенное соотношение:

$$U(t) = U_0 [1 + m_\phi(t)] [1 + m(t) \cos(\Omega t + \psi)], \quad (20.11)$$

где по-прежнему

$$m(t) = \mu \theta(t); \quad (20.12)$$

$m_\phi(t)$  — коэффициент паразитной амплитудной модуляции, вызванной амплитудными флуктуациями сигнала\*. При этом напряжения  $u_1$  и  $u_2$  на выходе фазовых детекторов  $\Phi Д_1$  и  $\Phi Д_2$  пеленгатора (см., например, рис. 19.1) могут быть записаны в следующем виде [1]:

$$\left. \begin{aligned} u_1(t) &= c_1 [\theta_x(t) + \Delta\theta_{\text{пх}}(t)], \\ u_2(t) &= c_2 [\theta_y(t) + \Delta\theta_{\text{пy}}(t)], \end{aligned} \right\} \quad (20.13)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — коэффициенты пропорциональности;

$$\left. \begin{aligned} \theta_x &= \theta \cos \psi; \quad \theta_y = \theta \sin \psi; \\ \Delta\theta_{\text{пх}}(t) &= \frac{2}{\mu} m_\phi(t) \cos \Omega t + m_\phi(t) \theta_x(t), \\ \Delta\theta_{\text{пy}}(t) &= \frac{2}{\mu} m_\phi(t) \sin \Omega t + m_\phi(t) \theta_y(t). \end{aligned} \right\} \quad (20.14)$$

Соотношения (20.14) получены в предположении, что действием внутреннего шума пеленгатора можно пренебречь.

Если для самонаведения применяется автоследящая антенная система (например, система с гирослыводом), то напряжения  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$  поступают на блок управления антенной системой (например, на гирослывод).

---

\* Как показывает анализ, выражение (20.11) справедливо при выполнении условия  $\mu \frac{l_m}{r} \leq 0,1 \div 0,2$ , где  $l_m$  — максимальный линейный размер цели, а  $r$  — расстояние от пеленгатора до цели.



В случае применения для самонаведения стабилизированной антенны напряжения  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$  поступают в автопилот для выработки команд на рули ракеты. В дальнейшем ограничимся для простоты рассмотрением управления лишь в одной из плоскостей. При этом вместо (20.13) и (20.14) можно полагать, что напряжение на выходе пеленгатора равно

$$u(t) = c [\varphi(t) + \Delta\varphi_{\Pi}(t)], \quad (20.15)$$

где

$$\varphi(t) = \theta_x(t); \quad (20.16)$$

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{\Pi}(t) &= \Delta\theta_{\Pi x}(t) = \\ &= \frac{2}{\mu} m_{\Phi}(t) \cos 2\pi F_p t + m_{\Phi}(t) \varphi(t). \end{aligned} \quad (20.17)$$

Здесь  $\varphi(t)$  — измеряемое угловое отклонение, а  $\Delta\varphi_{\Pi}(t)$  — помеха, вызванная амплитудными флуктуациями сигнала, приведенная к угловому отклонению  $\varphi$ .

При применении как следящей, так и стабилизированной антенны помеха  $\Delta\varphi_{\Pi}(t)$  действует внутри замкнутой следящей системы (см., например, рис. 12.3), имеющей сравнительно узкую полосу пропускания  $\Delta F_{\Sigma} \approx \Delta F_{0,7}$  (рис. 12.4 и 12.6).

Сравнивая выражение (20.17) с (12.51), нетрудно убедиться, что помеха  $\Delta\varphi_{\Pi}(t)$  имеет составляющую прямого прохождения

$$f_{1\Pi}(t) = \frac{2}{\mu} m_{\Phi}(t) \cos 2\pi F_p t \quad (20.18)$$

и комбинационную составляющую

$$f_{2\Pi}(t) = m_{\Phi}(t). \quad (20.19)$$

В главе 12 отмечалось, что действием комбинационной составляющей можно пренебрегать при выполнении условия (12.57), т. е. при

$$\frac{\overline{f_{2\Pi}^2}}{\Delta f_{\Sigma 2}} \frac{\Delta F_{\Sigma}}{\Delta f_{\Sigma 2}} \leq 0,1, \quad (20.20)$$

где  $\Delta f_{\Sigma 2}$  — эквивалентная ширина спектра составляющей  $f_{2\Pi}(t)$  помехи.

Выясним выполняется ли это условие в случае помехи в виде амплитудных флуктуаций сигнала. Условие (20.20) было получено в предположении, что составляющие  $f_{1\Pi}(t)$  и  $f_{2\Pi}(t)$  являются взаимно некоррелированными эргодическими процессами (с нулевыми средними значениями), ширина спектра которых велика по сравнению с полосой пропускания следящей системы  $\Delta F_{\Sigma}$ . В том, что процессы  $f_{1\Pi}(t)$  и  $f_{2\Pi}(t)$ , определяемые выражениями (20.18) и (20.19), имеют нулевые средние значения, нетрудно убедиться, если учесть, что среднее значение флуктуаций  $m_{\Phi}(t)$  равно нулю. Далее, так как амплитудные флуктуации  $m_{\Phi}(t)$  могут в первом приближении счи-

таться эргодическим случайным процессом (по крайней мере при отсутствии резких маневров цели), то таким процессом является и составляющая  $f_{2\Pi}(t)$ . Составляющая  $f_{1\Pi}(t)$ , определяемая выражением (20.18), содержит множитель  $\cos 2\pi F_p t$  и вследствие этого является нестационарным, а следовательно, и неэргодическим процессом. Однако мешающее действие оказывает не вся эта составляющая, а лишь та ее часть, которая попадает в пределы узкой полосы пропускания  $\Delta F_\Sigma$  следящей системы. Эта мешающая составляющая, как нетрудно убедиться, может считаться эргодическим случайным процессом. Наконец, составляющие  $f_{1\Pi}(t)$  и  $f_{2\Pi}(t)$  не могут считаться некоррелированными процессами, так как содержат один и тот же множитель  $m_\Phi(t)$ . Однако мешающее действие составляющей  $f_{1\Pi}(t)$  обусловлено теми компонентами спектра помехи  $m_\Phi(t)$ , которые примыкают к частоте сканирования  $F_p$  (так как только эти составляющие приводят к появлению частот, попадающих в полосу пропускания  $\Delta F_\Sigma$  следящей системы); помеха же  $f_{2\Pi}(t) = m_\Phi(t)$  оказывает мешающее действие лишь вследствие наличия у спектра процесса  $m_\Phi(t)$  компонент, прилегающих к нулевой частоте. Отсюда следует, что одна и та же помеха  $m_\Phi(t)$ , входящая в выражения (20.18) и (20.19), создает мешающее действие различными участками своего спектра. Вследствие этого при оценке мешающего действия составляющих  $f_{1\Pi}(t)$  и  $f_{2\Pi}(t)$  процессы  $f_{1\Pi}(t)$  и  $f_{2\Pi}(t)$  можно считать взаимно некоррелированными.

Таким образом, все допущения о характере процессов  $f_{1\Pi}(t)$  и  $f_{2\Pi}(t)$ , сделанные при выводе условия (20.20), в рассматриваемом случае амплитудных флуктуаций справедливы.

Подставляя выражение (20.19) в (20.20), получаем следующее условие пренебрежимости комбинационной составляющей помехи, вызванной амплитудными флуктуациями сигнала:

$$\overline{m_\Phi^2} \frac{\Delta F_\Sigma}{\Delta f_{\Sigma 2}} \leq 1. \quad (20.21)$$

Так как обычно  $\overline{m_\Phi^2} \leq 0,1$ ,  $\Delta f_{\Sigma 2} \geq 10$  гц и  $\Delta F_\Sigma \leq 1 \div 3$  гц, то условие (20.21) выполняется достаточно хорошо. Поэтому при анализе действия амплитудных флуктуаций можно вместо (20.17) полагать

$$\Delta \varphi_\Pi(t) \approx f_{1\Pi}(t) = \frac{2}{\mu} m_\Phi(t) \cos 2\pi F_p t. \quad (20.22)$$

Учитывая, что помеха  $\Delta \varphi_\Pi(t)$  действует на следящую систему с весьма узкой полосой пропускания  $\Delta F_\Sigma$  (рис. 12.6), можно полагать, что ее спектр  $g_\Pi(f)$  в пределах этой полосы пропускания равен своему значению на нулевой частоте  $g_\Pi(0)$ , т. е.

$$g_\Pi(f) \approx g_\Pi(0). \quad (20.23)$$

Из соотношений (20.22) нетрудно установить, что

$$g_{\Pi}(0) = \frac{2}{\mu^2} g_{\text{аф}}(F_p), \quad (20.24)$$

где  $g_{\text{аф}}(f)$  — энергетический спектр амплитудных флуктуаций, т. е. процесса  $m_{\text{ф}}(t)$ ;  $g_{\text{аф}}(F_p)$  — значение этого спектра на частоте сканирования, т. е. при  $f = F_p$ . Один из возможных видов спектра  $g_{\text{аф}}(f)$  был приведен на рис. 19.2. Выражение (20.24), как и следовало ожидать, совпадает с формулой (19.32), приведенной в гл. 19 без вывода, если положить  $N_0 = 0$ , т. е. пренебречь действием внутреннего шума пеленгатора.

Оценим влияние амплитудных флуктуаций на точность самонаведения (промах), полагая для простоты, что применяется стабилизированная антенна и что система управления может считаться линейной. Рассмотрим простейший случай, когда промах определяется по приближенной формуле (13.77). При этом в соответствии с формулами (13.97) и (20.24) имеем

$$h_{1\text{эф}} = \sigma_{h_1} = \frac{3}{8} V_{0r} \sqrt{T \frac{2}{\mu^2} g_{\text{аф}}(F_p)}, \quad (20.25)$$

где  $V_{0r}$  — скорость сближения ракеты с целью;  $T$  — постоянная времени системы управления.

Так как использованная при выводе этого соотношения формула (13.97) справедлива лишь при малом значении мертвой зоны ( $r_m \leq 0,1 V_{0r}$  и  $T \approx 0,5 \div 5$  сек), то в этих же пределах справедливо и соотношение (20.25). Если мертвая зона не слишком мала ( $r_m > 0,1 V_{0r}$ ), то для вычисления промаха можно воспользоваться кривыми рис. 13.2, определяя при этом спектральную плотность помехи  $g_{\Pi}(0)$  по формуле (20.24). Из формулы (20.24) и рис. 13.2 следует, что для уменьшения влияния амплитудных флуктуаций (при коническом сканировании) на точность самонаведения необходимо повышать частоту сканирования  $F_p$ , а также увеличивать параметр  $\mu$  равносигнальной зоны.

## в. Влияние поляризационных флуктуаций

При наличии у сигнала амплитудных и поляризационных флуктуаций напряжение на выходе антенной системы одоканального пеленгатора в случае отсутствия сканирования имеет вид

$$u(t) = \kappa_a P(t) E_m(t) \cos[\omega_0 t + \psi(t)], \quad (20.26)$$

где  $E_m(t)$  и  $\psi(t)$  — амплитудные флуктуации сигнала, а  $P(t)$  — паразитная амплитудная модуляция сигнала, вызванная флуктуациями поляризации проходящей волны.

Характеристики функции  $P(t)$  зависят от типа цели и характера ее движения, а также от поляризационных характеристик приемной антенны и передающей антенны, формирующей сигнал подсвета

цели. Действие поляризационных флуктуаций зависит также от того, применяется ли в передающей или приемной антенне сканирование. Так, например, если зондирующий сигнал имеет линейную поляризацию и плоскость этой поляризации сохраняет неизменное положение в пространстве, то действие поляризационных флуктуаций оказывается наиболее сильным в том случае, когда приемная антенна имеет линейную поляризацию и при сканировании плоскость этой поляризации вращается с частотой сканирования. При таком же зондирующем сигнале, но при применении приемной антенны с круговой поляризацией действие поляризационных флуктуаций резко ослабляется.

Из выражения (20.26) следует, что действие поляризационных флуктуаций аналогично действию флуктуаций амплитуды сигнала  $E_m(t)$ . Основным отличием процесса  $P(t)$  от  $E_m(t)$  является его значительно более медленное изменение во времени — время корреляции поляризационных флуктуаций обычно превышает одну секунду. Поэтому в одноканальных пеленгаторах с коническим сканированием мешающее влияние поляризационных флуктуаций значительно ослабляется действием системы АРУ (автоматической регулировки усиления). В двухканальных пеленгаторах (например, в пеленгаторе, изображенном на рис. 20.3) одновременно с компенсацией амплитудных флуктуаций имеет место компенсация и поляризационных флуктуаций, если приемные антенны  $A_1$  и  $A_2$  обоих каналов имеют идентичные поляризационные характеристики.

Из сказанного следует, что действие поляризационных флуктуаций оказывается наиболее сильным в системах с коническим сканированием. Но в этих системах поляризационные флуктуации оказывают обычно меньшее действие, чем амплитудные флуктуации, особенно при наличии глубокой АРУ и применении антенн с круговой поляризацией. Поэтому в дальнейшем при количественном анализе мы ограничимся рассмотрением лишь амплитудных и угловых флуктуаций сигнала.

#### г. Действие угловых флуктуаций

Как уже отмечалось выше, под угловыми флуктуациями обычно понимают флуктуации фронта проходящей волны. При таком определении действие угловых флуктуаций не зависит от свойств пеленгатора и может быть поэтому учтено введением в структурную схему системы самонаведения (рис. 6.14) внешнего углового возмущения  $\Delta\varphi_{уф}(t)$ , как показано на рис. 20.4.

Так как угловые флуктуации порождаются линейными перемещениями эффективного центра отражения цели (рис. 20.2), то при принятых выше допущениях функция  $\Delta\varphi_{уф}(t)$  оказывается обратно пропорциональной дальности  $r(t)$  от радиолокатора до цели, т. е.

$$\Delta\varphi_{уф}(t) = \frac{\Delta l_{уф}(t)}{r(t)}, \quad (20.27)$$

где  $\Delta l_{y\phi}(t)$  — линейные флуктуации эффективного центра отражения цели.

Линейные флуктуации  $\Delta l_{y\phi}(t)$  в первом приближении могут полагаться стационарным случайным процессом, имеющим нулевое среднее значение и некоторый энергетический спектр (односторонний)  $g_{\Delta l}(f)$ . Эффективная ширина этого спектра, равная по определению

$$\Delta f_{\Delta l} = \int_0^{\infty} \frac{g_{\Delta l}(f)}{g_{\Delta l}(0)} df, \quad (20.28)$$

имеет тот же порядок величины, что и для амплитудных флуктуаций сигнала. Эффективное значение линейных флуктуаций центра отражения равно

$$\Delta l_{\text{эф}} = \sqrt{\overline{\Delta l_{y\phi}^2}} = \sqrt{\int_0^{\infty} g_{\Delta l}(f) df}, \quad (20.29)$$

и обычно оказывается в несколько раз меньшим максимального линейного размера цели.

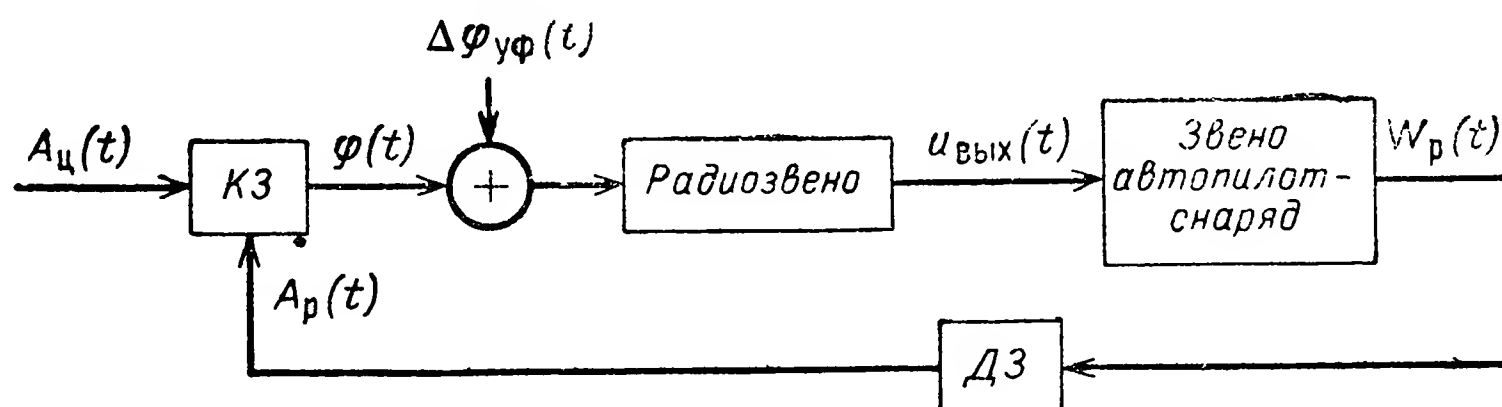


Рис. 20.4

Из соотношения (20.27) следует, что угловые флуктуации  $\Delta\varphi_{y\phi}(t)$  являются нестационарным случайным процессом, интенсивность которого возрастает по мере уменьшения расстояния  $r$ .

Приведенное ранее описание угловых флуктуаций является приближенным, так как основано на ряде допущений, и в первую очередь на допущении о малости размеров цели и апертуры антенной системы по сравнению с расстоянием  $r$  (рис. 20.1).

Более строгий анализ показывает, что характеристики процесса  $\Delta\varphi_{y\phi}(t)$  не могут считаться совершенно независимыми от свойств радиопеленгатора. В частности, они зависят от инерционности системы нормирования сигнала, применяемой в пеленгаторе (например, от инерционности системы АРУ), и от пределов линейности пеленгационной характеристики. Однако для всех известных типов пеленгаторов приведенное выше упрощенное описание угловых флуктуаций оказывается допустимым в качестве первого приближения.

Так как действие угловых флуктуаций оказывается существенным лишь на конечном участке самонаведения, при его оценке не-

обходимо учитывать как нестационарность процесса  $\Delta\varphi_{y\phi}(t)$ , так и нестационарность системы регулирования.

Оценим влияние угловых флуктуаций на точность самонаведения методом эквивалентных возмущений, изложенным в гл. 13. При этом, как следует из рис. 13.1 и 20.4, под помехой  $\Delta\varphi_{\Pi}(t)$  нужно понимать угловые флуктуации  $\Delta\varphi_{y\phi}(t)$ , т. е. полагать

$$\Delta\varphi_{\Pi}(t) = \Delta\varphi_{y\phi}(t). \quad (20.30)$$

Но из рис. 13.1 следует, что эффект на выходе (т. е. промах  $h$ ) не изменится, если вместо помехи  $\Delta\varphi_{y\phi}(t)$ , приложенной в точке 2, рассматривать помеху

$$\Delta\varphi_{y\phi}(t) r(t) = \Delta l_{y\phi}(t),$$

приложенную в точке 3, т. е. анализировать действие угловых флуктуаций, приведенных к линейному отклонению\*. Так как помеха  $\Delta l_{y\phi}(t)$  является стационарным случайным процессом с известным энергетическим спектром  $g_{\Delta l}(f)$ , то по аналогии с (13.93) в установившемся режиме справедливо следующее соотношение:

$$\sigma_h^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s_{\Delta l}(\omega) |K_{h, \Delta l}(j\omega, t_m)|^2 d\omega, \quad (20.31)$$

где

$$s_{\Delta l}(\omega) = \frac{1}{2} g_{\Delta l}\left(\frac{\omega}{2\pi}\right) \quad (20.32)$$

— двусторонний энергетический спектр процесса  $\Delta l_{y\phi}(t)$ , записанный как функция угловой частоты  $\omega$  (а не частоты  $f$ );  $K_{h, \Delta l}(s, t_m)$  — передаточная функция от точки приложения воздействия  $\Delta l$  до выхода  $h$ , т. е. передаточная функция между точками 3 и 5 на рис. 13.1, определенная для момента  $t = t_m$ .

Найдем передаточную функцию  $K_{h, \Delta l}(j\omega, t_m)$  методом эквивалентных возмущений. По определению, воздействие  $e^{st}$ , приложенное в точке 3, вызывает в точке 5 (в установившемся режиме) реакцию  $K_{h, \Delta l}(s, t) e^{st}$ . Но воздействие  $e^{st}$ , приложенное в точке 3, может быть заменено совокупностью двух воздействий: воздействия  $+e^{st}$  в точке 1 и  $-e^{st}$  в точке 4. Воздействие  $-e^{st}$  в точке 4, в свою очередь, эквивалентно воздействию  $-\left[e^{st} + \left(\frac{r_0}{V_{0r}} - t\right) se^{st}\right]$  на выходе системы, в точке 5. Следовательно, воздействие  $e^{st}$  в точке 1 вызывает реакцию

$$K_{h, \Delta l}(s, t) e^{st} + \left[e^{st} + \left(\frac{r_0}{V_{0r}} - t\right) se^{st}\right]$$

---

\* Так как рис. 13.1 соответствует плоскому случаю, то в рассматриваемом случае следует полагать  $\Delta l = \Delta x$ .



на выходе. Но, с другой стороны, воздействие  $e^{st}$  в точке 1 вызывает в точке 5 реакцию  $K_h(s, t)e^{st}$ . Следовательно, должно быть

$$K_{h, \Delta l}(s, t)e^{st} + \left[ e^{st} + \left( \frac{r_0}{V_{or}} - t \right) se^{st} \right] = K_h(s, t)e^{st}.$$

Поэтому

$$K_{h, \Delta l}(s, t_m) = K_h(s, t_m) - \left[ 1 + \left( \frac{r_0}{V_{or}} - t_m \right) s \right]. \quad (20.33)$$

Здесь  $K_h(s, t)$  — передаточная функция системы от входа (точка 1) до выхода (точка 5), методика вычисления которой была уже рассмотрена в гл. 13. Поэтому интересующая нас в данном случае передаточная функция  $K_{h, \Delta l}(s, t_m)$  может быть вычислена по формуле (20.33).

В простейшем случае, когда промах  $h$  определяется по приближенной формуле (13.77), выражение (20.33) принимает вид

$$K_{h_1, \Delta l}(s, t_m) = K_{h_1}(s, t_m) - 1. \quad (20.34)$$

и для типичного случая, рассмотренного в гл. 13, при котором  $K_{h_1}(s, t)$  определяется формулой (13.84), получается

$$K_{h_1, \Delta l}(s, t_m) = \left( \frac{Ts}{1 + Ts} \right)^3 - 1, \quad (20.35)$$

При этом

$$K_{h_1, \Delta l}(j\omega, t_m) = \left( \frac{j\omega T}{1 + j\omega T} \right)^3 - 1,$$

и формула (20.31) дает

$$\sigma_{h_1}^2 = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g_{\Delta l} \left( \frac{\omega}{2\pi} \right) |K_{h_1, \Delta l}(j\omega, t_m)|^2 d\omega, \quad (20.36)$$

где

$$|K_{h_1, \Delta l}(j\omega, t_m)|^2 = \frac{1 + 3\omega^2 T^2 + 9\omega^4 T^4}{(1 + \omega^2 T^2)^3}. \quad (20.37)$$

Из (20.37) следует, что полоса пропускания, соответствующая частотной характеристике

$$|K_{h_1, \Delta l}(j\omega, t_m)|,$$

равна

$$\Delta f_{0,7} \approx \frac{0,7}{T} \quad (20.38)$$

и при  $T \geq 0,2 \div 0,4$  сек получается  $\Delta f_{0,7} \leq 2 \div 4$  гц. Ширина же спектра угловых флуктуаций на сантиметровых волнах обычно значи-



тельно больше. Поэтому при  $T \geq 0,2 \div 0,4$  сек в формуле (20.36) можно в первом приближении полагать

$$g_{\Delta l} \left( \frac{\omega}{2\pi} \right) \approx g_{\Delta l}(0),$$

т. е. считать угловые флуктуации белым шумом. При этом формула (20.36) дает

$$\sigma_{h_1, \Delta l}^2 = \frac{33}{32} \frac{g_{\Delta l}(0)}{T}. \quad (20.39)$$

С учетом соотношений (20.28) и (20.29) эту формулу можно представить также в следующем виде:

$$\sigma_{h_1, \Delta l}^2 \approx \frac{33}{32} \frac{(\Delta l_{\text{эф}})^2}{\Delta f_{\Delta l}} \frac{1}{T}, \quad (20.40)$$

где  $\Delta f_{\Delta l}$  — эффективная ширина спектра угловых флуктуаций, определяемая соотношением (20.28);  $\Delta l_{\text{эф}}$  — эффективное значение линейных флуктуаций центра отражения цели, называемое иногда эффективным линейным размером цели.

Смысл формулы (20.40) становится очевидным, если учесть, что  $\frac{(\Delta l_{\text{эф}})^2}{\Delta f_{\Delta l}} = g_{\Delta l}(0)$  — спектральная плотность угловых флуктуаций, а величина  $\frac{1}{T}$  пропорциональна полосе пропускания системы [см. формулу (20.38)].

Формулы (20.39) и (20.40) получены в предположении, что промах определяется по приближенной формуле (13.77) [или (13.77'')], т. е. без учета влияния мертвой зоны. С учетом влияния мертвой зоны [т. е. при  $\tau = \left( \frac{r_0}{V_{or}} - t_m \right) \neq 0$ ] вместо формулы (20.34) приходится пользоваться более общим выражением (20.33), и вычисления получаются более громоздкими. Результаты этих вычислений, выполненных в [95] для  $\frac{r_{m3}}{V_{or}} \approx 0,1$  сек, приведены на рис. 20.5. Там же для сравнения нанесена кривая, вычисленная по формуле (20.39), т. е. соответствующая случаю, когда  $\frac{r_{m3}}{V_{or}} \approx 0$ . При этом обозначено

$$h_{\text{эф } \Delta l} = \sqrt{\sigma_{h, \Delta l}^2} \quad (20.41)$$

— эффективное значение промаха, вызванного угловыми флуктуациями сигнала.

При  $T \leq 0,2$  сек кривые, изображенные на рис. 20.5, становятся неточными вследствие того, что оказывается несправедливой аппроксимация угловых флуктуаций белым шумом. При значениях же постоянной времени  $T$ , значительно превышающих 1 сек, кривые также становятся менее точными, так как они получены в пред-

положении, что к концу самонаведения достигается установившийся режим. [Формула (20.31) справедлива только для установившегося режима].

Итак, при значениях постоянной времени системы  $T$  порядка 0,2—2 сек (что обычно и имеет место на практике) эффективное значение промаха, вызываемого угловыми флуктуациями, может быть приближенно оценено по формуле (20.39) или (20.40) или по кривым, изображенным на рис. 20.5.

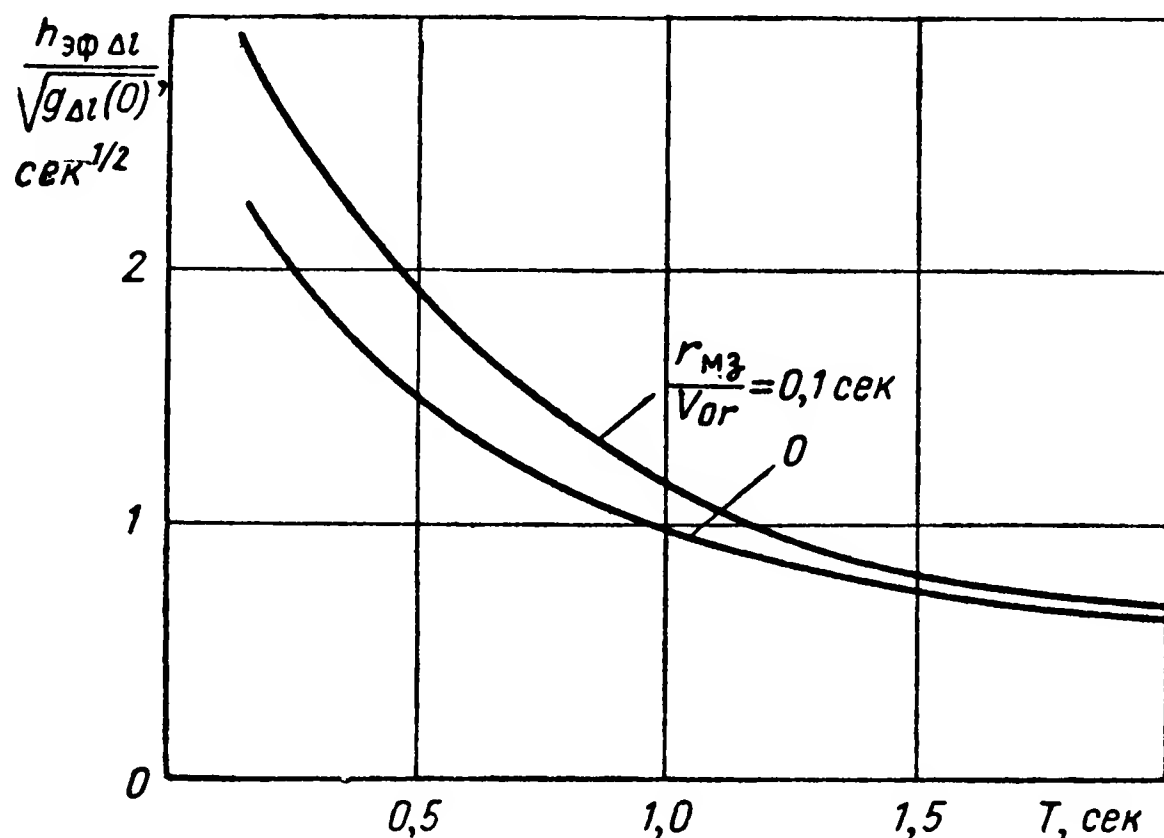


Рис. 20.5

Так как действие амплитудных и угловых флуктуаций можно в первом приближении считать независимым, то эффективное значение промаха, вызванного совместным действием амплитудных и угловых флуктуаций сигнала, равно

$$h_{эф} = \sqrt{h_{эф а}^2 + h_{эф \Delta l}^2}, \quad (20.42)$$

где  $h_{эф а}$  — эффективное значение промаха, вызванное амплитудными флуктуациями сигнала.

С учетом динамической ошибки  $h_d$  средний квадрат результирующего промаха равен\*

$$h_{эф р} = \sqrt{h_d^2 + h_{эф а}^2 + h_{эф \Delta l}^2}. \quad (20.43)$$

Параметры системы должны быть выбраны таким образом, чтобы обеспечить минимум этого результирующего промаха.

Рассмотрим в качестве примера простейший случай, когда промах определяется по приближенной формуле (13.77'). При этом

\* Формула (20.43) точна, если динамическая ошибка сравнительно невелика и можно пренебречь ее влиянием на действие флуктуаций сигнала.

в соответствии с формулами (20.25) и (20.40) имеем для системы с коническим сканированием:

$$h_{\text{эф а}}^2 = \frac{9}{32} V_{0r}^2 T \frac{1}{\mu^2} g_{\text{аф}}(F_p), \quad (20.44)$$

$$h_{\text{эф } \Delta l}^2 = \frac{(\Delta l_{\text{эф}})^2}{\Delta f_{\text{э } \Delta l}} \cdot \frac{1}{T}. \quad (20.45)$$

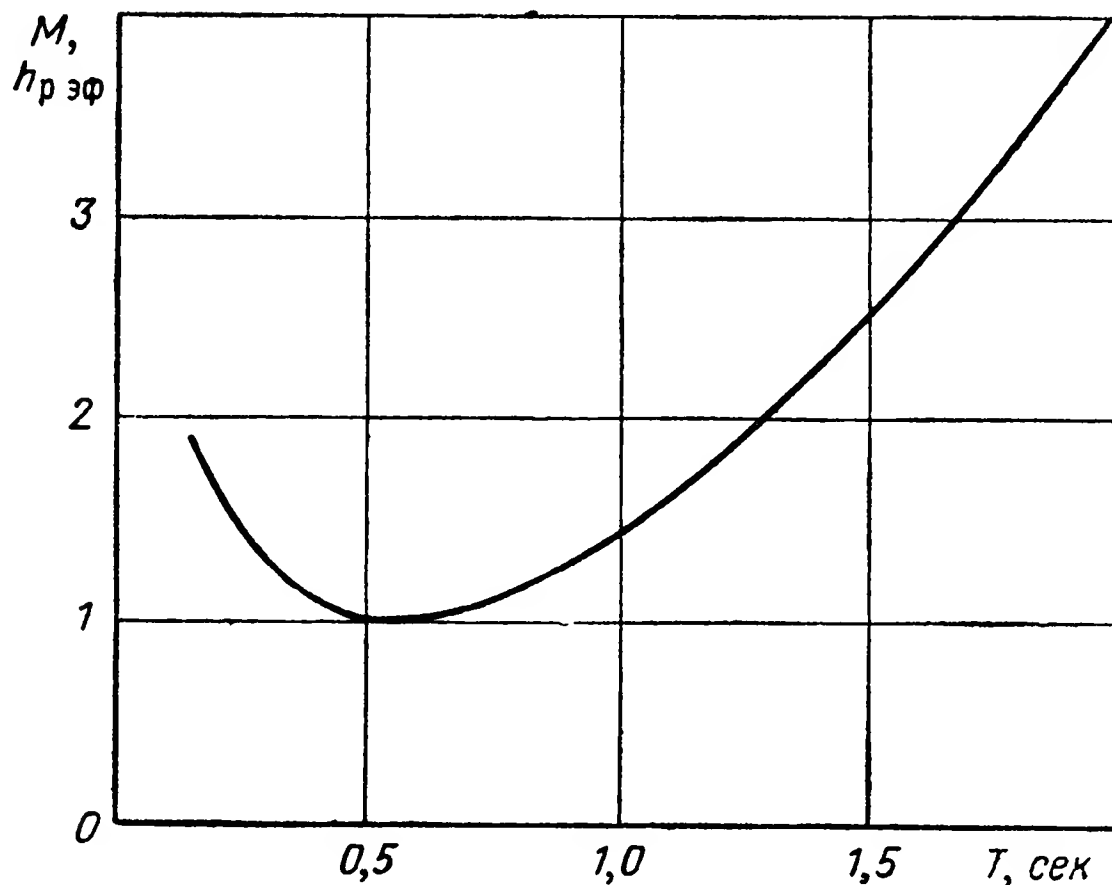


Рис. 20.6

Максимальное значение динамической ошибки  $h_{\text{д}}$ , имеющее место при возникновении маневра цели в наипаснейший момент времени, определяется формулой (13.91) и равно

$$h_{\text{д макс}} \approx 0,28 W_{\text{ц}} T^2.$$

Полагая, что при усреднении по всем возможным моментам возникновения маневра цели динамическая ошибка должна быть меньше этого максимального значения примерно в 3 раза, положим

$$h_{\text{дин}} \approx 0,1 W_{\text{ц}} T^2.$$

Производя далее усреднение по всем возможным значениям ускорения цели  $W_{\text{ц}}^2$ , получим

$$\overline{h_{\text{дин}}^2} \approx 0,01 \overline{W_{\text{ц}}^2} T^4. \quad (20.46)$$

С учетом соотношений (20.44), (20.45) и (20.46) формула (20.43) дает

$$h_{\text{эф р}} = \sqrt{0,01 \overline{W_{\text{ц}}^2} T^4 + \frac{9}{32} V_{0r}^2 \frac{1}{\mu^2} g_{\text{аф}}(F_p) T + \frac{(\Delta l_{\text{эф}})^2}{\Delta f_{\text{э } \Delta l}} \frac{1}{T}}. \quad (20.47)$$

Из этой формулы следует, что существует некоторое оптимальное значение  $T_{\text{опт}}$  постоянной времени  $T$ , при котором промах получается минимальным. Пусть, например,

$$\sqrt{\overline{W}_{\text{ц}}^2} = 10 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2},$$

$$V_{0r} = 1000 \frac{\text{м}}{\text{сек}}, \quad g_{\text{эф}}(F_p) = 5 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{гц}},$$

$$\mu = 20 \frac{1}{\text{рад}}, \quad \Delta l_{\text{эф}} = 2 \text{ м} \quad \text{и} \quad \Delta f_{\Delta l} = 10 \text{ гц};$$

тогда из формулы (20.47) получаем

$$h_{\text{эфр}} = \sqrt{T^4 + 0,35 T + \frac{0,45}{T}}.$$

По этой формуле построена зависимость  $h_{\text{эфр}}$  от  $T$ , приведенная на рис. 20.6, которая показывает, что в данном случае  $T_{\text{опт}} \approx 0,5 \text{ сек}$ . Это значение находится в пределах справедливости приведенных выше соотношений (т. е. в пределах  $0,5 \text{ сек} \leq T \leq 5 \text{ сек}$ ). Конечно, приведенный здесь расчет промаха является весьма приближенным, но он позволяет правильно оценить порядок величины эффективного значения результирующего промаха и значения оптимальной постоянной времени системы.

### § 20.3. ВЛИЯНИЕ ОБТЕКАТЕЛЯ

Носовая часть корпуса ракеты, внутри которой расположена антенная система радиотехнической головки самонаведения, называемая обтекателем, изготавливается из материала, обладающего возможно большей прозрачностью для радиоволн. Однако вследствие необходимости обеспечения высокой механической прочности и теплостойкости обтекателя, обычно не удается сделать его прозрачность настолько совершенной, чтобы можно было не считаться с затуханием и особенно преломлением радиоволн в обтекателе. В то время как затухание радиоволн в обтекателе вызывает лишь некоторое, обычно не очень существенное, уменьшение дальности действия системы, преломление радиоволн приводит к уменьшению точности самонаведения, а при неблагоприятных условиях — даже к нарушению устойчивости управления.

Для анализа влияния преломления радиоволн в обтекателе рассмотрим рис. 20.7.

На этом рисунке приняты следующие обозначения:

$z_p$  — продольная ось ракеты, совпадающая с осью симметрии обтекателя;

$z_a$  — ось равносигнальной зоны антенной системы  $A$ , размещенной внутри обтекателя;

$N$  — фиксированное в пространстве направление;

$\vec{r}$  — истинное значение направления ракета — цель;  
 $\vec{r}_1$  — кажущееся направление ракета — цель, отличающееся на угол  $\Delta\varphi_{об}$  от истинного направления  $\vec{r}$  вследствие преломления радиоволн в обтекателе.

Из рис. 20.7 следует, что наличие обтекателя приводит к тому, что для координатора (радиолокатора) роль истинной угловой ко-

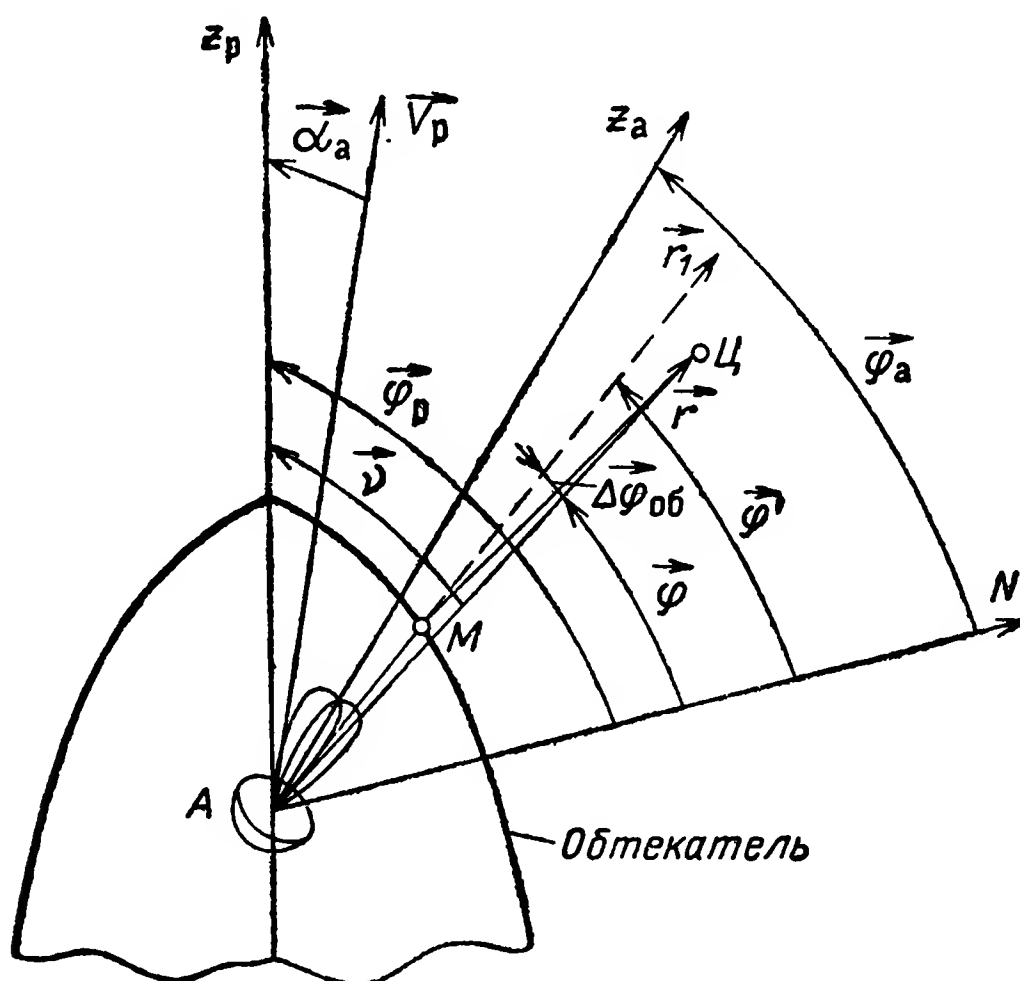


Рис. 20.7

ординаты цели  $\vec{\varphi}$  начинает играть кажущаяся (фиктивная) угловая координата цели  $\vec{\varphi}'$ , отличающаяся от  $\vec{\varphi}$  на величину ошибки

$$\vec{\Delta\varphi_{об}} = \vec{\varphi} - \vec{\varphi}'. \quad (20.48)$$

Ошибка обтекателя  $\vec{\Delta\varphi_{об}}$  зависит от угла  $\vec{v}$  между измеряемым направлением на цель и продольной осью  $z_p$  ракеты. Если этот угол равен нулю, то равна нулю и величина ошибки  $\Delta\varphi_{об}$ . Поэтому удобно полагать

$$\vec{\Delta\varphi_{об}} = \vec{K_{об}} \vec{v}. \quad (20.49)$$

При малых значениях угла  $v$  величина  $\vec{K_{об}}$  может рассматриваться как коэффициент пропорциональности, не зависящий от  $v$ ; в противном же случае  $\vec{K_{об}}$  является некоторым параметром обтекателя, зависящим от  $\vec{v}$ . Кроме того, параметр  $\vec{K_{об}}$  оказывается различным

для различных экземпляров обтекателя одного и того же типа. Вследствие этого влияние ошибки  $\overrightarrow{\Delta\varphi_{об}}$  не удастся устранить методами компенсации.

В дальнейшем для простоты ограничимся рассмотрением случая, когда все углы, указанные на рис. 20.7, расположены в одной пло-

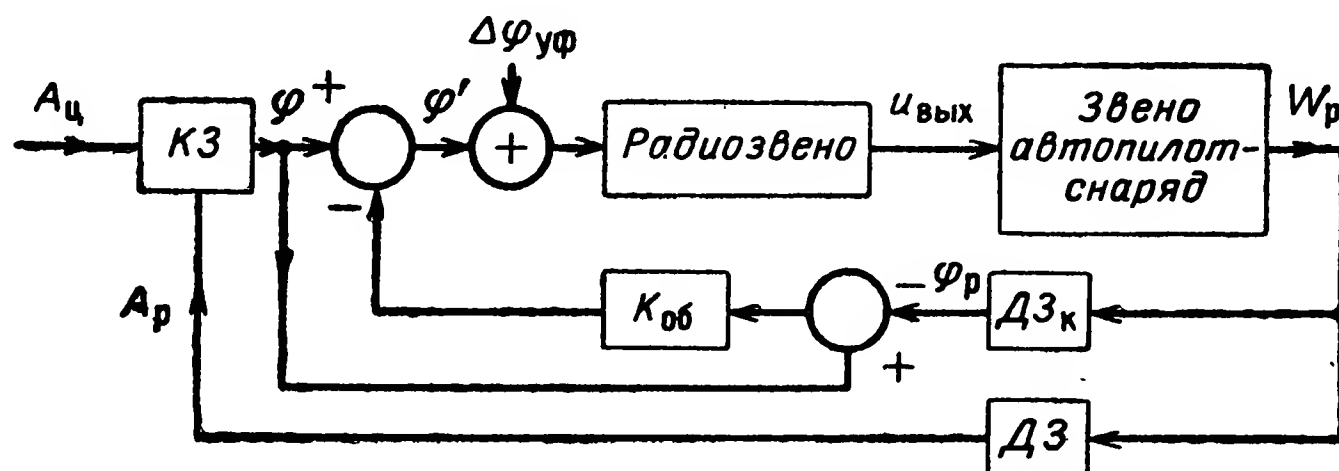


Рис. 20.8

скости, т. е. рассмотрим действие лишь одного из каналов управления. При этом соотношения (20.48) и (20.49) принимают вид

$$\Delta\varphi_{об} = \varphi - \varphi' \quad (20.50)$$

и

$$\Delta\varphi_{об} = K_{об} v, \quad (20.51)$$

а из рис. 20.7 имеем

$$v = \varphi - \varphi_p; \quad (20.52)$$

поэтому

$$\varphi' = \varphi - K_{об} (\varphi - \varphi_p) \quad (20.53)$$

или

$$\varphi' = (1 - K_{об}) \varphi + K_{об} \varphi_p. \quad (20.54)$$

Итак, наличие обтекателя приводит к тому, что радиозвено системы самонаведения реагирует не на угол  $\varphi$ , а на угол  $\varphi'$ , связанный с углом  $\varphi$  соотношением (20.53) или (20.54). При отсутствии обтекателя, как следует из (20.49), нужно полагать

$$K_{об} = 0. \quad (20.55)$$

Из соотношения (20.53) следует, что если без учета действия обтекателя структурная схема системы самонаведения имеет вид, изображенный на рис. 20.4, то с учетом действия обтекателя она должна быть видоизменена, как показано на рис. 20.8.

Здесь  $ДЗ_k$  — динамическое звено, учитывающее связь между угловым положением корпуса ракеты  $\varphi_p$  и поперечным ускорением ракеты  $W_p$ .

Приближенное выражение передаточной функции этого звена нетрудно получить из следующих соотношений:

$$W_p(t) = V_p \frac{d(\varphi_p - \alpha_a)}{dt}, \quad (20.56)$$

где в соответствии с рис. 20.7  $\frac{d(\varphi_p - \alpha_a)}{dt}$  есть угловая скорость вращения вектора скорости ракеты, а  $\alpha_a$  — угол атаки.

С другой стороны, при небольших значениях угла атаки  $\alpha_a$  подъемная сила, а следовательно, и поперечное ускорение пропорционально углу атаки, т. е.

$$W_p(t) = K_w \alpha_a(t). \quad (20.57)$$

Из (20.56) и (20.57) имеем (при нулевых начальных условиях)

$$\varphi_p(t) = K_d(p) W_p(t), \quad (20.58)$$

где

$$K_d(p) = \frac{1}{K_w} + \frac{1}{V_p p}. \quad (20.59)$$

Следовательно, передаточная функция динамического звена  $DZ_k$  описывается соотношением (20.59).

Из рис. 20.8 следует, что наличие обтекателя приводит к появлению дополнительной цепи обратной связи. Физический смысл этой обратной связи состоит в том, что вследствие преломления радиоволн в обтекателе результаты измерения угловой скорости линии визирования цели зависят кроме прочих факторов от положения, занимаемого в пространстве обтекателем, а значит, и корпусом ракеты. Следовательно, действие обтекателя приводит к тому, что положение корпуса ракеты влияет на результаты пеленгации цели, даже если антенная система установлена на идеально стабилизированной платформе, полностью устраняющей влияние положения корпуса ракеты на положение антенной системы пеленгатора. Наличие этой паразитной обратной связи «через корпус ракеты и обтекатель» может существенно ухудшить качество управления, а при неблагоприятных параметрах системы привести даже к потере устойчивости управления.

Структурная схема, изображенная на рис. 20.8, была получена при описании действия обтекателя соотношением (20.53). Если вместо этого соотношения используется полностью эквивалентное ему уравнение (20.54), то структурная схема системы принимает вид, изображенный на рис. 20.9. Из сравнения рис. 20.9 и 20.8 видно, что в структурной схеме рис. 20.9 обтекатель представлен не одним звеном  $K_{об}$ , а двумя звеньями: с передаточными функциями  $K_{об}$  и  $(1 - K_{об})$ . Это обстоятельство делает схему рис. 20.9 менее удобной



для моделирования. Но структурная схема рис. 20.9 удобнее для аналитических расчетов, так как в ней отсутствует дополнительная ветвь связи от выхода кинематического звена ко входу звена  $K_{об}$ .

Из рис. 20.9 следует, что с учетом действия обтекателя результирующая передаточная функция участка структурной схемы между точками  $A$  и  $B$  равна (в линейном режиме и при замораживании параметров)

$$K_{AB}(p) = \frac{(1 - K_{об}) K_{рз}(p) K_{а-с}(p)}{1 - K(p)}, \quad (20.60)$$

где

$$K(p) = K_{об} K_d(p) K_{рз}(p) K_{а-с}(p). \quad (20.61)$$

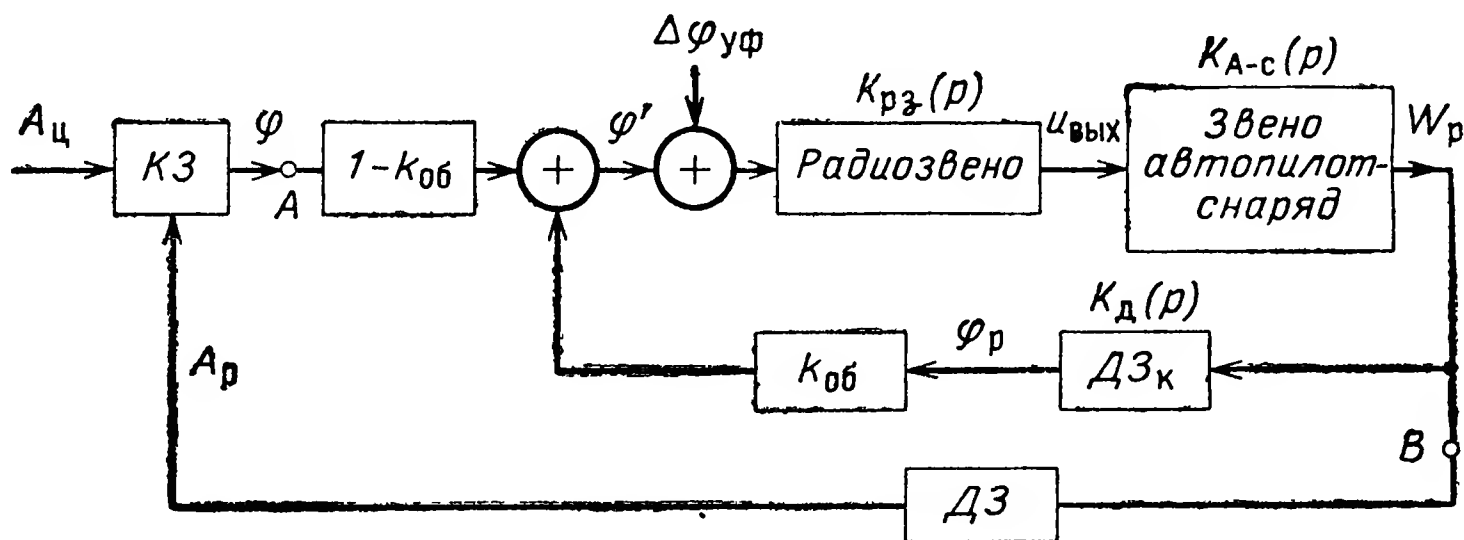


Рис. 20.9

При отсутствии искажающего действия обтекателя ( $K_{об} = 0$ ) передаточная функция этого участка структурной схемы равна

$$K_{0, AB}(p) = K_{рз}(p) K_{а-с}(p), \quad (20.62)$$

где  $K_{рз}(p)$  и  $K_{а-с}(p)$  — передаточные функции соответственно радиозвена и звена автопилот-снаряд.

При идеализированном законе пропорционального наведения, как отмечалось ранее,

$$K_{0, AB}(p) = cV_p p, \quad (20.63)$$

где  $c$  — навигационная постоянная.

В реальной системе с учетом инерционности радиозвена и звена автопилот-снаряд можно приближенно полагать

$$K_{0, AB}(p) = \frac{cV_p p}{\left(1 + \frac{2\xi_r}{\omega_r} p + \frac{p^2}{\omega_r^2}\right) \left(1 + \frac{2\xi_a}{\omega_a} p + \frac{p^2}{\omega_a^2}\right)}, \quad (20.64)$$

где  $\omega_r$  и  $\omega_a$  — собственные круговые частоты, а  $\xi_r$  и  $\xi_a$  — коэффициенты демпфирования радиозвена (с индексом  $r$ ) и звена автопилот-снаряд (с индексом  $a$ ).

Очевидно, выражение (20.64) соответствует аппроксимации радиозвена и звена автопилот-снаряд инерционными звеньями второго порядка.

Так как обычно

$$K_{об} \ll 1, \quad (20.65)$$

то основное действие обтекателя сводится к ухудшению устойчивости системы.

Из схемы, изображенной на рис. 20.9, и выражений (20.60) и (20.61) следует, что устойчивость внутреннего кольца схемы, изображенной на рис. 20.9, определяется видом передаточной функций  $K(p)$ . С учетом соотно-

шений (20.59) и (20.64) эта передаточная функция может быть представлена в следующем виде:

$$K(p) = \frac{K_{об} c \left(1 + \frac{V_p}{K_w} p\right)}{\left(1 + \frac{2\xi_r}{\omega_r} p + \frac{p^2}{\omega_r^2}\right) \left(1 + \frac{2\xi_a}{\omega_a} p + \frac{p^2}{\omega_a^2}\right)}. \quad (20.66)$$

Анализ этой передаточной функции, проведенный в [49] с помощью логарифмических амплитудно-частотных характеристик, дал следующие результаты (в предположении, что

$$\omega_a > \omega_r > \frac{K_w}{V_p} \text{ и } \xi_a < \xi_r):$$

если  $K_{об} > 0$ , то предельное значение величины  $K_{об}$ , соответствующее границе устойчивости, равно

$$K_{об_1 \text{ макс}} \approx \frac{2\xi_r K_w}{c V_p \omega_r}; \quad (20.67)$$

если же  $K_{об} < 0$ , то предельное значение модуля величины  $K_{об}$ , при котором еще сохраняется устойчивость, равно

$$|K_{об_2}|_{\text{макс}} \approx \frac{2\xi_a K_w \omega_a}{c V_p \omega_r^2}. \quad (20.68)$$

Отсюда следует, что при данном значении величины  $|K_{об}|$  вредное действие обтекателя будет тем меньше, чем меньше навигационная постоянная  $c$  и собственная частота радиозвена  $\omega_r$  и чем больше коэффициенты демпфирования  $\xi_r$  и  $\xi_a$ , собственная частота звена автопилот-снаряд  $\omega_a$  и коэффициент передачи  $K_w$ , связывающий поперечное ускорение с углом атаки. Из формул (20.67) и (20.68) следует, что

$$\frac{|K_{об_2}|_{\text{макс}}}{K_{об_1 \text{ макс}}} = \frac{\xi_a \omega_a}{\xi_r \omega_r} \sim 1, \quad (20.69)$$

т. е. опасные положительные и отрицательные значения параметра  $K_{об}$  имеют одинаковый порядок величины.

Пусть, например,  $\xi_r = 1,4$ ;  $\xi_a = 1$ ;  $\omega_r = 20 \frac{1}{\text{сек}}$ ;  $\omega_a = 40 \frac{1}{\text{сек}}$ ;  $V_p = 1000 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$  и  $c = 5$ .

Тогда из формул (20.67) и (20.68) получим

$$\left. \begin{aligned} K_{об_1 \text{ макс}} &\approx 2,8 \cdot 10^{-5} K_w, \\ |K_{об_2}|_{\text{макс}} &\approx 4 \cdot 10^{-5} K_w, \end{aligned} \right\} \quad (20.70)$$

где  $K_w$  — в  $\frac{\text{м}}{\text{сек}^2 \text{рад}}$ .

Из (20.57) следует, что  $K_w = \frac{W_p}{\alpha_a}$ .

На малых высотах плотность воздуха велика и небольшие углы атаки вызывают большие поперечные ускорения, например, при  $\alpha_a = 6^\circ = 0,1 \text{ рад}$  ускорение может достигать величины  $W_p = 10 g = 100 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}$ ; при этом

$$K_w = \frac{100}{0,1} = 1000 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2 \text{рад}}.$$

На больших высотах плотность воздуха резко убывает и при том же значении угла атаки  $\alpha_a = 0,1 \text{ рад}$  поперечное ускорение ракеты может быть несравненно меньшим, например, может быть

$$W_p = 0,5 g = 5 \frac{м}{сек^2}.$$

т. е.

$$K_w = 50 \frac{м}{сек^2 \text{ рад}}.$$

Из (20.70) следует, что

$$|K_{об}|_{\text{макс}} = 3 \div 4 \cdot 10^{-2}$$

при

$$K_w = 1000 \frac{м}{сек^2 \text{ рад}}$$

и

$$|K_{об}|_{\text{макс}} = 1,5 \div 2 \cdot 10^{-3}$$

при

$$K_w = 50 \frac{м}{сек^2 \text{ рад}}.$$

Примеры расчета показывают, что допустимые значения параметра  $K_{об}$  весьма малы, особенно при больших высотах полета ракеты. Поэтому необходимо стремиться как к всемерному уменьшению искажений, вносимых обтекателем (уменьшению параметра  $K_{об}$ ), так и к соответствующему выбору параметров системы управления.

### К о н т р о л ь н ы е в о п р о с ы

1. Какова физическая природа амплитудных, угловых и поляризационных флуктуаций сигнала и в чем заключаются особенности их действия в системах самонаведения?

2. Докажите, что действие угловых флуктуаций на систему самонаведения может быть приближенно учтено введением в структурную схему системы (рис. 20.4) мешающего возмущения  $\Delta\varphi_{уф}(t)$ , связанного с линейными флуктуациями эффективного центра отражения цели соотношением (20.27).

3. При каких основных допущениях получены кривые, изображенные на рис. 20.5 и 20.6. Почему они перестают быть справедливыми при  $T \rightarrow 0$  и при  $T \rightarrow \infty$ ?

4. Докажите, что действие обтекателя может быть приближенно учтено введением в структурную схему системы самонаведения одного звена с передаточной функцией  $K_{об}$ , как показано на рис. 20.8, или двух звеньев с передаточными функциями  $K_{об}$  и  $(1 - K_{об})$ , как показано на рис. 20.9. Какая из этих схем и в каком случае оказывается более удобной?

5. Какие неприятные последствия в действии системы самонаведения вызывает неидеальность обтекателя? Почему влияние этой неидеальности на больших высотах полета ракеты оказывается более сильным, чем на малых высотах?

Литература [1, 2, 3, 4, 33, 49, 94, 95].

## ДАЛЬНОСТЬ ДЕЙСТВИЯ СИСТЕМ САМОНАВЕДЕНИЯ

### § 21.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПОДГОТОВИТЕЛЬНОГО И НАЧАЛЬНОГО ЭТАПОВ САМОНАВЕДЕНИЯ

Самонаведение управляемого снаряда становится возможным, начиная с того момента, когда РЛГС осуществила захват сигнала, отраженного от атакуемой цели. Под захватом здесь понимается процесс, непосредственно приводящий к переводу головки самонаведения в режим радиолокационного слежения за отраженным сигналом. Уточним понятие радиолокационного слежения применительно к двум простейшим формам сигнала: 1) импульсный некогерентный сигнал и 2) непрерывный немодулированный сигнал.

При импульсном сигнале головка самонаведения имеет, как правило, селекцию целей по дальности. Поэтому для слежения за отраженным сигналом необходим не только достаточно малый угол между направлением на цель и равносигнальным направлением бортовой антенной системы, но и требуется слежение за целью по дальности, осуществляемое автоселектором, входящим в состав радиозвена и стробирующим его угломерный канал. Итак, при импульсном сигнале слежение за отраженным сигналом означает слежение за ним по углу и по дальности.

При непрерывном сигнале для повышения избирательности головок самонаведения обычно используют то обстоятельство, что сигналы, отраженные от целей, движущихся с различными скоростями, имеют различные частоты из-за эффекта Доплера. Селекция целей по скорости осуществляется применением угломерного канала с весьма узкой полосой пропускания в сочетании с блоком частотной автоподстройки. В таких головках слежение за отраженным сигналом означает слежение за ним по углу и частоте (радиальной скорости цели).

В соответствии со сказанным захват импульсного некогерентного сигнала состоит в его захвате по углу и дальности, а непрерывного немодулированного — по углу и скорости.

Непосредственной подготовке реактивного снаряда к старту предшествует обнаружение цели и слежение за ней, выполняемые радиолокатором системы управления. В течение этого подготови-

тельного этапа принимается решение об атаке цели, измеряются точно ее координаты и вектор скорости и рассчитываются направление и момент выстрела. Таким образом, радиолокатор располагает достаточно точной информацией об угловых координатах цели, ее дальности и скорости, за которыми должна следить головка самонаведения. Отметим, что значения этих параметров соответствуют системе координат, связанной с радиолокатором.

Возможны три вида условий, в которых происходит захват отраженного сигнала головкой самонаведения: 1) при захвате сигнала в головку из радиолокатора вводится вся необходимая информация о параметрах цели; 2) при захвате сигнала головкой информация о параметрах цели, имеющаяся в радиолокаторе, совершенно не используется; 3) при захвате сигнала поступающая из радиолокатора в головку информация о цели является неполной.

Рассмотрим каждое из трех условий более подробно.

Наиболее благоприятными для головки являются условия первого вида, так как в этом случае полностью отпадает надобность в каком-либо поиске цели по углу и по дальности (скорости). Режим слежения принудительно устанавливается в головке радиолокатором, и следует лишь проверить, сохраняется ли этот режим при переходе на автономный радиоприем отраженного сигнала (не возникает ли срыв слежения). Параметры цели, вводимые в головку при захвате, должны соответствовать бортовой системе координат снаряда.

Как показано в гл. 9, на борту снаряда имеются две системы координат: измерительная, связанная с антенной системой головки, и исполнительная, связанная с корпусом ракеты. Значения дальности цели и ее радиальной скорости одинаковы в обеих указанных системах координат. Что касается угловых координат цели, то они должны соответствовать исполнительной системе координат, так как на основе вводимой из радиолокатора угловой информации должно быть установлено требуемое положение равносигнального направления антенной системы головки, т. е. осей измерительной системы координат.

Реализовать условия первого вида проще всего, если радиолокатор и реактивный снаряд при захвате сигнала головкой находятся в непосредственной близости друг от друга и взаимно неподвижны. В этом случае дальность и скорость цели для радиолокатора и снаряда практически совпадают, а угловые координаты цели в обеих системах отсчета связаны весьма простыми математическими соотношениями. При этом следует учитывать, что инструментальные ошибки и действие помех вносят в координаты цели, измеренные радиолокатором, определенные погрешности. При пространственно разнесенных радиолокаторе и снаряде, находящихся к тому же во взаимном движении, ситуация сильно осложняется. Радиолокатор должен следить не только за целью, но и за снарядом; приведение параметров цели к исполнительной системе координат снаряда тре-

бует значительно более сложных математических операций, а для передачи вычисленных координат на борт снаряда необходимы соответствующие каналы связи. Одновременно со значительным усложнением аппаратуры возрастают инструментальные ошибки и усиливается действие помех, что увеличивает погрешности целеуказания, получаемого радиозвеном снаряда.

Условия второго вида, когда целеуказание от радиолокатора полностью отсутствует, являются для радиозвена снаряда наименее благоприятными. Прежде всего, блоки поиска цели, необходимые в этом случае, усложняют бортовую аппаратуру снаряда. Если поиск по дальности или скорости может быть выполнен сравнительно простыми средствами (работающий в поисковом режиме автоселектор по дальности или блок частотной автоподстройки), то осуществление достаточно быстрого поиска по угловым координатам, проводимого в пределах значительного телесного угла, связано с серьезными трудностями.

Кроме того, для успешного поиска и захвата отраженного сигнала нужно иметь большее отношение сигнал/шум, чем для поддержания режима слежения, что требуется при условиях первого вида. Дело в том, что захват сигнала сопровождается значительно более интенсивными переходными процессами в угломерной и дальномерной следящих системах головки, чем те, которые имеют место в режиме слежения. В результате предельная дальность, на которой может быть осуществлен захват цели при условиях второго вида, получается меньше, чем при условиях первого вида. Проигрыш в отношении сигнал/шум во втором случае по сравнению с первым тем больше, чем выше требуемая скорость поиска, так как это усиливает переходные процессы, сопровождающие захват сигнала.

Условия третьего вида, когда целеуказание от радиолокатора является неполным, занимают промежуточное место между условиями первого и второго видов. Неполнота информации о цели может носить различный характер. В одних случаях она может состоять в том, что в головку поступают достаточно точные сведения об одной части параметров и не поступает никаких сведений о другой. Это позволяет избежать применения части поисковых блоков (как указано выше, в первую очередь желательно отсутствие поиска по углу). В других случаях для всех параметров цели даются лишь их ориентировочные значения. При этом оказывается необходимым полный комплект поисковых блоков, но сокращается диапазон поиска, что упрощает выполнение этих блоков и дает возможность либо снизить скорость поиска, либо сократить необходимое для поиска время с вытекающими из этого преимуществами. Наконец, возможны случаи, являющиеся промежуточными между двумя указанными выше.

Если РЛГС захватила цель и начался процесс самонаведения, то не исключена возможность срыва слежения за отраженным сигналом, возникающего под действием тех или иных помех. В связи



с этим в головке самонаведения могут быть предусмотрены вторичные поиск и захват сигнала. К вторичным поиску и захвату относятся все соображения, высказанные ранее применительно к первичным поиску и захвату. Вместе с тем отметим следующие особенности вторичной процедуры: 1) во время вторичных поиска и захвата радиолокатор и снаряд находятся во взаимном движении, что затрудняет передачу головке точного целеуказания от радиолокатора, т. е. создание условий первого вида; 2) на борту снаряда может быть сохранена и использована информация, имевшаяся о цели к моменту срыва слежения за ней, что делает обстановку эквивалентной условиям третьего вида.

Из приведенного описания возможных условий захвата цели головкой самонаведения вытекает, что, хотя конкретные условия захвата могут быть весьма разнообразными, можно выделить для дальнейшего анализа две характерные ситуации. Одна из них соответствует условиям первого вида и приводит к изучению срыва сопровождения цели в радиозвене, находившемся до этого в режиме слежения. Другая ситуация — это захват цели в поисковом режиме, причем диапазон поиска зависит от степени полноты информации о цели, имеющейся в головке самонаведения перед началом поисковой процедуры.

Применительно к первой ситуации введем понятие о реальной чувствительности головки самонаведения в режиме сопровождения цели (чувствительность первого рода). Чувствительностью первого рода головки самонаведения назовем минимальный уровень нормального входного сигнала, при котором срыв сопровождения цели, вызванный внутренним шумом головки и возникающий в течение заданного интервала времени, имеет заданную достаточно малую вероятность. Для того чтобы уточнить понятие чувствительности первого рода, приведем следующие дополнительные пояснения.

Понятие чувствительности первого рода сформулировано выше применительно к головкам, в которых отсутствует вторичный поиск по углу (как уже отмечалось ранее, осуществление такого поиска связано со значительными техническими трудностями). Под срывом сопровождения цели понимается здесь срыв слежения за ней по угловым координатам. Срыв по углу приводит при отсутствии вторичного углового поиска к полному нарушению процесса самонаведения (случайное восстановление режима слежения под действием флуктуаций является настолько маловероятным, что с ним можно не считаться).

Помимо срыва по углу в головке самонаведения возможен также срыв слежения по дальности (скорости). Если головка не имеет никаких блоков вторичного поиска цели, то срыв слежения по дальности (скорости) практически неизбежно приводит к срыву слежения по углу. Итак, срыв слежения по углу может вызываться как непосредственным воздействием внутреннего шума на угломерный канал головки, так и косвенным воздействием через автоселектор по даль-



ности или блок частотной автоподстройки. При наличии соответствующих блоков поиска вторичный захват по дальности или скорости может происходить настолько быстро, что срыв слежения по углу не наступает.

Входящая в определение чувствительности первого рода вероятность срыва сопровождения цели должна быть задана исходя из требований к эффективности системы самонаведения в целом, т. е. из полной вероятности поражения цели.

При выборе интервала времени, которому соответствует указанная выше вероятность, необходимо принимать во внимание, что сближение снаряда с целью приводит к непрерывному улучшению отношения сигнал/шум. Поэтому в процессе полета снаряда срыв слежения за целью за счет внутреннего шума головки становится все менее вероятным. Следовательно, обсуждаемый интервал времени должен соответствовать сумме времени, в течение которого захвативший цель снаряд ожидает старта, и времени его полета по некоторому начальному участку траектории, где отношение сигнал/шум достаточно мало. Приведенные соображения являются сугубо ориентировочными. Однако, как показано в § 21.3, значительное изменение выбранного интервала времени сравнительно мало влияет на получающуюся величину чувствительности.

Наконец, поясним входящий в определение чувствительности первого рода термин «нормальный входной сигнал». Как показано далее (§ 21.3), в любой следящей системе вероятность срыва резко увеличивается с ростом динамической ошибки слежения. Далее, в реальных условиях принимаемый головкой сигнал флуктуирует, причем на больших дальностях от цели существенны в основном его амплитудные и поляризационные флуктуации. Поэтому под нормальным входным сигналом целесообразно понимать флуктуирующий сигнал, создающий в следящих системах головки наибольшие динамические возмущения, которые могут встретиться в реальных условиях применения снаряда; характер флуктуаций нормального сигнала должен быть максимально приближен к тому, который свойствен реальным радиолокационным сигналам.

Наряду с рассмотренной выше чувствительностью первого рода введем чувствительность второго рода или реальную чувствительность головки самонаведения в условиях, когда захват цели происходит в поисковом режиме. В таком режиме головка должна осуществить следующие две операции: 1) в течение заданного времени  $t_{03}$  с вероятностью  $P_{03}$  обнаружить и захватить отраженный от цели сигнал и 2) на протяжении заданного времени  $t_{сл}$  с вероятностью  $P_{сл} = 1 - P_{ср}$  следить за ним ( $P_{ср}$  — вероятность срыва). Чувствительностью второго рода головки самонаведения назовем минимальный уровень нормального входного сигнала, при котором находящаяся в режиме поиска головка выполняет с заданными достаточно высокими вероятностями  $P_{03}$  и  $P_{сл}$  обе указанные операции. При этом единственной помехой является внутренний шум головки.

Понятия поиска и захвата в приведенном определении должны быть уточнены в зависимости от того, производится ли поиск по углу и по дальности (скорости) или только по дальности (скорости), как это может иметь место, например, при вторичном поиске и захвате. Однако в любом случае имеется в виду такой захват, в результате которого все следящие системы головки оказываются в режиме сопровождения цели. При выборе численных значений времени  $t_{с.л}$  и вероятности  $P_{с.л}$  остаются справедливыми общие соображения, высказанные выше применительно к чувствительности первого рода. Что касается величин  $t_{0з}$  и  $P_{0з}$ , то требуемые значения этих параметров должны быть определены на основе требований к эффективности системы самонаведения и анализе конкретных условий ее работы, в частности условий захвата цели. Последние могут быть, например, такими: 1) захват цели предшествует старту ракеты; 2) поиск цели вызван срывом слежения за ней на траектории, т. е. является вторичным; 3) захват предшествует переходу с телеуправления на самонаведение (при комбинированном радиоуправлении).

Под сигналом, отраженным от цели, подразумевается здесь нормальный входной сигнал, обсуждавшийся при рассмотрении понятия чувствительности первого рода.

Основой введенных ранее понятий чувствительности первого и второго рода головки самонаведения являются требования малой вероятности срыва слежения и высокой вероятности захвата сигнала, а величина флуктуационной ошибки слежения в соответствующих определениях не упоминается. Дело в том, что недостаточная точность работы самонаведения на начальном участке траектории в большинстве случаев не имеет решающего значения, поскольку она, как правило, может быть скорректирована в процессе дальнейшего полета снаряда.

Физические процессы, происходящие при захвате отраженного сигнала и слежения за ним, существенно усложняются при наличии организованных помех. Однако этот важный и сложный вопрос выходит за рамки настоящей книги.

## § 21.2. РАСЧЕТ ДАЛЬНОСТИ ДЕЙСТВИЯ СИСТЕМ САМОНАВЕДЕНИЯ

Дальность действия системы при отсутствии организованных помех ограничивается тем, что в начальный момент процесса наведения мощность отраженного сигнала на входе головки самонаведения должна быть не ниже чувствительности РЛГС (первого или второго рода в зависимости от реальных условий применения снаряда). Эта чувствительность названа далее реальной чувствительностью РЛГС. Здесь мы ограничимся сугубо ориентировочной оценкой этой чувствительности. Более подробные соображения по этому поводу высказаны в последующих параграфах.

Как известно из теории радиоприемных устройств, мощность  $P_{\text{ш}}$  внутреннего шума на входе головки определяется следующим образом:

$$P_{\text{ш}} = kT\Pi_{\text{э}} N_{\text{ш}}, \quad (21.1)$$

где  $N_{\text{ш}}$  — коэффициент шума головки;  $\Pi_{\text{э}}$  — шумовая полоса ее каскадов, предшествующих детектору;  $kT \approx 4 \cdot 10^{-21}$  дж.

При отсутствии подробных сведений о головке и условиях ее применения можно ориентировочно принять

$$\frac{P_{\text{мин}}}{P_{\text{ш}}} = 5 \div 10, \quad (21.2)$$

где  $P_{\text{мин}}$  — реальная чувствительность головки.

Тогда из (21.1) и (21.2) получаем следующую формулу для оценки реальной чувствительности головки:

$$P_{\text{мин}} = (2 \div 4) \cdot 10^{-20} \Pi_{\text{э}} N_{\text{ш}}. \quad (21.3)$$

Эта формула в равной степени применима как при импульсном, так и при непрерывном сигнале, причем в первом случае она выражает пиковую мощность входного сигнала, а во втором — среднюю. Располагая величиной  $P_{\text{мин}}$ , можно приступить к расчету дальности действия системы.

**Активное самонаведение.** При активном самонаведении передатчик, облучающий цель, и приемник отраженного сигнала расположены на борту снаряда и имеют общую антенну. Поэтому при активном самонаведении дальность действия определяется по формуле дальности действия радиолокатора

$$r_{\text{макс}} = \gamma \sqrt[4]{\frac{P_{\Sigma}}{P_{\text{мин}}} \frac{S_{\text{э}} S_{\text{а}}^2 y_1^4}{4\pi\lambda^2}} \quad (21.4)$$

Здесь  $r_{\text{макс}}$  — максимальное расстояние от снаряда до цели;  $P_{\Sigma}$  — мощность передатчика головки, пиковая при импульсном сигнале и средняя при непрерывном;  $S_{\text{э}}$  — эффективная отражающая площадь цели;  $S_{\text{а}}$  — эквивалентная площадь антенны снаряда;  $y_1$  — коэффициент использования равносигнальной зоны по напряжению;  $\lambda$  — длина волны;  $\gamma$  — коэффициент, учитывающий затухание радиоволн в атмосфере.

Эффективные отражающие площади различных целей обычно определяются экспериментально. Эти площади для некоторых воздушных целей приведены в следующей таблице [33].

Тип цели	Эффективная отражающая площадь, $m^2$
Истребитель . . . . .	3—5
Средний бомбардировщик . . . . .	7—10
Дальний бомбардировщик . . . . .	15—20
Транспортный самолет . . . . .	до 50

Эквивалентная площадь  $S_a$  для антенн с параболическим рефлектором приблизительно равна

$$S_a \approx 0,5 D^2, \tag{21.5}$$

где  $D$  — диаметр выходного отверстия рефлектора.

Входящий в формулу (21.4) коэффициент  $\gamma$  равен

$$\gamma = \exp [-0,115 \alpha r_{\text{макс}}], \tag{21.6}$$

где  $\alpha$  — коэффициент поглощения энергии в децибелах на единицу длины.

Для волн  $\lambda \geq 10$  см можно полагать  $\gamma = 1$ . При волне  $\lambda = 5$  см величина  $\alpha$  колеблется в зависимости от условий распространения в пределах от 0,002 до 0,2 дб/км. Для волны  $\lambda = 3$  см  $\alpha \approx 0,01 \div \div 1$  дб/км. Более подробные сведения о численных значениях коэффициента  $\alpha$  приведены в [33] и [59].

При наличии поглощения энергии радиоволн в атмосфере непосредственный расчет по формуле (21.4) неудобен в связи с тем, что входящий в ее правую часть множитель  $\gamma$  зависит от искомой величины  $r_{\text{макс}}$ . Это затруднение можно преодолеть следующим образом. Введем величину  $r_{0 \text{ макс}}$ , рассчитываемую по формуле (21.4) при  $\gamma = 1$  (распространение радиоволн происходит в непоглощающей среде). Тогда согласно (21.6) имеем

$$\gamma = \frac{r_{\text{макс}}}{r_{0 \text{ макс}}} = \exp [-0,115 \gamma \alpha r_{0 \text{ макс}}].$$

Из этого трансцендентного уравнения нетрудно найти зависимость коэффициента  $\gamma$  от величины  $\alpha r_{0 \text{ макс}}$ , представленную графически на рис. 21.1 (кривая для  $a = 1$ )\*. Теперь возможна следующая последовательность расчета. Находим по формуле (21.4) при  $\gamma = 1$  величину  $r_{0 \text{ макс}}$ . Затем, зная произведение  $\alpha r_{0 \text{ макс}}$ , определяем по графику (рис. 21.1,  $a = 1$ ) коэффициент  $\gamma$ , после чего искомая дальность действия будет

$$r_{\text{макс}} = \gamma r_{0 \text{ макс}}. \tag{21.7}$$

В заключение отметим, что сравнительно слабая зависимость дальности  $r_{\text{макс}}$  от реальной чувствительности  $P_{\text{мин}}$  головки самона-

\* Смысл параметра  $a$  поясняется далее.

ведения, вытекающая из формулы (21.4), оправдывает ориентировочную оценку значения  $P_{\text{мин}}$  по формуле (21.3).

**Полуактивное самонаведение.** Формула дальности действия при полуактивном самонаведении выводится тем же путем, что и формула (21.4), но с учетом того, что в начальный момент самонаведения передатчик и приемник могут находиться в различных точках пространства, как, например, при комбинированном радиоуправлении, и имеют различные антенны.

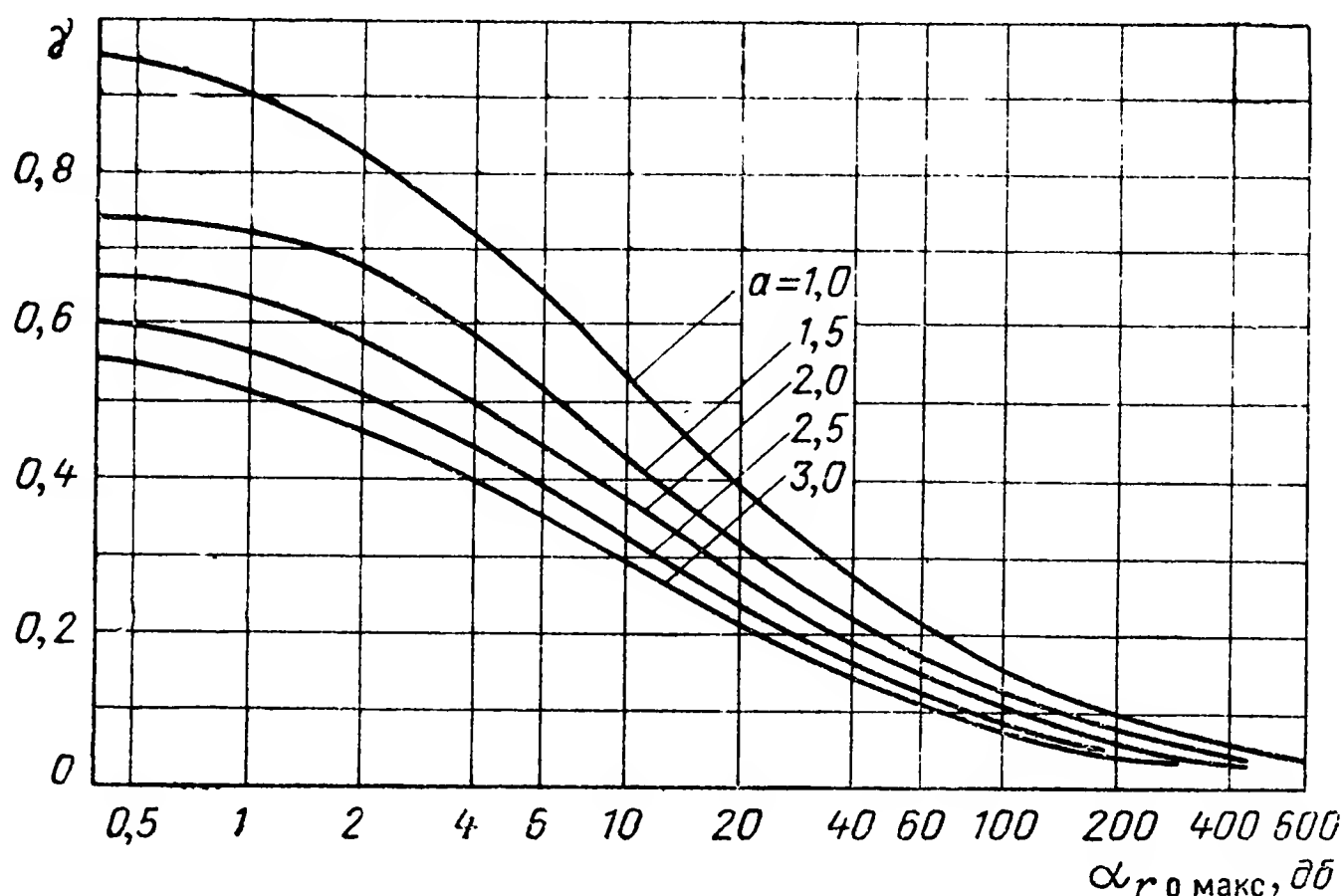


Рис. 21.1

В результате получаем

$$r_{\text{макс}} R_{\text{макс}} = \gamma_1 \sqrt{\frac{P_{\Sigma}}{P_{\text{мин}}} \frac{S_{\text{э}} S_{\text{пр}} S_{\text{пер}} y_1^2 y_2^2}{4\pi\lambda^2}}, \quad (21.8)$$

где  $r_{\text{макс}}$  и  $R_{\text{макс}}$  — максимальные расстояния снаряда и радиолокатора подсвета до цели соответственно;  $S_{\text{пр}}$  и  $S_{\text{пер}}$  — эквивалентные площади приемной и передающей антенн;

$y_1$  и  $y_2$  — коэффициенты использования их равносигнальных зон по напряжению.

Остальные обозначения совпадают с принятыми в формуле (21.4), а коэффициент  $\gamma_1$  определяется следующим образом:

$$\gamma_1 = \exp [-0,115 \alpha (r_{\text{макс}} + R_{\text{макс}})]. \quad (21.9)$$

Для того чтобы привести формулу (21.8) к виду, удобному для расчетов при наличии затухания радиоволн, введем величину

$$\alpha = \frac{R_{\text{макс}}}{r_{\text{макс}}}. \quad (21.10)$$

Тогда выражение (21.8) можно представить в виде, аналогичном (21.4):

$$r_{\text{макс}} = \gamma \sqrt[4]{\frac{P_{\Sigma}}{P_{\text{мин}}} \frac{S_{\Sigma} S_{\text{пр}} S_{\text{пер}} y_1^2 y_2^2}{4\pi\lambda^2}}. \quad (21.11)$$

Здесь

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{a}} \exp \left[ -0,115 \gamma \frac{1+a}{2} \alpha r_{0 \text{ макс}} \right], \quad (21.12)$$

где  $r_{0 \text{ макс}}$  — дальность действия при  $\gamma = 1$ , т. е. при совмещенных в начальный момент передатчике и приемнике ( $a = 1$ ) и при отсутствии затухания радиоволн в атмосфере ( $\alpha = 0$ ).

На рис. 21.1 приведено семейство зависимостей  $\gamma = f(\alpha r_{0 \text{ макс}})$  при различных значениях отношения  $a$ . Расчет дальности действия при полуактивном самонаведении проводится следующим образом. Прежде всего вычисляем по формуле (21.11) при  $\gamma = 1$  величину  $r_{0 \text{ макс}}$ . Затем, зная произведение  $\alpha r_{0 \text{ макс}}$  и выбирая отношение  $a$ , находим с помощью рис. 21.1 коэффициент  $\gamma$ , после чего определяем по формуле (21.7) максимальное расстояние снаряда до цели в начальный момент процесса самонаведения.

**Сравнение дальностей действия активного и полуактивного самонаведения.** Допустим для простоты, что при полуактивном самонаведении передатчик и приемник в начальный момент совмещены, т. е.  $a = 1$ , а также что приемники и антенны снарядов обладают в обоих случаях одинаковыми параметрами. Тогда из выражений (21.4) и (21.11) получаем следующее отношение дальностей при полуактивном ( $r_{\text{макс}}^{(\text{Па})}$ ) и активном ( $r_{\text{макс}}^{(\text{А})}$ ) способах самонаведения:

$$\frac{r_{\text{макс}}^{(\text{Па})}}{r_{\text{макс}}^{(\text{А})}} = \sqrt[4]{\frac{P_{\Sigma \text{ Па}}}{P_{\Sigma \text{ А}}} \frac{S_{\text{пер}} y_2^2}{S_{\text{пр}} y_1^2}}. \quad (21.13)$$

Поскольку при полуактивном самонаведении параметры  $P_{\Sigma \text{ Па}}$  и  $S_{\text{пер}}$  передающей части системы, устанавливаемой на земле для снарядов «земля — воздух» и на самолете в системах «воздух — воздух», имеют, как правило, величины, значительно превышающие те, которые могут быть реализованы на борту снаряда, то полуактивная система обладает обычно в несколько раз большей дальностью действия, чем активная. Однако это обстоятельство не дает оснований для безусловного предпочтения полуактивным системам перед активными во всех практических случаях. Дело в том, что необходимость облучения цели в течение всего процесса самонаведения ограничивает тактические возможности командного пункта системы наведения (например, снижает маневренность самолета-носителя в системах «воздух — воздух»), а также демаскирует его.

Подчеркнем, что сравнение дальностей при активном и полуактивном самонаведении выполнено ранее для случая, когда самонаведение начинается одновременно со стартом ракеты ( $a = 1$ ). При



комбинированном управлении возможно  $a \gg 1$  и система, в которой комбинируются телеуправление и активное самонаведение, может иметь достаточно большую результирующую дальность действия.

**Пассивное самонаведение.** Как и в двух предыдущих случаях, дальность действия пассивных систем самонаведения может быть рассчитана по соответствующей формуле дальности радиолокатора. Однако практические расчеты сильно затруднены недостаточностью имеющихся сведений об излучении реальных целей и фонов, на которых они находятся. Ориентировочные соображения о дальности действия пассивных радиолокаторов можно найти в [33].

### § 21.3. СРЫВ СЛЕЖЕНИЯ В БОРТОВОМ КООРДИНАТОРЕ И ОЦЕНКА РЕАЛЬНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ГОЛОВКИ САМОНАВЕДЕНИЯ

Как указано в § 21.1, реальная чувствительность головки в режиме слежения органически связана с вероятностью срыва углового сопровождения в бортовом координаторе, захватившем цель и ожидающем старта или находящемся на начальном участке траектории. Поэтому в настоящем параграфе проводится анализ срыва углового сопровождения, на основе результатов которого можно оценить упомянутую ранее чувствительность головки.

В § 21.1 уже говорилось о том, что координатор головки содержит обычно внутреннее вспомогательное кольцо, которое является либо системой слежения по дальности (при импульсном сигнале), либо системой слежения по скорости (при непрерывном сигнале). Допустим, что цель находится на равносигнальном направлении координатора. В этих условиях следует потребовать, чтобы вероятность срыва во вспомогательном кольце из-за внутреннего шума головки была весьма мала. Это условие, которое является совершенно необходимым, но далеко не достаточным, считается далее выполненным.

Внутренний шум вызывает беспорядочные колебания равносигнального направления бортовой следящей антенны, причем с той или иной вероятностью возникают значительные угловые рассогласования. При этом падает напряжение сигнала на входе вспомогательного следящего кольца и повышается вероятность срыва в нем. Возможны два вида срыва по углу.

Срыв первого вида происходит при достаточно высокой помехоустойчивости вспомогательного кольца и состоит в том, что угловое рассогласование выходит за пределы области слежения угломерной системы головки. Срыв второго вида имеет место при низкой помехоустойчивости вспомогательного кольца и происходит из-за того, что угловое рассогласование, лежащее в пределах области слежения угломерной системы, настолько ухудшает отношение сигнал/шум на входе вспомогательного кольца, что происходит срыв слежения по дальности или скорости, что размыкает кольцо угло-



вого сопровождения и влечет за собой срыв по углу. Итак, срыв первого вида происходит в собственно угломерной системе головки, а срыв второго вида возникает вначале во вспомогательном кольце координатора и затем в его угломерной системе. Отметим, что наличие вторичного поиска по дальности или частоте в сочетании с достаточно большой памятью по углу уменьшает вероятность срыва второго вида.

Из сказанного вытекает, что срыв углового сопровождения является весьма сложным явлением, ход которого зависит от многих факторов, поэтому излагаемые далее результаты следует рассматривать лишь как первое приближение к действительности.

**Срыв первого вида в координаторе, рассматриваемом как система первого порядка.** Упрощенная структурная схема координатора представлена на рис. 21.2. Она описывает процесс слежения

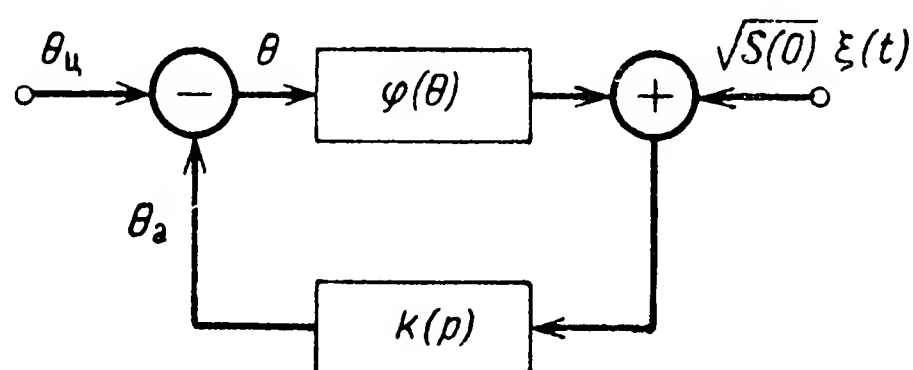


Рис. 21.2

по углу в одной плоскости управления. Прямой тракт схемы соответствует пеленгатору головки, который рассматривается как безынерционный нелинейный элемент с характеристикой  $\varphi(\theta)$ , где  $\theta$  — ошибка слежения по углу. Гиропривод вместе с усилителем и следящая антенна изображены в виде обратного тракта схемы, который считается линейным и обладающим коэффициентом передачи  $K(p)$ . Величины  $\theta_{ц}$  и  $\theta_a$  являются соответственно угловыми координатами цели и антенны. Внутренний шум пеленгатора, действующий фактически на его входе, пересчитан на выход, где он аддитивен с выходным эффектом дискриминатора. Этот шум предполагается белым и имеющим двустороннюю спектральную плотность  $s(0)$  ( $\xi(t)$  — белый шум, обладающий единичной двусторонней спектральной плотностью).

Для того чтобы по крайней мере в простейшей форме учесть влияние динамического возмущения, предположим, что

$$\theta_{ц} = \theta_{ц0} + \Omega t. \quad (21.14)$$

Если сделать простейшее допущение, что тракт гиропривода можно рассматривать как идеальный интегратор, т. е.

$$K(p) = \frac{\kappa_{\Gamma}}{p}, \quad (21.15)$$

то, учитывая (21.14), можно записать дифференциальное уравнение системы следующим образом:

$$\frac{d\theta}{dt} = \Omega - \kappa_r \varphi(\theta) - \kappa_r \sqrt{s(0)} \xi(t). \quad (21.16)$$

Если не обращать внимания на обозначения, то это уравнение отличается от (15.30) лишь наличием постоянной  $\Omega$  в правой части, что вызвано тем, что в гл. 15 входное возмущение предполагалось постоянным, а здесь — линейной функцией (21.14) времени.

В статическом режиме и при отсутствии флуктуаций в уравнении (21.16) следует положить  $\frac{d\theta}{dt} = 0$  и  $s(0) = 0$ . Тогда из (21.16) получаем

$$\varphi(\theta) = \frac{\Omega}{\kappa_r}. \quad (21.17)$$

Типичная характеристика  $\varphi(\theta)$  пеленгатора в области значений  $\theta$ , соответствующей главному лепестку диаграммы направленности антенны, и результат графического решения уравнения (21.17) показаны на рис. 21.3, а.

Найдем, пользуясь формулами (15.12), (15.13) и

(15.14), коэффициенты  $A$  и  $B$  уравнения Фоккера — Планка рассматриваемой системы

$$\left. \begin{aligned} A(\theta) &= \Omega - \kappa_r \varphi(\theta), \\ B &= \frac{1}{2} \kappa_r^2 s(0) = \text{const.} \end{aligned} \right\} \quad (21.18)$$

Рассчитаем по формуле (15.41) потенциальный рельеф системы

$$U(\theta) = - \int_0^\theta [\Omega - \kappa_r \varphi(\eta)] d\eta = -\Omega\theta + \kappa_r \int_0^\theta \varphi(\eta) d\eta. \quad (21.19)$$

Исследование выражения (21.19) на экстремум показывает, что положение экстремальных точек определяется уравнением (21.17). Вытекающий из (21.19) характер потенциального рельефа системы показан на рис. 21.3, б. Из сопоставления рис. 21.3, а и 21.3, б вид-

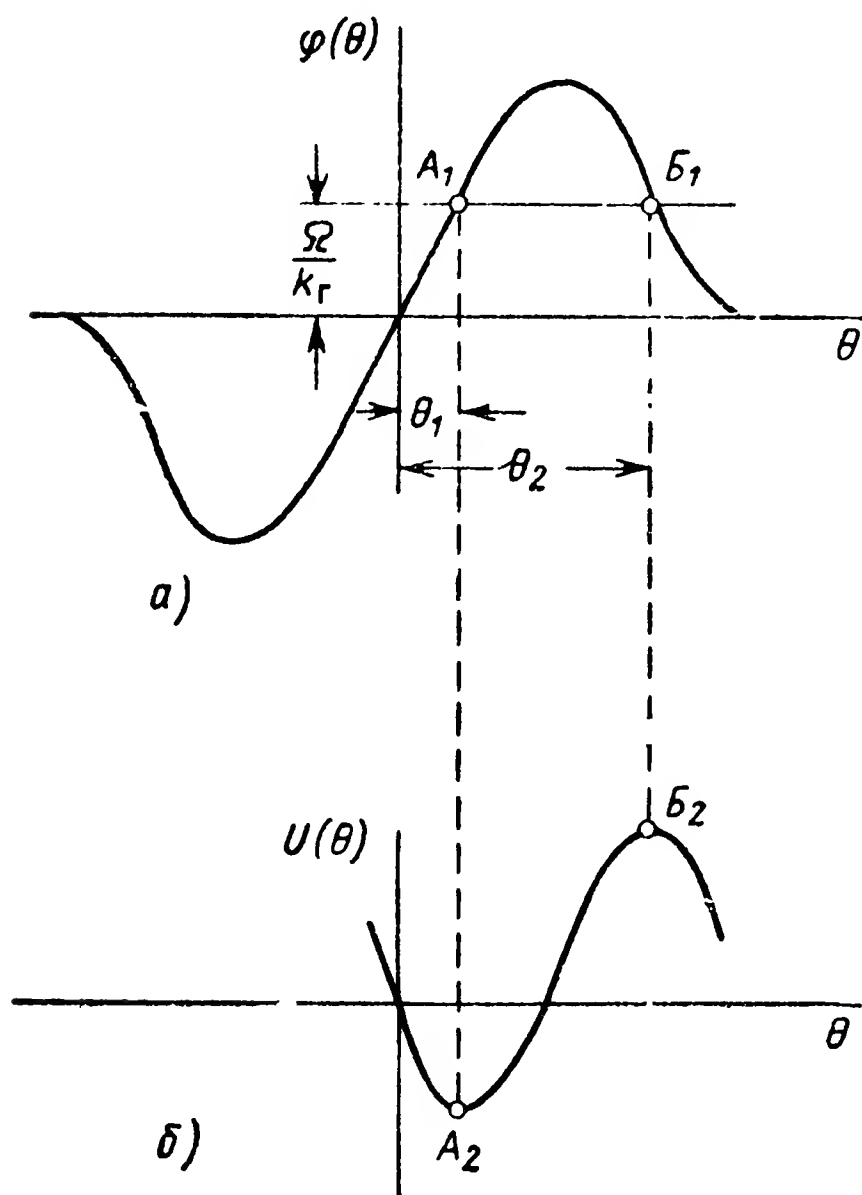


Рис. 21.3

но, что точка  $A_1$  соответствует дну  $A_2$  потенциальной ямы, т. е. является устойчивой точкой равновесия; наоборот, точке  $B_1$  соответствует вершина  $B_2$  потенциального барьера, т. е. равновесие неустойчиво. Потенциальный рельеф (рис. 21.3, б) позволяет наглядно описать явление срыва слежения в рассматриваемом координаторе, вызванное его внутренним шумом.

Первоначальное угловое рассогласование  $\theta$  флуктуирует в окрестности значения  $\theta_1$ , т. е. в области слежения, где находится дно потенциальной ямы. Срыв слежения возникает, если под действием шума координата  $\theta$  испытывает настолько сильный толчок, что она преодолевает потенциальный барьер и скатывается по его правому склону.

Если известен поток вероятности  $\Pi$  через потенциальный барьер, то вероятность  $P_t$  срыва слежения за время  $t$  может быть рассчитана следующим образом:

$$P_t = \int_0^t \Pi dt. \quad (21.20)$$

Следовательно, расчет вероятности срыва сводится к нахождению потока  $\Pi$  в сечении  $\theta = \theta_2$ .

Реальный координатор должен быть спроектирован так, чтобы вероятность срыва была мала. Если ввести заранее такое предположение, то с достаточной точностью можно рассчитать поток  $\Pi$  по формуле [60, 108]:

$$\Pi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{-U''(\theta_1) U''(\theta_2)} \exp \left[ -\frac{U(\theta_2)}{B} \right], \quad (21.21)$$

где потенциал  $U(\theta_2)$  отсчитывается от точки  $A_{1,2}$  (рис. 21.3), т. е.  $U(\theta_1) = 0$ , а коэффициент  $B$  вычисляется в соответствии с (21.18). При малой вероятности срыва в рассматриваемой системе практически соблюдаются квазистационарные условия, поток  $\Pi$  можно с достаточной точностью считать постоянным и формула (21.20) для вероятности срыва упрощается и принимает вид

$$P_t = \Pi t. \quad (21.22)$$

Структура формулы (21.21) показывает, что поток  $\Pi$  вероятности определяется, с одной стороны, количественными характеристиками потенциального рельефа системы в точках  $\theta = \theta_1$  и  $\theta = \theta_2$ , а с другой, — уровнем флуктуаций в координаторе, характеризуемом коэффициентом  $B$ . При этом поток  $\Pi$  тем меньше, чем больше высота потенциального барьера  $U(\theta_2)$  и чем меньше уровень флуктуаций. Это заключение находится в полном соответствии с приведенным ранее наглядным объяснением явления срыва слежения. Уровень полезного сигнала учитывается формулой (21.21) косвенным образом, поскольку этот уровень оказывает влияние на потенциальный рельеф  $U(\theta)$ .

Для выполнения конкретных расчетов необходимо относительно координатора располагать следующими сведениями: характеристикой  $\varphi(\theta)$  пеленгатора, спектральной плотностью  $s(0)$  шума, приведенного к выходу пеленгатора, коэффициентом передачи  $\kappa_r$  гироскопа и скоростью  $\Omega$  изменения угловой координаты цели.

Характеристика  $\varphi(\theta)$  пеленгатора зависит от применяемого способа пеленгации (коническое сканирование, мгновенное амплитудное сравнение сигналов и т. д.) и приемного тракта головки, определяемого формой принимаемого сигнала и выбранным способом его обработки. При расчете этой характеристики следует учитывать

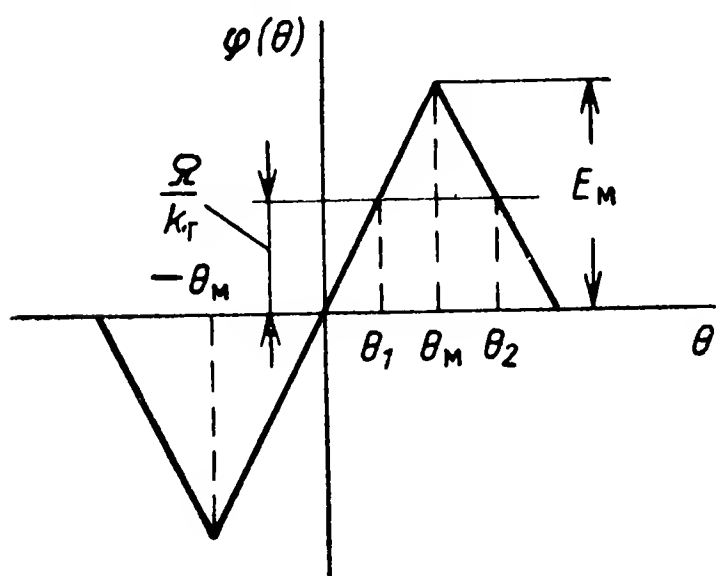


Рис. 21.4

также взаимодействие сигнала с внутренним шумом головки, происходящее в нелинейных звеньях приемного тракта.

Спектральная плотность  $s(0)$  определяется уровнем шума на входе головки и ее приемным трактом. Она зависит также от уровня сигнала и в ряде случаев от угловой ошибки  $\theta$ . Последнее обстоятельство не учитывалось при выводе формулы (21.21). Поэтому достаточно точный расчет характеристики  $\varphi(\theta)$  и спектральной плотности

$s(0)$  должен выполняться для каждого принципа построения головки отдельно и является, как правило, нелегкой задачей. В связи с этим приводимый далее упрощенный анализ служит, главным образом, для иллюстративных целей.

Допустим, что характеристику  $\varphi(\theta)$  можно аппроксимировать отрезками прямых, как показано на рис. 21.4, т. е.

$$\varphi(\theta) = \begin{cases} \nearrow \varphi'(0)\theta, & (-\theta_m \leq \theta \leq \theta_m), \\ \rightarrow \varphi'(0)(2\theta_m - \theta), & (\theta_m \leq \theta \leq 2\theta_m), \\ \searrow -\varphi'(0)(2\theta_m + \theta), & (-2\theta_m \leq \theta \leq -\theta_m), \end{cases} \quad (21.23)$$

где  $\varphi'(0) = \frac{E_m}{\theta_m}$  — крутизна характеристики пеленгатора.

Угол  $2\theta_m$  является апертурой пеленгатора. Для простоты далее предполагается, что величины  $E_m$  и  $\theta_m$  не зависят от уровня шума на входе головки. Тогда из формул (21.21) и (21.22) получаем для вероятности срыва следующее выражение:

$$P_t = \frac{Qt}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{\sigma^2} \left( \theta_m - \frac{\Omega}{Q} \right)^2 \right], \quad (21.24)$$

где  $Q = \kappa_r \varphi'(0)$  — добротность координатора. Из (21.24) вытекает, что вероятность срыва слежения в координаторе возрастает с увеличением флуктуационной ошибки слежения  $\sigma$ , отнесенной к угло-

вому интервалу  $\theta_m - \frac{\Omega}{Q}$ . Этот интервал тем меньше, чем больше угловая скорость  $\Omega$  перемещения цели.

При практических расчетах обычно приходится, задаваясь допустимой вероятностью  $P_t$  срыва за некоторое время  $t$ , вычислять соответствующую дисперсию ошибки слежения. Последняя выражается на основании (21.24) следующим образом:

$$\sigma^2 = \frac{\left(\theta_m - \frac{\Omega}{Q}\right)^2}{\ln \left[ \frac{Qt}{\sqrt{2\pi} P_t} \right]}. \quad (21.25)$$

Для иллюстрации проведенного анализа рассмотрим следующий пример. Пусть координатор имеет: добротность  $Q = 10$  1/сек и апертуру  $2\theta_m = 10^\circ$ . Угловая скорость перемещения цели равна: 1)  $\Omega = 0$  и 2)  $\Omega = 10^\circ/\text{сек}$ .

Найдем эффективное значение  $\sigma$  ошибки слежения по углу, при которой вероятность срыва  $P_t = 10^{-4}$  за время  $t = 10$  сек.

Из формулы (21.25) находим, что при  $\Omega = 0$  получается  $\sigma = 1,4^\circ$ , а при  $\Omega = 10^\circ/\text{сек}$   $\sigma = 1,1^\circ$ . Как и следовало ожидать, при неизменной вероятности срыва вследствие динамической ошибки снижается потенциальный барьер координатора, что обуславливает более жесткие требования к флуктуационной ошибке  $\sigma$ .

Наряду с рассмотренной ранее трактовкой срыва, как перехода ошибки слежения через потенциальный барьер, существует иной подход к этой задаче, состоящий в том, что под срывом понимается хотя бы один выброс ошибки слежения за уровень  $\theta_m$  (рис. 21.4). В действительности, если высота таких выбросов не превышает потенциального барьера системы, то нарушения режима слежения не возникает. Поэтому переход ошибки слежения через границу  $\theta_m$  назовем условным срывом.

Вероятность условного срыва обычно значительно больше, чем вероятность срыва, проанализированная ранее. Однако соответствующий аналог формулы (21.25) для условного срыва дает правильный порядок величины дисперсии  $\sigma^2$ , поскольку вероятность срыва очень резко зависит от  $\sigma^2$ . Понятие условного срыва удобно тем, что при линейной аппроксимации характеристики  $\Phi(\theta)$ , показанной на рис. 21.4, оно приводит к резкому упрощению математических выкладок и позволяет проанализировать срыв в системе произвольного порядка.

Перейдем к выводу формулы для вероятности условного срыва. Допустим, что эта вероятность мала, выбросы происходят редко и поэтому моменты их возникновения можно считать независимыми. Тогда вероятность  $n$  выбросов за время  $t$  удовлетворяет закону Пуассона

$$P_n = \frac{n_0^n}{n!} e^{-n_0}, \quad (21.26)$$

где  $n_0$  — среднее число выбросов над уровнем  $\theta_m$  за время  $t$ .

Из (21.26) следует, что вероятность отсутствия выбросов ( $n = 0$ ) равна

$$P_0 = e^{-n_0} \approx 1 - n_0 \quad (21.27)$$

(величина  $n_0$  предполагается достаточно малой). Вероятность  $P_{ty}$  условного срыва за время  $t$  равна вероятности противоположного события (одного или большего числа выбросов) и выражается так

$$P_{ty} = 1 - P_0 \approx n_0. \quad (21.28)$$

В пределах  $\pm \theta_m$  рассматриваемая система линейна, т. е. флуктуации ошибки, происходящие вокруг точки  $\theta_1$ , удовлетворяют нормальному закону распределения. Как известно из теории случайных процессов, среднее число выбросов над уровнем  $\theta_m$  за время  $t$  в этом случае равно

$$n_0 = f_{II} t \exp \left[ - \frac{(\theta_m - \theta_1)^2}{2\sigma^2} \right], \quad (21.29)$$

где  $f_{II}$  — среднеквадратичная частота спектра ошибки  $\theta$ , выражаемая через ее спектральную плотность  $g(f)$  следующим образом:

$$f_{II}^2 = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^\infty f^2 g(f) df. \quad (21.30)$$

Имея в виду формулы (21.28) и (21.29), получаем для условной вероятности срыва следующее выражение:

$$P_{ty} = f_{II} t \exp \left[ - \frac{(\theta_m - \theta_1)^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (21.31)$$

Заменив угол  $\theta_1$  его выражением через  $\Omega$  и  $Q$ , которое нетрудно получить из (21.17) и (21.23), приходим на основании (21.31) к следующему аналогу формулы (21.25):

$$\sigma^2 = \frac{\left( \theta_m - \frac{\Omega}{Q} \right)^2}{\ln \left[ \frac{f_{II} t}{P_{ty}} \right]}. \quad (21.32)$$

Отметим, что для системы первого порядка среднеквадратичная частота, определяемая по формуле (21.30), получается бесконечно большой. Причина этого вызвана наличием микроструктуры случайного процесса, изрезанного воздействием  $\delta$ -функций белого шума. Поскольку эта изрезанность состоит из бесконечно коротких выбросов, не оказывающих влияния на искомую вероятность, то указанной микроструктурой пренебрегают и изменяют формулу (21.30) так, чтобы она выражала число выбросов конечной длительности. Не углубляясь в этот вопрос, укажем, что для рассматриваемой нами системы первого порядка среднеквадратичная частота оказывается равной

$$f_{II} = \frac{Q}{2\pi}, \quad (21.33)$$

и формула (21.31) после замены угла  $\theta_1$  его выражением через  $\Omega$  и  $Q$  принимает следующий вид:

$$P_{ty} = \frac{Qt}{2\pi} \exp \left[ - \frac{\left( \theta_m - \frac{\Omega}{Q} \right)^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (21.34)$$

Сравним формулы (21.34) и (21.24). То обстоятельство, что коэффициенты перед экспонентами в этих формулах отличаются в  $\sqrt{2\pi}$  раз, не играет существенной роли, так как всегда возможное в реальной системе небольшое изменение уровня флуктуаций изменяет вероятность срыва в гораздо большее число раз. Гораздо существеннее, что показатели экспонент в обеих формулах отличаются в два раза, что приводит к отличию допустимых дисперсий, рассчитанных по формулам (21.25) и (21.32), в два раза. Таково следствие пользования понятием условного срыва, предъявляющее к отношению сигнал/шум в системе несколько более жесткие требования.

**Срыв второго вида в координаторе.** Как указывалось в начале настоящего параграфа, срыв второго вида имеет место, если входящее в состав коорди-



натора вспомогательное кольцо (автоселектор по дальности, автоподстройка частоты) обладает более низкой помехоустойчивостью, чем его угломерное кольцо. В этих условиях срыв слежения наступает при достижении ошибкой слежения  $\theta$  некоторой границы  $\theta_L$ , которая расположена ближе к точке  $\theta_1$  устойчивого равновесия, чем потенциальный барьер  $\theta_2$ . Положение границы  $\theta_L$  может быть определено, если известно, как ухудшается отношение сигнал/шум с ростом ошибки слежения  $\theta$  и каково критическое значение этого отношения, приводящее к срыву слежения во вспомогательном кольце.

Из сказанного вытекает, что анализ срыва второго вида может быть сведен к задаче о достижении поглощающей границы. Такая задача рассматривалась в § 15.4. Однако даже в простейшем случае найти вероятность достижения границы непросто. Поэтому далее приводится приближенный расчет вероятности срыва, основанный на предположении, что эта вероятность достаточно мала. Целесообразность такого допущения была уже обоснована при изучении срыва первого вида.

Задачу о достижении границы можно свести к задаче о переходе через потенциальный барьер. Для этого вместо потенциального рельефа угломерного канала (сплошная линия на рис. 21.5) рассмотрим потенциальный рельеф, который слева от точки  $\theta = \theta_L$  совпадает с упомянутым выше, а справа от нее изображается пунктирной линией (рис. 21.5) (потенциал скачком приобретает значение  $U(\theta) = -\infty$ ). Такое предположение означает, что при переходе через границу  $\theta = \theta_L$  происходит срыв слежения по углу. Если время превышения ошибкой слежения границы  $\theta_L$  меньше времени памяти вспомогательного кольца, то слежение может сохраниться до возвращения ошибки  $\theta$  в область, лежащую слева от границы, и срыва не возникнет. Поэтому полученные далее окончательные соотношения дают несколько завышенную оценку вероятности срыва.

Допустим для простоты, что характеристика  $\varphi(\theta)$  пеленгатора имеет вид, показанный на рис. 21.4, причем положение границы удовлетворяет неравенству  $\theta_L \leq \theta_m$ . Тогда в рассматриваемом случае справедливы все соображения, приведенные ранее в связи с анализом условной вероятности срыва, с той лишь разницей, что во всех рассуждениях и окончательных формулах (21.31), (21.32) и (21.34) следует заменить границу  $\theta_m$  границей  $\theta_L$ . Тогда упомянутые формулы для системы произвольного порядка, но выше первого, примут соответственно следующий вид:

$$P_{ty} = f_{II} t \exp \left[ - \frac{\left( \theta_L - \frac{\Omega}{Q} \right)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (21.35)$$

и

$$\sigma^2 = \frac{\left( \theta_L - \frac{\Omega}{Q} \right)^2}{\ln \left[ \frac{f_{II} t}{P_{ty}} \right]}, \quad (21.36)$$

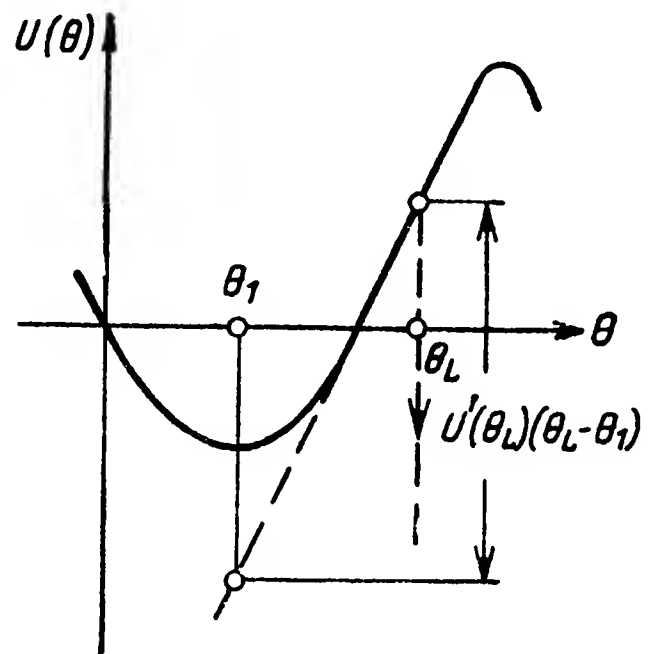


Рис. 21.5



а для системы первого порядка

$$P_{ty} = \frac{Qt}{2\pi} \exp \left[ - \frac{\left( \theta_L - \frac{\Omega}{Q} \right)^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (21.37)$$

Входящая во все три формулы вероятность  $P_{ty}$  является условной в несколько ином смысле, чем ранее (при анализе введено предположение о малом времени памяти вспомогательного следящего кольца).

Для сравнения вероятностей срыва первого и второго видов выполним следующие расчеты. Зададимся теми же параметрами координатора, что и на стр. 481, т. е.  $Q = 10$  1/сек и  $2\theta_m = 10^\circ$ . Пусть, кроме того,  $\frac{\sigma}{(\theta_m - \theta_1)} = 0,28$  (результат, получающийся для срыва первого рода). Найдем при этих исходных данных вероятность срыва второго вида, если граница совпадает с максимумом характеристики пеленгатора, т. е.  $\theta_L = \theta_m$  (одновременно это будет условная вероятность срыва первого вида).

При срыве второго вида из формулы (21.37) получаем  $P_{ty} = 0,027$  (при срыве первого вида  $P_t = 10^{-4}$ ).

Теперь вычислим флуктуационную ошибку при срыве второго вида, полагая, как и ранее,  $P_{ty} = 10^{-4}$ ,  $t = 10$  сек в двух случаях:  $\Omega = 0$  и  $\Omega = 10^\circ/\text{сек}$ . Из формулы (21.37) находим  $\sigma = 1,03^\circ$  ( $\Omega = 0$ ) и  $\sigma = 0,82^\circ$  ( $\Omega = 10^\circ/\text{сек}$ ).

Сопоставляя результаты расчета для срыва первого и второго видов, следует отметить, что перенос границы с потенциального барьера на вершину характеристики  $\varphi(\theta)$  при неизменной флуктуационной ошибке слежения повышает вероятность срыва на два порядка. Однако если потребовать, чтобы в обоих случаях вероятность срыва была одинаковой, то во втором случае флуктуационная ошибка  $\sigma$  должна быть уменьшена лишь в 1,35 раза. Отмеченное обстоятельство весьма характерно для любых расчетов, связанных со срывом слежения, и является, как уже указывалось, результатом чрезвычайно резкой зависимости потока вероятности от величины  $\sigma$ .

Способ расчета вероятности срыва слежения как перехода через потенциальный барьер основан на работе Г. А. Крамерса о прохождении броуновских частиц через высокие потенциальные барьеры, основные результаты которой изложены в монографии С. Чандрасекара [60]. Аналогия между указанной задачей и срывом в нелинейных следящих системах была обнаружена впервые С. В. Первачевым. Такая методика анализа срыва применима к системам не только первого, но и второго порядка. Иной приближенный метод, приводящий к тем же окончательным результатам, предложен Р. Л. Стратоновичем и П. С. Ланда [105].

**Оценка реальной чувствительности головки самонаведения в режиме слежения.** Полученные ранее формулы (21.25) и (21.36) позволяют, задаваясь требуемой вероятностью срыва, рассчитать соответствующую ей флуктуационную ошибку  $\sigma$  в режиме слежения. Далее, основываясь на соотношениях гл. 19, можно определить отношение сигнал/шум на входе головки, необходимое для получения найденной дисперсии  $\sigma^2$ . Действительно, по аналогии с формулой (19.35) можно написать

$$\sigma^2 = g_{\text{ш}} \Delta F_{\text{э}}, \quad (21.38)$$

где  $g_{\text{ш}}$  — односторонняя спектральная плотность шума, приведенного к угловому отклонению  $\theta$ ;  $\Delta F_{\text{э}}$  — эквивалентная шумовая полоса координатора.

Поскольку анализ срыва слежения проведен ранее для одной плоскости управления, то и формула (21.38) соответствует одной плоскости, а величина  $g_{\text{ш}}$  непосредственно связана с искомым отношением сигнал/шум.

Если координатор имеет пеленгатор с коническим сканированием, работающий при непрерывном сигнале и обладающий потенциальной точностью, то спектральная плотность  $g_{\text{ш}}$  выражается формулой (19.15). Подставляя в (21.38) значение  $g_{\text{ш}} = g_{\text{ш}0}$  из (19.15), получаем

$$\sigma^2 = \frac{2N_0 \Delta F_{\text{э}}}{\mu^2 P_{0\text{ср}}} = \frac{2P_{\text{ш}} \Delta F_{\text{э}}}{\mu^2 P_{0\text{ср}} \Pi_{\text{э}}}. \quad (21.39)$$

Напомним примененные в (21.39) обозначения:  $N_0$  — спектральная плотность шума, приведенного ко входу пеленгатора;  $P_{\text{ш}} = N_0 \Pi_{\text{э}}$  — удельная мощность шума на входе пеленгатора в полосе  $\Pi_{\text{э}}$  его высокочастотной части;  $\mu$  — параметр равносигнальной зоны;  $P_{0\text{ср}}$  — средняя удельная мощность входного сигнала.

Из (21.39) находим

$$\frac{P_{0\text{ср}}}{P_{\text{ш}}} = \frac{2}{\mu^2 \sigma^2} \frac{\Delta F_{\text{э}}}{\Pi_{\text{э}}}. \quad (21.40)$$

Если применяется пеленгатор с мгновенным амплитудным сравнением, то вместо (19.15) следует воспользоваться соотношением (19.19) или (19.22).

Тогда

$$\frac{P_{0\text{ср}}}{P_{\text{ш}}} = \frac{1}{2\mu^2 \sigma^2} \frac{\Delta F_{\text{э}}}{\Pi_{\text{э}}}, \quad (21.41)$$

где  $P_{0\text{ср}}$  — средняя удельная мощность на выходе одной из антенн.

Для двухканального фазового пеленгатора имеют место выражения (19.25) и (19.28), т. е.

$$\frac{P_{0\text{ср}}}{P_{\text{ш}}} = \frac{1}{2h^2 \sigma^2} \frac{\Delta F_{\text{э}}}{\Pi_{\text{э}}}, \quad (21.42)$$

где величина  $P_{0\text{ср}}$  имеет тот же смысл, что и в (21.41);  $h$  — безразмерное расстояние между фазовыми центрами антенной системы, рассчитываемое по формуле (19.24).

Пользуясь формулами (21.40) — (21.42), следует помнить, что они справедливы, если соответствующие пеленгаторы обладают потенциальной точностью. В реальных условиях требуемое отношение сигнал/шум может иметь значительно большую величину по причинам, изложенным в гл. 19. Более точный результат можно получить, если в (21.38) подставлять значение спектральной плотности  $g_{\text{ш}}$ , вычисленной для реального пеленгатора. При коническом сканировании это значение определяется формулой (19.32).

В качестве примера рассмотрим координатор с коническим сканированием, работающий при непрерывном сигнале, имеющий следующие параметры: добротность  $Q = 10$  1/сек, параметр равносигнальной зоны  $\mu = 10$  и полосу высокочастотного тракта  $\Pi_z = 150$  гц. Рассчитаем отношение сигнал/шум, необходимое для получения  $\sigma = 0,82^\circ$  (это значение флуктуационной ошибки найдено в результате расчета, приведенного на стр. 484).

Если тракт гироскопа можно рассматривать как идеальный интегратор, то эквивалентная шумовая полоса координатора может быть рассчитана по формуле

$$\Delta F_z = \frac{Q}{4}.$$

Поэтому в нашем случае  $\Delta F_z = 2,5$  гц. Тогда по формуле (21.40) находим  $\frac{P_{0\text{ ср}}}{P_{\text{ш}}} = 1,63$ . Полученный результат не противоречит ориентировочной рекомендации, даваемой формулой (21.2), поскольку выражение (21.40) соответствует пеленгатору, имеющему потенциальную точность.

**О срыве слежения во вспомогательном кольце координатора.** Анализ срыва слежения в автоселекторе по дальности головки самонаведения при импульсном зондирующем сигнале и в системе частотной или фазовой автоподстройки частоты при непрерывном сигнале может быть выполнен аналогично ранее изложенному. Для автоселектора по дальности вместо характеристики  $\varphi(\theta)$  пеленгатора следует рассматривать характеристику  $\varphi(x)$  временного дискриминатора, где  $x$  — временное рассогласование между сигнальным и стробирующими импульсами; в системе частотной автоподстройки аналогичную роль играет характеристика  $\varphi(\Delta f)$  частотного детектора, где  $\Delta f$  — отклонение промежуточной частоты от средней частоты резонансной системы частотного детектора; при фазовой автоподстройке нелинейным элементом является фазовый детектор с характеристикой  $\varphi(\psi)$ , где  $\psi$  — разность фаз сигнала и подстраиваемого генератора.

Срыв слежения в автоселекторе по дальности подвергнут обсуждению в работе [107]. В этой работе рассмотрен как автоселектор с RC-фильтром, для которого тракт обратной связи характеризуется коэффициентом передачи

$$K(p) = \frac{\kappa_n}{p(1 + T_p)},$$

так и автоселектор с пропорционально-интегрирующим фильтром, при котором

$$K(p) = \frac{\kappa_n(1 + T_1 p)}{p(1 + T_p)},$$

где  $T_1$  — постоянная времени, малая по сравнению с  $T$ .

Изучение проводится не только для случая, когда спектральная плотность  $s(0)$  шума, приведенного к выходу временного дискриминатора, не зависит от ошибки  $x$  слежения, как это предполагалось в настоящем параграфе, но и с учетом соответствующей зависимости.

Анализ срыва при частотной автоподстройке приведен в статье [108]. В ней принято, что коэффициент передачи тракта обратной связи

$$K(p) = \frac{\kappa_0}{1 + T_p},$$

что соответствует однозвенному  $RC$ -фильтру, и учтена зависимость спектральной плотности  $s(0)$  от расстройки. Результаты исследования срыва синхронного режима в системе фазовой автоподстройки частоты с  $RC$ -фильтром при различных формах характеристики фазового детектора изложены в статье [109]. Наконец, срыв в следящих системах, тракт обратной связи которых является двойным интегратором (астатизм второго порядка), исследован в [106].

Полученные в указанных работах формулы позволяют, задаваясь вероятностью  $P_i$  срыва во вспомогательном кольце за время  $t$ , найти отношение сигнал/шум на входе кольца или дисперсию ошибки в режиме слежения. На основании этих данных можно определить, какого вида срыв возможен в угломерном кольце координатора, и в случае срыва второго вида найти положение границы  $\theta_L$ .

#### § 21.4. ПОИСК СИГНАЛА В БОРТОВОМ КООРДИНАТОРЕ И ОЦЕНКА РЕАЛЬНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ГОЛОВКИ САМОНАВЕДЕНИЯ

Принимаемый головкой самонаведения импульсный или непрерывный сигнал в первую очередь характеризуется направлением прихода, а также временным положением (в импульсных системах наведения) или частотой (в непрерывных системах). Следовательно, если в головку извне не вводится никакой информации о цели, то для осуществления самонаведения необходимы предварительные поиск и захват отраженного сигнала по трем параметрам: двум угловым координатам  $\theta_x$  и  $\theta_y$  и координате дальности  $r$  или скорости  $V$  (при сложных формах сигналов число координат может быть больше трех).

Практическое осуществление поиска по углу на борту реактивного снаряда наталкивается на значительные трудности как технического, так и тактического характера. К числу технических трудностей можно отнести следующие: 1) поиск цели по трем параметрам связан со значительной затратой времени; 2) допустимые динамические нагрузки на антенну и гирос привод ограничены, что дополнительно увеличивает время поиска; 3) механическое управление антенной требует наличия определенных энергетических ресурсов, которые на борту снаряда ограничены; 4) необходимы дополнительные блоки управления антенной, индикации цели, остановки поиска и переключения в режим слежения, что усложняет бортовую аппаратуру ракеты. Часть перечисленных трудностей отпадает при электрическом управлении диаграммой направленности, однако последнее не всегда осуществимо. Тактические трудности вызываются тем, что радиозвено снаряда, работая в режиме автономного поиска по углу, может захватить вместо нужной цели какую-либо иную или перейти в режим слежения за каким-либо паразитным сигналом, например зондирующим сигналом, отраженным от земли. В связи с этим далее рассматривается лишь простейший случай, когда в радиозвено снаряда извне вводится целеуказание по углу и поиск осуществляется лишь по дальности или скорости. Изме-

нение временного положения стробов автоселектора по дальности или перестройка частоты гетеродина в системе частотной или фазовой автоподстройки осуществляются сравнительно простыми техническими средствами, и поэтому практическая реализация такого поиска сигнала по единственному его параметру не встречает серьезных трудностей. Вместе с тем вероятность захвата какого-либо паразитного сигнала оказывается значительно меньшей, чем при поиске по трем параметрам.

Блок-схема одной из простейших поисковых систем приведена на рис. 21.6; она соответствует схеме поиска импульсного сигнала по дальности. В режиме слежения с выхода приемника на входы

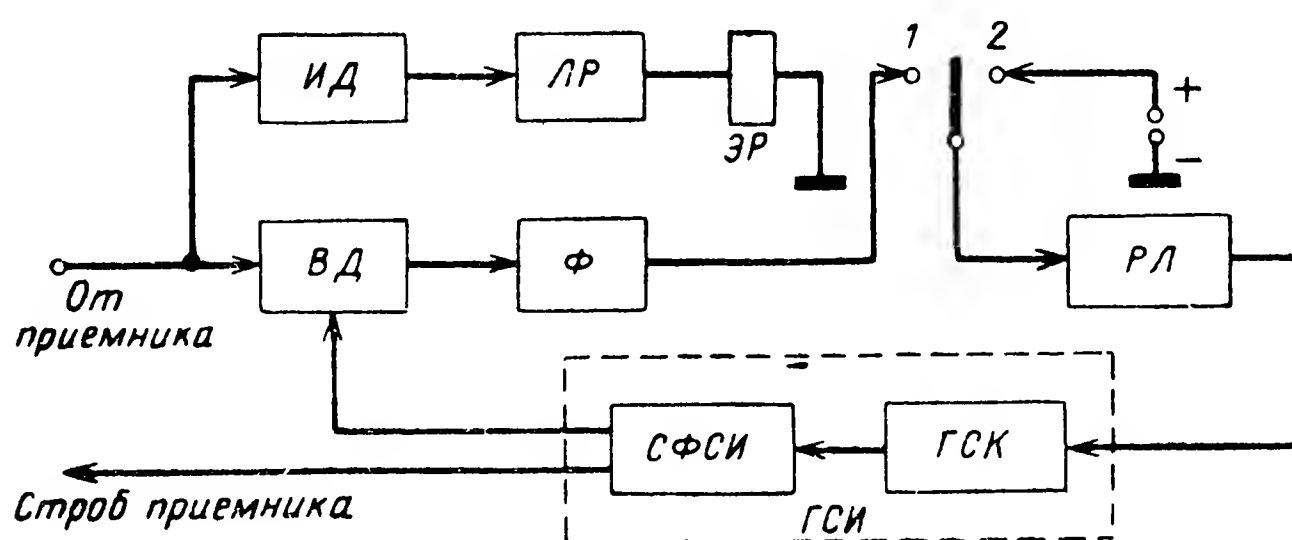


Рис. 21.6

временного дискриминатора *ВД* и импульсного детектора *ИД* поступают полезные видеоимпульсы. Выходное напряжение импульсного детектора, воздействуя на ламповое реле *ЛР*, удерживает последнее в состоянии, при котором через обмотку электромагнитного реле *ЭР* протекает ток. В этом случае якорь реле находится в положении *1* и кольцо слежения по дальности, состоящее из временного дискриминатора, фильтра *Ф*, реактивной лампы *РЛ* и генератора стробирующих импульсов *ГСИ*, оказывается замкнутым. Генератор стробирующих импульсов содержит генератор синусоидальных колебаний *ГСК* и схему формирования стробирующих импульсов *СФСИ*, из которых два полустроба поступают на временной дискриминатор и один строб — в тракт промежуточной частоты приемника головки.

Если сигнальные и стробирующие импульсы перекрываются во времени, но их середины не совпадают во времени, то на выходе временного дискриминатора и фильтра появляется напряжение, которое через реактивную лампу воздействует на частоту и фазу генератора синусоидальных колебаний так, что исходное рассогласование импульсов уменьшается. Таков механизм автоматического поддержания режима слежения в рассматриваемой системе.

При отсутствии импульсов сигнала, совпадающих во времени со стробами, вырабатываемыми генератором *ГСИ*, напряжение на вы-



ходе детектора  $ID$  равно нулю и якорь реле  $ЭР$  находится в положении 2. Тогда на вход реактивной лампы подключается постоянное напряжение, создающее расстройку между частотой генератора  $ГСК$  и частотой повторения принимаемых импульсов. Это приводит к периодическому перемещению стробов по дистанции, т. е. осуществляется поиск по дальности.

Попадание импульсов сигнала в стробы приводит к перебросу  $ЭР$  в положение 1, т. е. следящее кольцо замыкается и система переходит в режим слежения. Блоки  $ID$ ,  $ЛР$  и  $ЭР$  выполняют в этом случае роль индикатора захвата. Аналогичный принцип поиска может быть применен в сочетании с частотной автоподстройкой.

Анализ и синтез различных процедур поиска и захвата может составить содержание специальной монографии. Поэтому цель последующего изложения состоит лишь в том, чтобы изложить некоторые начальные сведения, относящиеся к этому вопросу.

Рассмотрим в качестве примера следующую простейшую поисковую процедуру. Пусть  $x$  — искомый параметр сигнала (временное положение или частота). Этот параметр равномерно распределен в интервале  $(x_1, x_2)$ . В реальных условиях поиск является обычно непрерывным. Однако для целей анализа часто удобнее заменить непрерывную процедуру большим числом малых дискретных шагов, т. е. разбить диапазон  $(x_2 - x_1)$  поиска на отдельные ячейки  $\Delta x$ , размер которых определяется разрешающей способностью поисковой системы, а число  $n = (x_2 - x_1)/\Delta x$  достаточно велико. Эти ячейки подвергаются в порядке их следования анализу, цель которого состоит в том, чтобы решить, находится ли в данной ячейке искомый параметр или нет. Как только ячейка, содержащая параметр, найдена, поиск прекращается и осуществляется переход в режим слежения за этим параметром. Анализ отдельной ячейки проводится в течение времени  $\Delta t$ , одинакового для всех ячеек.

Поиск и захват сигнала должны быть выполнены при внутреннем шуме головки. Действие шума может нарушить ход поисковой процедуры двояким образом: 1) вызвать ложные остановки процесса поиска или, иначе, ложные тревоги (индикатор захвата срабатывает от шума) и 2) пропустить искомый сигнал, замаскированный шумом. Отметим, что ошибочный переход в режим слежения не приводит к срыву поисковой процедуры в целом, поскольку система, будучи не в состоянии следить за отсутствующим сигналом, снова переключается в режим поиска. Таким образом, здесь имеется в неявной форме контроль правильности принятого решения о наличии сигнала, т. е. вторая ступень анализа. Тем не менее ложные тревоги вредны, так как этот контроль занимает определенное время, что увеличивает общую продолжительность поиска.

Допустим, что захват сигнала должен быть выполнен при первом проходе интервала  $(x_1, x_2)$  и что индикатор представляет собой оптимальную систему обнаружения. Если сигнал известен точно, а помеха является белым шумом с удельной мощностью  $N_0$  в едини-

ной полосе частот, то вероятности пропуска сигнала и ложной тревоги соответственно равны [47]

$$P_{\text{пр}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\xi}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du, \quad (21.43)$$

$$P_{\text{лт}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\eta}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du, \quad (21.44)$$

где

$$\xi = \sqrt{\frac{N_0}{2Q}} \left( \frac{Q}{N_0} - \gamma \right); \quad (21.45)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{N_0}{2Q}} \left( \frac{Q}{N_0} + \gamma \right); \quad (21.46)$$

$Q$  — энергия сигнала, равная

$$Q = \int_0^{\Delta t} u_c^2(t) dt, \quad (21.47)$$

и  $\gamma$  — параметр системы обнаружения, выбор которого зависит от принятого критерия оптимальности. Аналогичные соотношения могут быть записаны также для флуктуирующего сигнала [47].

Первое естественное требование, которое следует предъявить к системе поиска, состоит в том, что захват должен происходить с достаточно высокой вероятностью  $P_0$ . В соответствии со сказанным ранее о роли ложных тревог, значение  $P_0$  определяется лишь вероятностью пропуска в ячейке, содержащей сигнал, т. е.

$$P_0 = 1 - P_{\text{пр}}. \quad (21.48)$$

Если вероятность  $P_0$  задана, то выражения (21.43) и (21.48) позволяют найти значение величины  $\xi$ , после чего соотношение (21.45) превращается в уравнение, связывающее две неизвестные переменные: отношение  $\frac{Q}{N_0}$  и параметр  $\gamma$  системы. Поскольку вероятность пропуска должна быть мала ( $P_{\text{пр}} < \frac{1}{2}$ ), то  $\xi > 0$ , т. е.  $\gamma < \frac{Q}{N_0}$ . Отметим, что, выбирая значение  $\gamma$  достаточно близким к  $\frac{Q}{N_0}$ , можно, как показывает формула (21.45), удовлетворить поставленному требованию при сколь угодно малом отношении  $\frac{Q}{N_0}$  энергии сигнала к удельной мощности шума в единичной полосе. Однако при этом согласно (21.46) получится близкое к нулю значение  $\eta$ , т. е.  $P_{\text{лт}} \approx \frac{1}{2}$ , что резко увеличит среднее время поиска. Кроме того, после перехода системы в режим слежения сильно возрастает вероятность срыва.



Во избежание значительного увеличения продолжительности поиска потребуем, чтобы ложные тревоги происходили достаточно редко. Для этого зададим вероятность  $P_1 < P_0$  того, что сигнал захватывается на первом проходе без ложных тревог в предшествующих ячейках. Поскольку результаты анализа в различных ячейках можно считать независимыми, то вероятность  $P_1^{(j)}$  при сигнале, находящемся в  $j$ -й ячейке, равна

$$P_1^{(j)} = (1 - P_{\text{лт}})^{j-1} P_0.$$

Усредняя вероятность  $P_1^{(j)}$  по всем возможным положениям сигнала, находим

$$P_1 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (1 - P_{\text{лт}})^{j-1} P_0 = \frac{P_0}{n} \frac{1 - (1 - P_{\text{лт}})^n}{P_{\text{лт}}}. \quad (21.49)$$

Суммирование в (21.49) выполнено при помощи формулы для суммы членов геометрической прогрессии. Имея в виду, что  $P_{\text{лт}} \ll 1$ , и пользуясь формулой бинома Ньютона, можно с достаточной точностью принять

$$(1 - P_{\text{лт}})^n = 1 - nP_{\text{лт}} + \frac{n(n-1)}{2} P_{\text{лт}}^2,$$

после чего выражение (21.49) упрощается так:

$$P_1 = P_0 \left[ 1 - \frac{n-1}{2} P_{\text{лт}} \right]. \quad (21.50)$$

Если заданы вероятности  $P_0$  и  $P_1$ , а также выбрано число  $n$  ячеек, то формула (21.50) позволяет найти требуемую вероятность ложной тревоги, после чего из (21.44) получается необходимое значение  $\eta$  и (21.46) дает второе уравнение, связывающее величины  $\frac{Q}{N_0}$  и  $\gamma$ .

Решая совместно уравнения, получающиеся из (21.45) и (21.46), имеем

$$\frac{Q}{N_0} = \frac{1}{2} (\xi + \eta)^2, \quad \gamma = \frac{1}{2} (\xi + \eta). \quad (21.51)$$

Формула (21.47) для энергии сигнала иначе может быть записана как

$$Q = P_{0\text{ср}} \Delta t, \quad (21.52)$$

где  $P_{0\text{ср}}$  — средняя удельная мощность сигнала.

Следовательно, при заданном значении  $N_0$  требуемое отношение  $Q/N_0$  может быть получено двумя путями: 1) выбором необходимого времени анализа  $\Delta t$  при заданной мощности сигнала или 2) созданием необходимой мощности сигнала при заданном времени  $\Delta t$ . Иначе говоря, при заданных вероятностях  $P_0$  и  $P_1$  поисковая си-

стема может выполнять свои функции при сколь угодно малой мощности сигнала, но ее высокая чувствительность достигается соответствующим увеличением времени  $\Delta t$  и, следовательно, общей продолжительности поиска; наоборот, высокая скорость поиска может быть достигнута лишь ценой увеличения мощности сигнала.

Предполагая, что обработка сигнала в приемном тракте головки оптимальна, и учитывая формулу (21.52), находим, что для осуществления поиска, удовлетворяющего поставленным выше требованиям, отношение сигнал/шум на входе головки должно быть не хуже, чем

$$\frac{P_{\text{оср}}}{P_{\text{ш}}} = \frac{Q}{N_0} \frac{1}{\Pi_{\text{э}} \Delta t}, \quad (21.53)$$

где  $\Pi_{\text{э}}$  — эквивалентная шумовая полоса высокочастотного тракта головки.

Если ложные тревоги отсутствуют, то время поиска при сигнале, находящемся в  $j$ -й ячейке, равно  $t_j = j\Delta t$ , т. е. среднее время поиска будет

$$t_{\text{ср}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n j\Delta t = \frac{1}{2} (n+1) \Delta t. \quad (21.54)$$

Получение окончательной формулы для отношения сигнал/шум может быть осуществлено следующим образом. Обычно поисковые системы проектируются так, чтобы вероятности пропуска сигнала и ложной тревоги были малы. Это позволяет, пользуясь асимптотическим выражением для интеграла вероятности, получить из (21.43) и (21.44) следующие приближенные формулы [47]:

$$\xi = \sqrt{2 \ln \frac{1}{P_{\text{пр}}}}, \quad (21.55)$$

$$\eta = \sqrt{2 \ln \frac{1}{P_{\text{лт}}}}. \quad (21.56)$$

Заменяя в (21.55) и (21.56) вероятности  $P_{\text{пр}}$  и  $P_{\text{лт}}$  их значениями, найденными из (21.48) и (21.50), и подставляя полученные выражения в соотношение (21.51), находим отношение  $Q/N_0$ . Затем, учитывая полученный результат, а также (21.54), из формулы (21.53) окончательно находим

$$\frac{P_{\text{оср}}}{P_{\text{ш}}} = \frac{n+1}{2\Pi_{\text{э}} t_{\text{ср}}} \left\{ \sqrt{\ln \frac{1}{1-P_0}} + \sqrt{\ln \frac{n-1}{2 \left(1 - \frac{P_1}{P_0}\right)}} \right\}^2. \quad (21.57)$$

В целях иллюстрации полученных соотношений рассмотрим следующий пример. Пусть поисковая система должна удовлетворять требованиям:  $P_0 = 0,99$ ,  $P_1 = 0,95$  и  $t_{\text{ср}} = 0,5$  сек, причем

$n = 100$  и  $\Pi = 150$  гц. При указанных исходных данных требуемое отношение сигнал/шум получается из (21.57) равным  $\frac{P_{0\text{ ср}}}{P_{\text{ш}}} = 15,5$ .

Возможно иное построение поисковой системы. При этом первая ступень анализа работает, как описано ранее. Если на первой ступени принимается решение о наличии сигнала, то теперь вместо переключения системы в режим слежения вступает в действие вторая ступень с временем анализа  $\Delta\tau \gg \Delta t$ . Если вторая ступень анализа подтверждает решение о наличии сигнала, то система переходит в режим слежения; в противном случае прерванный на время  $\Delta\tau$  поиск продолжается в прежнем направлении. Описанная система поиска позволяет уменьшить время анализа  $\Delta t$  на первой ступени, сохраняя прежнюю вероятность  $P_{\text{пр1}}$  и допуская большую вероятность  $P_{\text{лт1}}$ , что способствует экономии общего времени поиска. Вместе с тем здесь появляется дополнительный расход времени за счет анализа на второй ступени. Однако при рациональном выборе параметров системы удастся при неизменных требованиях сократить общую продолжительность поиска.

Ранее обсуждался лишь анализ заданной системы поиска. Наряду с задачами анализа существуют также задачи синтеза поисковых процедур, оптимальных в том или ином смысле.

### К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы

1. Какими факторами определяется реальная чувствительность головки самонаведения?
2. Перечислите факторы, которыми определяется дальность действия системы самонаведения.
3. Охарактеризуйте срывы первого и второго вида в угломерном кольце координатора.
4. Каково основное допущение, введенное в § 21.3 при расчете вероятности срыва, и чем оно обосновано?
5. Поясните наглядно, почему наличие динамической ошибки слежения повышает вероятность срыва.
6. Какими соображениями определяется интервал времени, для которого рассчитывается вероятность срыва?
7. Изложите причины, по которым оценка реальной чувствительности головки, приведенная в § 21.3, может не совпадать с результатами, полученными экспериментально.
8. С какими затруднениями связано создание системы поиска как по угловым координатам, так и по скорости (дальности)?
9. Нарисуйте блок-схему, аналогичную рис. 21.6, для поиска непрерывного сигнала.
10. Каков смысл введения в поисковую систему информации (хотя бы неполной) об искомом параметре сигнала?

Литература: [33, 47, 59, 60, 105, 106, 107, 108, 109].

---

## ТОЧНОСТЬ И ДАЛЬНОСТЬ ДЕЙСТВИЯ СИСТЕМ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ

### § 22.1. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

В главе 7 отмечалось, что телеуправление второго вида, во-первых, имеет много общего с самонаведением и, во-вторых, применяется значительно реже, чем самонаведение или телеуправление первого вида. Поэтому для краткости в данной главе рассматривается телеуправление только первого вида (ТУ-1). При телеуправлении первого вида между дальностью действия системы и ее точностью существует значительно большая связь, чем при самонаведении. При ТУ-1, как отмечалось в гл. 7, дальность действия системы управления определяется практически дальностью действия канала контроля цели. Максимально возможная дальность действия канала контроля цели лимитируется необходимостью обеспечения требуемых значений следующих показателей качества системы управления: надежности захвата цели (вероятности захвата), надежности удержания цели (малой вероятности срыва слежения за целью) и точности наведения снаряда на цель. В одних случаях главным фактором, лимитирующим дальность действия системы, оказывается надежность захвата цели или надежность удержания цели, а в других — точность наведения. Например, при встречных курсах ракеты и цели и сравнительно невысоких требованиях к точности наведения наиболее сложно обеспечить надежный захват цели (так как при захвате расстояние между ракетой и целью оказывается наибольшим). При догонных курсах и невысоких требованиях к точности лимитирующим фактором может оказаться необходимость сохранения малой вероятности срыва слежения. Наконец, при высоких требованиях к точности наведения снаряда, фактором, ограничивающим дальность действия системы, может оказаться необходимость обеспечения заданной точности наведения.

Из сказанного следует, что при телеуправлении первого вида между дальностью действия системы и ее точностью существует тесная, но не всегда непосредственная и однозначная связь. Поэтому в данной главе сначала рассматривается вопрос о точности наведения, а затем оценивается дальность действия системы. Требо-

вания к точности телеуправления первого вида существенно зависят от того, применяется ли этот вид управления в комбинации с последующим самонаведением (т. е. в составе системы **комбинированного** управления) или телеуправление должно осуществляться вплоть до встречи ракеты с целью. Во-втором случае (т. е. при простом, а не комбинированном управлении) критерием точности управления служит промах  $\vec{h}$ . При комбинированном управлении задачей телеуправления является вывод ракеты в область, где цель может быть надежно захвачена головкой самонаведения с достаточно малой начальной ошибкой упреждения  $\vec{\Delta\beta}_0$  (см. гл. 5). Поэтому при комбинированном управлении точность телеуправления должна оцениваться в общем случае двумя параметрами — линейным отклонением  $\vec{\Delta r}$  центра масс ракеты от требуемой кинематической траектории и угловым отклонением  $\vec{\delta}$  вектора скорости ракеты от касательной к требуемой кинематической траектории (в точке перехода на самонаведение).

В дальнейшем для краткости рассмотрение проводится только для случая простого (т. е. не комбинированного) управления применительно лишь к следующим способам осуществления телеуправления:

- а) для лучевого телеуправления по методу накрытия цели;
- б) для командного телеуправления по методу параллельного сближения.

Эти два случая охватывают как наиболее типичные кинематические методы наведения (метод накрытия цели и метод параллельного сближения), так и наиболее типичные способы их осуществления (путем применения управляющего луча или командной радиолинии).

## § 22.2. ТОЧНОСТЬ ЛУЧЕВОГО ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ (ПЕРВОГО ВИДА) ПО МЕТОДУ НАКРЫТИЯ ЦЕЛИ

В рассматриваемом случае промах  $h$  может определяться по формуле (11.56), а именно:

$$h = r_{\text{ц}} (v_{\text{ц}} - v_{\text{р}}), \quad (22.1)$$

где  $r_{\text{ц}}$  — расстояние от КП до цели в момент встречи  $t_{\text{вс}}$ , т. е. в момент, при котором  $r_{\text{р}} = r_{\text{ц}}$  (см. рис. 7.5);  $(v_{\text{ц}} - v_{\text{р}})$  — разность угловых координат ракеты и цели в момент встречи.

Текущее значение промаха  $h(t)$  может при этом определяться как расстояние от ракеты до направления КП — цель, т. е.

$$h(t) = r_{\text{р}}(t) [v_{\text{ц}}(t) - v_{\text{р}}(t)]. \quad (22.2)$$

Из (22.1) и (22.2) следует, что

$$h = h(t_{\text{вс}}). \quad (22.3)$$

Параметром рассогласования  $\varepsilon$  в данном случае может служить угловое отклонение

$$\varepsilon = \nu_{\text{ц}} - \nu_{\text{р}}, \quad (22.4)$$

поэтому

$$h(t) = r_p(t) \varepsilon(t). \quad (22.5)$$

Параметр рассогласования  $\varepsilon$  должен быть определен путем анализа структурной схемы системы управления.

Для лучевого управления, осуществляемого в соответствии с функциональной схемой, изображенной на рис. 7.5, структурная схема приведена на рис. 7.14. Для малых отклонений эта схема линеаризуется и принимает вид, изображенный на рис. 7.19.

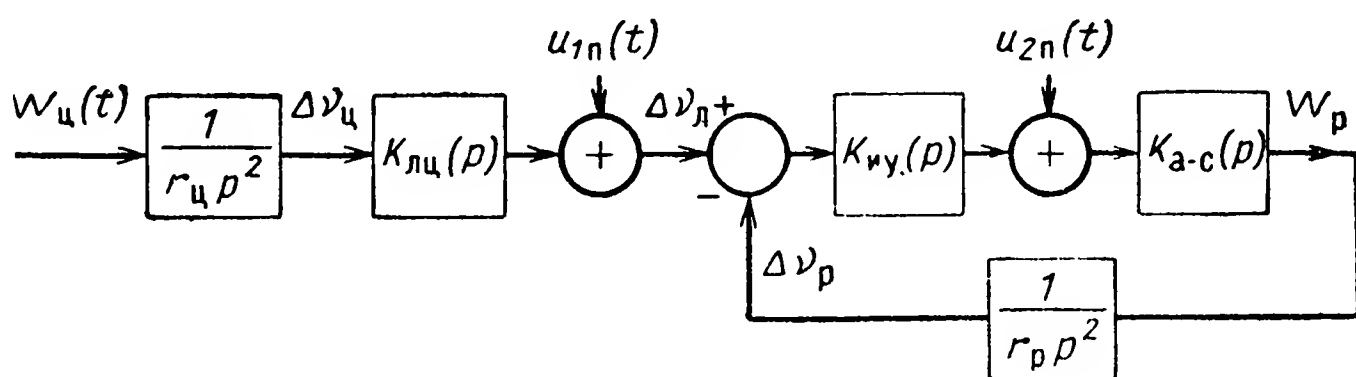


Рис. 22.1

В этой схеме  $K_{\text{лц}}(p)$ ,  $K_{\text{иу}}(p)$  и  $K_{\text{а-с}}(p)$  — соответственно передаточные функции лоатора цели, измерительного устройства и звена автопилот-снаряд. При этом измерительным названо устройство, измеряющее отклонение ракеты от оси равносигнальной зоны лоатора цели;  $\nu_{\text{ц}0}$ ,  $\nu_{\text{р}0}$ ,  $\theta_{\text{ц}0}$  и  $\theta_{\text{р}0}$  — начальные значения углов  $\nu_{\text{ц}}$ ,  $\nu_{\text{р}}$ ,  $\theta_{\text{ц}}$  и  $\theta_{\text{р}}$  (рис. 7.11);  $u_{1\text{н}}(t)$  и  $u_{2\text{н}}(t)$  — возмущения, создаваемые помехами и другими источниками ошибок, возникающими соответственно в лоаторе и в измерительном устройстве, и приведенные к выходу этих устройств. Кроме этих возмущений на систему действуют ускорение цели  $W_{\text{ц}}(t)$  и начальные рассогласования  $V_{\text{ц}0} \sin(\theta_{\text{ц}0} - \nu_{\text{ц}0})$  и  $V_{\text{р}0} \sin(\theta_{\text{р}0} - \nu_{\text{р}0})$ , вызванные начальным отклонением векторов скорости ракеты и цели от направления КП — цель.

При не слишком малой дальности до цели и правильно выбранных передаточных функциях звеньев переходные процессы, вызванные действием начальных рассогласований, успевают затухнуть до момента встречи и не оказывают влияния на промах  $h$ , поэтому в дальнейшем для простоты положим

$$\theta_{\text{ц}0} - \nu_{\text{ц}0} = \theta_{\text{р}0} - \nu_{\text{р}0} = 0.$$

При этом структурная схема системы принимает вид, изображенный на рис. 22.1.

Полагая в целях дальнейшего упрощения

$$v_{ц0} = v_{p0},$$

получим из (22.4), что

$$\varepsilon = \Delta v_{ц} - \Delta v_{p}. \quad (22.6)$$

В структурной схеме, изображенной на рис. 22.1, переменными параметрами являются расстояния  $r_{ц}(t)$  и  $r_{p}(t)$ . Переменность параметра  $r_{ц}(t)$  не вызывает существенного усложнения расчета, так как она приводит лишь к изменению вида внешнего возмущения  $\Delta v_{ц}(t)$ , действующего на систему; параметр  $r_{p}(t)$  входит в цепь замкнутого контура системы регулирования и вследствие этого учет его зависимости от времени весьма существенно усложняет анализ системы. Однако при определении промаха наибольшее зна-

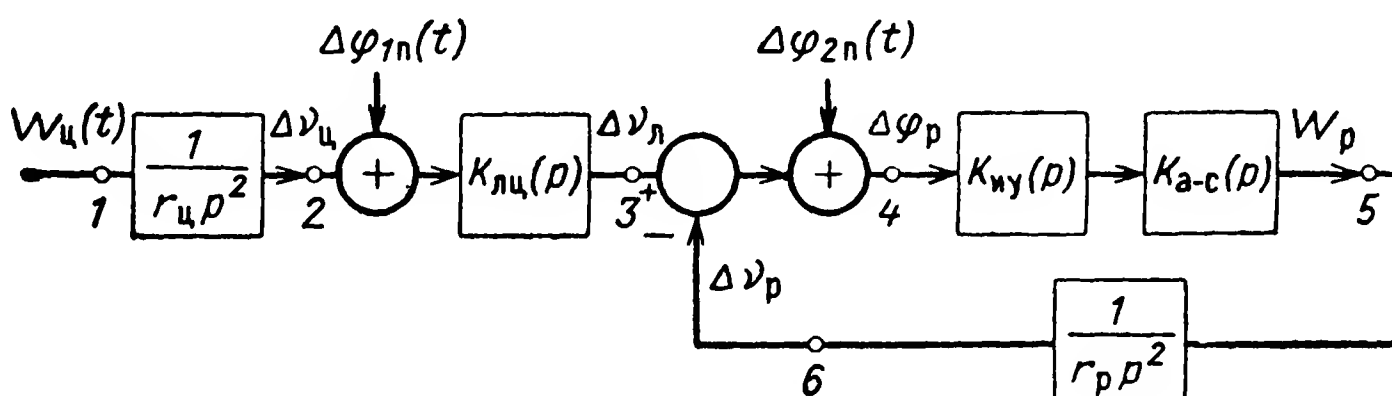


Рис. 22.2

чение имеет характер процессов, протекающих в системе на конечном участке траектории, когда  $r_p$  изменяется относительно незначительно. Кроме того, для компенсации зависимости параметров системы управления от дальности  $r_p$  в состав измерительного устройства обычно включается так называемый потенциометр дальности, изменяющий усиление этого устройства приблизительно пропорционально расстоянию  $r_p$ . Поэтому при приближенном аналитическом исследовании вполне допустимо применять метод замораживания расстояния  $r_p$ . Если, кроме того, пренебрегать комбинационными составляющими помеховых возмущений  $u_{1п}(t)$  и  $u_{2п}(t)$  (т. е. считать, что эти возмущения не имеют составляющих, зависящих от параметра рассогласования  $\varepsilon$ ), то структурная схема рис. 22.1 может считаться линейной системой с постоянными параметрами. Для дальнейшего анализа помехи  $u_{1п}(t)$  и  $u_{2п}(t)$ , приведенные к выходу звеньев  $K_{лц}(p)$  и  $K_{иу}(p)$ , удобно заменить соответствующими им помехами  $\Delta\varphi_{1п}(t)$  и  $\Delta\varphi_{2п}(t)$ , приведенными ко входу этих звеньев, как показано на рис. 22.2. Очевидно,

$$\Delta\varphi_{1п}(t) = \frac{1}{K_{лц}(p)} u_{1п}(t)$$

и

$$\Delta\varphi_{2п}(t) = \frac{1}{K_{иу}(p)} u_{2п}(t).$$



Целесообразность такой замены (в линеаризованной системе) обусловлена тем обстоятельством, что в реальной аппаратуре большинство источников ошибок и помех возникает во входных цепях, а наибольшей инерционностью (наиболее узкой полосой), определяющей вид передаточной функции, обладают выходные цепи. Поэтому спектр помехи, приведенный ко входу звена, можно обычно считать не зависящим от вида передаточной функции этого звена, а форма спектра помехи на выходе звена, наоборот, определяется в основном видом передаточной функции звена. Но очевидно, что анализ системы значительно удобнее производить в тех случаях, когда характеристики внешних возмущений могут считаться не зависящими от вида передаточных функций звеньев этой системы. Поэтому в дальнейшем мы будем исходить из схемы, изображенной на рис. 22.2. Здесь  $\Delta \varphi_{1\pi}(t)$  — помехи (и другие источники ошибок), возникающие в радиолокаторе цели и приведенные к угловому отклонению цели, измеряемому этим радиолокатором;  $\Delta \varphi_{2\pi}(t)$  — помехи (и другие источники ошибок), возникающие в измерительном устройстве, приведенные к угловому отклонению ракеты от оси равносигнальной зоны радиолокатора цели. Очевидно, что помеху  $\Delta \varphi_{2\pi}(t)$  можно с равным правом считать приложенной не в точке 4, а в точке 3 структурной схемы.

Введем обозначения

$$K(p) = K_{иу}(p) K_{а-с}(p) \frac{1}{r_p p^2} = \frac{\Delta v_p(t)}{\Delta v_p(t)} \quad (22.7)$$

и

$$K_p(p) = \frac{K(p)}{1 + K(p)}. \quad (22.8)$$

Очевидно,  $K_p(p)$  является результирующим коэффициентом передачи следящей системы, обеспечивающей удержание центра масс ракеты на оси равносигнальной зоны радиолокатора. Будем в дальнейшем называть эту следящую систему следящей системой ракеты в отличие от следящей системы радиолокатора [ $K_{лц}(p)$ ], обеспечивающей слежение локатора за целью по угловым координатам. Следовательно,  $K(p)$  и  $K_p(p)$  — это коэффициенты передачи следящей системы ракеты в разомкнутом и замкнутом состоянии соответственно. Из рис. 22.2 следует, что

$$W_p(t) = W_{рд}(t) + W_{р1ф}(t) + W_{р2ф}(t), \quad (22.9)$$

где составляющие  $W_{рд}(t)$ ,  $W_{р1ф}(t)$  и  $W_{р2ф}(t)$  вызваны соответственно возмущениями  $W_{ц}(t)$ ,  $\Delta \varphi_{1\pi}(t)$  и  $\Delta \varphi_{2\pi}(t)$ , причем

$$\begin{aligned} W_{рд}(t) &= \frac{1}{r_{ц} p^2} K_{лц}(p) K_p(p) r_p p^2 W_{ц}(t) = \\ &= \frac{r_p}{r_{ц}} K_{лц}(p) K_p(p) W_{ц}(t); \end{aligned} \quad (22.10)$$

$$W_{p1\phi}(t) = r_p p^2 K_{лц}(p) K_p(p) \Delta\varphi_{1п}(t); \quad (22.11)$$

$$W_{p2\phi}(t) = r_p p^2 K_p(p) \Delta\varphi_{2п}(t). \quad (22.12)$$

Из рис. 22.2 следует также, что

$$\Delta v_p(t) = \Delta v_{pд}(t) + \Delta v_{p1\phi}(t) + \Delta v_{p2\phi}(t), \quad (22.13)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Delta v_{pд}(t) &= K_{лц}(p) K_p(p) \Delta v_{ц}(t), \\ \Delta v_{p1\phi}(t) &= K_{лц}(p) K_p(p) \Delta\varphi_{1п}(t), \\ \Delta v_{p2\phi}(t) &= K_p(p) \Delta\varphi_{2п}(t). \end{aligned} \right\} \quad (22.14)$$

Так как в соответствии с выражениями (22.5) и (22.6) мгновенный промах равен

$$h(t) = r_p(t) [\Delta v_{ц}(t) - \Delta v_p(t)], \quad (22.15)$$

то он также содержит три составляющие  $h_d(t)$ ,  $h_{1\phi}(t)$  и  $h_{2\phi}(t)$ , вызванные соответственно возмущениями  $W_{ц}(t)$ ,  $\Delta\varphi_{1п}(t)$  и  $\Delta\varphi_{2п}(t)$ , т. е.

$$h(t) = h_d(t) + h_{1\phi}(t) + h_{2\phi}(t), \quad (22.16)$$

где

$$\begin{aligned} h_d(t) &= r_p [\Delta v_{цд}(t) - \Delta v_{pд}(t)] = \\ &= r_p [1 - K_{лц}(p) K_p(p)] \Delta v_{ц}(t); \end{aligned} \quad (22.17)$$

$$h_{1\phi}(t) = r_p [0 - \Delta v_{p1\phi}(t)] = -r_p K_{лц}(p) K_p(p) \Delta\varphi_{1п}(t); \quad (22.18)$$

$$h_{2\phi}(t) = r_p [0 - \Delta v_{p2\phi}(t)] = -r_p K_p(p) \Delta\varphi_{2п}(t). \quad (22.19)$$

Обозначим

$$K'_p(p) = K_p(p) K_{лц}(p). \quad (22.20)$$

Очевидно,  $K'_p(p)$  является результирующим коэффициентом передачи следящих систем локатора и ракеты, т. е. звеньев  $K_{лц}(p)$  и  $K_p(p)$ . С учетом выражения (22.20) соотношения (22.10)—(22.18) упрощаются и принимают следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} W_{pд}(t) &= \frac{r_p}{r_{ц}} K'_p(p) W_{ц}(t), \\ W_{p1\phi}(t) &= r_p p^2 K'_p(p) \Delta\varphi_{1п}(t), \\ W_{p2\phi}(t) &= r_p p^2 K_p(p) \Delta\varphi_{2п}(t); \end{aligned} \right\} \quad (22.21)$$

$$\left. \begin{aligned} h_d(t) &= \frac{r_p}{r_{ц}} \left[ 1 - K'_p(p) \frac{1}{p^2} W_{ц}(t) \right], \\ h_{1\phi}(t) &= -r_p K'_p(p) \Delta\varphi_{1п}(t), \\ h_{2\phi}(t) &= -r_p K_p(p) \Delta\varphi_{2п}(t). \end{aligned} \right\} \quad (22.22)$$

Пусть  $\Delta\varphi_{1п}(t)$  и  $\Delta\varphi_{2п}(t)$  — стационарные случайные процессы с нулевыми средними значениями и энергетическими спектрами (односторонними)  $g_{п1}(f)$  и  $g_{п2}(f)$  соответственно. Тогда из соотношений (22.21) и (22.22) получаются следующие выражения для дисперсий ускорения ракеты и промаха:

$$\left. \begin{aligned} \overline{W_{п1ф}^2} &= r_p^2 \int_0^{\infty} (2\pi f)^4 |K'_p(j2\pi f)|^2 g_{п1}(f) df, \\ \overline{W_{п2ф}^2} &= r_p^2 \int_0^{\infty} (2\pi f)^4 |K_p(j2\pi f)|^2 g_{п2}(f) df, \end{aligned} \right\} \quad (22.23)$$

$$\left. \begin{aligned} \overline{h_{1ф}^2} &= r_p^2 \int_0^{\infty} |K'_p(j2\pi f)|^2 g_{п1}(f) df, \\ \overline{h_{2ф}^2} &= r_p^2 \int_0^{\infty} |K_p(j2\pi f)|^2 g_{п2}(f) df. \end{aligned} \right\} \quad (22.24)$$

При этом в выражениях (22.24) все параметры должны определяться для момента встречи  $t = t_{вс}$ , т. е. при  $r_p = r_{ц} = r_{ц}(t_{вс})$ . Так как обычно помехи  $\Delta\varphi_{1п}(t)$  и  $\Delta\varphi_{2п}(t)$  можно считать статистически независимыми, то

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} \overline{W_{рф}^2} &= \overline{W_{п1ф}^2} + \overline{W_{п2ф}^2} \\ \overline{h_{ф}^2} &= \overline{h_{1ф}^2} + \overline{h_{2ф}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (22.25)$$

Приведенные формулы позволяют вычислить динамическую и флуктуационные составляющие промаха  $h$ , а также проверить условие линейности системы по поперечным ускорениям ракеты. Из этих формул видно, что точность телеуправления зависит от интенсивности возмущений [ускорения цели  $W_{ц}(t)$  и спектральных плотностей помех  $g_{п1}(f)$  и  $g_{п2}(f)$ ] и от вида передаточных функций  $K_p(p)$  и  $K'_{р}(p) = K_p(p) K_{лц}(p)$ .

Передаточные функции  $K_p(p)$  и  $K_{лц}(p)$  соответствуют следящим системам ракеты и локатора цели и обычно выбираются таким образом, чтобы кроме всего прочего обеспечить нулевую статическую ошибку. Поэтому они удовлетворяют условию

$$K_p(0) = 1, \quad K_{лц}(0) = 1,$$

и соответствующие этим передаточным функциям частотные характеристики  $|K_p(j2\pi f)|$  и  $|K_{лц}(j2\pi f)|$  имеют вид, изображенный на рис. 22.3. На этом же рисунке изображена результирующая частотная характеристика обеих следящих систем  $|K'_p(j2\pi f)|$ , равная произведению частотных характеристик следящих систем локатора

и ракеты. Обычно полоса пропускания у следящей системы ракеты меньше, чем у следящей системы лоатора ( $\Delta F_p < \Delta F_{\text{л}}$ ); поэтому в первом приближении можно полагать

$$K'_p(p) \approx K_p(p). \quad (22.26)$$

Выясним теперь, какие основные источники вызывают помеховые возмущения  $\Delta\varphi_{1\text{п}}(t)$  и  $\Delta\varphi_{2\text{п}}(t)$ . Составляющая  $\Delta\varphi_{1\text{п}}(t)$ , создаваемая помехами, возникающими в лоаторе цели, вызывается в основном внутренним шумом радиолокатора, флуктуациями отраженного от цели сигнала и организованными помехами, воздействующими на этот радиолокатор. Составляющая  $\Delta\varphi_{2\text{п}}(t)$ , создаваемая помехами, возникающими в канале управления ракетой, вызывается в первую

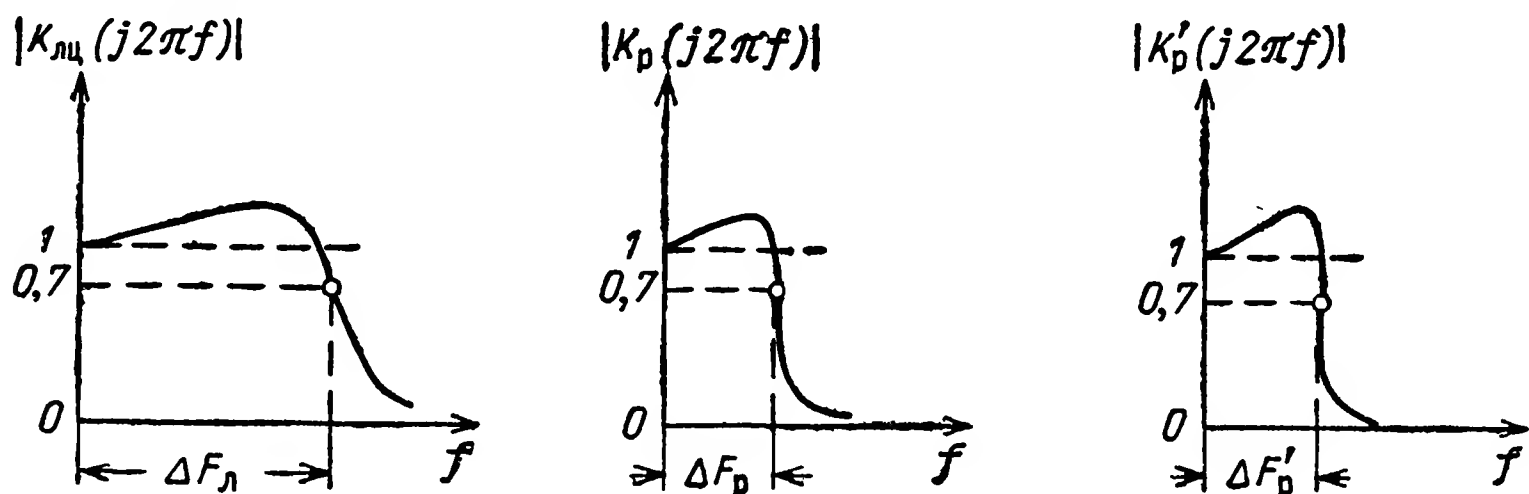


Рис. 22.3

очередь внутренним шумом бортового приемного (измерительного) устройства и организованными помехами, действующими непосредственно на бортовое приемное устройство. Так как действие канала управления ракетой основано на приеме мощного прямого излучения радиолокатора, а слежение радиолокатора за целью осуществляется путем приема отраженного от цели слабого сигнала, то точность наведения ракеты на цель определяется в первую очередь действием помехи  $\Delta\varphi_{1\text{п}}(t)$ , а не помехи  $\Delta\varphi_{2\text{п}}(t)$ . Поэтому для краткости рассмотрим далее действие лишь помехи  $\Delta\varphi_{1\text{п}}(t)$ , т. е. положим  $\Delta\varphi_{2\text{п}}(t) \equiv 0$ . При этом, как и в гл. 20, ограничимся рассмотрением действия лишь внутреннего шума и флуктуаций сигнала. Тогда формулы (22.23), (22.24) и (22.26) дают

$$\overline{W_{\text{рф}}^2} = r_p^2 \int_0^{\infty} (2\pi f)^4 |K'_p(j2\pi f)|^2 g_{\text{п}}(f) df; \quad (22.27)$$

$$\overline{h_{\text{ф}}^2} = r_p^2 \int_0^{\infty} |K'_p(j2\pi f)|^2 g_{\text{п}}(f) df, \quad (22.28)$$

где  $g_{\text{п}}(f)$  — спектральная плотность внутреннего шума и флуктуаций сигнала, приведенных к угловому отклонению, измеряемому радиолокатором цели.

В формуле (22.28) значения  $r_p$ ,  $g_n(f)$  и  $|K_p'(j2\pi f)|$  определяются для момента вст речи ракеты с целью, т. е. при выполнении условия

$$r_p = r_{ц} = r_{ц}(t_{вс}).$$

Спектральная плотность помехи  $g_n(f)$  может быть определена по формулам, приведенным в гл. 19 [например, по формулам (19.15), (19.22), (19.32) и др.]. Из этих формул видно, что в большинстве случаев можно считать, что помеха  $\Delta\varphi_n(t)$  имеет вид белого шума, т. е. полагать

$$g_n(f) = g_{ш}. \quad (22.29)$$

При этом формулы (22.27) и (22.28) упрощаются и принимают вид

$$\overline{W_{рф}^2} = r_p^2 g_{ш} \int_0^{\infty} (2\pi f)^4 |K_p'(j2\pi f)|^2 df \quad (22.27')$$

и

$$\overline{h_{ф}^2} = r_p^2 g_{ш} \Delta F'_{эп}, \quad (22.28')$$

где

$$\Delta F'_{эп} = \int_0^{\infty} |K_p'(j2\pi f)|^2 df \quad (22.29')$$

— эквивалентная шумовая полоса последовательно соединенных звеньев  $K_{лц}(p)$  и  $K_p(p)$ .

Как отмечалось ранее, в первом приближении справедливо равенство (22.26), из которого следует, что

$$\Delta F'_{эп} \approx \Delta F_p = \int_0^{\infty} |K_p(j2\pi f)|^2 df, \quad (22.30)$$

где  $\Delta F_{эп}$  — эквивалентная шумовая полоса следящей системы ракеты.

В главе 19 были приведены реальные и потенциальные (предельные минимально возможные) значения спектральной плотности  $g_{ш}$ . Подставляя эти соотношения в формулу (22.28'), найдем соответственно потенциальные и реальные значения точности телеуправления. Как было показано в § 19.1, потенциальные значения спектральной плотности  $g_{ш}$  сравнительно мало зависят от способа пеленгации (коническое сканирование, мгновенное амплитудное сравнение и др.). Поэтому для оценки потенциальной точности телеуправления можно воспользоваться, например, формулой (19.15), полученной для системы с коническим сканированием

$$g_{ш} = g_{ш0} = \frac{2N_0}{\mu^2 P_{оср}}. \quad (19.15)$$

Здесь  $P_{0\text{ ср}}$  — удельная средняя мощность сигнала на выходе антенной системы;  $\mu = (m/\theta)_{\theta \rightarrow 0}$  — параметр равносигнальной зоны, равный отношению глубины модуляции сигнала (на выходе антенной системы), вызванной угловым отклонением  $\theta$  к этому отклонению при малой величине отклонения ( $\theta \rightarrow 0$ );  $N_0$  — спектральная плотность шума на входе приемника радиолокатора (т. е. на выходе антенной системы).

Если коэффициент шума приемника равен  $N_{\text{ш}}$ , то

$$N_0 = N_{\text{ш}} k T R_{\text{в}}, \quad (22.31)$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  дж/град — постоянная Больцмана;  $T$  — абсолютная температура окружающей среды;  $R_{\text{вх}}$  — входное сопротивление приемника.

Из соотношения (22.28') и (19.15) следует, что минимальное (потенциальное) значение флуктуационной составляющей промаха равно

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\overline{h_{\text{ф}}^2}} &= r_{\text{р}} \theta_{\text{эф}}, \\ \theta_{\text{эф}} &= \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{2 N_{\text{ш}} k T \Delta F'_{\text{эр}}}{P_{\text{вх}}}}; \end{aligned} \right\} \quad (22.32)$$

$P_{\text{вх}} = \frac{P_{0\text{ ср}}}{R_{\text{вх}}}$  — мощность сигнала на входе приемника.

Пусть, например, антенная система радиолокатора цели такова, что угловому отклонению, равному  $1 \text{ мд}$ , соответствует глубина модуляции принятого сигнала  $m = 0,2$ , т. е.

$$\mu = \frac{0,2}{1 \cdot 10^{-3}} = 200 \frac{1}{\text{рад}}.$$

Пусть, кроме того,  $N_{\text{ш}} = 5$  и  $T = 300^\circ$ ; тогда

$$\left. \begin{aligned} \theta_{\text{эф}} &= 10^{-12} \sqrt{\frac{\Delta F'_{\text{эр}}}{P_{\text{вх}}}} \\ \sqrt{\overline{h_{\text{ф}}^2}} &= 10^{-12} r_{\text{р}} \sqrt{\frac{\Delta F'_{\text{эр}}}{P_{\text{вх}}}}, \end{aligned} \right\} \quad (22.33)$$

где  $\Delta F'_{\text{эр}}$  — в герцах, а  $P_{\text{вх}}$  — в ваттах.

Предел уменьшению полосы  $\Delta F'_{\text{эр}}$  ставит возрастание динамической составляющей промаха, т. е. составляющей  $h_{\text{д}}$ , вызываемой наличием маневра цели [см. формулу (22.22)]. Поэтому полоса  $\Delta F'_{\text{эр}}$  выбирается таким образом, чтобы обеспечить мини-

мум результирующего промаха  $\sqrt{h_d^2 + h_\phi^2}$ . Пусть  $\Delta F'_{\text{эп}} = 1$  гц; тогда

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\overline{h_\phi^2}} &= \frac{10^{-12} r_p}{\sqrt{P_{\text{вх}}}} \\ P_{\text{вх}} &= \frac{10^{-24} r_p^2}{\overline{h_\phi^2}}, \end{aligned} \right\} \quad (22.34)$$

где  $P_{\text{вх}}$  — минимальное значение мощности сигнала на входе приемника, необходимой для обеспечения заданного (допустимого) значения флуктуационной составляющей промаха.

Пусть, например,  $r_p = 10^5$  м и  $\sqrt{\overline{h_\phi^2}} = 10$  м; тогда

$$P_{\text{вх}} = 10^{-16} \text{ вт.}$$

Следует, однако, иметь в виду, что найденное значение является потенциальным, т. е. достижимым лишь при идеальном сигнале и наилучшем возможном способе его обработки.

Реальное значение требуемой мощности, как было показано в гл. 19, может в несколько или более раз превышать соответствующее потенциальное значение.

### § 22.3. ТОЧНОСТЬ КОМАНДНОГО ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ (ПЕРВОГО ВИДА) ПО МЕТОДУ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СБЛИЖЕНИЯ

#### а. Общие замечания

Функциональная схема системы командного телеуправления, обеспечивающей наведение по методу параллельного сближения, приведена на рис. 7.7, а соответствующая структурная схема — на рис. 7.9. Если бы измерительные средства измеряли параметр рассогласования  $\varepsilon(t)$  идеально точно, т. е. ошибка наведения вызывалась бы только неидеальностью звена автопилот-снаряд, то параметр рассогласования  $\varepsilon(t)$  и промах  $h$  определялись бы по тем же формулам, как и при самонаведении по тому же методу (методу параллельного сближения). Действительно, так как кинематический метод в обоих случаях один и тот же (метод параллельного сближения), то отклонение траектории ракеты от идеальной кинематической траектории следовало бы оценить одним и тем же параметром рассогласования  $\varepsilon$ , например определить его по формуле

$$\varepsilon = \frac{d\varphi}{dt}.$$



При этом ошибка наведения (промах) также должна была бы определяться одними и теми же соотношениями, например формулами, приведенными в гл. 11:

$$h(t) = \frac{r_m^2}{V_r} \frac{d\varphi}{dt}, \quad h = h(t_m),$$

где  $t_m$  — момент вхождения ракеты в зону квазистационарной встречи (или в мертвую зону управления).

При этом промах  $h$  существенно зависел бы от величины  $r_m$ . Однако в действительности измерительные средства не могут измерять параметр рассогласования  $\varepsilon(t)$  идеально точно. Более того, как указывалось в гл. 7, при больших дальностях до цели, именно ошибка, вносимая измерительными средствами при телеуправлении (первого вида), вносит основной вклад в величину промаха. Это объясняется тем, что при телеуправлении первого вида, в отличие от самонаведения, аппаратура, измеряющая параметр рассогласования, располагается не на борту ракеты, а на командном пункте. Поэтому при больших дальностях до цели промах определяется в основном не величиной зоны квазистационарной встречи  $r_m$  (или мертвой зоны управления  $r_{мз}$ ), а погрешностями, вносимыми измерительной аппаратурой непосредственно (т. е. даже при  $r_m \rightarrow 0$ ). Поэтому в случае телеуправления (первого вида) при больших дальностях до цели параметр рассогласования  $\varepsilon$  и промах  $h$  определяются иначе, чем при самонаведении, несмотря на одинаковость кинематического метода наведения. При телеуправлении (первого вида) по методу последовательных упреждений текущий промах  $h(t)$  определяют обычно (см., например, [3]) по формуле

$$h(t) = r_p(t) [v_{pt}(t) - v_p(t)], \quad (22.35)$$

где  $v_p(t)$  и  $v_{pt}(t)$  — соответственно истинное и требуемое (кинематическим методом наведения) направление вектора  $\vec{r}_p$ . При этом промах  $h$  определяется как значение текущего промаха  $h(t)$  в момент «встречи»  $t_{вс}$ , т. е. в момент, когда расстояния от КП до ракеты и до цели становятся одинаковыми

$$\left. \begin{aligned} h &= h(t_{вс}), \\ r_p(t_{вс}) &= r_{ц}(t_{вс}). \end{aligned} \right\} \quad (22.36)$$

Из формулы (22.35) следует, что текущий промах равен текущему линейному отклонению ракеты от требуемой кинематической траектории. Так как требуемая кинематическая траектория обеспечивает точное наведение ракеты на цель, то определенные таким

образом текущий промах  $h(t)$  и промах  $h$  действительно правильно характеризуют точность наведения на цель.

Удобство определения текущего промаха  $h(t)$  по формуле (22.35) заключается также в том, что при этом он оказывается весьма просто связанным с определенным выше формулой (7.11) параметром рассогласования  $\varepsilon$ . Действительно, из формул (22.35) и (7.11) следует, что при этом

$$\left. \begin{aligned} h(t) &= r_p(t) \varepsilon(t), \\ h &= r_p \varepsilon \\ r_p &= r_{\text{ц}} = r_{\text{ц}}(t_{\text{вс}}). \end{aligned} \right\} \quad (22.37)$$

и, следовательно,

при

С учетом сказанного в дальнейшем будем полагать, что при телеуправлении (первого вида) по методу параллельного сближения точность наведения ракеты на цель характеризуется параметром рассогласования  $\varepsilon$  и промахом  $h$ , определяемым по формулам (7.11), (7.12), (7.14) и (22.37). В дальнейшем для простоты будем полагать, что параметр рассогласования  $\varepsilon$  определяется приближенным соотношением (7.14). В этом соотношении  $\varphi_0$  есть значение угла  $\varphi$ , характеризующего направление линии ракета — цель  $\vec{r}$  (рис. 7.11) в момент начала наведения. Если наведение начинается с момента вылета ракеты с КП, то угол  $\varphi_0$  совпадает с начальным значением направления вектора  $\vec{r}_{\text{ц}}$  и, совместив с этим направлением ось  $x$  измерительной системы координат, можно полагать  $\varphi_0 = 0$ . Однако вследствие наличия погрешности  $\Delta\varphi_0$ , вызванной неточностью начального направления на цель и совмещения с этим направлением оси  $x$ , более правильно полагать

$$\varphi_0 = \Delta\varphi_0.$$

При этом формула (7.14) принимает следующий вид:

$$\varepsilon = (v_{\text{ц}} - v_{\text{р}}) - \frac{r_{\text{ц}} - r_{\text{р}}}{r_{\text{р}}} (\Delta\varphi_0 - v_{\text{ц}}). \quad (22.38)$$

## 6. Основные источники ошибок телеуправления

Из рассмотрения функциональной схемы системы (рис. 7.7) следует, что основными источниками ошибки наведения (промаха) являются:

- 1) ошибки измерения локатором цели угловых координат цели  $v_{\text{ц}}$  и дальности до цели  $r_{\text{ц}}$ ;
- 2) ошибки измерения локатором ракеты угловых координат ракеты  $v_{\text{р}}$  и дальности до ракеты  $r_{\text{р}}$ ;

- 3) ошибки, вносимые счетно-решающим прибором;
- 4) ошибки, вносимые командной радиолнией КРЛ.

На структурной схеме, изображенной на рис. 7.9, эти источники ошибок учтены введением внешних возмущений:  $u_{п1}(t)$ ,  $u_{п2}(t)$ ,  $u_{п3}(t)$  и  $u_{п4}(t)$ .

Все они относятся к сложному радиозвену, т. е. вызываются в основном неидеальностью действия радиоаппаратуры управления. Кроме того, на величину промаха могут влиять ошибки, возникающие в звене автопилот-снаряд, в частности, из-за неидеальности действия автопилота и аэродинамических возмущений, действующих на корпус ракеты.

Существенное значение могут иметь также начальные возмущения, вызванные начальной ошибкой упреждения  $\Delta\beta_0$  и погрешностью  $\Delta\varphi_0$  измерения начального положения  $\varphi_0$  направления ракета — цель. Действие начальной ошибки упреждения  $\Delta\beta_0$  имеет такой же характер, как и при самонаведении — вследствие наличия этой ошибки вектор скорости ракеты в момент начала наведения направлен не в упрежденную точку. Так как вследствие ограниченности поперечного ускорения ракеты ее вектор скорости  $\vec{V}_p$  не может изменить направление мгновенно, то при большой ошибке  $\Delta\beta_0$  ракета будет сначала двигаться с максимально возможным поперечным ускорением  $W_{pm}$ . В дальнейшем, если расстояние до цели достаточно велико, ракета «успеет» выйти на требуемую кинематическую траекторию еще задолго до встречи с целью. Поэтому при больших дальностях до цели и правильно спроектированной системе начальная ошибка упреждения  $\Delta\beta_0$  практически не влияет на промах. Погрешность  $\Delta\varphi_0$  измерения начального значения направления ракета — цель, входящая в параметр рассогласования  $\varepsilon$  в соответствии с формулой (22.38), также играет роль начального возмущения. Если величина  $\Delta\varphi_0$  не слишком велика (например, не превышает нескольких градусов), то при не слишком малых дальностях до цели это начальное возмущение успевает отрабатываться системой регулирования еще до встречи с целью. Поэтому при больших дальностях до цели и правильно спроектированной системе регулирования влиянием ошибки  $\Delta\varphi_0$  на промах также можно пренебрегать. С учетом изложенного остановимся в дальнейшем более подробно лишь на характеристике ошибок, возникающих в сложном радиозвене. Из всей радиоаппаратуры, входящей в состав системы (рис. 7.7), в наиболее трудных условиях работает радиолокатор цели ЛЦ, так как его действие основано на приеме слабого сигнала, отраженного от цели. Основные источники ошибок этого локатора такие же, как и при ТУ-1 по методу накрытия цели — инерционность действия, внутренний шум, флуктуации сигнала и всевозможные внешние помехи (организованные и естественные). Отличие состоит лишь в том, что при наведении в упрежденную точку этот локатор должен выдавать не только угловые координаты цели,

но и дальность до цели. Поэтому все указанные помехи оказывают свое мешающее действие не только по угломерному каналу, но и по дальномерному. Как показывает анализ, при наличии организованных помех наиболее уязвимым оказывается дальномерный канал. При отсутствии организованных помех существенное влияние на промах оказывают погрешности как дальномерного, так и угломерного каналов. Наконец, при отсутствии организованных помех и курсах, близких к встречным, наибольшее действие оказывают ошибки измерения угловых координат. Действительно, при курсах, близких к встречным, параметр рассогласования определяется соотношением (7.14), и ошибка  $\Delta \nu_{\text{ц}}$  измерения угла  $\nu_{\text{ц}}$  сказывается на величине  $\varepsilon$  больше, чем ошибка  $\frac{\Delta r_{\text{ц}}}{r_{\text{ц}}}$  измерения дальности  $r_{\text{ц}}$  (так как при курсах, близких к встречным,  $\nu_{\text{ц}} < 1 \text{ рад}$ ). При больших дальностях до цели, например при  $r_p = 100 \text{ км}$ , ошибка  $\Delta \nu_{\text{ц}} = 1 \text{ мд} = 3,6'$  сказывается сильнее, чем ошибка измерения дальности  $\Delta r_{\text{ц}} = 100 \text{ м}$ . Но очевидно, что при отсутствии организованных помех обеспечить погрешность измерения угловых координат, меньшую нескольких угловых минут, значительно сложнее, чем измерить дальность с погрешностью порядка ста метров.

В системе, изображенной на рис. 7.7, источником ошибки измерения угловых координат цели и ракеты является также неточность юстировки антенных систем радиолокаторов ЛЦ и ЛР. Действительно, юстировка антенных систем, т. е. «привязка» направлений их равносигнальных зон к земным угловым координатам, осуществляется путем определения угловых координат геометрических осей антенных систем (например, осей геометрической симметрии). При этом возникают ошибки двоякого рода:

а) ошибки, вызванные неточностью определения земных угловых координат геометрических осей антенн;

б) ошибки, вызванные тем, что в действительности оси равносигнальных зон антенных систем не совпадают точно с геометрическими осями этих систем.

Учитывая, что при больших дальностях телеуправления ( $r_p \gg \gg 100 \text{ км}$ ) могут быть существенными ошибки измерения угловых координат порядка единиц угловых минут, нетрудно убедиться, что достаточно точная юстировка антенных систем является сложной задачей. Очевидно, что необходимость юстировки отпала бы, если угловые координаты цели и ракеты измерялись единой антенной системой, а не двумя отдельными антенными системами. Однако при наведении в упрежденную точку осуществление единой антенной системы для измерения угловых координат цели и ракеты сложнее, чем при наведении по методу накрытия цели, так как направления векторов  $\vec{r}_{\text{ц}}$  и  $\vec{r}_p$  могут быть в процессе наведения существенно различными (если курсы ракеты и цели не близки к встречным или догонным) и сближаются лишь в конце наведения.

Источники ошибок, вносимых локатором ракеты, по своему характеру в значительной мере аналогичны описанным выше источникам ошибок локатора цели. Однако для определения координат ракеты на ракете устанавливается радиопередатчик или приемопередатчик (ответчик). Поэтому радиолокатор ракеты работает не по слабому отраженному сигналу, а по более сильному и менее подверженному флуктуациям сигналу.

Командная радиолиния также работает с использованием прямого сигнала. Источники возникающих в ней ошибок рассматриваются в следующем параграфе. В дальнейшем мы ограничимся для краткости анализом точности телеуправления лишь для случая, когда структурная схема системы может быть линеаризована, т. е. при отсутствии организованных помех.

#### в. Определение промаха методом линеаризации и замораживания параметров системы

Будем полагать, что курсы ракеты и цели близки к встречным (или догонным), так что параметр рассогласования определяется приближенным соотношением (22.38). Далее будем рассматривать лишь случай больших дальностей до цели. При этом, как указывалось ранее, можно пренебречь влиянием начальных рассогласований  $\Delta\beta_0$  и  $\Delta\varphi_0$ , т. е. полагать в частности, вместо (22.38), что

$$\dot{\varepsilon} = \left(1 + \frac{r_{\text{ц}} - r_{\text{р}}}{r_{\text{р}}}\right) v_{\text{ц}} - v_{\text{р}}. \quad (22.39)$$

Кроме того, в рассматриваемом случае (т. е. при курсах, близких к встречным, большой дальности до цели и отсутствии организованных помех) можно, как указывалось ранее, пренебрегать ошибками измерения дальностей  $r_{\text{ц}}$  и  $r_{\text{р}}$  по сравнению с ошибками измерения угловых координат  $v_{\text{ц}}$  и  $v_{\text{р}}$ . Наконец, в этом случае алгоритм (22.39), в соответствии с которым должен действовать счетно-решающий прибор, оказывается настолько простым, что можно пренебрегать и ошибками, вносимыми счетно-решающим прибором. Поэтому при сделанных ранее допущениях структурная схема системы (рис. 7.9) при неподвижном КП может быть приведена к виду, изображенному на рис. 22.4. Здесь, как и в предыдущем параграфе, возмущения, вызванные ошибками и помехами, приведены ко входам соответствующих звеньев, т. е.  $\Delta\varphi_{1\text{п}}(t)$ ,  $\Delta\varphi_{2\text{п}}(t)$  и  $\Delta\varphi_{3\text{п}}(t)$  учитывают источники помех в локаторе цели, командной радиолинии и локаторе ракеты соответственно. В первом приближении можно пренебрегать комбинационными составляющими помех  $\Delta\varphi_{1\text{п}}(t)$ ,  $\Delta\varphi_{2\text{п}}(t)$  и  $\Delta\varphi_{3\text{п}}(t)$ , т. е. считать их внешними (по отношению к системе регулирования) воздействиями. При этом в схеме, изображен-

ной на рис. 22.4, единственными переменными параметрами являются множители  $\left[1 + \frac{r_{ц}(t) - r_p(t)}{r_p(t)}\right]$  и  $r_p(t)$ , меняющиеся в процессе полета ракеты к цели. Однако в рассматриваемом случае больших дальностей до цели можно полагать, что на конечном участке траекторий ракеты, оказывающем основное влияние на промах, параметры  $\left(1 + \frac{r_{ц} - r_p}{r_p}\right)$  и  $r_p$  меняются относительно медленно, так что допустимо применять их замораживание. Кроме того, для компенсации влияния изменения расстояния  $r_p$  на параметры системы регулирования можно пропускать команды управления,

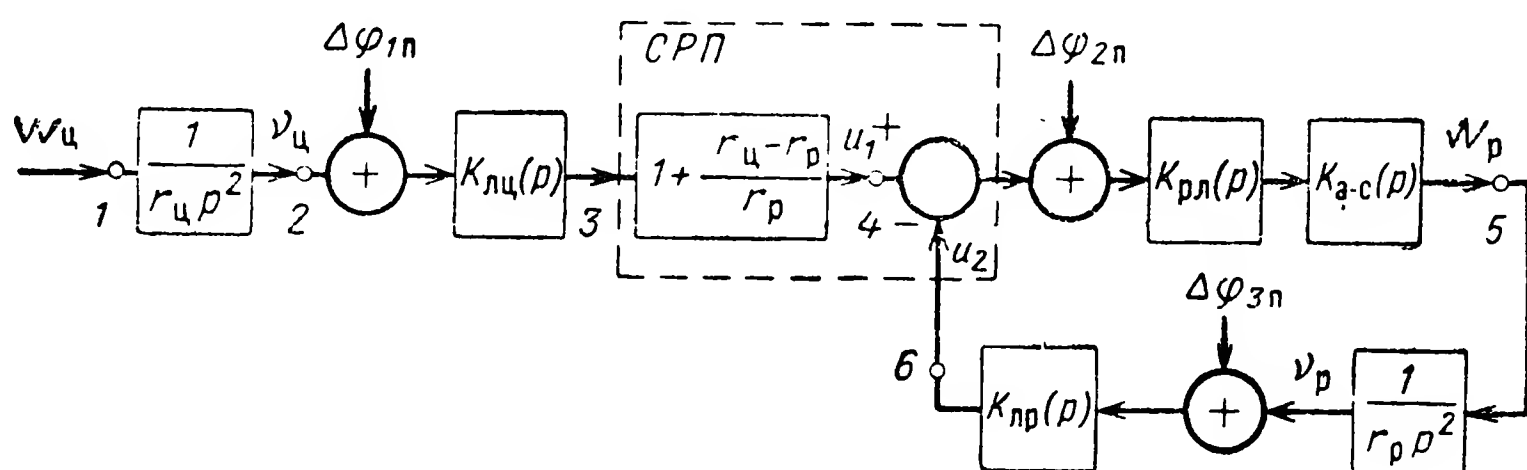


Рис. 22.4

поступающие на вход командной радиолинии, через блок, коэффициент передачи которого изменяется пропорционально дальности  $r_p$  от КП до ракеты. (Очевидно, такая замена эквивалентна переходу от углового параметра рассогласования  $\epsilon$  к линейному параметру рассогласования  $r_p \epsilon$ .)

При этом коэффициент передачи звена  $K_{рл}(p)$  (рис. 22.4) может быть представлен в виде

$$K_{рл}(p) = \frac{1}{r_p} K'_{рл}(p),$$

где  $K'_{рл}(p)$  — передаточная функция, не зависящая от дальности  $r_p$ .

С учетом сказанного структурная схема, изображенная на рис. 22.4, может считаться линейной системой с постоянными параметрами, и нетрудно вычислить динамические и флуктуационные составляющие колебаний в различных точках этой системы, текущего промаха  $h(t)$  и промаха  $h = h(t_{вс})$ . Действительно, как следует из формул (22.37), (22.38) и (22.39), в данном случае

$$h(t) = r_p \left[ \left( 1 + \frac{r_{ц} - r_p}{r_p} \right) v_{ц}(t) - v_p(t) \right] \quad (22.40)$$

и

$$h = h(t_{вс}).$$



Так как в момент встречи оказывается  $r_p = r_{\text{ц}}$ , то вместо (22.40) можно полагать

$$\left. \begin{aligned} h(t) &= r_p [v_{\text{ц}}(t) - v_p(t)] \\ \text{и} \quad h &= h(t_{\text{вс}}). \end{aligned} \right\} \quad (22.41)$$

Как отмечалось ранее, наибольшее влияние на промах оказывают ошибки, возникающие в локаторе цели. Поэтому рассмотрим влияние возмущений  $\Delta\varphi_{1\text{п}}(t)$  и  $W_{\text{ц}}(t)$ , полагая остальные возмущения ( $\Delta\varphi_{2\text{п}}$  и  $\Delta\varphi_{3\text{п}}$ ) равными нулю.

Введем обозначения

$$\left. \begin{aligned} K(p) &= K_{\text{рл}}(p) K_{\text{а-с}}(p) K_{\text{лр}}(p) \frac{1}{r_p p^2} \\ \text{и} \quad K_p(p) &= \frac{K(p)}{1 + K(p)}, \end{aligned} \right\} \quad (22.42)$$

соответствующие передаточным функциям на участке между точками 4 и 6 при разомкнутой (в точке 6) и замкнутой цепи обратной связи соответственно. Тогда из структурной схемы (рис. 22.4) и формул (22.41) нетрудно получить следующие соотношения (при  $r_p = r_{\text{ц}}$ ):

$$\left. \begin{aligned} W_p(t) &= W_{\text{рд}}(t) + W_{\text{рф}}(t), \\ h(t) &= h_{\text{д}}(t) + h_{\text{ф}}(t), \end{aligned} \right\} \quad (22.43)$$

где

$$W_{\text{рд}}(t) = K_p''(p) W_{\text{ц}}(t); \quad (22.44)$$

$$W_{\text{рф}}(t) = r_{\text{ц}}^2 p^2 K_p''(p) \Delta\varphi_{1\text{п}}(t); \quad (22.45)$$

$$h_{\text{д}}(t) = \left[ 1 - K_p''(p) \right] \frac{1}{p^2} W_{\text{ц}}(t); \quad (22.46)$$

$$h_{\text{ф}}(t) = -r_p K_p''(p) \Delta\varphi_{1\text{п}}(t), \quad (22.47)$$

где

$$K_p''(p) = \frac{K_{\text{лц}}(p)}{K_{\text{лр}}(p)} K_p(p). \quad (22.48)$$

Из формул (22.44) — (22.48) следует, что как динамические, так и флуктуационные ошибки зависят от вида результирующей передаточной функции системы  $K_p''(p)$ . Так как желательно, чтобы система регулирования имела нулевую статическую ошибку, должно выполняться условие

$$K_p''(0) = 1.$$

Поэтому результирующая частотная характеристика системы должна иметь вид, изображенный на рис. 22.5. Если помеха  $\Delta\varphi_{1\text{п}}(t)$



может считаться нормальным стационарным процессом с нулевым средним значением и энергетическим спектром  $g_{\pi}(f)$ , то из соотношений (22.45) и (22.47) получается

$$\overline{W_{\text{рф}}^2} = r_{\text{ц}}^4 \int_0^{\infty} (2\pi f)^4 |K_{\text{р}}''(j2\pi f)|^2 g_{\pi}(f) df \quad (22.49)$$

и

$$\overline{h_{\text{ф}}^2} = r_{\text{р}}^2 \int_0^{\infty} |K_{\text{р}}''(j2\pi f)|^2 g_{\pi}(f) df. \quad (22.50)$$

Формулы (22.44), (22.46), (22.49) и (22.50), определяющие динамические и флуктуационные ошибки системы командного телеуправ-

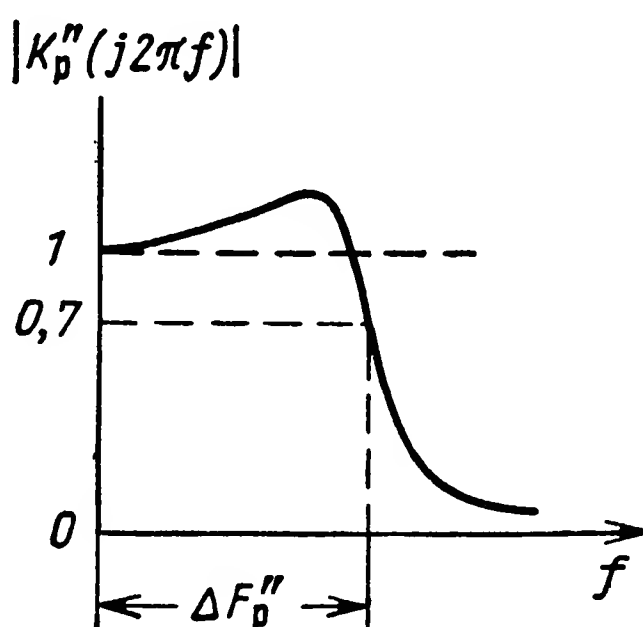


Рис. 22.5

ления по методу параллельного сближения, получились в значительной мере аналогичными соответствующим формулам, полученным в предыдущем параграфе для системы лучевого телеуправления по методу накрытия цели. Поэтому, как нетрудно убедиться, **потенциальные** значения точности наведения в обоих случаях оказываются одинаковыми. Однако в рассматриваемой в данном параграфе системе телеуправления по методу параллельного сближения добиться приближения **реальной** точности системы к ее потенциальному значению значительно труднее, вследствие наличия целого ряда описанных выше дополнительных источников ошибок (ошибок, вызываемых неточностью юстировки антенных систем, счетно-решающим прибором, командной радиолинией и др.). Поэтому, как уже отмечалось ранее (в гл. 7), применение наведения в упрежденную точку оправдано лишь в тех случаях, когда метод накрытия цели дает неудовлетворительную форму кинематической траектории ракеты (в частности, при курсах, существенно отличающихся от встречных или догонных, или при необходимости поражения целей на малых расстояниях от КП).

## § 22.4. ТОЧНОСТЬ ДЕЙСТВИЯ КОМАНДНОЙ РАДИОЛИНИИ

### а. Связь между характеристиками командной радиолинии и промахом

В предыдущем параграфе отмечалось, что на величину промаха, в системе телеуправления первого вида наибольшее влияние оказывают ошибки, возникающие в локаторе цели. Однако при недостаточной мощности передатчика могут быть также весьма существенными ошибки, возникающие в командной радиолинии. Поэтому для правильного выбора требуемой мощности передатчика радиолинии важно установить связь между характеристиками радиолинии и величиной промаха.

Для решения этого вопроса обратимся к упрощенной структурной схеме системы телеуправления, изображенной на рис. 22.4. Напомним, что влияние ошибок командной линии учитывается в схеме в виде возмущения  $\Delta\varphi_{2п}(t)$ . Так же как и в § 22.3, при анализе действия возмущения  $\Delta\varphi_{1п}(t)$  применим метод замораживания переменного коэффициента  $1/r_p$ . Из структурной схемы (рис. 22.4) и формул (22.41) следует, что составляющая промаха  $h_2(t)$ , вызванная ошибками командной радиолинии, равна

$$h_2(t) = -r_p \frac{K_p(p)}{K_{рл}(p)} \Delta\varphi_{2п}(t), \quad (22.51)$$

где  $K_p(p)$  — коэффициент передачи, определяемый соотношением (22.42).

В тех случаях, когда возмущение  $\Delta\varphi_{2п}(t)$  является стационарным случайным процессом с нулевым средним значением и энергетическим спектром  $g_{2п}(f)$ , из соотношения (22.51) вытекает, что

$$\overline{h_2^2} = r_p^2 \int_0^\infty \left| \frac{K_p(j2\pi f)}{K_{рл}(j2\pi f)} \right|^2 g_{2п}(f) df. \quad (22.52)$$

Для оценки по формулам (22.46), (22.47), (22.52) промахов в системе телеуправления, создаваемых динамическими воздействиями, ошибками локатора и командной радиолинии, необходимо располагать такими характеристиками командной радиолинии, как коэффициент передачи  $K_{рл}(p)$  и спектральная плотность  $g_{2п}(f)$  помехи, приведенной к ее входу. Так как командная радиолиния входит в состав замкнутого контура управления и влияет на его динамические свойства, важно также оценить постоянство коэффициента передачи  $K_{рл}(p)$  при изменении уровня помехи. При определенных условиях действие интенсивной помехи на командную радиолинию, как показано далее, приводит к появлению на ее выходе постоянного мешающего напряжения  $u_m$ . Наличие такого напряжения может увеличивать промахи в системе телеуправления.

Спектральная плотность  $g_{2п}(f)$ , коэффициент передачи  $K_{рл}(p)$  и возможность появления мешающего напряжения  $u_m$  зависят от построения радиолинии и ее помехоустойчивости. В связи с этим далее на примере анализа одной возможной системы иллюстрируется методика отыскания коэффициента передачи  $K_{рл}(p)$ , уровня спектральной плотности помехи  $g_{2п}(f)$  и величины мешающего напряжения  $u_m$ .

#### б. Построение командных радиолиний и определение коэффициента передачи $K_{рл}(p)$ при отсутствии помех

В процессе телеуправления на борт ракеты по командной радиолинии передаются при декартовой рулевой системе управления команды курса и тангажа или при полярной рулевой системе — команды крена и тангажа. Для того чтобы осуществить передачу по командной радиолинии нескольких независимых команд одновременно, необходимо сделать ее многоканальной. При этом построение командной радиолинии оказывается во многом аналогичным построению иных многоканальных систем передачи сообщений, к числу которых относятся телеметрические системы и многоканальные системы связи.

Так же как и в других многоканальных системах, в командной радиолинии для передачи каждого независимого сообщения выделяется отдельный канал. Причем под независимым сообщением в случае командной линии следует понимать команду определенного вида, например команду управления по курсу или тангажу. Разделение каналов между собой проводится по временному, частотному или кодовому признакам. При этом в каждом канале формируется свое вспомогательное поднесущее колебание импульсное при временном или кодовом разделении каналов и непрерывное при разделении каналов по частоте. Параметры поднесущих колебаний изменяются под действием передаваемых команд. Сумма поднесущих модулирует передатчик и посылается на приемную сторону радиолинии. В приемнике после усиления в общем тракте и демодуляции происходит разделение поднесущих и выделение из них переданной команды.

Рассмотрим несколько подробнее построение командной радиолинии на примере одной из возможных радиолиний с частотным разделением каналов. Функциональная схема передающей части этой линии показана на рис. 22.6. Рассматриваемая радиолиния предназначена для передачи двух независимых команд. Пусть это будут команда курса (обозначим ее через  $x$ ) и команда тангажа  $y$ . Так как каналы передачи команд по курсу и тангажу одинаковы, ограничимся обсуждением работы одного из них, например, канала курса.

Передаваемая команда  $x$  прежде, чем вызывать модуляцию поднесущей, подается на преобразователь ШИМ. Здесь она преобразуется в изображенную на рис. 22.7, а последовательность импульсов.

Под действием команды изменяется соотношение между временными интервалами  $T_1$  и  $T_2$  при неизменном периоде повторения  $T_{\Pi} = T_1 + T_2$ , т. е. происходит широтно-импульсная модуляция последовательности (ШИМ). В расчетах командных радиолиний

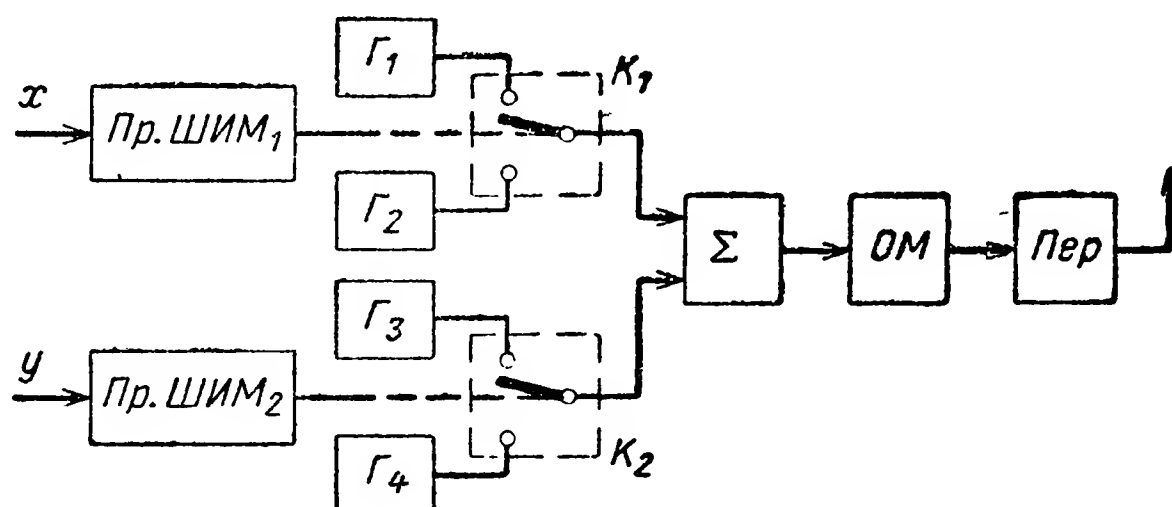


Рис. 22.6

часто применяется понятие нормированной команды или коэффициента команды, равного

$$K = \frac{x}{x_m}, \quad (22.53)$$

где  $x$  — текущее значение команды;  $x_m$  — максимально возможное значение команды.

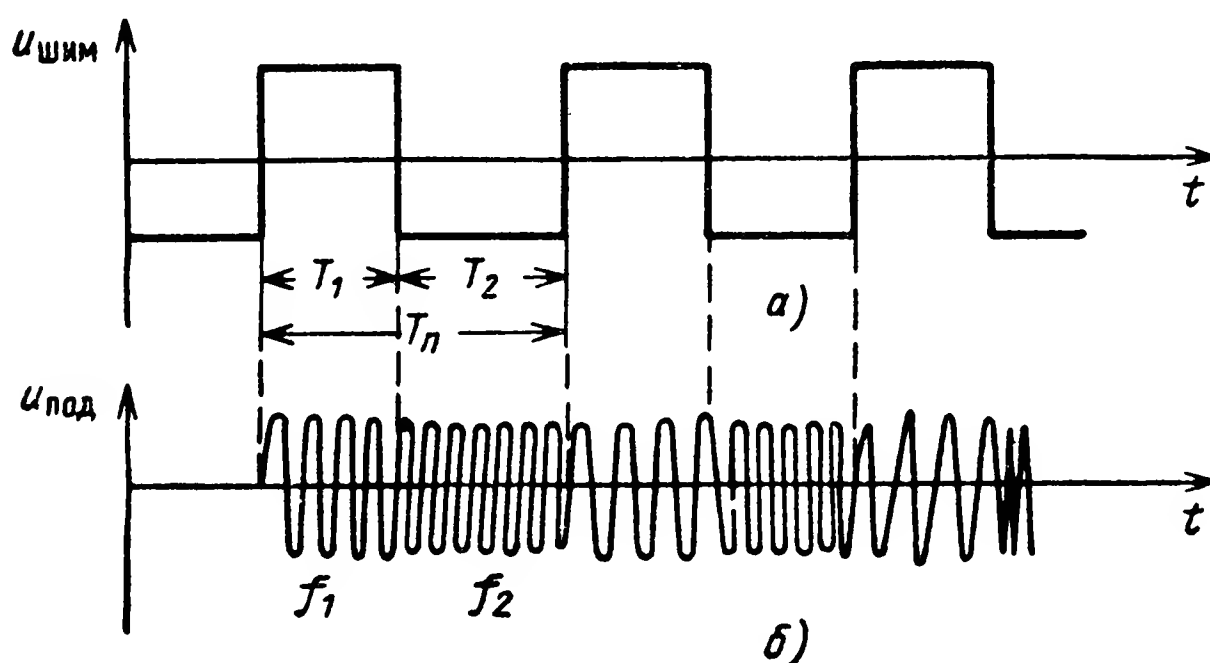


Рис. 22.7

Величина коэффициента команды, как следует из определения, заключена в пределах

$$-1 < K < 1.$$

Связь между величиной коэффициента команды  $K$  и изменением временных интервалов  $T_1$  и  $T_2$  устанавливается соотношением

$$K = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2} = \frac{T_1 - T_2}{T_{\Pi}}. \quad (22.54)$$

При отсутствии команды  $K = 0$  и временные отрезки  $T_1$  и  $T_2$  равны между собой. При этом на выходе преобразователя ШИМ формируется меандровое напряжение. Если передаваемая команда отличается от нуля, то равенство интервалов  $T_1$  и  $T_2$  нарушается.

Сформированное на выходе преобразователя ШИМ (рис. 22.6) импульсное напряжение  $u_{\text{шим}}$  используется для манипуляции поднесущего колебания по частоте. Манипуляция осуществляется путем поочередного подключения с помощью ключа  $k_1$ , управляемого напряжением  $u_{\text{шим}}$ , генераторов  $G_1$  и  $G_2$  непрерывных колебаний с частотами  $f_1$  и  $f_2$ . Эпюра частотно-манипулированного поднесущего колебания в рассматриваемом канале показана на рис. 22.7, б. Аналогично во втором канале импульсное напряжение, снимаемое с преобразователя ШИМ, вызывает поочередное подключение генераторов  $G_3$  и  $G_4$  с частотами  $f_3$  и  $f_4$ .

Промодулированные поднесущие колебания каждого канала поступают в общий тракт радиoliniи, элементами которого в передающей части являются сумматор ( $\Sigma$ ), общий модулятор (ОМ) и передатчик (Пер). Колебания передатчика модулируются в рассматриваемой радиoliniи суммой поднесущих по амплитуде.

Учитывая методы модуляции, примененные в процессе преобразования команды в высокочастотный сигнал передатчика, обычно называют описанную радиoliniю линией ШИМ-ЧМн-АМ.

Заметим, что принципиально для передачи команды в рамках системы с частотным разделением каналов предварительное преобразование ее в последовательность импульсов с ШИМ не является обязательным. Можно непосредственно промодулировать по частоте поднесущее колебание напряжением команды. В то же время предварительное преобразование команды в последовательность импульсов с ШИМ позволяет применить частотную манипуляцию поднесущей. При этом удастся заметно упростить приемное устройство, заменив в нем частотные дискриминаторы системой фильтров и амплитудных детекторов. Кроме того, при предварительном преобразовании команды во временные интервалы легче получить при равной нулю команде стабильное равенство нулю выходного напряжения радиoliniи.

Функциональная схема приемной части радиoliniи ШИМ-ЧМн-АМ показана на рис. 22.8. Принятый сигнал в приемнике преобразуется на промежуточную частоту, усиливается и поступает на амплитудный детектор  $АД_0$ , на выходе которого выделяется сумма поднесущих колебаний. Разделение поднесущих осуществляется с помощью фильтров  $\Phi_1 \div \Phi_4$ . Причем фильтры  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  служат для выделения колебания поднесущей частоты в первом канале, а фильтры  $\Phi_3$  и  $\Phi_4$  — для выделения колебания поднесущей частоты во втором канале. Выходные напряжения фильтров подаются на амплитудные детекторы  $АД_1 \div АД_4$ . Так же, как и при обсуждении работы передающего устройства, ограничимся рассмотрением одного канала приемного устройства.

После детектирования и вычитания на входе порогового устройства, ( $ПУ_1$ ) канала курса образуется напряжение  $u_1$ , совпадающее по форме при отсутствии искажений с напряжением  $u_{\text{шим}}$  в передатчике (рис. 22.7, а). За счет переходных процессов, вызванных ограниченной полосой пропускания фильтров  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , напряжение  $u_1$  становится близким к трапецеидальному (пунктирная линия на

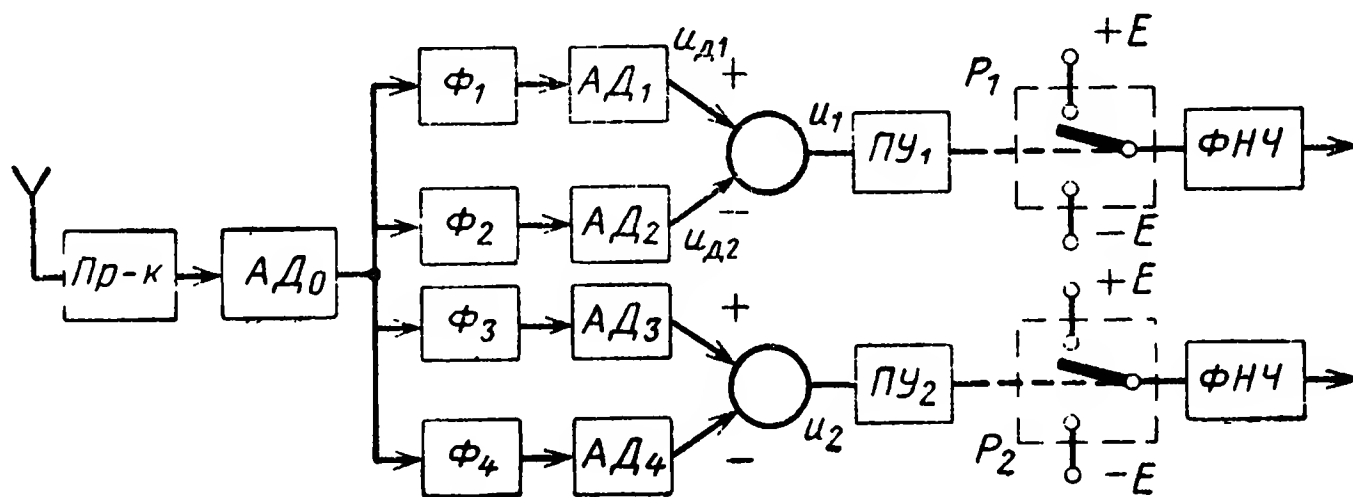


Рис. 22.8

рис. 22.9, а). При наличии помех напряжение  $u_1$  дополнительно искажается и приобретает вид, показанный на рис. 22.9, а сплошной кривой. Для уменьшения искажений напряжение  $u_1$  нормируется по амплитуде. Для этой цели его подают на пороговое устрой-

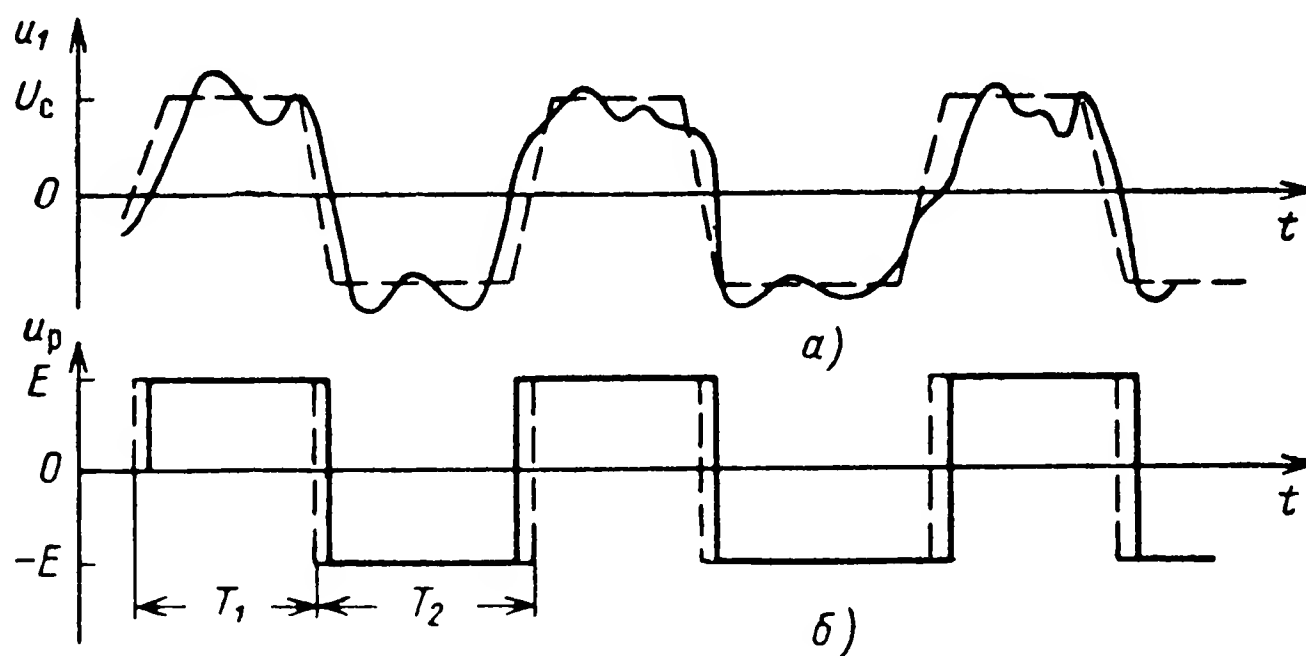


Рис. 22.9

ство  $ПУ_1$ , которое с помощью реле  $P_1$  подключает при  $u_1 > 0$  источник напряжения  $+E$ , а при  $u_1 < 0$  — источник напряжения  $-E$ . Кроме нормирования по амплитуде рассматриваемое устройство усиливает напряжение  $u_1$  по мощности. Форма напряжения на выходе реле при отсутствии помех показана на рис. 22.9, б пунктирной линией. Среднее за время  $T_{\text{п}}$  значение этого напряжения равно

$$u_{\text{ро}} = \frac{E (T_1 - T_2)}{T_1 + T_2}. \quad (22.55)$$



Откуда при учете соотношений (22.53) и (22.54) следует

$$u_{po} = \frac{E}{x_m} x. \quad (22.56)$$

Среднее значение  $u_{po}$ , пропорциональное передаваемой команде  $x$ , выделяется фильтром нижних частот (ФНЧ) и используется для управления ракетой.

Из приведенного описания работы радиолинии видно, что в ее составе можно выделить безынерционную по отношению к передаваемой команде часть, включающую в себя все элементы от входа преобразователя ШИМ до выхода реле  $P_1$ , и инерционную часть, содержащую фильтр нижних частот. Заметим, что полоса пропускания разделительных фильтров  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  выбирается так, чтобы без существенных искажений воспроизвести форму импульсного напряжения, поступающего на вход этих фильтров. Поэтому по отношению к передаваемой команде фильтры  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  можно считать безынерционными. В соответствии с указанным разбиением командой радиолинии комплексный коэффициент передачи  $K_{рл}(j\omega)$  радиолинии записывается в виде

$$K_{рл}(j\omega) = K_6 K_{фнч}(j\omega), \quad (22.57)$$

где  $K_6$  — коэффициент передачи безынерционной части радиолинии;  $K_{фнч}(j\omega)$  — комплексный коэффициент передачи ФНЧ.

Так как для безынерционной части радиолинии входным воздействием является команда  $x$ , а выходным эффектом — среднее значение  $u_{po}$ , то из (22.56) следует, что при отсутствии помех

$$K_6 = \frac{E}{x_m}. \quad (22.58)$$

При этом коэффициент передачи радиолинии равен

$$K_{рл}(j\omega) = \frac{E}{x_m} K_{фнч}(j\omega). \quad (22.59)$$

#### **в. Действие на командную радиолинию ШИМ-ЧМн-АМ флуктуационных помех малого уровня**

Рассмотрим воздействие флуктуационных помех на командную радиолинию, полагая, что их мощность на входе приемника много меньше, чем мощность принятого сигнала. При наличии помехи напряжение  $u_1$  на входе порогового устройства приобретает флуктуационную составляющую (сплошная кривая на рис. 22.9, а). Эта составляющая приводит к флуктуациям момента срабатывания порогового устройства ПУ и момента перебрасывания реле  $P_1$ . Показанное на рис. 22.9, б сплошной линией напряжение  $u_p$ , поступающее при этом на фильтр нижних частот, имеет случайную длительность импульсов. Так как смещение момента срабатывания



порогового устройства под действием помехи в сторону опережения и в сторону запаздывания происходит с равной вероятностью, то среднее значение напряжения  $u_p$  получается таким же, как и при отсутствии помехи. Коэффициент передачи радиолинии при этом по-прежнему описывается выражением (22.59).

Случайная составляющая напряжения  $u_p$  является возмущением, вносимым при наличии помех командной радиолинией в контур

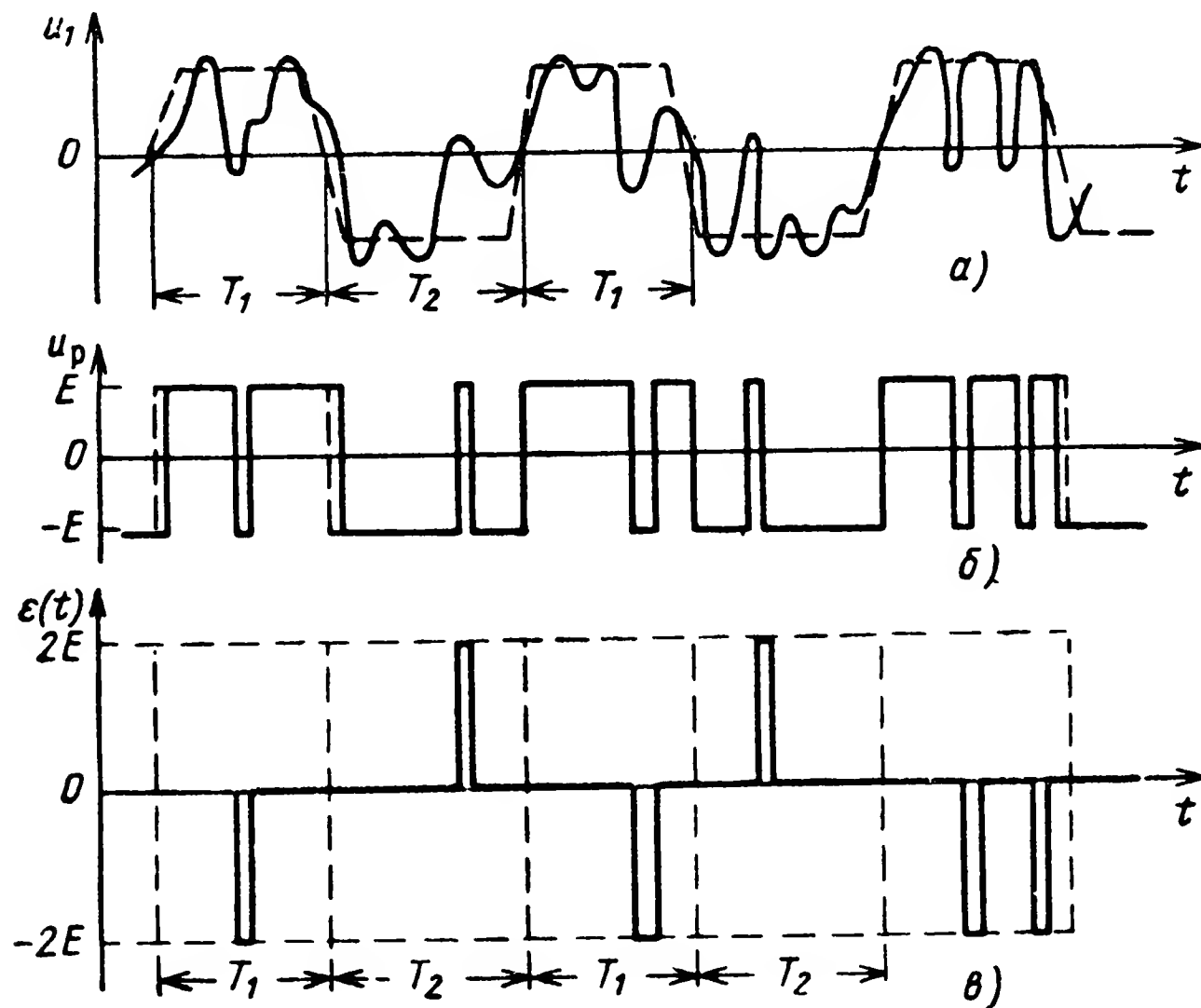


Рис. 22.10

управления. При узкой полосе пропускания этого контура достаточно знать спектральную плотность  $g(0)$  возмущения в области нулевых частот.

Напряжение  $u_p$ , как видно из рис. 22.9, б, при действии помехи представляет собой последовательность импульсов с амплитудой  $2E$ , средним периодом повторения  $T_n$  и двусторонней модуляцией по длительности. Для применяемых на практике значений полосы пропускания разделительных фильтров  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  можно считать, что смещения фронта и спада импульсов происходят независимо. При этом величина спектральной плотности  $g(0)$  рассматриваемой случайной последовательности импульсов вычисляется [61] по формуле

$$g(0) = \frac{(2E)^2 \sigma_t^2 4}{T_n}, \quad (22.60)$$

где  $\sigma_t^2$  — дисперсия момента срабатывания порогового устройства.

Величина спектральной плотности  $g_{2п}(0)$  помехи  $\Delta\varphi_{2п}(t)$ , приведенной ко входу радиолинии (рис. 22.4), определяется через значение  $g(0)$  соотношением

$$g_{2п}(0) = \frac{g(0)}{K_6^2} = \frac{x_M^2 \sigma_t^2 16}{T_п}. \quad (22.61)$$

Установим связь между дисперсией  $\sigma_t^2$  и соотношением сигнал/шум на выходе приемника. Временной сдвиг  $\Delta t$  момента срабатывания порогового устройства связан с крутизной  $S_\phi$  фронтов напряжения  $u_1$  (рис. 22.9, а) и напряжением  $u_п$  помехи на входе ПУ<sub>1</sub> выражением

$$\Delta t \approx \frac{u_п}{S_\phi}. \quad (22.62)$$

Для трапецеидальной аппроксимации формы напряжения  $u_1$  при отсутствии помех, как видно из рис. 22.9, а, крутизна  $S_\phi$  равна

$$S_\phi = \frac{2U_c}{\tau_\phi}, \quad (22.63)$$

где  $U_c$  — амплитуда сигнала на выходе одного из амплитудных детекторов ( $АД_1$  или  $АД_2$ );  $\tau_\phi$  — длительность фронтов напряжения  $u_1$ , связанная с полосой  $\Delta F_\phi$  разделительного фильтра соотношением

$$\tau_\phi \cong \frac{1}{\Delta F_\phi}. \quad (22.64)$$

Полосы разделительных фильтров  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  и параметры амплитудных детекторов  $АД_1$  и  $АД_2$  полагаются здесь идентичными. Амплитуды колебаний с частотами  $f_1$  и  $f_2$ , образующих поднесущую, также считаются одинаковыми. Из формул (22.62), (22.63) и (22.64) следует, что

$$\Delta t = \frac{u_п}{2 U_c \Delta F_\phi}.$$

Усреднив квадрат левой и правой частей этого равенства, получим

$$\sigma_t^2 = \frac{\sigma_u^2}{4 U_c^2 \Delta F_\phi^2}; \quad (22.65)$$

здесь  $\sigma_u^2$  — дисперсия помехи  $u_п$  на входе порогового устройства.

Помеха  $u_п$  создается флуктуационными составляющими напряжений с выходов амплитудных детекторов  $АД_1$  и  $АД_2$ . Так как полосы разделительных фильтров  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  не перекрываются, указан-

ные составляющие являются некоррелированными и их дисперсии складываются арифметически. Величина  $\sigma_u^2$  при этом равна

$$\sigma_u^2 = 2g_d(0) \frac{\Delta F_\Phi}{2}, \quad (22.66)$$

где  $g_d(0)$  — спектральная плотность случайного напряжения на выходе одного из амплитудных детекторов, например АД<sub>1</sub>;  $\frac{\Delta F_\Phi}{2}$  — эквивалентная ширина спектра этого напряжения.

Подставляя выражения (22.66) в формулу (22.65), находим, что

$$\sigma_i^2 = \frac{g_d(0)}{U_c^2} \frac{1}{4 \Delta F_\Phi}. \quad (22.67)$$

Для того чтобы определить величину  $\frac{g_n(0)}{U_c^2}$ , необходимо учесть происходящее в приемном устройстве двукратное детектирование смеси сигнала и шума.

Напряжение сигнала на входе приемного устройства радиолинии ШИМ-ЧМн-АМ записывается в виде

$$u_{\text{вх}}(t) = U_{\text{но}} \left[ 1 + \sum_{i=1}^2 m_i \cos(\omega_{\text{п}i} t + \theta_{\text{п}i}) \right] \cos(\omega_n t + \theta_n), \quad (22.68)$$

где  $U_{\text{но}}$ ,  $\omega_n$  — амплитуда и частота несущего колебания передатчика;  $m_i$  — коэффициент амплитудной модуляции передатчика, создаваемый одним из поднесущих колебаний;  $\omega_{\text{п}i}$  — частота поднесущего колебания;  $\theta_n$ ,  $\theta_{\text{п}i}$  — начальные фазы несущего и поднесущего колебаний.

При отсутствии перемодуляции передатчика величина  $m_i$  удовлетворяет условию  $m_i \leq 0,5$ . Если детекторы АД<sub>0</sub>, АД<sub>1</sub> ÷ АД<sub>4</sub> являются линейными и соотношение сигнал/шум на их входах существенно превышает единицу, то амплитуда  $U_c$  сигнала на выходе детектора АД<sub>1</sub>, как следует из выражения (22.68), равна

$$U_c = K_{\text{рез}} U_{\text{но}} m_i, \quad (22.69)$$

где  $K_{\text{рез}}$  — результирующий коэффициент передачи приемника от его входа до выхода детектора АД<sub>1</sub>.

При тех же предположениях о характере детектирования спектральная плотность определяется выражением

$$g_d(0) = 4K_{\text{рез}}^2 N_0, \quad (22.70)$$

где  $N_0$  — спектральная плотность шума на входе приемника.

Множитель «4» в формуле (22.70) учитывает удвоение спектральной плотности шума на каждой из двух ступеней амплитудного детектирования.

Подставляя выражение (22.67) в (22.61) и учитывая формулы (22.69) и (22.70), получаем

$$g_{2п}(0) = 8 \frac{N_0}{P_{н0}} \frac{x_m^2}{T_{п} \Delta F_{ф} m_i^2}; \quad (22.71)$$

здесь  $P_{н0} = \frac{U_{н0}^2}{2}$  — удельная мощность несущей на входе приемника.

Выражение (22.71) устанавливает связь между соотношением  $P_{н0}/N_0$  сигнал/шум на входе приемника радиолинии и спектральной плотностью возмущения  $\Delta\varphi_{2п}(t)$ , вносимого командной радиолинией в контур управления. Напомним, что это выражение справедливо при малом уровне помехи.

#### г. Действие на радиолинию ШИМ-ЧМн-АМ флуктуационных помех большой интенсивности

При большом уровне помехи напряжение  $u_1$  на входе порогового устройства существенно искажается и приобретает вид, показанный сплошной линией на рис. 22.10, а. На этом же рисунке для сравнения пунктиром изображена форма этого напряжения при отсутствии помехи. Как видно из рисунка, наличие интенсивной помехи приводит не только к смещению фронтов напряжения  $u_1$ , но и к появлению дополнительных пересечений порогового уровня  $u_{пор}$  (на рис. 22.10, а  $u_{пор} = 0$ ). В результате происходят дополнительные переключения реле  $P_1$ . Форма напряжения  $u_p'(t)$ , снимаемого с реле при действии на радиолинию интенсивной помехи, показана сплошной линией на рис. 22.10, б. Для дальнейшего анализа это напряжение удобно представить в виде

$$u_p'(t) = u_p(t) + \varepsilon(t), \quad (22.72)$$

где  $u_p(t)$  — напряжение на выходе реле  $P_1$  при отсутствии помехи;  $\varepsilon(t)$  — мешающее напряжение (рис. 22.10, в) на выходе реле, вызванное действием помехи.

Найдем количественные характеристики процесса  $\varepsilon(t)$ . На временных отрезках  $T_1$  процесс  $\varepsilon(t)$  представляет собой случайную по длительности и положению последовательность импульсов с амплитудой, равной  $-2E$ . На отрезках времени  $T_2$  он представляет собой аналогичную последовательность импульсов с амплитудой, равной  $+2E$ . Определим среднее значение напряжения  $\varepsilon(t)$  за время  $T_{п} = T_1 + T_2$ . Среднее время, в течение которого процесс  $\varepsilon(t)$  на временном интервале  $T_{п}$  принимает значение  $-2E$ , равно

$$t_1 = T_1 P_1, \quad (22.73)$$

где  $P_1$  — вероятность того, что на интервале  $T_1$  мгновенное значение напряжения заключено в пределах от  $-\infty$  до  $u_{пор}$ .

Величина  $P_1$  выражается через одномерную плотность вероятности  $w_1(u_1)$  значений  $u_1$  на интервале  $T_1$  соотношением

$$P_1 = \int_{-\infty}^{u_{\text{пор}}} w_1(u_1) du_1. \quad (22.74)$$

Аналогично среднее время  $t_2$ , в течение которого значение  $\varepsilon(t)$  на интервале  $T_2$  равно  $+2E$ , определяется равенством

$$t_2 = T_2 P_2, \quad (22.75)$$

где  $P_2$  — вероятность того, что мгновенное значение напряжения  $u_1$  на интервале  $T_2$  заключено в пределах от  $u_{\text{пор}}$  до  $\infty$ .

Величина вероятности  $P_2$  равна

$$P_2 = \int_{u_{\text{пор}}}^{\infty} w_2(u_1) du_1, \quad (22.76)$$

где  $w_2(u_1)$  — плотность вероятности значений  $u_1$  на интервале  $T_2$ .

Постоянная составляющая напряжения  $\varepsilon(t)$  с учетом выражений (22.73) и (22.75) записывается в виде

$$\frac{1}{T_{\text{п}}} [-2E t_1 + 2E t_2] = \frac{2E}{T_{\text{п}}} [T_2 P_2 - T_1 P_1]. \quad (22.77)$$

Суммируя в соответствии с (22.72) найденную постоянную составляющую напряжения процесса  $\varepsilon(t)$  и определяемое формулой (22.55) постоянное напряжение на выходе безынерционной части радиолинии (на выходе реле  $P_1$ ) при отсутствии помех, получаем

$$u_{\text{рп}} = \frac{E}{T_{\text{п}}} [T_1 (1 - 2P_1) - T_2 (1 - 2P_2)]. \quad (22.78)$$

Выражение (22.78) для постоянного напряжения, возникающего на выходе безынерционной части радиолинии при наличии интенсивной помехи, удобно представить в виде

$$u_{\text{рп}} = \frac{E(T_1 - T_2)}{T_1 + T_2} (1 - P_1 - P_2) + E(P_2 - P_1),$$

откуда с учетом (22.55) и (22.56) следует, что

$$u_{\text{рп}} = \frac{E}{x_{\text{м}}} (1 - P_1 - P_2) x + E(P_2 - P_1). \quad (22.79)$$

Второе слагаемое в формуле (22.79) соответствует постоянному напряжению  $u_{\text{м}}$  на выходе радиолинии, не зависящему от передаваемой команды. Наличие такого напряжения в контуре управления может привести к изменению траектории ракеты и увеличению промахов. Поэтому стремятся устранить его, сделав вероятности  $P_1$  и  $P_2$  равными между собой, т. е. построив радиолинию, симметричную

относительно помех. Для того чтобы рассматриваемая радиолиния была симметричной, необходимо равенство полос пропускания фильтров  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  и амплитуд сигнала на выходе детекторов  $АД_1$  и  $АД_2$ . Кроме того, необходимо, чтобы пороговый уровень  $U_{пор}$  был равен нулю. При  $P_1 = P_2 = P_0$  вместо выражения (22.79) получаем

$$u_{рп} = \frac{E}{x_m} (1 - 2P_0) x. \quad (22.80)$$

Из соотношения (22.80) видно, что коэффициент передачи безынерционной части радиолинии при наличии интенсивной помехи равен

$$K_{бп} = \frac{E}{x_m} (1 - 2P_0). \quad (22.81)$$

Коэффициент передачи всей радиолинии при этом определяется на основании (22.57) формулой

$$K_{рлп}(j\omega) = K_{бп} K_{фнч}(j\omega) = \frac{E}{x_m} (1 - 2P_0) K_{фнч}(j\omega). \quad (22.82)$$

Сопоставление выражений (22.81) и (22.59) показывает, что наличие сильной помехи приводит к уменьшению коэффициента передачи радиолинии. Это уменьшение зависит от величины вероятности  $P_0$ . При  $P_0 = 0,5$  коэффициент передачи радиолинии становится равным нулю и происходит размыкание контура управления.

Спектральная плотность напряжения на выходе радиолинии при большом уровне помех и равенстве вероятностей  $P_1 = P_2 = P_0$  определяется [3] выражением

$$g(0) = \frac{8E^2 P_0 (1 - P_0)}{\Delta F_\phi}. \quad (22.83)$$

Спектральная плотность  $g_{2п}(0)$  возмущения  $\Delta\varphi_{2п}(t)$ , приведенного ко входу командной линии, в случае интенсивной флуктуационной помехи связана с величиной  $g(0)$  соотношением

$$g_{2п}(0) = \frac{g(0)}{K_{бп}^2},$$

откуда, учитывая (22.83) и (22.81), находим

$$g_{2п}(0) = \frac{8 x_m^2}{\Delta F_\phi} \frac{P_0 (1 - P_0)}{(1 - 2P_0)^2}. \quad (22.84)$$

Как видно из соотношений (22.82) и (22.84), при действии сильной помехи коэффициент передачи радиолинии и спектральная плотность возмущения, вносимого в контур управления, существенно зависят от вероятности срабатывания порогового устройства. Анализ прохождения смеси сигнала и интенсивной флуктуацион-

ной помехи через приемное устройство рассматриваемой радиолинии приводит к выражению

$$P_1 = \frac{1}{2} \exp \left( -\frac{1}{2} q_1^2 \right), \quad (22.85)$$

где  $q_1^2 = \frac{U_c^2}{2\sigma_n^2}$  — отношение сигнал/шум на входе линейного детектора АД<sub>1</sub>.

Выражение для вероятности  $P_2$  в случае симметричной радиолинии отличается от (22.85) заменой амплитуды  $U_c$  на равную амплитуду  $U_{c2}$  поднесущей на входе детектора АД<sub>2</sub>. Величина  $q_1^2$  при квадратичном детекторе АД<sub>0</sub> и большом уровне помех определяется [63] приближенной формулой

$$q_1^2 = \frac{2q_0^4 m_i^2}{2(2 + m_i^2) q_0^2 + \sqrt{2}} \frac{\Delta f}{\Delta F_\Phi}, \quad (22.86)$$

где  $q_0^2 = \frac{P_{\text{но}}}{N_0 \Delta f}$  — соотношение сигнал/шум на входе приемника;

$\Delta f$  — полоса УПЧ общего тракта.

Совокупность выражений (22.82), (22.84), (22.85) и (22.86), определяет при большом уровне помехи зависимость коэффициента передачи рассматриваемой радиолинии ШИМ-ЧМн-АМ и спектральной плотности возмущения, вносимого ею в контур управления, от мощности принятого сигнала и параметров приемного устройства.

#### д. Командные радиолинии других типов

В системах телеуправления для передачи команды, кроме рассмотренной находит применение ряд иных радиолиний. К их числу относятся, например, радиолинии с кодово-импульсной, счетно-импульсной или временной модуляцией.

В радиолиниях с временной импульсной модуляцией так же, как и в обсуждавшейся ранее системе ШИМ-ЧМн-АМ, передаваемая команда преобразуется в изменение временных интервалов  $T_1$  и  $T_2$ , на которые делится период повторения команд  $T_n$ . Однако выделение интервалов  $T_1$  и  $T_2$  в системе с временной импульсной модуляцией осуществляется не путем изменения частоты поднесущего колебания, а передачей импульса команды на границе этих интервалов.

Для повышения помехоустойчивости радиолинии импульс команды обычно передается в виде кодовой группы (рис. 22.11). Кроме импульсов команды необходимо передавать еще опорные импульсы, по отношению к которым и ведется отсчет интервалов  $T_1$  и  $T_2$ . Для достижения высокой помехоустойчивости радиолинии опорные импульсы также следует передавать в виде кодовых групп. Посылка командного импульса в виде кодовой группы позволяет не только построить помехоустойчивую командную линию, но и дает возможность на интервале  $T_n$  передавать несколько независимых команд, например команды курса и тангажа. Опорные импульсы при этом являются общими для обеих команд, а структура кодовых групп для каждой команды должна, естественно, различаться.



В системах с кодово-импульсной модуляцией (КИМ) передаваемые команды квантуются по уровню. Каждому уровню ставится в соответствие определенное число, которое и передается в виде кодовой группы. Чаще других в командных линиях используются двоичные коды. При построении радиолinii с КИМ необходимо учитывать появление в выходном напряжении радиолinii флуктуационной составляющей, обусловленной квантованием передаваемой команды по амплитуде.

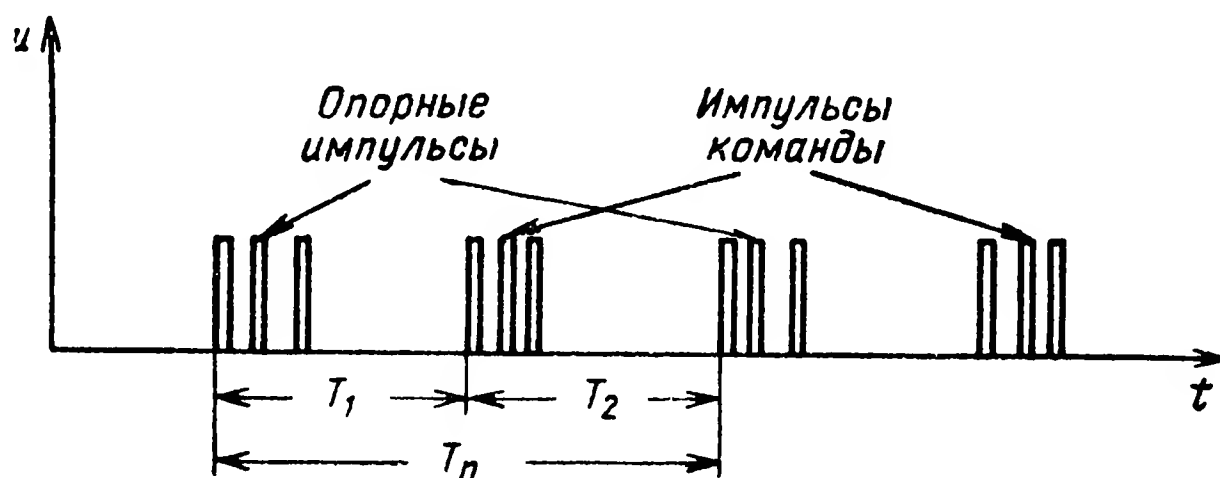


Рис. 22.11

Более подробные сведения о построении различных командных радиолinii и их помехоустойчивости можно найти в работах [2, 3].

## § 22.5. ДАЛЬНОСТЬ ДЕЙСТВИЯ СИСТЕМ ТЕЛЕУПРАВЛЕНИЯ ПЕРВОГО ВИДА

Из описания системы телеуправления первого вида, приведенного в гл. 7, видно, что дальность ее действия зависит от дальности действия лоатора цели, лоатора ракеты и командной радиолinii.

Дальность действия лоатора цели, которая, как отмечалось в § 22.1, обычно лимитирует общую дальность системы ТУ-1, рассчитывается по той же формуле (21.4), что и дальность активного самонаведения. При этом под мощностью передатчика  $P_{\Sigma}$ , эквивалентной площадью антенны  $S_A$ , реальной чувствительностью приемника  $P_{\min}$  следует понимать параметры расположенного на командном пункте (КП) лоатора цели. В § 22.1 указано, что реальная чувствительность  $P_{\min}$  лоатора цели, входящего в систему телеуправления, определяется требованиями высокой вероятности захвата, надежного сопровождения и точного наведения на цель.

Для вычисления чувствительности  $P_{\min}$  лоатора цели, исходя из требуемой точности наведения, необходимо установить связь между соотношением сигнал/шум на входе приемного устройства лоатора цели и величиной промаха. При отыскании этой зависимости могут быть использованы результаты, изложенные в гл. 20 и § 22.2, 22.3. В качестве примера рассмотрим случай, когда телеуправление осуществляется по лучу методом накрытия цели и в лоаторе цели применен идеальный пеленгатор с коническим ска-

нированием. В этом случае, как следует из выражения (22.32), справедливо следующее соотношение:

$$\overline{h_{\phi}^2} \cong r_p^2 \Delta F'_{\text{эп}} \frac{2N_{\text{ш}} kT}{\mu^2 P_{\text{вх}}},$$

откуда

$$P_{\text{мин3}} = P_{\text{вх}} = \frac{r_p^2 2N_{\text{ш}} kT \Delta F'_{\text{эп}}}{\overline{h_{\phi}^2} \mu^2}. \quad (22.87)$$

Соотношение (22.87) позволяет, задавшись дисперсией промаха  $\overline{h_{\phi}^2}$ , рассчитать требуемую мощность входного сигнала  $P_{\text{мин3}}$ .

Определение реальной чувствительности локатора цели в системе телеуправления, исходя из требований отсутствия срыва слежения и высокой вероятности захвата, во многом аналогично определению реальной чувствительности головки самонаведения. При этом так же, как это сделано в гл. 21 для системы самонаведения, могут быть найдены значения  $P_{\text{мин1}}$  и  $P_{\text{мин2}}$  реальной чувствительности первого и второго рода. Напомним, что чувствительность первого рода  $P_{\text{мин1}}$  определяется из условия малой вероятности срыва сопровождения, а чувствительность второго рода  $P_{\text{мин2}}$  — из условия высокой вероятности захвата цели. В отличие от случая самонаведения локатор цели при телеуправлении осуществляет обычно поиск не только по частоте или дальности, но и по углу. Это обстоятельство должно учитываться при определении чувствительности второго рода для системы управления. При расчете предельной дальности локатора цели в системе телеуправления по формуле (21.4) в качестве величины  $P_{\text{мин}}$  необходимо принимать наибольшее из значений реальной чувствительности  $P_{\text{мин1}}$ ,  $P_{\text{мин2}}$ ,  $P_{\text{мин3}}$ .

Отметим, что в некоторых случаях локатор цели системы телеуправления может использоваться в режиме определения координат нескольких целей. При этом локатор производит периодический обзор некоторого сектора пространства и измеряет координаты целей на проходе [67]. Для такого режима работы локатора отпадает необходимость искать реальную чувствительность, при которой обеспечивается уверенный захват и сопровождение. В то же время при определении величины мощности  $P_{\text{мин3}}$  входного сигнала по заданной точности наведения необходимо учитывать, что каждая цель облучается локатором лишь периодически.

Если, стремясь упростить конструкцию передатчика командной радиолинии, неограниченно уменьшать его мощность, то дальность действия всей системы телеуправления будет определяться не локатором цели, а характеристиками командной радиолинии. То же самое относится и к возможному уменьшению мощности ответчика, который ставится на борту ракеты для улучшения условий работы локатора ракеты. Поэтому при расчете системы телеуправления необходимо определять мощность передатчика командной радиолинии, обеспечивающую дальность действия  $r_{\text{макс}}$  к командной ра-

диолинии, равную дальности действия  $r_{\text{млц}}$  лоатора цели. Аналогичный расчет должен быть проведен для мощности передатчиков, входящих в канал контроля ракеты.

Требуемая мощность  $P_{\Sigma\text{к}}$  передатчика командной радиолинии определяется следующей формулой:

$$P_{\Sigma\text{к}} = \frac{P_{\text{мин к}} r_{\text{макс к}}^2 \lambda^2}{\gamma^2 S_{\text{пр}} S_{\text{пер}}}, \quad (22.88)$$

где  $P_{\text{мин к}}$  — реальная чувствительность приемника командной линии;  $\gamma$  — коэффициент, учитывающий затухание электромагнитных волн в атмосфере;  $S_{\text{пер}}$ ,  $S_{\text{пр}}$  — эффективные площади передающей и приемной антенн радиолинии;  $\lambda$  — длина волны;  $r_{\text{макс к}}$  — дальность действия командной радиолинии, причем  $r_{\text{макс к}} = r_{\text{млц}}$ .

Коэффициент  $\gamma$ , учитывающий изменение дальности за счет поглощения излучаемых колебаний в атмосфере, рассчитывается по формуле

$$\gamma = \exp[-0,115\alpha r_{\text{макс к}}],$$

где  $\alpha$  — коэффициент поглощения энергии, выраженный в децибелах на единицу длины.

Выражение (22.88) может быть записано также в иной форме

$$P_{\Sigma\text{к}} = \frac{P_{\text{мин к}}}{\gamma^2} \frac{(4\pi)^2 r_{\text{макс к}}^2}{G_{\text{пер}} G_{\text{пр}} \lambda^2}, \quad (22.89)$$

где  $G_{\text{пер}}$ ,  $G_{\text{пр}}$  — коэффициенты усиления передающей и приемной антенн радиолинии.

Реальная чувствительность  $P_{\text{мин к}}$  приемника командной линии определяется допустимым уровнем возмущения  $\Delta\varphi_{2\text{п}}(t)$ , вносимого командной линией в контур управления, и приемлемым изменением ее коэффициента передачи под действием помехи. Величина  $P_{\text{мин к}}$  может быть найдена в результате анализа помехоустойчивости радиолинии. В частности, для командной радиолинии ШИМ-ЧМн-АМ величина  $P_{\text{мин к}}$  вычисляется на основании формулы (22.71) при малом уровне помех и по формулам (22.82), (22.84), (22.85) и (22.86) — при помехе большой интенсивности.

Дальность действия канала контроля ракеты (лоатора ракеты) с установленным на борту ракеты ответчиком зависит от дальности действия радиолиний лоатор — ответчик и ответчик — лоатор. Необходимая мощность передатчика лоатора ракеты и мощность ответчика, при которых предельная дальность канала контроля ракеты равна дальности действия  $r_{\text{млц}}$  лоатора цели, рассчитываются по формулам, аналогичным (22.88), (22.89). Так, требуемая мощность  $P_{\Sigma\text{л}}$  передатчика лоатора ракеты определяется выражением

$$P_{\Sigma\text{л}} = \frac{P_{\text{мин о}} (4\pi)^2 r_{\text{мл-о}}^2}{\gamma^2 G_{\text{л}} G_{\text{о}} \lambda^2}, \quad (22.90)$$

где  $P_{\text{мин о}}$  — реальная чувствительность приемника ответчика;  
 $G_{\text{л}}$ ,  $G_{\text{о}}$  — коэффициенты усиления антенн лоатора и ответчика;  
 $r_{\text{м л-о}}$  — дальность действия линии лоатор-ответчик;  $r_{\text{м л-о}} = r_{\text{м лц}}$ .

$$\gamma = \exp(-0,115\alpha r_{\text{м л-о}}).$$

Требуемая мощность  $P_{\Sigma \text{о}}$  ответчика рассчитывается по формуле

$$P_{\Sigma \text{о}} = \frac{P_{\text{мин л}} (4\pi)^2 r_{\text{м о-л}}}{\gamma^2 G_{\text{о}} G_{\text{л}} \lambda^2}. \quad (22.91)$$

Здесь  $P_{\text{мин л}}$  — реальная чувствительность приемника, входящего в состав лоатора ракеты;  $r_{\text{м о-л}}$  — дальность действия линии ответчик — лоатор:

$$r_{\text{м о-л}} = r_{\text{млц}}.$$

В тех случаях, когда возникает необходимость найти дальность действия командной радиолинии и канала контроля ракеты, можно обратиться к формулам (22.89), (22.90), (22.91) и решить их относительно  $r_{\text{макс к}}$ ,  $r_{\text{м л-о}}$ ,  $r_{\text{м о-л}}$ .

### Контрольные вопросы

1. При каких допущениях справедливы структурные схемы систем телеуправления, изображенные на рис. 22.22 и 22.4?

2. На основании структурной схемы системы телеуправления, изображенной на рис. 22.2, найдите дисперсию  $\overline{W_{\text{рф}}^2}$  поперечного ускорения ракеты при условии, что помехи  $\Delta\varphi_{1\text{п}}(t)$  и  $\Delta\varphi_{2\text{п}}(t)$  являются независимыми стационарными процессами с нулевыми средними значениями и энергетическими спектрами  $g_{1\text{п}}(f)$  и  $g_{2\text{п}}(f)$ .

3. Докажите, что при курсах ракеты и цели, близких к встречным, и большой дальности до цели ошибка телеуправления (первого вида) по методу параллельного сближения вызывается в основном погрешностями измерения угловых координат ракеты и цели, а не погрешностями определения дальностей  $r_{\text{ц}}$  и  $r_{\text{р}}$ .

4. Каким участкам системы телеуправления соответствуют частотные характеристики, изображенные на рис. 22.3? Почему ординаты всех этих характеристик при нулевой частоте равны единице?

5. От каких основных факторов зависит точность телеуправления первого вида:

- а) при лучевом наведении по методу параллельного сближения;
- б) при командном наведении по методу параллельного сближения?

6. Почему при оценке точности телеуправления по методу линеаризации важно определять не только величину промаха, но и значения поперечного ускорения ракеты?

7. Какие характеристики командной радиолинии определяют ее влияние на точность телеуправления?

8. Как оценить влияние флуктуационных помех малого уровня на командную линию ШИМ-ЧМн-АМ?

9. В чем проявляется действие интенсивной флуктуационной помехи на радиолинию ШИМ-ЧМн-АМ?

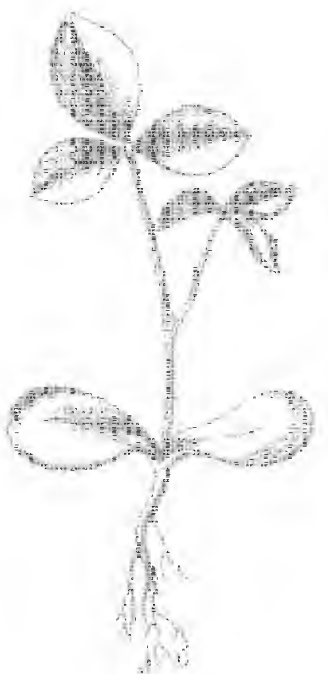
10. Какие радиолинии влияют на дальность действия системы телеуправления и как оценивается предельная дальность действия каждой из них?

Литература [2, 3, 61, 63].



**Часть четвертая**

**ОСОБЕННОСТИ РАДИОУПРАВЛЕНИЯ  
БАЛЛИСТИЧЕСКИМИ РАКЕТАМИ  
И КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ**





## КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ И БАЛЛИСТИЧЕСКИХ РАКЕТ

### § 23.1. ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Основанные на общих принципах радиоуправления радиотехнические системы управления движением космических аппаратов (КА) и межконтинентальных баллистических ракет (МБР) имеют существенные особенности по сравнению с системами управления ракетами ближнего действия. Управление движением последних осуществляется непрерывно в течение всего или почти всего времени полета от старта до цели (хотя команды управления могут вырабатываться и дискретно, с некоторой скважностью). Управление движением космических аппаратов осуществляется в течение сравнительно коротких интервалов времени, составляющих незначительную часть общего времени полета. Поэтому можно назвать такое управление дискретным, хотя команды в течение этих кратких интервалов могут вырабатываться непрерывно.

Это принципиальное отличие в методах управления (непрерывное и дискретное управление) обусловлено различными задачами систем управления. Задачей управления ракетами ближнего действия является поражение маневрирующих объектов, закон перемещения которых не может быть предсказан заранее. Отсюда и возникает задача непрерывного управления движением ракеты, вплоть до встречи с атакуемым объектом (целью). Система управления космическим аппаратом или МБР должна обеспечить достижение аппаратом заданной точки (области) пространства в заданное время с заданной точностью. При этом аппарат должен совершать движение по заранее рассчитанной фиксированной траектории. Именно вследствие этого оказывается возможным осуществлять управление аппаратом дискретно, лишь на некоторых участках траектории.

Основное управление для получения заданной траектории производится в начальной фазе полета аппарата — на активном участке его траектории. Во второй фазе происходит свободный полет аппарата под действием только гравитационных сил. Элементы траектории на этом этапе полностью определяются параметрами движения КА (координатами и скоростью) в конце активного участка.

Вследствие недостаточной точности системы управления на активном участке, а также недостаточно точного знания физических констант, учитываемых при расчете траектории, истинная траектория полета аппарата может существенно отличаться от расчетной. В этом случае оказывается необходимым дополнительное управление движением на траектории с целью ее коррекции. Управление на траектории производится также при выполнении аппаратом различных маневров в космосе (переход на другую орбиту, мягкая встреча на орбите с другим аппаратом и т. д.) и на завершающей фазе полета — посадке на планету. Во всех этих случаях управление происходит кратковременно и его можно считать дискретным.

Существенно различать два основных метода управления космическими аппаратами. При полете на активном участке, на завершающих этапах встречи или посадки система управления должна реагировать на быстро меняющиеся, заранее не учитываемые условия полета, т. е. производить управление в реальном масштабе времени. В этом случае система управления движением чаще всего является замкнутой.

На этапе свободного полета имеется возможность путем достаточно длительного наблюдения за аппаратом определить истинный закон его движения, рассчитать параметры и время приложения корректирующих импульсов (программу коррекции) и в нужный момент изменить траекторию. Здесь система управления в большинстве случаев выступает как разомкнутая.

В тех случаях, когда требуемый закон движения КА или МБР может быть задан до старта, оказывается возможным систему управления сделать автономной, разместив всю аппаратуру на объекте и обеспечив ее соответствующей программой. Однако полностью автономные (инерциальные) системы не всегда позволяют обеспечить требуемую точность. Поэтому широкое распространение получили системы управления, в которых те или иные внешние воздействия используются для корректировки автономной инерциальной системы. В настоящее время наиболее высокую точность обеспечивают радиотехнические методы измерения параметров траектории и управления движением.

Естественно, что от назначения аппарата зависит как характер его траектории, так и способы управления полетом на различных его этапах. Особенности движения и радиоуправления космических аппаратов и баллистических ракет посвящена данная часть книги. В настоящей главе рассматриваются траектории космических аппаратов и МБР, определяются требования к системе управления и описываются особенности управления на активном участке и при полете в космосе. Глава 24 посвящена рассмотрению радиотехнических систем определения параметров траектории и управления движением КА, а также определению точности радиосредств. Наконец, в последней, 25-й главе рассматривается мягкая встреча аппаратов в космосе.

## § 23.2. ТРАЕКТОРИИ СВОБОДНОГО ПОЛЕТА КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

### а. Уравнение траектории

Рассмотрение траекторий полета космических аппаратов начнем с участка свободного полета, поскольку этот отрезок траектории является основным для КА и МБР и соответствует большей части общего времени полета. Анализ свободного полета аппарата позволит также сформулировать требования к активному участку траектории.

Движение аппарата можно разложить на поступательное движение его центра масс и вращательные (угловые) движения вокруг центра масс, рассматривая аппарат как абсолютно твердое тело. Угловые движения, изменяя ориентацию аппарата, не влияют непосредственно на его поступательное движение; в настоящем параграфе они рассматриваться не будут.

Уравнение движения космического аппарата, рассматриваемого как материальная точка  $A$  с массой  $m$ , описывается векторным дифференциальным уравнением

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F}, \quad (23.1)$$

где  $\vec{r}$  — радиус-вектор точки  $A$  в некоторой инерциальной системе координат;  $\vec{F}$  — результирующий вектор действующих сил.

Для упрощения решения из большого числа действующих сил надо учесть лишь одну, основную. Такой силой при движении аппарата с неработающими двигателями является результирующая сила тяготения со стороны Земли, Солнца и других небесных тел.

Исследование движения КА под действием гравитационных сил  $n$  небесных тел приводит к так называемой задаче  $n$  тел. Решение этой задачи в общем виде (при  $n > 2$ ) в настоящее время отсутствует. Однако вся траектория КА может быть разбита на участки, на каждом из которых преобладающее влияние оказывает сила тяготения только одного тела.

В этой связи особое значение имеет решение задачи двух тел, описывающее движение аппарата в поле одного притягивающего центра. При этом в первом приближении можно считать, что поле тяготения небесного тела является центральным. Данное предположение справедливо, если небесное тело имеет сферическую форму и равномерную плотность по сферическим поясам. Сила притяжения таким небесным телом массы  $M$  аппарата  $A$ , находящегося на расстоянии  $r$  от центра тела и имеющего массу  $m$ , описывается законом Ньютона

$$F = fM \frac{m}{r^2} = \kappa^2 \frac{m}{r^2}, \quad (23.2)$$

где  $f$  — гравитационная постоянная, равная  $6,668 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{сек}^2$ .

Величина  $\kappa^2 = fM$  для каждого небесного тела имеет определенное значение. Так, для Земли  $\kappa^2 = 3,986 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{сек}^2$ .

Движение аппарата в центральном поле сил называют **невозмущенным** или **кеплеровым**. Очевидно, кеплерово движение является лишь первым приближением к описанию истинного движения космических аппаратов. Однако для ряда практических задач этого первого приближения вполне достаточно, а для остальных задач могут быть найдены соответствующие поправки. Поэтому мы ограничимся рассмотрением кеплерова движения, а влияние дополнительных источников возмущений рассмотрим качественно.

В случае кеплерова движения решение уравнения (23.1) можно получить в конечном виде [20, 23], используя законы механики:

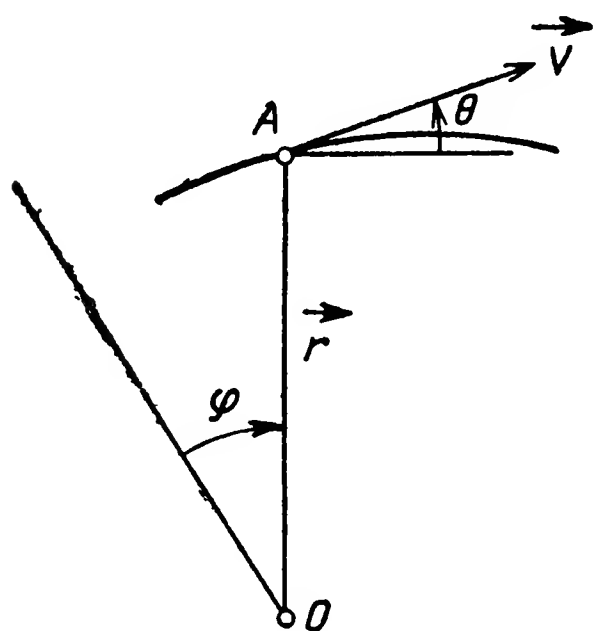


Рис. 23.1

закон сохранения энергии и закон сохранения момента импульса\*. Траектория аппарата (точки A) в центральном поле является плоской кривой, уравнение которой в полярных координатах  $r, \varphi$  (рис. 23.1), полюс которых совмещен с точкой O — центром масс небесного тела, может быть записано в виде

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\varphi - \varphi_0)}. \quad (23.3)$$

В этом уравнении  $p$  и  $e$  — постоянные параметры, выражающиеся через значения координат движущейся точки A: радиус-вектор  $\vec{r}$ , скорость  $V^{**}$  и угол  $\theta$  между направлением вектора скорости  $\vec{V}$  и нормалью к радиусу-вектору  $\vec{r}$  (рис. 23.1) следующими соотношениями:

$$e = \sqrt{1 + \frac{V^4 r^2 \cos^2 \theta}{\kappa^4} - \frac{2V^2 r \cos \theta^2}{\kappa^2}}, \quad (23.4)$$

$$p = \frac{r^2 V^2 \cos^2 \theta}{\kappa^2}. \quad (23.5)$$

Известно, что выражение (23.3) является уравнением конического сечения — кривой второго порядка, один из фокусов которой совпадает с полюсом полярной системы координат (точкой O), а  $\varphi_0$  есть угол между положительным направлением полярной оси и фокальной осью конического сечения. При  $\varphi_0 = 0$  полярная ось направлена от фокуса к ближайшей вершине кривой, а при  $\varphi_0 = \pi$  — в противоположную сторону.

\* Момент количества движения или кинетического момента.

\*\* Скорость называется здесь и далее координатой в обобщенном смысле.

В дальнейшем полагаем  $\varphi_0 = 0$ , рассматривая уравнение траектории космического аппарата в виде

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \varphi} . \quad (23.6)$$

Характер траектории зависит от величины параметра  $e$ , называемого **эксцентриситетом** конического сечения. При  $e = 0$  траектория является окружностью, при  $0 < e < 1$  — эллипсом, при  $e = 1$  — параболой и при  $e > 1$  — гиперболой. Для всех этих кривых параметр  $p$ , который называется **фокальным параметром** конического сечения, больше нуля. При  $p = 0$  траектория вырождается в прямую, проходящую через фокус.

В астрономии приняты специальные обозначения для элементов траектории (орбиты). Угол  $\varphi$  называется **истинной аномалией**. Вершины кривой второго порядка называются **апсидами**, а фокальная ось — **линией апсид**. Ближайшая к силовому центру (точке  $O$ ) вершина кривой называется **перицентром**, а удаленная вершина (которая имеется только у эллипса) — **апоцентром**. В зависимости от того, вокруг какого небесного тела движется рассматриваемый объект, апсиды орбиты получают собственные названия: при движении вокруг Земли — **перигей** и **апогей**, при движении вокруг Солнца — **перигелий** и **афелий** и т. п. Углы, характеризующие положение плоскости орбиты в пространстве, также имеют собственные названия, их мы рассмотрим ниже.

Величина параметров  $p$  и  $e$ , определяющих характер **кеплеровой** траектории, как следует из (23.4) и (23.5), зависит от значения трех координат движущегося объекта:  $V$ ,  $r$  и  $\theta$ . Измеренные в некоторый момент времени, эти координаты могут рассматриваться как начальные условия последующего движения. Так поступают, в частности, при определении траектории (орбиты) естественных небесных тел.

В то же время в качестве начальных условий движения космического аппарата естественно принять значения его координат в конце активного участка. Изменяя начальные условия движения, можно получить любую требуемую **кеплерову** траекторию.

## 6. Зависимость характера траектории от начальных условий движения

Момент выключения (отсечки) двигателей последней ступени ракеты-носителя  $t_0$  соответствует началу движения выводимого космического аппарата по **кеплеровой** траектории. Характер траектории в ее плоскости полностью определен, если известны три начальные координаты:  $r_0$ ,  $V_0$ ,  $\theta_0$ .

Найдем вначале условия, при которых траектория аппарата является окружностью. Уравнение окружности

$$r = p = \text{const}$$

получим из (23.6) при  $e = 0$ .

Из соотношения (23.4) при  $e = 0$  получаем уравнение

$$V_0^4 - V_0^2 \frac{2\kappa^2}{r_0} + \frac{\kappa^4}{r_0^2 \cos^2 \theta_0} = 0,$$

которое определяет связь между начальными координатами круговой траектории.

Решение этого уравнения

$$V_0^2 = \frac{\kappa^2}{r_0} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{\cos^2 \theta_0}} \right)$$

имеет единственный вещественный корень при  $\theta_0 = 0$ , равный

$$V_0 = V_I = \frac{\kappa}{\sqrt{r_0}}. \quad (23.7)$$

Полученное выражение определяет круговую или первую космическую скорость  $V_I$ , которую необходимо сообщить космическому аппарату для движения по круговой траектории (орбите).

Определим величину этой скорости при старте аппарата с поверхности Земли. Полагая величину  $r_0$  равной среднему радиусу Земли  $r_0 = R_z = 6371 \text{ км}$  и учитывая приведенное ранее значение  $\kappa^2$ , из (23.7) получаем  $V_I = 7910 \text{ м/сек}$ .

По мере подъема над поверхностью Земли величина первой космической скорости уменьшается и для любого  $r_0 > R_z$  имеем

$$V_I = 7,9 \sqrt{\frac{R_z}{r_0}} \text{ км/сек}. \quad (23.8)$$

Итак, для движения по круговой орбите ракета-носитель должна сообщить космическому аппарату скорость, точно равную первой космической, причем вектор скорости должен быть направлен строго параллельно горизонту, т. е. угол  $\theta_0$  (угол бросания) должен быть равен нулю.

Условия выведения аппарата на параболическую кеплерову траекторию находятся из соотношения (23.4) при  $e = 1$ . Уравнение

$$V_0^2 r_0 \cos^2 \theta_0 - 2\kappa^2 \cos^2 \theta_0 = 0$$

при  $p \neq 0$  (т. е.  $\cos^2 \theta_0 \neq 0$ ) определяет параболическую или вторую космическую скорость

$$V_0 = V_{II} = \sqrt{2} \frac{\kappa}{\sqrt{r_0}} = \sqrt{2} V_I. \quad (23.9)$$



Для аппарата, стартующего с поверхности Земли, вторая космическая скорость равна  $V_{II} \simeq 11190$  м/сек.

Из условия эллиптической орбиты  $0 < e < 1$  следует, что начальная скорость аппарата должна лежать в пределах  $V_I < V_0 < V_{II}$ .

Гиперболическая траектория, для которой  $e > 1$ , достигается при  $V_0 > V_{II}$ .

Вырожденным кеплеровым движением является прямолинейное, для которого  $p = 0$  или  $\cos \theta_0 = 0$ .

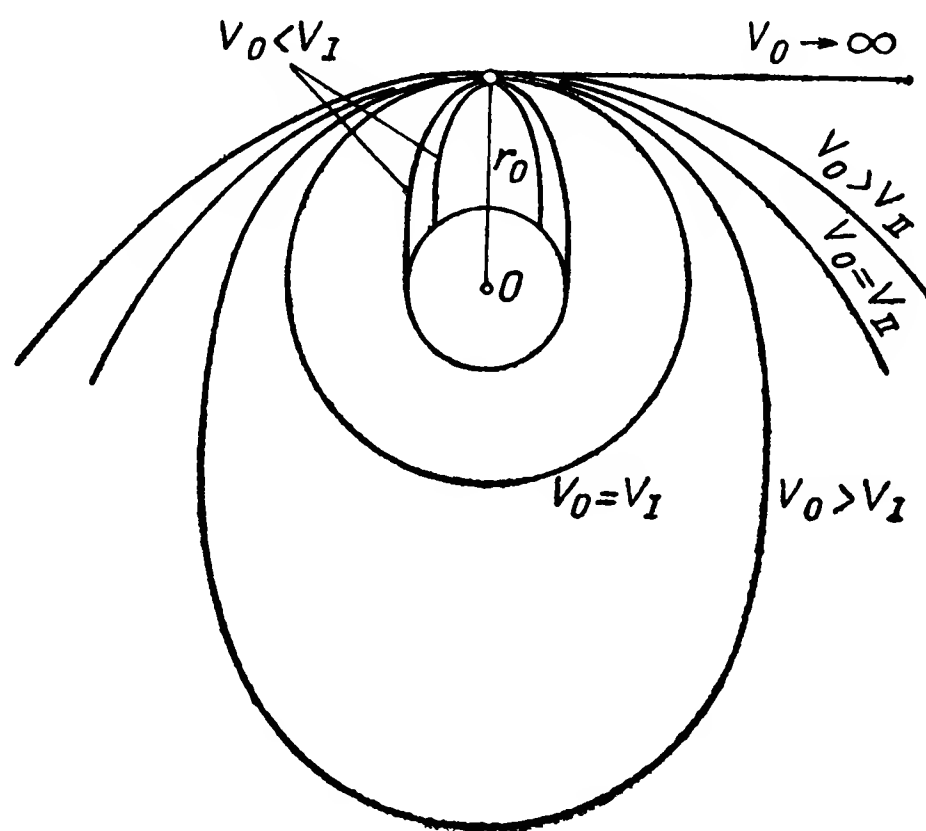


Рис. 23.2

На рис. 23.2 показано изменение характера траектории при увеличении начальной скорости  $V_0$ , если старт аппарата происходит на некоторой высоте над поверхностью Земли с нулевым углом бросания  $\theta_0$ . При  $V_0 = 0$  траектория является отрезком прямой от точки старта по направлению к центру Земли — точке  $O$ . При  $V_I > V_0 > 0$  получаются эллиптические траектории, у которых точка старта совпадает с апогеем. При  $V_0 = V_I$  траектория становится окружностью. Понятия апогея и перигея для круговой орбиты вообще теряют смысл. Рассматривая, однако, круговую орбиту как предельную для эллиптических траекторий (при  $V_0 > V_I$ ), можно считать, что перигей ее совпадает с точкой старта, а апогей находится на противоположном конце диаметра.

Дальнейшее увеличение начальной скорости вызывает все большее вытягивание эллиптической траектории, эксцентриситет которой растет от нуля до единицы. Точка старта теперь совпадает с перигеем траектории, а апогей все более удаляется. При  $V_0 = V_{II}$  замкнутая траектория разрывается, переходя в одну из ветвей параболы. При  $V_0 > V_{II}$  траектория становится ветвью гиперболы и при  $V_0 \rightarrow \infty$  гиперболическая траектория вырождается в полубесконечную прямую, перпендикулярную начальному радиусу-вектору  $\vec{r}_0$ .



Среди всех кеплеровых траекторий космического аппарата наибольший практический интерес представляют эллиптические и гиперболические траектории. По эллиптическим траекториям движутся искусственные спутники Земли, а также межконтинентальные баллистические ракеты. По гиперболическим траекториям вблизи Земли происходит движение космических ракет, покидающих поле земного тяготения при полете к удаленным телам солнечной системы.

Прямолинейные траектории энергетически невыгодны и на практике не применяются. Круговые и параболические траектории следует рассматривать как частные, практически недостижимые случаи кеплеровых траекторий. Для получения круговой траектории, например, надо обеспечить строгое соблюдение условий  $V_0 = V_1$  и  $\theta_0 = 0$ . На практике, конечно, эти условия могут быть выполнены лишь приближенно. Однако эллиптические траектории с малым эксцентриситетом весьма близки к круговым траекториям, которые желательно получить для некоторых ИСЗ (например, для некоторых спутников связи). Поэтому круговое движение является теоретически и практически весьма важным частным случаем эллиптического.

### § 23.3. ДВИЖЕНИЕ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

#### а. Эллиптическое движение ИСЗ в плоскости орбиты

Для решения практических задач, связанных с использованием искусственного спутника Земли, необходимо знать его траекторию. Прогнозирование движения спутника, т. е. определение местоположения в любой момент времени возможно, если известна зависимость координат спутника от времени:  $r = r(t)$  и  $\varphi = \varphi(t)$ .

Найдем вначале зависимость от времени истинной аномалии  $\varphi$ . В общем случае движения по кеплеровой траектории связь истинной аномалии с временем  $t$  определяется уравнением [23]

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi} r^2 d\varphi = \kappa \sqrt{p} \int_{t_1}^t dt. \quad (23.10)$$

В случае эллиптической орбиты большая полуось  $a$ , эксцентриситет  $e$  и фокальный параметр  $p$  связаны соотношением

$$p = a(1 - e^2). \quad (23.11)$$

Учитывая уравнение (23.6), из (23.10) и (23.11), получаем

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi} \frac{d\varphi}{(1 + e \cos \varphi)^2} = \frac{\kappa (t - t_1)}{[a(1 - e^2)]^{3/2}}. \quad (23.12)$$

Здесь  $\varphi_1 = \varphi(t_1)$ .

Непосредственно из этого уравнения получить в явном виде зависимость  $\varphi(t)$  невозможно, так как после интегрирования получается неразрешимое в конечном виде трансцендентное уравнение. Лишь в частном случае кругового движения, т. е. при  $e = 0$ , из (23.12) получается простое выражение

$$\varphi - \varphi_1 = \frac{\kappa}{a^{3/2}} (t - t_1). \quad (23.13)$$

Обозначая время прохождения спутника через перигей через  $t_{\text{п}}$  и учитывая, что  $\varphi(t_{\text{п}}) = 0$ , вместо (23.13) имеем

$$\varphi = \frac{\kappa}{a^{3/2}} (t - t_{\text{п}}). \quad (23.14)$$

Таким образом, для круговой орбиты зависимость  $\varphi$  от  $t$  линейная.

В общем случае эллиптического движения оказывается возможным упростить получение зависимости  $\varphi(t)$  путем введения вспомогательной переменной — эксцентрической аномалии  $E$ , определяемой с помощью понятия эквивалентного кругового движения. С истинной аномалией  $\varphi$  и радиусом-вектором  $r$  эксцентрическая аномалия  $E$  связывается простыми соотношениями, а с временем — разрешимым трансцендентным уравнением. Таким косвенным путем получают искомые зависимости  $\varphi(t)$  и  $r(t)$ .

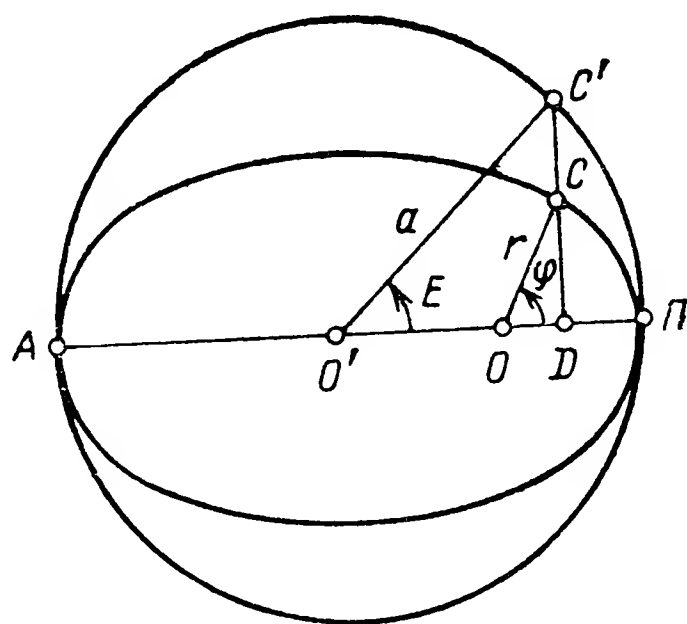


Рис. 23.3

Соотношения, связывающие истинную и эксцентрическую аномалии, нетрудно получить из геометрических соотношений рис. 23.3, где точки  $O$ ,  $O'$  и  $P$  обозначают фокус эллипса (силовой центр), центр эллипса и перигей эллиптической орбиты. Угол  $POC$  есть истинная аномалия точки  $C$ , а угол  $PO'C'$  является эксцентрической аномалией  $E$ .

Из треугольников  $COD$  и  $C'O'D$  имеем

$$O'C' \cos E = O'D = O'O + OD.$$

Так как

$$O'C' = a, \quad O'O = ae, \quad OD = r \cos \varphi,$$

то

$$a \cos E = ae + r \cos \varphi.$$

Подставляя сюда значение  $r$  из уравнения (23.6) и используя (23.11), получаем

$$\cos \varphi = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E}. \quad (23.15)$$

Определив из (23.15)  $d\varphi$  и подставив полученные выражения в уравнение (23.12), имеем

$$\int_{E_1}^E (1 - e \cos E) dE = \frac{\kappa}{a^{3/2}} (t - t_1) \quad (23.16)$$

и

$$(E - e \sin E) - (E_1 - e \sin E_1) = \frac{\kappa}{a^{3/2}} (t - t_1), \quad (23.17)$$

где обозначено  $E_1 = E(t_1)$ .

Так как  $E(t_{\text{п}}) = 0$ , из (23.17) получаем искомую зависимость эксцентрической аномалии от времени

$$E - e \sin E = \frac{\kappa}{a^{3/2}} (t - t_{\text{п}}). \quad (23.18)$$

Записанное трансцендентное уравнение обычно используется в несколько ином виде. Введя угол  $M$ , определяемый соотношением

$$M = \frac{\kappa}{a^{3/2}} (t - t_{\text{п}}), \quad (23.19)$$

представим (23.18) в виде уравнения Кеплера

$$E - e \sin E = M. \quad (23.20)$$

Угол  $M$  называется **средней аномалией** [он принимает значения  $\kappa\pi$  ( $\kappa = 0, 1, 2, \dots$ ) одновременно с углами  $\varphi$  и  $E$ ]. Геометрически средняя аномалия представляет собой угол, образованный с направлением на перигей радиусом-вектором некоторой фиктивной точки, движущейся по окружности (рис. 23.3) с постоянной угловой скоростью  $\omega = \frac{\kappa}{a^{3/2}}$ . Для круговой орбиты углы  $\varphi$ ,  $E$  и  $M$  совпадают. Соотношение (23.19) позволяет выразить время  $t$  в угловых единицах (радианах или градусах) и упростить запись выражений, в которые оно входит.

Из (23.6), (23.11) и (23.15) следует, что

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \varphi} = a(1 - e \cos E). \quad (23.21)$$

Полученные соотношения позволяют для любого момента времени  $t$  определить координаты плоского движения спутника  $r(t)$  и  $\varphi(t)$ , если известны значения  $a$  и  $e$  и время прохождения ИСЗ через перигей  $t_{\text{п}}$ . Вначале из (23.19) определяется средняя аномалия  $M$ , затем решается уравнение Кеплера (23.20) и находится эксцентрическая аномалия  $E$ . Наконец, из соотношения (23.15) находится  $\varphi$ , а из (23.21)  $r$ . Из (23.17) и (23.19) можно определить также время

полета ИСЗ между двумя точками орбиты, которым соответствуют средние аномалии  $M_1$  и  $M_2$ :

$$T_{12} = t_2 - t_1 = \frac{a^{3/2}}{\kappa} (M_2 - M_1). \quad (23.22)$$

Отсюда период обращения спутника на орбите, соответствующий изменению средней аномалии на  $2\pi$ , равен

$$T = 2\pi \frac{a^{3/2}}{\kappa}. \quad (23.23)$$

Из соотношения (23.23) непосредственно следует третий закон Кеплера, математическая запись которого имеет вид

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3},$$

где  $T_1, T_2$  — периоды обращения двух космических тел по эллиптическим орбитам, большие полуоси которых равны  $a_1$  и  $a_2$ .

Невозмущенное эллиптическое движение ИСЗ в плоскости орбиты достаточно полно характеризуется приведенными выше соотношениями. Однако, за исключением частного случая кругового движения, координаты спутника не выражаются в виде явных функций времени, а связаны с временем через вспомогательную переменную — эксцентрическую аномалию  $E$ , определяемую из трансцендентного уравнения Кеплера (23.20). В некоторых случаях более удобным оказывается выражение зависимости координат от времени в явном виде через ряды по степеням эксцентриситета  $e$ . Формулы для разложения координат эллиптического движения приведены, например, в [23] и [18].

## 6. Элементы эллиптической орбиты ИСЗ. Возмущения орбиты

Выше был рассмотрен закон движения спутника в плоскости его орбиты. Рассмотрим теперь пространственное движение ИСЗ. Обычно движение космических аппаратов вблизи Земли рассматривают в декартовой системе координат  $X, Y, Z$  с началом в центре Земли (рис. 23.4). Плоскость  $XU$  этой системы совмещена с экваториальной плоскостью Земли, а ось  $OZ$  направлена к Северному полюсу мира (приблизительно совпадающему на небесной сфере с Полярной звездой). Оси  $OX$  и  $OY$  также определенным образом ориентированы по отношению к неподвижным звездам\*. Ось  $OX$  направлена в точку весеннего равноденствия\*\*, обозначаемую в астроно-

\* Вследствие очень большого удаления звезд, угловое положение их на небесной сфере практически не меняется, поэтому их можно считать неподвижными.

\*\* Точку небесной сферы, в которой находится Солнце в полдень 21 марта (в день весеннего равноденствия).

мии символом  $\gamma$ ; ось  $OY$  образует с осями  $OX$  и  $OZ$  правую систему координат. Выбранную таким образом систему координат  $X, Y, Z$  с достаточной для практики точностью можно считать инерциальной.

Если плоскость эллиптической орбиты не совпадает с плоскостью  $XOY$ , то она пересекается с ней по прямой  $PQ$ , называемой **линией узлов**. Точки  $P$  и  $Q$  пересечения орбиты с плоскостью экватора называются **узлами**. При этом точка  $P$ , в которой спутник пересекает плоскость экватора, двигаясь с юга на север, называется **восходящим узлом** траектории, другой узел (точка  $Q$ ) называется **нисходящим узлом** траектории.

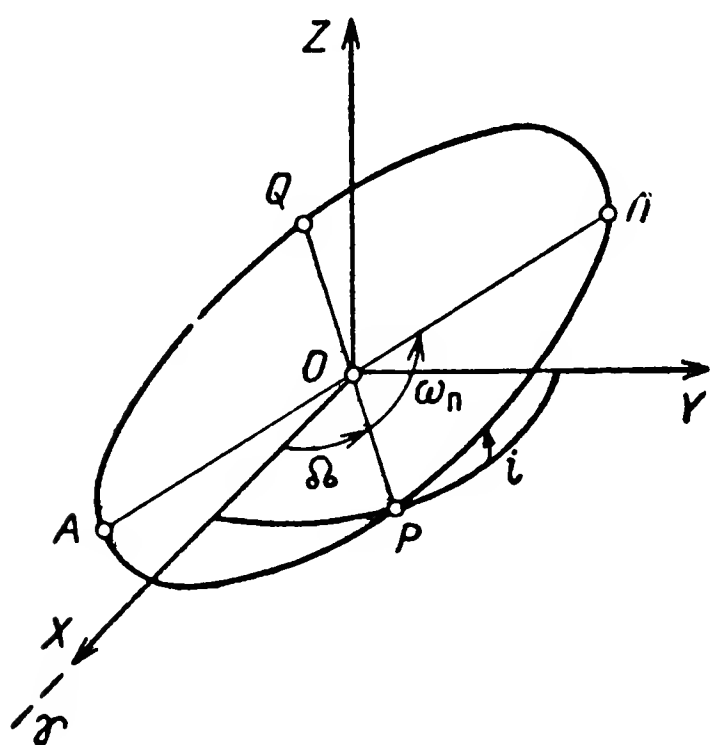


Рис. 23.4

Угол  $\Omega$ , отсчитываемый в плоскости экватора от оси  $OX$  до линии узлов (по направлению к восходящему узлу), называется **долготой восходящего узла**. Угол  $i$  между плоскостями орбиты и экватора называется **наклоном орбиты**. Углы  $\Omega$  и  $i$  определяют положение плоскости орбиты относительно системы координат  $X, Y, Z$ . Ориентация орбиты в ее плоскости характеризуется углом  $\omega_n$  между направлением на перигей и линией узлов; этот угол, называемый

**аргументом перигея**, отсчитывается от направления на восходящий узел (рис. 23.4).

Углы  $\Omega$  и  $\omega_n$  могут принимать значения от 0 до  $360^\circ$ , а наклонение лежит в пределах от 0 до  $180^\circ$ . Если  $i < 90^\circ$ , то наклонение называется **прямым**, при  $i > 90^\circ$  — **обратным**. При  $i = 90^\circ$  орбита называется **полярной**; в этом случае трасса спутника (проекция его орбиты на поверхности Земли) проходит через оба полюса Земли. Орбита, плоскость которой совпадает с плоскостью экватора ( $i = 0$ ), называется **экваториальной**.

Уравнения движения спутника в инерциальной геоцентрической системе координат  $X, Y, Z$  нетрудно получить путем перехода от орбитальных координат  $(r, \varphi)$  к инерциальным. Переход осуществляется путем трех последовательных поворотов орбитальной системы координат на углы  $\omega_n$ ,  $i$  и  $\Omega$ .

В результате получим уравнения:

$$\begin{aligned} X &= r [\cos(\varphi + \omega_n) \cos \Omega - \sin(\varphi + \omega_n) \sin \Omega \cos i], \\ Y &= r [\cos(\varphi + \omega_n) \sin \Omega + \sin(\varphi + \omega_n) \cos \Omega \cos i], \\ Z &= r \sin(\varphi + \omega_n) \sin i. \end{aligned} \quad (23.24)$$

Уравнения (23.24) вместе с уравнениями (23.15), (23.19), (23.20) и (23.21) описывают закон движения спутника по эллиптиче-

ской кеплеровой траектории в инерциальной системе координат  $X, Y, Z$ .

В эти уравнения входят шесть постоянных величин. Пять геометрических величин: эксцентриситет  $e$ , большая полуось  $a$ , углы  $\Omega, i$  и  $\omega_n$  — характеризуют форму и размеры эллиптической орбиты и ее ориентацию в пространстве. Для определения закона движения спутника по орбите задается момент  $t_n$  прохождения спутника через фиксированную точку (перигей) орбиты. В итоге совокупность шести независимых элементов эллиптической орбиты:  $t_n, a, e, \Omega, i$  и  $\omega_n$  — полностью определяет закон движения спутника по пространственной эллиптической траектории.

В качестве шести элементов орбиты могут быть приняты любые другие величины, связанные с указанными ранее. Например, вместо большой полуоси эллипса можно рассматривать фокальный параметр  $p$  и т. д. [23].

Если бы на движение спутника не оказывали влияние не учтенные при выводе уравнения (23.6) возмущения, то элементы эллиптической орбиты достаточно было бы определить один раз и в дальнейшем их величина осталась бы неизменной.

На практике, однако, особенно при прогнозе движения ИСЗ на длительный срок, приходится считаться с действием различных малых возмущающих факторов. При этом наиболее существенными оказываются медленные, так называемые вековые, возмущения, которые за большой промежуток времени (даже при действии сравнительно небольших возмущающих сил) могут приводить к значительному искажению характера движения. Медленность процесса изменения орбиты позволяет достаточно точно прогнозировать (в течение некоторого ограниченного интервала времени) движение спутника на основании теории кеплеровых движений. В течение длительного времени возмущенное движение можно описать совокупностью невозмущенных кеплеровых траекторий, элементы которых не остаются постоянными, а изменяются. Такие траектории в астрономии называются **оскулирующими**, а элементы их — **оскулирующими элементами**.

Таким образом, для прогнозирования движения спутника по орбите необходимо время от времени уточнять значения оскулирующих элементов эллиптической орбиты, проводя соответствующие измерения. Момент проведения измерений называется **эпохой**, эпоху можно принять за новый начальный момент времени  $t_0$ .

Естественно, что чем больше величина возмущающих воздействий, тем чаще надо производить измерения элементов орбиты.

Источники возмущения орбит ИСЗ по их физической природе можно разделить на следующие группы:

1) возмущения гравитационного поля вследствие несферичности Земли и неравномерного по сферическим поясам распределения ее массы;

2) сопротивление среды при движении ИСЗ;



- 3) притяжение со стороны Луны и Солнца;
- 4) давление светового излучения Солнца и прочие физические факторы.

Помимо перечисленных причин, влияющих на движение ИСЗ, точность прогнозирования движения существенно зависит от точности определения элементов орбиты по данным измерений. Этот вопрос освещается в следующей главе.

Величина возмущающих ускорений, обусловленных различными источниками возмущающих сил, зависит от высоты движения ИСЗ.

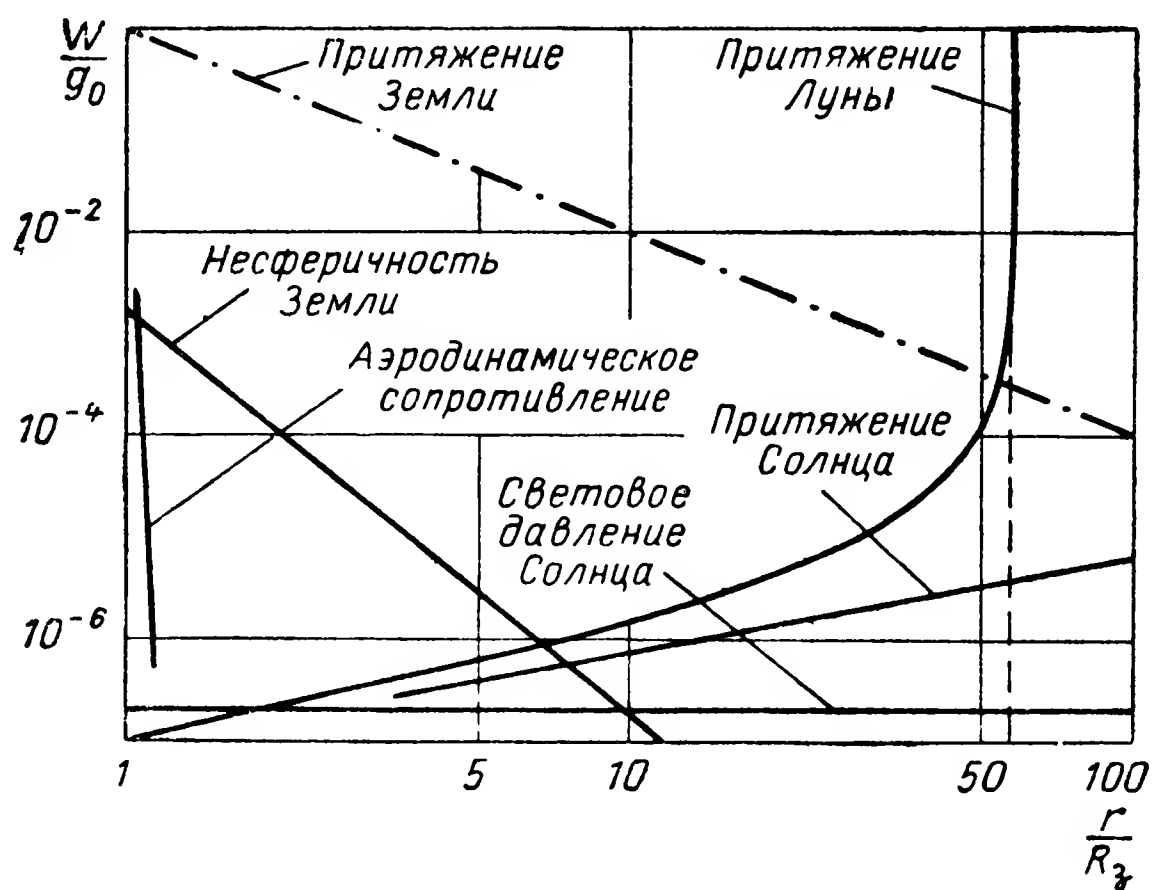


Рис. 23.5

Заимствованный из [18] рис. 23.5, на котором показана относительная величина основных возмущающих ускорений  $W$  (отнесенная к ускорению силы тяжести на поверхности Земли), позволяет оценить их сравнительную величину на различных расстояниях от Земли ( $R_3$  — радиус Земли).

Как видно из рис. 23.5, при движении ИСЗ вблизи Земли ( $\frac{r}{R_3} < 1,5$ ) наибольшее возмущающее влияние оказывают несферичность Земли и аэродинамическое сопротивление. Влияние всех остальных факторов на этом расстоянии от Земли весьма незначительно и вызываемые ими относительные возмущающие ускорения имеют величину порядка  $10^{-7}$ .

Следует указать, что несферичность Земли и сопротивление среды по-разному влияют на изменение элементов орбиты. Обусловленные несферичностью Земли возмущения вызывают вековое движение перигея и восходящего узла, т. е. поворот плоскости орбиты и изменение ориентации орбиты в ее плоскости; склонение, форма и размеры орбиты при этом практически не меняются. В то же время сопротивление атмосферы, вызывая торможение спутника вблизи



перигея, приводит к изменению формы и размеров орбиты и эллиптическая орбита приближается к круговой; при этом скорость в апогее и средняя скорость движения спутника по орбите возрастают. Подробное рассмотрение вопросов влияния возмущений на движение ИСЗ можно найти, например, в [74].

### в. Особенности движения межпланетных космических аппаратов

Рассмотрим траектории полета космического аппарата к Луне. Естественно, что вид траектории будет зависеть от конкретной решаемой задачи, которая может быть сформулирована следующим образом:

- 1) осуществить прямое попадание в Луну;
- 2) выйти на орбиту спутника Луны;
- 3) осуществить облет Луны.

Характер траектории и время полета в основном определяются величиной начальной скорости, сообщаемой космическому аппарату на участке разгона. Весьма интересным типом траекторий, обеспечивающих достижение Луны, являются так называемые траектории минимальной скорости [77]. Эти траектории представляют собой эллипсы, «выходящие» из поверхности Земли под различными углами к вертикали и касающиеся орбиты Луны точкой апогея (см. рис. 23.6\*). Расчет показывает, что величина начальной скорости, обеспечивающая движение по таким траекториям равна примерно  $11\,090\text{ м/сек}$  (у поверхности Земли), т. е. на  $100\text{ м/сек}$  меньше второй космической скорости. Время перелета для всех траекторий минимальной скорости практически одинаково и составляет около 5 суток [76, 77].

Полет по траекториям минимальной скорости, хотя и является наиболее выгодным с точки зрения затраты энергии, не всегда целесообразен из-за большой продолжительности и весьма сильного влияния на характер движения разброса начальных условий.

Увеличение начальной скорости приводит к траекториям, пересекающим орбиту Луны. При этом происходит существенное сокращение времени полета. Так, превышение минимальной скорости на  $50\text{ м/сек}$  уменьшает время полета вдвое [76].

Пример типичной траектории попадания в Луну приведен на рис. 23.7 [27]. Влияние притяжения Луны сказывается практически только на последнем участке траектории, которая при этом приближается к прямой линии.

Для вывода космического аппарата на орбиту спутника Луны необходимо в момент пересечения траекторией орбиты Луны осуществить его торможение. При этом необходимо, чтобы траектория

---

\* Траектории на рис. 23.6—23.9 приведены в инерциальной геоцентрической системе координат.

проходила мимо Луны на минимальном расстоянии от нее, равном желаемой высоте орбиты. Характер траектории в этом случае остается таким же, как и при попадании в Луну.

В решении задачи облета Луны с возвращением на Землю существенную роль играет гравитационное поле Луны. Сила притяжения Луны должна так исказить траекторию полета аппарата, чтобы он прошел над обратной ее стороной и при дальнейшем движении достиг окрестности Земли. При таком полете начальная скорость должна выбираться в районе минимальных ее значений с разбросом всего 100 м/сек [18, 27]. Более высокие значения начальной

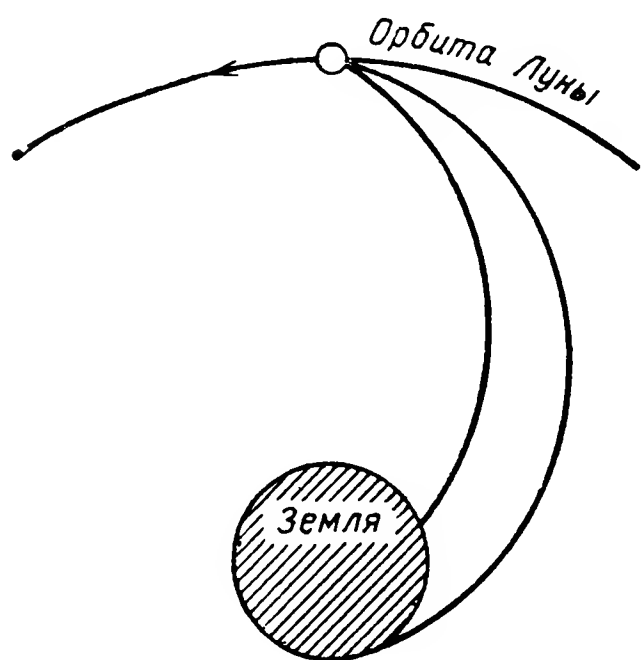


Рис. 23.6

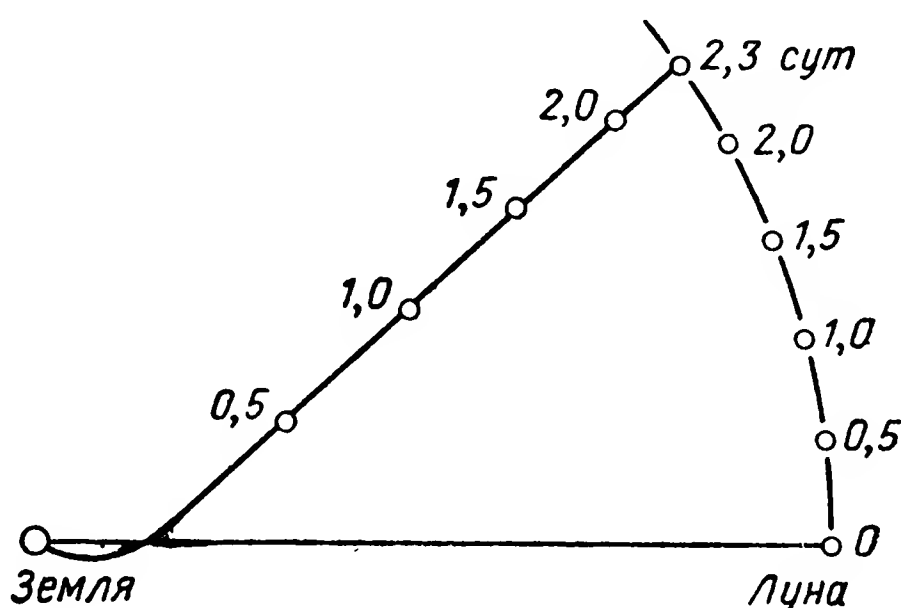


Рис. 23.7

скорости приведут к тому, что скорость аппарата в районе Луны будет слишком большой и сила ее притяжения не сможет в нужной степени изменить траекторию полета. Пример траектории облета Луны показан на рис. 23.8 [77].

Траекторию полета космического аппарата к планетам солнечной системы можно разбить на несколько этапов. Первый этап полета происходит в сфере действия планеты отправления — Земли\*. На втором этапе аппарат движется в гравитационном поле Солнца и выступает в качестве его искусственного спутника. На завершающей стадии полета решающую роль играет поле тяготения планеты назначения.

Как указывалось в § 23.2, для того чтобы космический аппарат мог выйти из сферы притяжения Земли, его геоцентрическая начальная скорость должна быть больше или равна второй космической скорости (11 190 м/сек у поверхности Земли). Выполнить это условие можно двумя путями [76] (см. рис. 23.9). Первый путь — вывод аппарата на параболическую или гиперболическую траекторию непосредственно в конце активного участка (пунктирная траектория  $AD$ ). Второй путь предусматривает предварительный выход аппарата на промежуточную орбиту спутника Земли. На промежу-

\* Радиус сферы действия Земли составляет около 900 000 км.

точной орбите (круговой или эллиптической) аппарат может совершить менее одного оборота или несколько оборотов (участок  $ABC$ ). Затем в нужный момент времени аппарату дается дополнительный импульс тяги, который и сообщает ему скорость, необходимую для выхода из сферы действия Земли (участок  $CD$ ).

Запуск космического аппарата с промежуточной орбиты наиболее эффективен, так как при этом можно осуществить полет с наименьшими затратами энергии, а также исправить ошибки, накопившиеся

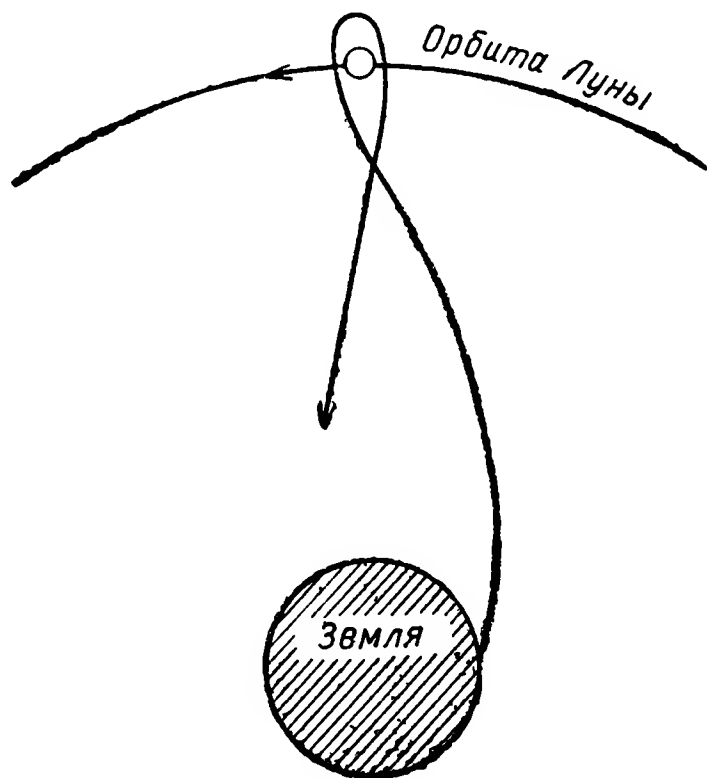


Рис. 23.8

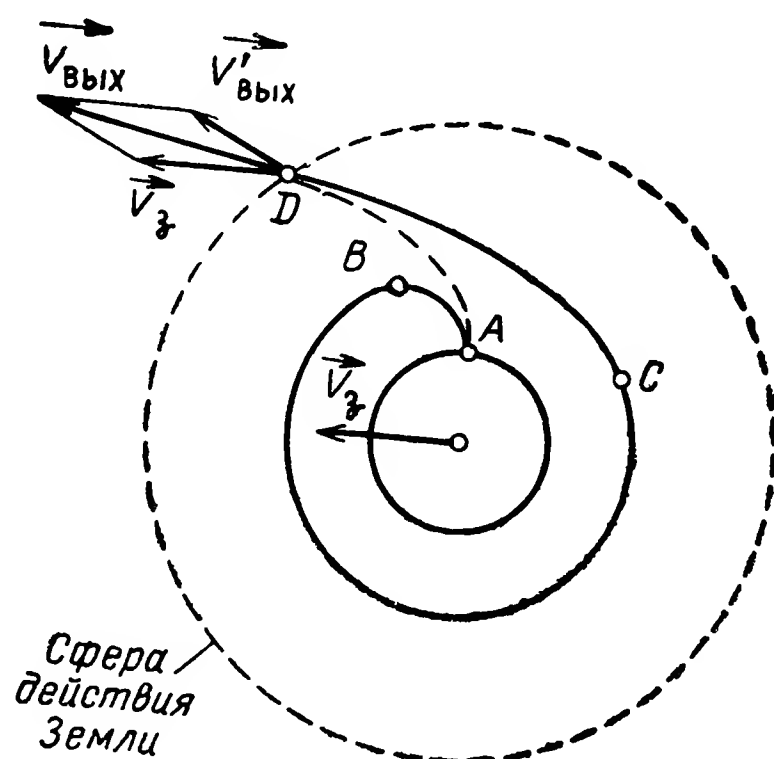


Рис. 23.9

на активном участке полета. Подобным образом были запущены советские межпланетные автоматические станции к Венере (12 февраля 1961 г.) и Марсу (1 ноября 1962 г. и 30 ноября 1964 г.).

Характер движения аппарата на втором этапе (в поле тяготения Солнца) целиком определяется величиной гелиоцентрической скорости аппарата на границе сферы действия Земли, которая равна векторной сумме скорости движения Земли вокруг Солнца  $\vec{V}_з$  и геоцентрической скорости аппарата в этой точке  $\vec{V}'_{вых}$  (рис. 23.9). Если  $\vec{V}'_{вых} \neq 0$  и совпадает с направлением  $\vec{V}_з$ , то траектория движения космического аппарата будет лежать вне орбиты Земли. Если же скорость  $\vec{V}'_{вых}$  направлена против скорости  $\vec{V}_з$ , то аппарат будет совершать движение внутри земной орбиты\* (рис. 23.10).

Можно найти траектории полета, требующие наименьших энергетических затрат. Минимальной скорости отлета, еще обеспечивающей достижение цели, будет соответствовать движение аппарата по орбите, касающейся орбит Земли и планеты назначения в диаметрально противоположных точках (орбиты  $M_1$  и  $B_1$  на рис. 23.10). Такую орбиту называют полуэллиптической траекторией [76].

\* При условии  $|\vec{V}'_{вых}| < |\vec{V}_з|$ .

Полет по полуэллиптическим траекториям имеет наибольшую протяженность и занимает весьма длительное время. Так, время полета к Венере по такой орбите составит 146 дней, а к Марсу — 259 дней. Увеличение начальной скорости полета сверх минимальной приводит к траекториям, пересекающим орбиту планеты назначения (орбиты  $M_{II}$ ,  $M_{III}$ ,  $B_{II}$ ,  $B_{III}$  на рис. 23.10) и позволяет существенно сократить время перелета. При превышении минимальной скорости на 1 км/сек срок полета к Венере сокращается до 100 дней,

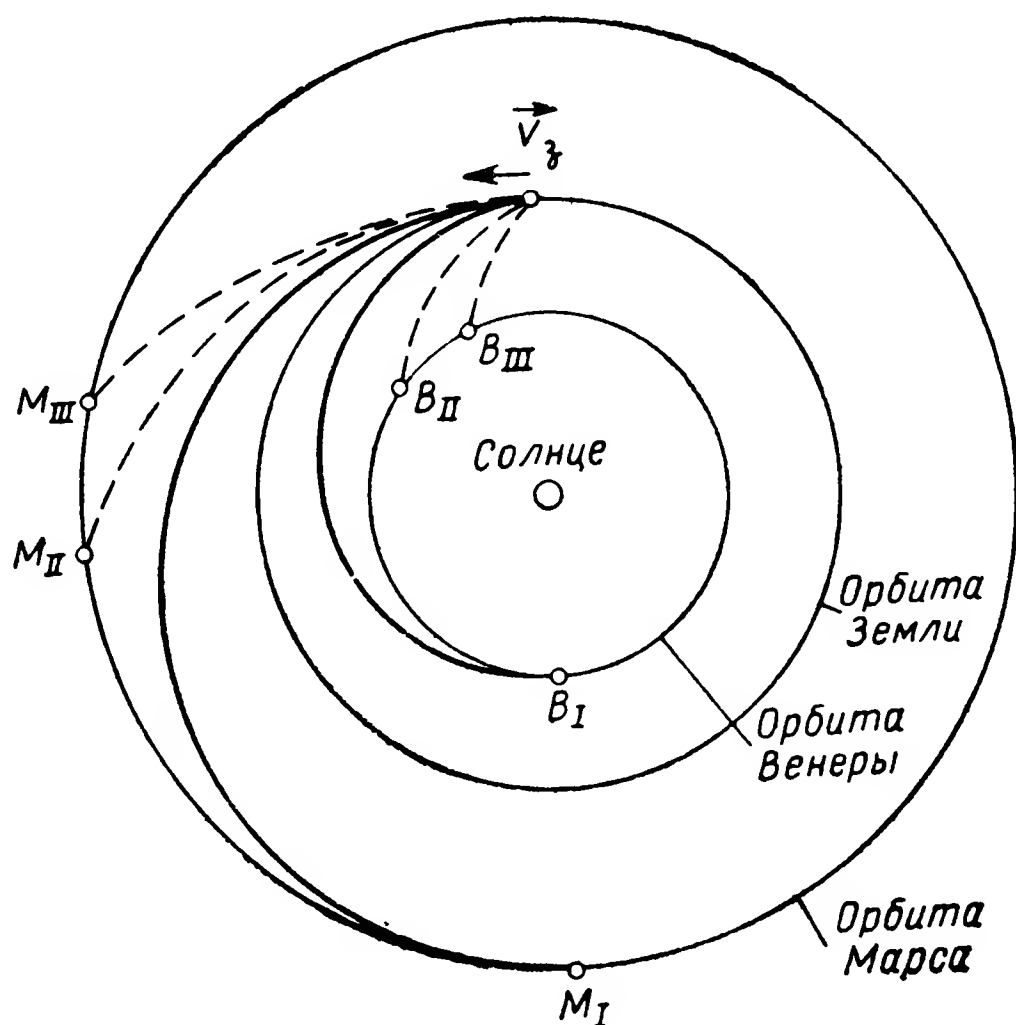


Рис. 23.10

а к Марсу — до 158 дней. Превышение скорости на 2 км/сек уменьшает время полета до 85 и 130 дней соответственно. Дальнейшее увеличение начальной скорости приводит к более медленному сокращению срока перелета и требует значительных энергетических затрат.

В заключение отметим, что если космическому аппарату сообщить начальную скорость, равную или бóльшую третьей космической скорости\*, то он будет совершать движение относительно Солнца по параболической или гиперболической траектории и может навсегда покинуть пределы солнечной системы. Энергетические возможности современного химического ракетного топлива позволяют пока совершать межпланетные полеты лишь по эллиптическим орбитам [76].

\* У поверхности Земли третья космическая скорость равна 16,7 км/сек.

#### § 23.4. ДВИЖЕНИЕ МЕЖКОНТИНЕНТАЛЬНЫХ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ РАКЕТ

Межконтинентальную баллистическую ракету (МБР) можно рассматривать как особый вид космического аппарата, предназначенного для перемещения из одной точки поверхности Земли в другую через космическое пространство. Проходящая через точки старта  $A$  и цели  $D$  (рис. 23.11) траектория МБР обычно подразделяется на активный участок  $AB$  и участок свободного полета  $BD$ . Послед-

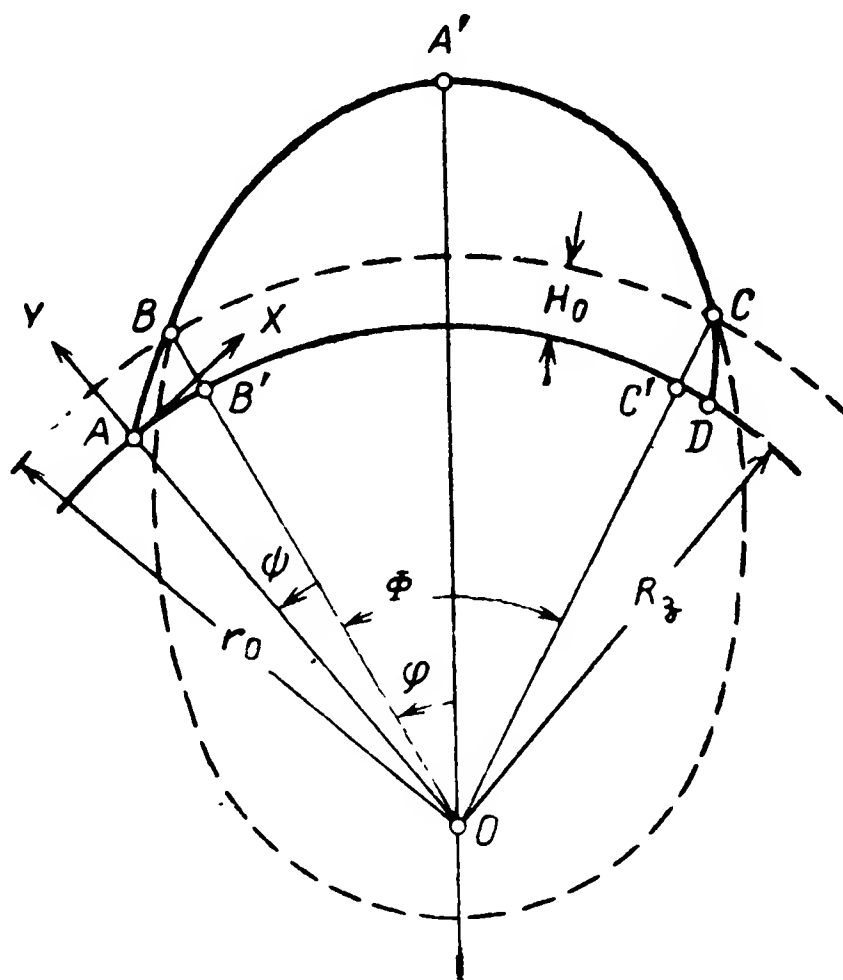


Рис. 23.11

ний, в свою очередь, можно разделить на баллистический участок  $BC$  и участок снижения  $CD$ .

Такое разделение траектории отражает различный характер сил, действующих на ракету на этих участках. На активном участке осуществляется вывод ракеты на заданную баллистическую траекторию, проходящую через точки  $B$  и  $D$ , и движение происходит под действием силы тяги двигателей, аэродинамических сил и силы притяжения Земли. Баллистический участок обычно проходит выше границы плотных слоев атмосферы и движение ракеты происходит в земном поле тяготения по эллиптической кеплеровой траектории. На участке снижения аэродинамические возмущения приводят к торможению ракеты и отклонению траектории от эллиптической.

Рассмотрим особенности движения МБР на баллистическом участке траектории, не учитывая вначале вращение Земли. Примем для простоты, что баллистический участок траектории симметричен

относительно фокальной оси, т. е. радиусы-векторы точек  $B$  и  $C$  одинаковы и равны

$$r_0 = R_3 + H_0.$$

Здесь  $R_3 = 6371$  км — радиус Земли (при упрощенном рассмотрении предполагается, что Земля имеет сферическую форму);  $H_0$  — высота расположения точек  $B$  и  $C$ .

Центральный угол  $\Phi = 2\varphi$  между радиусами-векторами точек  $B$  и  $C$  (рис. 23.11) называется угловой дальностью полета. Линейная дальность полета по баллистической траектории, измеряемая по дуге  $B'C'$ , записывается в виде

$$L_0 = R_3 \Phi = 2R_3 \arccos \frac{1 - \frac{p}{r_0}}{e}. \quad (23.25)$$

Соотношение, связывающее угловую (линейную) дальность полета по баллистической траектории с начальными условиями движения  $(V_0, r_0, \theta_0)$ , нетрудно получить, выразив в (23.25) параметры эллиптической траектории через начальные условия движения. Опуская вывод (он имеется, например, в [16]), запишем искомое соотношение в виде

$$\operatorname{tg} \frac{\Phi}{2} = \frac{\left(\frac{V_0}{V_I}\right)^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{1 - \left(\frac{V_0}{V_I}\right)^2 \cos^2 \theta_0} = \frac{\left(\frac{V_0}{V_I}\right)^2 \operatorname{tg} \theta_0}{1 - \left(\frac{V_0}{V_I}\right)^2 + \operatorname{tg}^2 \theta_0}, \quad (23.26)$$

где  $V_I$  — первая космическая скорость, определяемая формулой (23.7).

Очевидно, что имеется бесконечное множество эллиптических траекторий, проходящих через две заданные точки в начале и конце баллистического участка, т. е. соответствующие одной и той же угловой дальности  $\Phi$ . Различным траекториям этого семейства **траекторий одинаковой дальности** соответствуют различные значения начальной скорости  $V_0$  и угла бросания  $\theta_0$ . Можно решить задачу о выборе из траекторий указанного семейства оптимальных в каком-либо смысле траекторий. Такими оптимальными траекториями могут быть **траектория максимальной дальности** либо **траектория минимальной начальной скорости**, первая из которых при заданном значении начальной скорости  $V_0$  обеспечивает максимальное значение  $\Phi_{\max}$ , а вторая при заданном значении  $\Phi$  требует наименьшей начальной скорости  $V_{0\min}$ . Для определения оптимальных углов бросания, обеспечивающих получение указанных экстремальных траекторий, необходимо исследовать на экстремум соотношение (23.26) в одном случае при  $V_0 = \text{const}$ , а в другом при

$\Phi = \text{const}$ . Оказывается, что в обоих случаях оптимальный угол бросания один и тот же и его значение равно

$$\theta_{0 \text{ опт}} = \arctg \sqrt{1 - \left(\frac{V_0}{V_I}\right)^2} \quad (23.27)$$

или

$$\theta_{0 \text{ опт}} = \frac{\pi - \Phi}{4}. \quad (23.28)$$

Подставляя соотношение (23.27) в (23.26), получим выражение, определяющее максимальную угловую дальность полета МБР при заданной начальной скорости

$$\tg \frac{\Phi_{\text{макс}}}{2} = \frac{\left(\frac{V_0}{V_I}\right)^2}{2 \sqrt{1 - \left(\frac{V_0}{V_I}\right)^2}}. \quad (23.29)$$

Аналогично, из (23.28) и (23.26) можно найти величину минимальной начальной скорости, обеспечивающей заданную дальность полета МБР

$$V_{0 \text{ мин}} = V_I \sqrt{2 \tg \frac{\Phi}{2} \tg \frac{\pi - \Phi}{4}}. \quad (23.30)$$

Из этого соотношения следует, что требуемое значение начальной скорости для межконтинентальных баллистических ракет, угловая дальность полета которых превышает  $60^\circ$ , составляет более 80% от первой космической скорости. Поэтому мощность МБР и ракет-носителей космических аппаратов оказывается соизмеримой.

Отметим, что траектории, угол бросания  $\theta_{01}$  которых превышает оптимальный угол бросания, называются навесными, а траектории с углом бросания  $\theta_{02}$ , меньшим оптимального, называются настильными. Траекторию с оптимальным углом бросания  $\theta_{0 \text{ опт}}$ , которой соответствует как максимальная дальность полета при заданной начальной скорости, так и минимальная начальная скорость при требуемой дальности, можно назвать оптимальной. Среди траекторий рассматриваемого семейства траекторий одинаковой дальности она является энергетически наиболее выгодной.

При расчете траектории баллистической ракеты необходимо учитывать суточное вращение Земли.

Рассмотрим движение ракеты в инерциальной системе координат. В этом случае обусловленное вращением Земли перемещение точки старта и точки цели приводит к изменению начальных и конечных условий полета ракеты.



Движение точки старта необходимо учитывать при запуске любого космического аппарата, так как оно приводит к изменению по величине и направлению абсолютной (измеряемой в инерциальной системе координат) начальной скорости аппарата

$$\vec{V}_0 = \vec{V}_{\text{дв}} + \vec{V}_{\text{пер}}.$$

Здесь  $\vec{V}_{\text{дв}}$  — вектор скорости аппарата относительно инерциальной системы координат, создаваемой тягой двигателей;  $\vec{V}_{\text{пер}}$  — вектор переносной скорости точки старта, обусловленной вращением Земли.

Вектор переносной скорости направлен к востоку; его величина равна

$$V_{\text{пер}} = R_3 \omega_3 \cos \varphi_{\text{го}},$$

где  $\omega_3 = 7,292 \cdot 10^{-5}$  рад/сек — угловая скорость вращения Земли;  $\varphi_{\text{го}}$  — географическая широта точки старта.

Величина переносной скорости составляет несколько процентов от требуемого значения начальной скорости. Так, на экваторе (на уровне моря)  $V_{\text{пер}}$  приблизительно равна 465 м/сек, а на широте  $65^\circ$  — около 200 м/сек. Естественно, что использование переносной скорости при запуске энергетически выгодно: МБР, которая имеет дальность полета без учета вращения Земли, равную 10 000 км, при запуске с экватора на восток пролетит примерно 12 000 км. Эта же ракета, запущенная в западном направлении, достигнет дальности всего около 8800 км.

Движение точки цели  $D$  вследствие вращения Земли приведет к тому, что за время полета ракеты  $t_{\text{пол}}$  точка цели, географическая широта которой  $\varphi_{\text{гц}}$ , переместится к западу на расстояние, равное  $\omega_3 t_{\text{пол}} R_3 \cos \varphi_{\text{гц}}$ . Так, при широте цели  $65^\circ$  и времени полета ракеты 30 мин цель переместится примерно на 360 км.

Отметим в заключение, что точные расчеты траектории МБР с учетом вращения Земли, а также сопротивления атмосферы и других возмущающих сил практически выполняются численными методами с применением вычислительных машин.

Методы таких расчетов излагаются в [75].

### § 23.5. УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА АКТИВНОМ УЧАСТКЕ

Основное управление космическим аппаратом происходит на активном участке его полета.

Поскольку характер невозмущенной траектории космического аппарата полностью определяется начальными условиями его движения, основной задачей системы управления на активном участке является обеспечение необходимого сочетания параметров движения в момент выключения двигателей последней ступени ракеты-носителя. Требуемая точность выдерживания тех или иных параметров движения зависит от назначения космического аппарата. Оценку требуемой точности можно получить на основе анализа кеплеровых траекторий аппаратов.

### а. Методы управления и требуемая точность при запуске МБР

Управление баллистической ракетой должно строиться таким образом, чтобы свести к минимуму влияние разброса параметров движения в конце активного участка на точность попадания ракеты в точку цели.

Отклонения ракеты от цели удобно определять в прямоугольной системе координат  $\Delta L, \Delta Z$ , начало которой совпадает с расчетной точкой цели, лежащей в плоскости местного горизонта, причем ось  $\Delta L$  направлена по касательной к дуге большого круга, соединяющего точки старта и цели, в сторону увеличения дальности.

Полная дальность полета МБР, понимаемая как длина дуги на поверхности Земли, складывается из дальности активного участка  $l_a (AB')$  и дальности свободного полета  $L_6 (B'D)$  (см. рис. 23.11). Для простоты не будем учитывать участок снижения  $CD$ . Тогда

$$L = l_a + L_6 = R_3 (\psi + \Phi).$$

Введем прямоугольную систему координат  $XU$  с началом в точке старта (рис. 23.11). Тогда можно записать:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \psi &= \frac{x_0}{R_3 + y_0}, \\ r_0 &= \frac{x_0}{\sin \psi}, \end{aligned} \quad (23.31)$$

где  $x_0$  и  $y_0$  — координаты конца активного участка полета.

Зависимость отклонения полной дальности полета  $\Delta L$  от малых отклонений параметров конца активного участка  $\Delta x_0, \Delta y_0, \Delta V_0, \Delta \theta_0$  можно получить путем разложения функции  $L$  в ряд Тейлора и удерживания членов только первого порядка малости

$$\Delta L = \frac{\partial L}{\partial x_0} \Delta x_0 + \frac{\partial L}{\partial y_0} \Delta y_0 + \frac{\partial L}{\partial V_0} \Delta V_0 + \frac{\partial L}{\partial \theta_0} \Delta \theta_0. \quad (23.32)$$

Входящие в (23.32) частные производные (коэффициенты ошибок) определяются как [75]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_0} &= \frac{\partial l_a}{\partial x_0} + \frac{\partial L_6}{\partial x_0} = R_3 \left[ \frac{\partial \psi}{\partial x_0} + \frac{\partial \Phi}{\partial r_0} \frac{\partial r_0}{\partial x_0} + \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_0} \frac{\partial \theta_0}{\partial x_0} \right], \\ \frac{\partial L}{\partial y_0} &= \frac{\partial l_a}{\partial y_0} + \frac{\partial L_6}{\partial y_0} = R_3 \left[ \frac{\partial \psi}{\partial y_0} + \frac{\partial \Phi}{\partial r_0} \frac{\partial r_0}{\partial y_0} + \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_0} \frac{\partial \theta_0}{\partial y_0} \right], \\ \frac{\partial L}{\partial V_0} &= \frac{\partial L_6}{\partial V_0} = R_3 \frac{\partial \Phi}{\partial V_0}, \\ \frac{\partial L}{\partial \theta_0} &= \frac{\partial L_6}{\partial \theta_0} = R_3 \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_0}. \end{aligned}$$

Воспользовавшись соотношениями (23.26) и (23.31), получим после дифференцирования выражения для частных производных в виде (полагая в первом приближении  $\psi \ll 1$ ,  $\frac{R_3}{r_0} \sim 1$ ):

$$\frac{\partial L}{\partial x_0} = \psi \left( \frac{1}{2} \Phi_{v_0} + \operatorname{ctg} \theta_0 \right) + \Phi_{\theta_0} + 1, \quad (23.33')$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_0} = \frac{1}{2} \Phi_{v_0} + \operatorname{ctg} \theta_0 - \psi (1 + \Phi_{\theta_0}), \quad (23.33'')$$

$$\frac{\partial L}{\partial V_0} = \frac{R_3}{V_0} \Phi_{v_0}, \quad (23.33''')$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_0} = R_3 \Phi_{\theta_0}, \quad (23.33''')$$

где

$$\Phi_{v_0} = \frac{\partial \Phi}{\partial V_0} = \frac{8 \sin^2 \frac{\Phi}{2}}{\left( \frac{V_0}{V_I} \right)^2 \sin 2\theta_0};$$

$$\Phi_{\theta_0} = \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_0} = \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{V_0}{V_I} \right)^2 \operatorname{ctg} \frac{\Phi}{2} - \operatorname{tg} \theta_0 \right] \Phi_{v_0}.$$

Сопоставляя формулу (23.33''') с соотношением для оптимальной траектории (23.29) и учитывая (23.27), можно установить важное свойство оптимальной траектории: для нее коэффициент ошибки по углу бросания равен нулю.

Управление дальностью полета баллистической ракеты производится путем выключения (отсечки) двигателя ее последней ступени в надлежащий момент времени. От выбора конкретного метода выключения существенно зависят требования к системе управления и обеспечиваемая ею точность (величины методических и инструментальных ошибок). Некоторые возможные методы выключения двигателя рассмотрены в [75]. Каждому способу выключения соответствует свое правило выработки команд управления или **алгоритм управления**. Величина методической ошибки определяется тем, насколько полно учитывается в алгоритме управления отличие истинного движения ракеты от расчетного.

Малой величиной методической ошибки характеризуется метод управления, при котором в системе определяются текущие значения всех четырех параметров движения  $x$ ,  $y$ ,  $V$ ,  $\theta$  [75].

Пусть  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $V_0$  и  $\theta_0$  — расчетные значения параметров движения в момент выключения двигателя, при которых обеспечивается достижение заданной дальности стрельбы.

Сформируем величину

$$\Delta L = \frac{\partial L}{\partial x_0} (x - x_0) + \frac{\partial L}{\partial y_0} (y - y_0) + \frac{\partial L}{\partial V_0} (V - V_0) + \frac{\partial L}{\partial \theta_0} (\theta - \theta_0). \quad (23.34)$$

Выключим двигатель в некоторый момент времени  $t$ , которому соответствуют фактические значения параметров движения  $x_t, y_t, V_t, \theta_t$ . Тогда в соответствии с (23.32) соотношение (23.34) определит полученное при этом отклонение истинной дальности полета от расчетной  $\Delta L_t$ . Если теперь выключить двигатель в тот момент времени, когда  $\Delta L_t = 0$ , то фактическая дальность стрельбы будет равна расчетной. Таким образом, изменяя момент выключения двигателя, можно компенсировать влияние отклонений параметров движения от расчетных значений на дальность стрельбы. Поэтому алгоритм управления в рассматриваемом случае записывается в виде

$$\frac{\partial L}{\partial x_0}(x - x_0) + \frac{\partial L}{\partial y_0}(y - y_0) + \frac{\partial L}{\partial V_0}(V - V_0) + \frac{\partial L}{\partial \theta_0}(\theta - \theta_0) = 0. \quad (23.35)$$

При удовлетворении равенства (23.35) должна выдаваться команда на отсечку двигателя.

Если измерение параметров движения производится с ошибками  $\delta x, \delta y, \delta V$  и  $\delta \theta$ , то время выключения двигателя также будет определено с ошибкой, что приведет к инструментальной ошибке в дальности стрельбы, равной

$$\delta L = \frac{\partial L}{\partial x_0} \delta x + \frac{\partial L}{\partial y_0} \delta y + \frac{\partial L}{\partial V_0} \delta V + \frac{\partial L}{\partial \theta_0} \delta \theta. \quad (23.36)$$

Методическая ошибка управления по алгоритму (23.35) определяется неточностью выражения (23.32), в котором отброшены члены высшего порядка малости.

Отметим, что заметное влияние на точность стрельбы по дальности оказывают силы (кроме силы тяжести), действующие на ракету после полного выключения двигателя. Главной из этих сил является сила тяги, создаваемая двигателем вследствие догорания остатков топлива, находящихся в камере сгорания и топливных магистралях. Разброс суммарного импульса этих сил, так называемого импульса последействия, приводит к дополнительному рассеянию точек падения ракеты. Для уменьшения влияния импульса последействия выключение двигателя осуществляют в две ступени. После первой команды (предварительной) происходит лишь спад тяги до некоторого малого значения. Окончательная отсечка двигателя происходит по второй (основной) команде.

Определим теперь требования к точности измерения параметров движения при управлении по алгоритму (23.35).

Пусть при дальности полета МБР  $L = 10\,000$  км задана допустимая ошибка по дальности  $\delta L = 10$  км, при начальной скорости ракеты  $V_0 = 0,92 V_I > V_{0\text{ мин}}$  и дальности активного участка  $l_a \simeq 600$  км.

В этом случае возможен запуск ракеты как по настильной, так и по навесной траектории при углах бросания  $\theta_{01} = 14^\circ 05'$  и  $\theta_{02} = 30^\circ 55'$  соответственно.

При запуске по навесной траектории коэффициенты ошибок равны:

$$\frac{\partial L}{\partial x_0} = 2,35; \quad \frac{\partial L}{\partial y_0} = 3,1; \quad \frac{\partial L}{\partial V_0} = 4\,600 \text{ сек};$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_0} = 1,8 \text{ км/угл. мин.}$$

При запуске по настильной траектории:

$$\frac{\partial L}{\partial x_0} = 3,63; \quad \frac{\partial L}{\partial y_0} = 7,7; \quad \frac{\partial L}{\partial V_0} = 8\,700 \text{ сек};$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_0} = 3,4 \text{ км/угл. мин.}$$

Требования к точности измерения параметров движения указаны в табл. 23.1 (при условии, что ошибки измерения статистически независимы и дают одинаковый вклад в общую погрешность).

ТАБЛИЦА 23.1

Вид траектории	Точность измерения параметров движения			
	$\delta x_0 \text{ км}$	$\delta y_0 \text{ км}$	$\delta V_0 \text{ м/сек}$	$\delta \theta_0 \text{ угл. мин}$
Навесная . . . . .	2,1	1,6	1,1	2,8
Настильная . . . . .	1,4	0,64	0,5	1,4

Из данного расчета следует, что при запуске МБР по настильной траектории требуется более высокая точность измерения параметров движения в конце активного участка.

Приведенный пример показывает, что требования к точности определения угла бросания и величины начальной скорости весьма жесткие. При запуске МБР на ту же дальность по оптимальной траектории ( $\theta_{0 \text{ опт}} = 22^\circ 30'$ ,  $\frac{V_0}{V_I} = 0,908$ ) можно несколько снизить требования к точности определения угла бросания, но при этом возрастут требования к точности определения скорости и координат конца активного участка.

Остановимся теперь на управлении баллистической ракетой по курсу. Анализ показывает, что основное влияние на рассеивание ракеты в боковом направлении  $\Delta Z$  оказывают отклонение ракеты от плоскости прицеливания  $\Delta z_0$  и боковая составляющая скорости  $\Delta \dot{z}_0$  в момент выключения двигателя.

Можно записать [75]

$$\Delta Z = \frac{\partial Z}{\partial z_0} \Delta z_0 + \frac{\partial Z}{\partial \dot{z}_0} \Delta \dot{z}_0. \tag{23.37}$$

Частные производные, входящие в приведенное соотношение, определяются как [24]

$$\frac{\partial Z}{\partial z_0} = \cos \Phi, \tag{23.38}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \dot{z}_0} = \frac{R_3 \sin \Phi}{V_0 \cos \theta_0}. \tag{23.39}$$

Интересно отметить, что частная производная  $\frac{\partial Z}{\partial z_0}$  обращается в нуль при дальности стрельбы 10 000 км ( $\Phi = 90^\circ$ ). При этом же условии производная  $\frac{\partial Z}{\partial \dot{z}_0}$  имеет максимальное значение. При  $L = 20\,000$  км ( $\Phi = 180^\circ$ ) производная  $\frac{\partial Z}{\partial \dot{z}_0} = 0$ .

Задача системы управления боковым движением заключается в том, чтобы на активном участке полета удерживать ракету в плоскости прицеливания, обеспечивая тем самым в момент выключения двигателя выполнение условий  $\Delta z_0 = 0$  и  $\Delta \dot{z}_0 = 0$ .

Оценим требования к точности выдерживания параметров  $\Delta z_0$  и  $\Delta \dot{z}_0$ .

Как видно из (23.38), абсолютная величина  $\frac{\partial Z}{\partial z_0}$  не может превышать единицу, поэтому требования к ошибке измерения и выдерживания  $\Delta z_0$  не являются очень жесткими — допустимая погрешность может составлять несколько километров.

Определим допустимую ошибку по  $\Delta \dot{z}_0$ . Взяв условия рассматриваемого выше примера ( $L = 10\,000$  км), найдем, что величина  $\frac{\partial Z}{\partial \dot{z}_0}$  равна примерно 1000 сек и мало зависит от вида траектории (навесная или настильная). Если принять величину промаха  $\Delta Z = 10$  км, то допустима ошибка в  $\Delta \dot{z}_0$ , равная 10 м/сек, что соответствует ошибке определения угла отклонения вектора скорости от плоскости прицеливания, равной  $\sim 5$  угл. мин. Следовательно, допустимая ошибка в выдерживании направления вектора скорости оказывается того же порядка, что и рассчитанная выше допустимая погрешность в угле бросания.

Следует отметить, что при анализе методов управления МБР мы предполагали, что дальность полета зависит только от параметров движения ракеты в плоскости траектории, а боковое рассеяние определяется отклонениями от плоскости. В реальном случае, особенно при больших дальностях стрельбы и при учете вращения Земли, приходится считаться с влиянием на дальность и боковое отклонение всех шести параметров движения и учитывать это в алгоритме управления. Требования к точности определения параметров движения при этом практически не изменяются.

## 6. Управление при запуске ИСЗ и межпланетных космических аппаратов

Для определения требований к точности системы управления при запуске ИСЗ необходимо рассмотреть соотношения, связывающие пять геометрических элементов орбиты с начальными условиями движения в точке вывода спутника на орбиту. Рассмотрим соотношения для большой полуоси и эксцентриситета, полагая для простоты, что точка вывода совпадает с перигеем орбиты (это условие обычно выполняется). Поскольку вектор скорости в точке

вывода направлен по касательной к траектории, то в этом случае  $\theta_0 = 0$ . Используя соотношение (23.4), найдем

$$e = \sqrt{\left(1 - \frac{V_0^2 r_0}{\kappa^2}\right)^2} = \left|1 - \left(\frac{V_0}{V_I}\right)^2\right|. \quad (23.40)$$

Из формул (23.5) и (23.11) получим

$$a = \frac{r_0}{2 - \frac{V_0^2 r_0}{\kappa^2}} = \frac{r_0}{2 - \left(\frac{V_0}{V_I}\right)^2}. \quad (23.41)$$

Используя первые члены в разложении выражений (23.40) и (23.41) в ряд Тейлора, можно записать

$$\Delta e = e_{r_0} \delta r_0 + e_{v_0} \delta V_0 \quad (23.42)$$

$$\frac{\Delta a}{a} = a_{r_0} \delta r_0 + a_{v_0} \delta V_0, \quad (23.43)$$

где входящие в эти выражения безразмерные коэффициенты определяются соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} e_{r_0} &= \frac{\partial e}{\partial r_0} r_0, & e_{v_0} &= \frac{\partial e}{\partial V_0} V_0, \\ a_{r_0} &= \frac{\partial a}{\partial r_0} \frac{r_0}{a}, \\ a_{v_0} &= \frac{\partial a}{\partial V_0} \frac{V_0}{a}, & \delta r_0 &= \frac{\Delta r_0}{r_0}, \\ \delta V_0 &= \frac{\Delta V_0}{V_0}. \end{aligned} \right\} \quad (23.44)$$

Хотя эксцентриситет зависит от угла  $\theta_0$ , однако из (23.4) следует, что вблизи  $\theta_0=0$  эта зависимость отсутствует, так как  $\frac{\partial e}{\partial \theta_0} \rightarrow 0$  при  $\theta_0 \rightarrow 0$ . Поэтому ошибка в величине угла  $\theta_0$  не сказывается на величине эксцентриситета при  $\theta_0 \simeq 0$ .

Дифференцируя формулы (23.40) и (23.41) и учитывая условие  $\frac{V_0}{V_I} > 1$ , находим:

$$\left. \begin{aligned} a_{r_0} &= 2 \frac{a}{r_0} = \frac{2}{2 - \left(\frac{V_0}{V_I}\right)^2}, \\ a_{v_0} &= 2 \frac{a}{r_0} \left(\frac{V_0}{V_I}\right)^2 = \left(\frac{V_0}{V_I}\right)^2 a_{r_0}, \end{aligned} \right\} \quad (23.45)$$

$$\left. \begin{aligned} e_{r_0} &= \left(\frac{V_0}{V_I}\right)^2, \\ e_{v_0} &= 2 \left(\frac{V_0}{V_I}\right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (23.46)$$



Все коэффициенты ошибок (23.45) и (23.46) являются функциями относительной начальной скорости  $\frac{V_0}{V_I}$ , причем при  $V_0 > V_I$  эти функции являются монотонно возрастающими.

Ограничимся рассмотрением случая, когда при выводе спутника на круговую орбиту оказывается  $V_0 > V_I$ . Предполагая, что отклонения параметров  $V_0$  и  $r_0$  от расчетных невелики, и учитывая (23.46), из (23.42) получаем приближенную формулу

$$\Delta e = 2 \frac{\Delta V_0}{V_0} + \frac{\Delta r_0}{r_0}. \quad (23.47)$$

Здесь  $V_0 = V_I$  и  $r_0 = r_{0I}^*$  — требуемые значения начальной скорости и радиуса-вектора круговой орбиты.

Воспользовавшись соотношениями (23.45) и (23.43), определим требуемую точность выдерживания параметров движения  $V_0$  и  $r_0$  при выводе ИСЗ на круговую орбиту в точке перигея.

Из (23.45) при  $V_0 = V_I$  имеем

$$\frac{\Delta a}{a} = 2(\delta r_0 + \delta V_0). \quad (23.48)$$

Если требования к точности выдерживания обоих параметров движения одинаковы, то

$$\frac{\Delta a}{a} = 4 \frac{\Delta V_0}{V_0} = 4 \frac{\Delta r_0}{r_0}.$$

При допустимом отклонении большой полуоси от требуемого радиуса круговой орбиты, равном  $10^{-3}$ , имеем

$$\frac{\Delta V_0}{V_0} = \frac{\Delta r_0}{r_0} = 0,025\%$$

или  $\Delta V_0 \simeq 2$  м/сек,  $\Delta r_0 \simeq 2$  км.

Если допустимое отклонение эксцентриситета орбиты ИСЗ от нуля равно 0,015 (т. е. приблизительно такое же, как у орбиты Земли), то при равных требованиях к точности выдерживания начальной скорости и радиуса-вектора из (23.47) получим

$$\frac{\Delta V_0}{V_0} = \frac{\Delta r_0}{r_0} = 0,005 = 0,5\%.$$

Для эллиптических орбит с ростом эксцентриситета требуемая точность выдерживания расчетных параметров движения возрастает, так как монотонно возрастают коэффициенты ошибок (23.45) и (23.46).

Если вывод спутника осуществляется не в точку перигея, то величина эксцентриситета будет зависеть также от направления вектора скорости в точке вывода. От направления вектора скорости и географических координат точки вывода зависят также значения пространственных элементов орби-

ты: долгота восходящего узла  $\Omega$ , наклонение  $i$  и аргумент перигея  $\omega_{\Pi}$ , как видно из соотношений [19]:

$$\Omega = \lambda_0 - \arctg (\sin \varphi_{\text{го}} \operatorname{tg} \psi_0), \quad (23.49)$$

$$i = \arccos (\cos \varphi_{\text{го}} \sin \psi_0), \quad (23.50)$$

$$\omega_{\Pi} = \arctg \left( \frac{\operatorname{tg} \varphi_{\text{го}}}{\cos \psi_0} \right) + \gamma_0. \quad (23.51)$$

Входящие в эти выражения углы:

$\lambda_0$  — долгота точки вывода,

$\varphi_{\text{го}}$  — географическая широта точки вывода,

$\psi_0$  — курсовой угол — угол между направлением вектора скорости и плоскостью меридиана, проходящей через точку вывода, показаны на рис. 23.12;

$\gamma_0$  — угловое расстояние точки вывода от перигея,

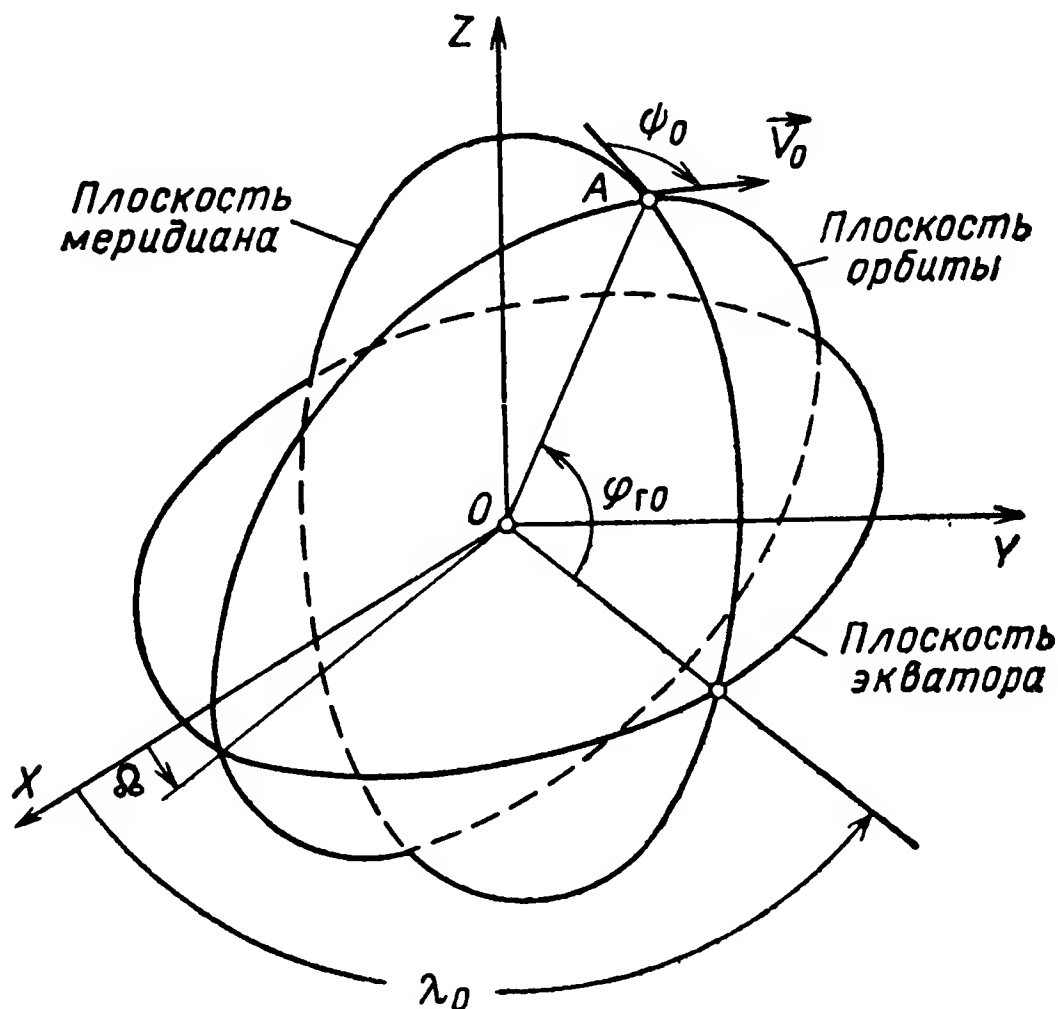


Рис. 23.12

Дифференцируя соотношения (23.49) — (23.51), можно записать формулы для допустимых ошибок пространственных параметров в виде:

$$\Delta \Omega = \Delta \lambda_0 - \frac{\cos \varphi_{\text{го}} \operatorname{tg} \psi_0}{1 + \sin^2 \varphi_{\text{го}} \operatorname{tg}^2 \psi_0} \Delta \varphi_{\text{го}} - \frac{\sin \varphi_{\text{го}}}{\cos^2 \psi_0 (1 + \sin^2 \varphi_{\text{го}} \operatorname{tg}^2 \psi_0)} \Delta \psi_0, \quad (23.52)$$

$$\Delta i = \frac{\sin \varphi_{\text{го}} \sin \psi_0}{\sin i} \Delta \varphi_{\text{го}} - \frac{\cos \varphi_{\text{го}} \cos \psi_0}{\sin i} \Delta \psi_0, \quad (23.53)$$

$$\Delta \omega_{\Pi} = \frac{\cos \psi_0}{\cos^2 \psi_0 \cos^2 \varphi_{\text{го}} + \sin^2 \varphi_{\text{го}}} \Delta \varphi_{\text{го}} + \frac{\operatorname{tg} \varphi_{\text{го}} \sin \psi_0}{\cos^2 \psi_0 + \operatorname{tg}^2 \varphi_{\text{го}}} \Delta \psi_0 + \Delta \gamma_0. \quad (23.54)$$

Графики входящих в эти выражения коэффициентов ошибок приведены в [19].

Влияние различных начальных условий на элементы эллиптической орбиты иллюстрируется табл. 23.2 (например, из таблицы видно, что величина  $r_0$  влияет на значения параметров  $a$ ,  $e$  и  $\omega_{\Pi}$  и не влияет на параметры  $\Omega$  и  $i$ ).

ТАБЛИЦА 23.2

Начальные условия движения	Элемент эллиптической орбиты				
	$a$	$e$	$\Omega$	$i$	$\omega_{\Pi}$
$r_0$ . . . . .	+	+	—	—	+
$V_0$ . . . . .	+	+	—	—	+
$\lambda_0$ . . . . .	—	—	+	—	—
$\varphi_{г0}$ . . . . .	—	—	+	+	+
$\psi_0$ . . . . .	—	—	+	+	+
$\theta_0$ . . . . .	—	+	—	—	+

Отметим, что значение  $t_{\Pi}$  зависит как от времени вывода на орбиту, так и от начальных условий, влияющих на величину аргумента перигея  $\omega_{\Pi}$ .

В качестве примера определим требования к точности выдерживания курсового угла  $\psi_0$ , т. е. направления вектора скорости в точке вывода.

Полагаем, что ИСЗ выводится на орбиту с наклонением  $i = 65^\circ$ , а географическая широта точки вывода  $\varphi_{г0} = 60^\circ$ . Расчетное значение курсового угла при этом согласно (23.50) равно  $\psi_0 = 58^\circ$ .

Из соотношений (23.52) — (23.54) найдем

$$|\Delta\psi_0| \leq 0,95 \Delta\Omega, \quad |\Delta\psi_0| \leq 3,54 \Delta i, \quad |\Delta\psi_0| \leq 2,24 \Delta\omega_{\Pi}.$$

Из примера видно, что допустимая ошибка  $\Delta\psi_0$  одного порядка с отклонениями  $\Delta\Omega$ ,  $\Delta i$  и  $\Delta\omega_{\Pi}$ , величина которых в большинстве случаев может достигать единиц градусов.

Приведенные в настоящем разделе примеры показывают, что требуемая точность системы управления запуском ИСЗ в основном определяется допустимыми ошибками в величине геометрических размеров орбиты  $a$  и  $e$ .

В то же время при выводе спутников для встречи в космосе не меньшее значение приобретает точное выдерживание пространственного положения их орбит, т. е. значений  $\Omega$  и  $i$ , поскольку ошибка в величине этих элементов может привести к тому, что начальное расстояние между стыкуемыми ИСЗ будет слишком большим.

Остановимся на решении задачи попадания в Луну. В этом случае система управления должна обеспечить соблюдение определенных начальных условий в точке вывода. Этими условиями в плоскости траектории являются величины начальной скорости  $V_0$  и угла бросания  $\theta_0$  (см. рис. 23.13), при заданных координатах точки вывода  $r_0$  и  $\varphi_0$ . Анализ показывает [27], что аппарат еще достигнет поверхности Луны, если разбросы величин  $V_0$  и  $\theta_0$  не превысят  $\delta V_0 = \pm 12$  м/сек,  $\delta\theta_0 = \pm 0,25^\circ$ . При запуске искусственного спутника Луны требования к системе управления примерно такие же, что и для попадания в Луну [27].

Существенно возрастают требования к точности управления при облете Луны, если аппарат при возвращении должен попасть в определенный район на поверхности Земли. В этом случае очень точно должно быть выдержано время полета и ошибка в величине начальной скорости не должна превышать нескольких десятых долей метра в секунду.

Особенно жесткими становятся требования к системе управления в случае вывода космического аппарата для полета к планетам солнечной системы. Так, допустимый разброс величины выходной геоцентрической скорости аппарата при полете к Венере составляет

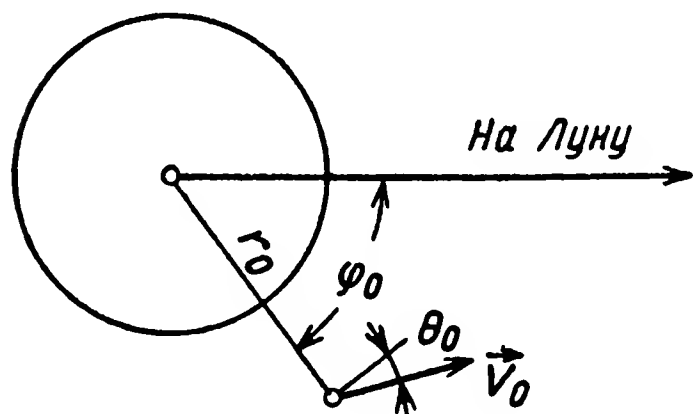


Рис. 23.13

всего  $\pm 0,15$  м/сек, а к Марсу —  $\pm 0,08$  м/сек [27]. Достичь такой точности при выводе на траекторию в настоящее время практически невозможно. Поэтому полет межпланетных космических аппаратов корректируется на траектории с учетом данных измерений параметров движения.

В заключение следует отметить, что мы рассматривали движение космического аппарата в зависимости от его координат в начальной точке, таких, как  $r_0(x_0, y_0)$ ,  $V_0$  и  $\theta_0$ . В реальном случае с помощью радиосредств непосредственное измерение указанных координат невозможно. Поэтому необходимо осуществить переход от данных координат к координатам, измеряемым радиосистемой. Эти вопросы рассматриваются далее в гл. 24.

### § 23.6. АКТИВНЫЙ УЧАСТОК ТРАЕКТОРИИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Активный участок траектории космического аппарата, начинающийся в точке старта на Земле и заканчивающийся в точке вывода на кеплерову траекторию, можно разделить на несколько более мелких участков. На стартовом участке ракета-носитель движется вертикально, с тем чтобы быстрее пройти плотные слои атмосферы.

Затем на участке выведения происходит разворот ракеты на заданную (программную) траекторию, при этом угол между продольной осью ракеты и горизонтом (угол тангажа) меняется от  $90^\circ$  до расчетного конечного значения. Здесь же происходит отделение первых отработавших ступеней многоступенчатых ракет.

На последнем участке (участке отключения) по достижении заданных начальных условий движения по кеплеровой траектории происходит выключение двигателей последней ступени.

Уравнение движения ракеты на активном участке в проекции

на касательную к траектории можно записать следующим образом [16] (см. рис. 23.14):

$$m \frac{dV}{dt} = - u_e \frac{dm}{dt} \cos \alpha - mG \sin \theta - X, \quad (23.55)$$

где  $X$  — сила лобового сопротивления;  $G \sin \theta$  — проекция ускорения силы тяжести на касательную к траектории;  $u_e \frac{dm}{dt}$  — сила тяги, развиваемая ракетным двигателем;  $\alpha$  — угол атаки; в первом приближении можно считать  $\alpha = 0$ ;  $u_e$  — эффективная скорость истечения газов из сопла двигателя.

Интегрируя уравнение (23.55) при начальных условиях

$$m(t_0) = m_0, \quad V(t_0) = V_0,$$

получим

$$V - V_0 = u_e \ln \frac{m_0}{m} - \int_{t_0}^t G \sin \theta dt - \int_{t_0}^t \frac{X}{m} dt. \quad (23.56)$$

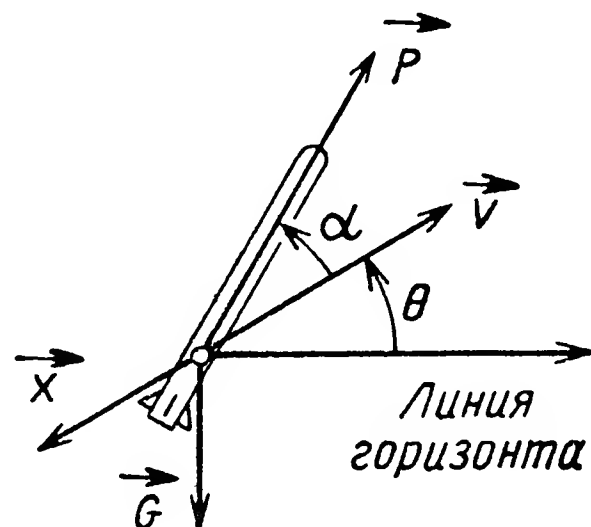


Рис. 23.14

Рассмотрим движение ракеты в отсутствие силы тяжести и сопротивления среды. Тогда из (23.56) при  $V_0 = 0$  получим формулу Циолковского

$$V_K = u_e \ln \frac{m_0}{m_K}, \quad (23.57)$$

где  $V_K$  и  $m_K$  — скорость и масса ракеты после прекращения работы двигателей.

Отношение  $\frac{m_0}{m_K} = z$  называется числом Циолковского. Формула Циолковского позволяет определить максимально достижимую (идеальную) конечную скорость одноступенчатой ракеты. Обозначив массу сгоревшего топлива  $m_T$ , имеем

$$m_0 = m_K + m_T$$

и

$$V_K = u_e \ln z = u_e \ln \left( 1 + \frac{m_T}{m_K} \right). \quad (23.58)$$

Увеличение конечной скорости ракеты согласно (23.58) возможно путем увеличения числа Циолковского и скорости истечения топлива. Величина  $z$  зависит от конструктивных особенностей и назначения ракеты.

Для реальных конструкций величина  $z$  лежит в пределах 4—10 [16] Верхняя граница скорости истечения химического ракетного топ-

лива близка к 4000 м/сек. Полагая  $u_e = 3000$  м/сек и  $z = 8$ , из (23.58) находим  $V_k = 6250$  м/сек.

Фактически скорость ракеты вследствие действия сопротивления воздуха и силы притяжения оказывается значительно меньше, поэтому запуск космических аппаратов с помощью одноступенчатых ракет практически неосуществим. Однако возможно увеличение конечной скорости космического аппарата на активном участке путем использования составных многоступенчатых ракет, идея которых была предложена К. Э. Циолковским. После отделения первой ступени, двигатель которой сообщил ракете скорость  $V_1$ , двигатель второй ступени сообщает облегченной ракете скорость  $V_2$ , равную

$$V_2 = u_{e_2} \ln z_2.$$

Здесь  $u_{e_2}$  — эффективная скорость истечения топлива в двигателе второй ступени;  $z_2$  — число Циолковского для второй ступени.

Аналогично определяется дополнительная скорость, сообщаемая каждой следующей ступенью, и при  $n$  ступенях конечная скорость оказывается равной

$$V_{kn} = u_{e_1} \ln z_1 + u_{e_2} \ln z_2 + \dots + u_{e_n} \ln z_n.$$

Если

$$u_{e_1} = u_{e_2} = \dots = u_{e_n} = u_e,$$

$$z_1 = z_2 = \dots = z_n = z,$$

то

$$V_{kn} = nu_e \ln z. \quad (23.59)$$

Таким образом, применение ракеты с  $n$  ступенями позволяет увеличить конечную скорость в  $n$  раз по сравнению с одноступенчатой ракетой с теми же значениями числа Циолковского и скорости истечения топлива.

Так, двухступенчатая ракета, у которой  $u_{e_1} = u_{e_2} = 3000$  м/сек и  $z_1 = z_2 = 8$ , позволяет получить скорость 12 500 м/сек.

Потери в скорости, обусловленные действием силы тяжести и сопротивления атмосферы, в среднем составляют 2000—2500 м/сек [19]. Таким образом, двухступенчатая ракета в состоянии обеспечить вывод космического аппарата со скоростью, превышающей первую космическую.

Основное влияние на свойства траектории активного участка оказывает закон изменения угла тангажа ракеты, так называемая программа угла тангажа  $\theta(t)$  (рис. 23.15). При заданных конструктивных параметрах ракеты (величинах  $m_0$ ,  $m_k$ ,  $u_e$  и пр.) параметры конца активного участка, а следовательно, полная дальность поле-



та  $L$  в случае МБР или форма и размеры орбиты ИСЗ целиком определяются видом функции  $\theta(t)$ . Программа тангажа существенно влияет также на требования, предъявляемые к системе управления.

Разработка оптимальной программы тангажа является сложной вариационной задачей и решается в зависимости от конструктивных особенностей ракеты, ее системы управления и требований, предъявляемых к запуску (критериев оптимальности).

Применительно к задаче управления МБР можно отметить два основных критерия, используемых при выборе функции  $\theta(t)$  [75]. Первый критерий связан с необходимостью получения максимально возможной дальности полета. Второй критерий — критерий обеспечения минимального рассеяния.

Как было показано в § 23.4, при заданной величине конечной скорости активного участка  $V_k = V_0$ , определяемой конструкцией ракеты, существует оптимальный угол бросания, обеспечивающий максимальную дальность стрельбы. Однако при этих параметрах

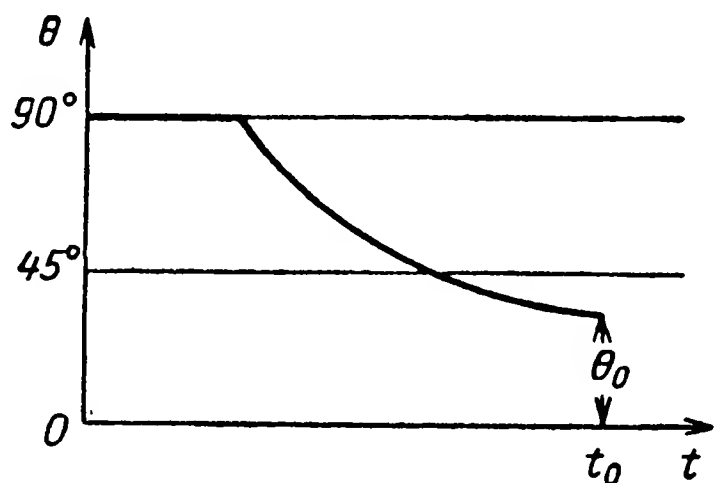


Рис. 23.15

требования к величине рассеяния при заданной точности системы управления ракетой могут быть не выполнены. Тогда имеется возможность путем вариации угла тангажа найти такую программу, которая обеспечит требуемую точность стрельбы при незначительной потере в дальности. Это возможно, если энергетика ракеты достаточна для перехода к навесным траекториям стрельбы, поскольку при этом происходит уменьшение коэффициентов ошибок по измеряемым параметрам (см. § 23.5).

В случае запуска ИСЗ можно, например, выбирать такую программу тангажа, которая обеспечила бы вывод спутника максимального веса на заданную высоту орбиты.

С увеличением высоты подъема над Землей уменьшается величина скорости, обеспечивающей движение по заданной орбите, но увеличиваются потери на преодоление силы тяжести.

Расчеты показывают, что второй фактор является более существенным и энергетически выгоднее производить вывод спутника в точку перигея орбиты. В то же время, используя оптимальный закон изменения массы на активном участке, возможен вывод спутника на расчетную орбиту по переходной эллиптической траектории. В этом случае в некоторой точке переходной орбиты происходит отключение основного двигателя ракеты, а последняя ступень ракеты продолжает набор высоты. В точке апогея переходной орбиты повторно включается двигатель последней ступени и спутник приобретает скорость, превышающую первую космическую. Дальнейшее его движение будет происходить по эллиптической орбите, перигей которой совпадает с апогеем переходной орбиты.



## § 23.7. КОРРЕКЦИЯ ТРАЕКТОРИИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

В процессе свободного полета космического аппарата часто возникает требование произвести исправление (коррекцию) его траектории.

Изменение траектории КА производится на основании данных измерений истинных параметров его движения путем приложения импульсов тяги определенной величины и направления в нужный момент времени. Основным параметром коррекции является величина приращения скорости  $\overrightarrow{\Delta V}_k$ , которую необходимо сообщить КА для перехода на новую траекторию.

Весьма важной задачей является расчет оптимальной программы коррекции. Критерием оптимальности обычно является минимальный расход топлива; в некоторых случаях требуется обеспечить минимальное время коррекции; возможны и иные критерии. При расчете программы коррекции необходимо выбрать число корректирующих импульсов, моменты их приложения, величину и направление управляющих ускорений. В общем случае методы расчета оптимальной программы коррекции траектории КА весьма сложны (см., например, [18, 27]) и при расчетах широко используется современная вычислительная техника.

В качестве простого примера остановимся на коррекции орбиты искусственного спутника Земли. Поскольку управляющие ускорения вырабатываются в течение кратких интервалов времени, можно считать, что за время действия корректирующего импульса координаты спутника практически не изменяются. Если требуется произвести коррекцию одного из элементов эллиптической орбиты при однократном включении маршевого двигателя (одноимпульсная коррекция), то оптимизация программы коррекции заключается в определении момента приложения управляющего ускорения, обеспечивающего наиболее эффективную коррекцию. Для этой цели можно воспользоваться дифференциальными уравнениями для оскулирующих элементов орбиты, приведенными в [23]. В качестве иллюстрации выпишем эти уравнения для большой полуоси и наклона эллиптической орбиты

$$\frac{da}{dt} = \left( \frac{2ea^2}{\kappa \sqrt{p}} \sin \varphi \right) S + \left( \frac{2a^2}{\kappa r} \sqrt{p} \right) T, \quad (23.60)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{r}{\kappa \sqrt{p}} \cos (\varphi + \omega_n) W. \quad (23.61)$$

Здесь  $S$ ,  $T$  и  $W$  — составляющие управляющего ускорения по направлениям радиуса-вектора, касательной к траектории и нормали к плоскости орбиты соответственно.

Согласно уравнению (23.60) при создании управляющего ускорения только по касательной к траектории ( $T \neq 0$ ,  $S = W = 0$ ) для изменения большой полуоси орбиты наиболее выгодно приложить корректирующий импульс в перигее орбиты (когда  $r = r_n = r_{\min}$ ). Если же  $S \neq 0$ ,  $T = 0$ ,  $W = 0$ , то управляющее ускорение следует создать в момент прохождения спутником точки орбиты с истинной аномалией  $\varphi = 90^\circ$ . Величину управляющего ускорения в обоих случаях можно определить, зная значения элементов  $a$  и  $e$  исходной орбиты и требуемое изменение большой полуоси.

Из (23.61) нетрудно найти момент приложения управляющего ускорения, направленного по нормали к плоскости орбиты, для наиболее эффективного

изменения наклона орбиты. При круговой орбите корректирующий импульс следует приложить в точках, соответствующих значениям истинной аномалии  $\varphi = -\omega_n$  или  $\varphi = \pi - \omega_n$ , т. е. в узлах траектории. При эллиптической орбите момент приложения корректирующего импульса зависит от значений  $a$  и  $e$ .

Из табл. 23.3 видно, какие составляющие управляющего ускорения надо создавать для коррекции различных элементов эллиптической орбиты.

ТАБЛИЦА 23.3

Составляющие управляющего ускорения	Элементы эллиптической орбиты					
	$a$	$e$	$\Omega$	$i$	$\omega_n$	$t_n$
$S$	$+$	$+$	$-$	$-$	$+$	$+$
$T$	$+$	$+$	$-$	$-$	$+$	$+$
$W$	$-$	$-$	$+$	$+$	$+$	$-$

Используя уравнения, аналогичные (23.60) и (23.61), можно определить моменты приложения корректирующих импульсов и их величину при одноимпульсной коррекции любых элементов орбиты ИСЗ (см., например, [27, 76]).

Управление параметрами коррекции осуществляется путем изменения величины и направления вектора тяги, создаваемой маршевыми реактивными двигателями космического аппарата. Управляющие ускорения, сообщаемые аппарату маршевыми двигателями, обычно не превосходят десятых и даже сотых долей  $g$ .

При движении вдали от небесных тел такие небольшие управляющие ускорения позволяют решить большинство задач управления движением космических аппаратов.

В то же время при осуществлении мягкой посадки на Луну автоматической станции «Луна-9» создаваемые тормозной двигательной установкой ускорения достигали нескольких  $g$  [110].

Можно отметить два принципиально отличных способа управления с помощью маршевых двигателей. Первый способ — полярное управление, когда используется один маршевый двигатель, закрепленный на корпусе аппарата (рис. 23.16, *а*), и изменение направления вектора тяги  $\vec{P}$  производится путем изменения ориентации всего аппарата (или в небольших пределах — поворотом двигателя).

Второй способ — декартовое управление, когда на космическом аппарате используется шесть двигателей (рис. 23.16, *б*) с плавным изменением силы тяги, дающих возможность получать нужное направление вектора тяги  $\vec{P}$ , не изменяя ориентации аппарата.

Декартовое управление позволяет осуществлять маневр без задержки на переориентацию аппарата, принципиальная необходимость которой в ряде случаев может явиться недостатком полярного управления.

Основными недостатками декартового управления являются бóльшая конструктивная сложность и менее надежная работа двигателей с плавно регулируемой тягой. Кроме того, как показано в § 25.3, расход топлива при декартовом управлении больше, чем при полярном.

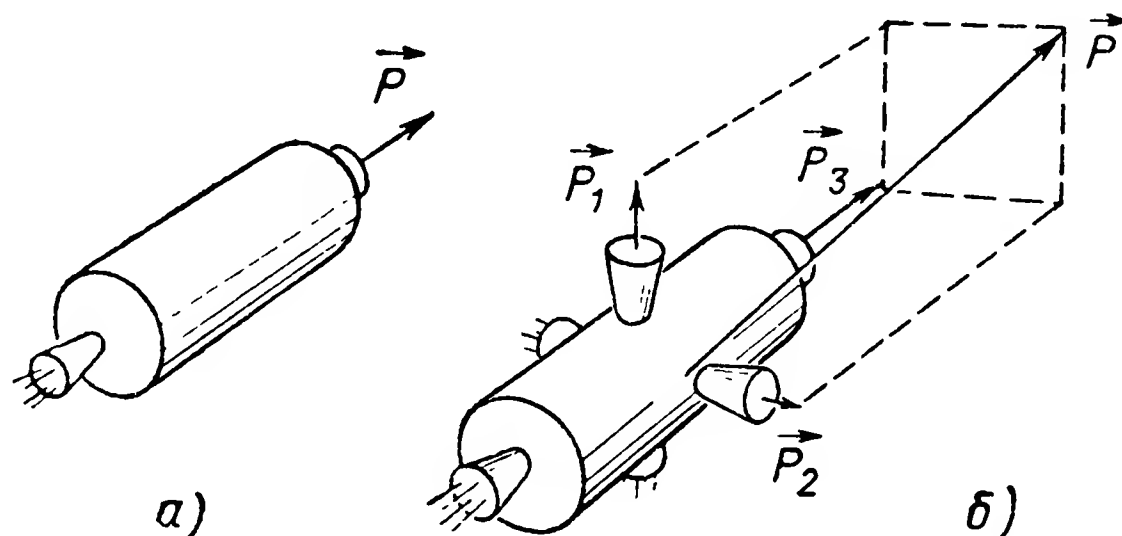


Рис. 23.16

Управление ориентацией космического аппарата осуществляется с помощью малогабаритных реактивных двигателей (микродвигателей), вектор тяги которых не проходит через центр масс, либо с помощью вращающихся масс (маховиков).

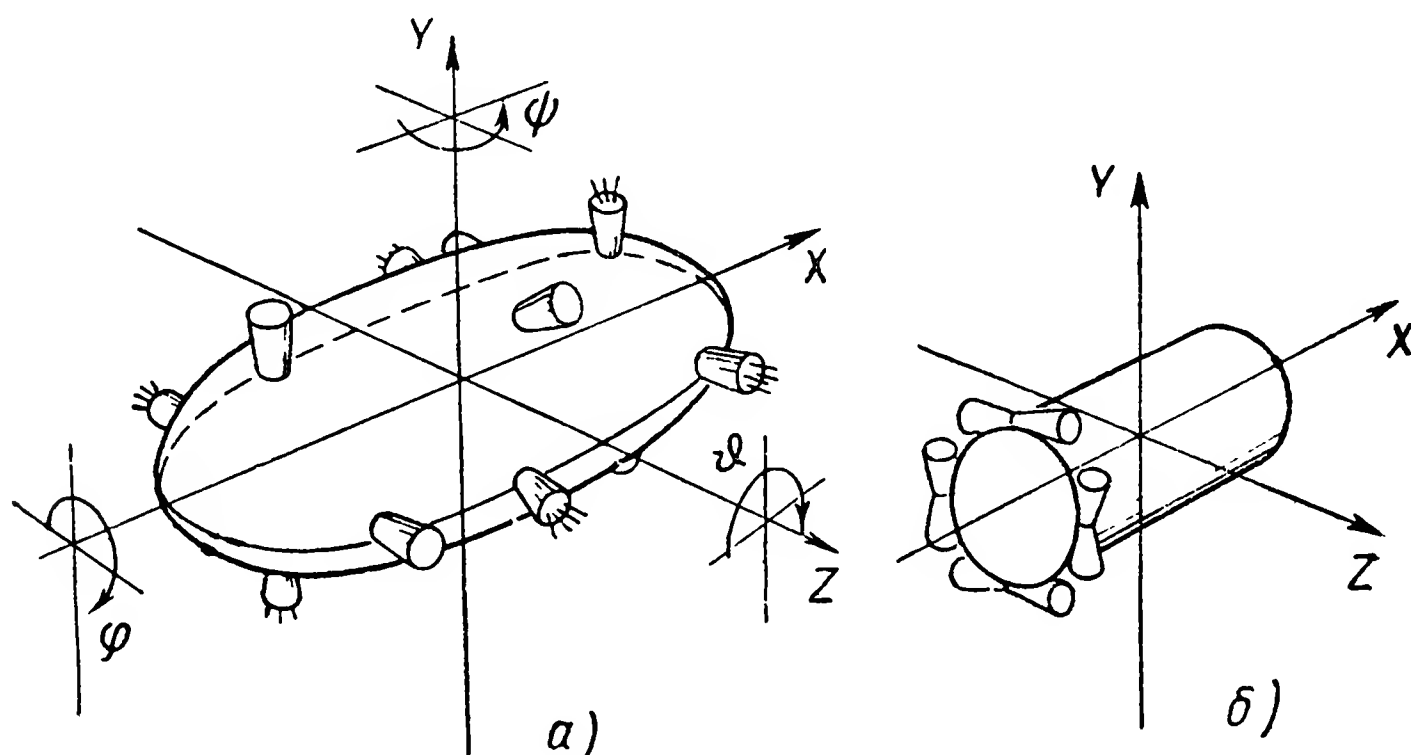


Рис. 23.17

Для изменения ориентации аппарата относительно одной из его осей требуется 4 двигателя, создающих попарно вращающий момент в противоположных направлениях. Поэтому для независимого управления ориентацией аппарата относительно осей связанной системы координат ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) требуется 12 реактивных двигателей (рис. 23.17, а). Если можно допустить поочередное изменение ориентации относительно каждой оси, то достаточно иметь 8 двигателей (рис. 23.17, б). При этом, однако, угловые движения по курсу и

тангажу (определяемые отклонением углов  $\psi$  и  $\chi$  от заданных значений) оказываются взаимно связанными, а угловые движения по крену не зависят от угловых движений по курсу и тангажу.

Наличие связи между угловыми движениями по курсу и тангажу усложняет систему управления ориентацией [19].

Преимуществом реактивных двигателей при ориентации и стабилизации космических аппаратов является возможность получения значительных моментов и плавного их изменения, недостатком — ограниченный запас топлива. Маховики не позволяют получить управляющий момент, превышающий собственный кинетический момент маховика, однако время их работы (при питании от солнечных батарей) может быть весьма длительным. Поэтому лучшие характеристики имеют системы управления ориентацией, использующие комбинацию реактивных двигателей (для компенсации больших возмущений и изменения момента на значительную величину) и маховиков (для устранения малых возмущений).

### Контрольные вопросы

1. В чем заключается принципиальное отличие методов управления космическими аппаратами и ракетами ближнего действия? Чем оно обусловлено?
2. При каких допущениях движение космического аппарата является кеплеровым?
3. При каких начальных условиях траектория спутника будет окружностью?
4. В каком случае истинная аномалия является линейной функцией времени?
5. В чем смысл использования понятия эксцентрической аномалии? Дайте графическое ее определение.
6. Запишите уравнение Кеплера и поясните смысл входящих в него величин.
7. Перечислите элементы эллиптической орбиты и дайте их определение.
8. Укажите основные источники возмущения орбит ИСЗ. К чему приводит их влияние?
9. Как найти первую и вторую космические скорости?
10. От чего зависят ошибки по дальности и курсу при полете МБР? Каково их влияние?
11. Укажите источники ошибок пространственных элементов орбиты ИСЗ.
12. Укажите этапы вывода ИСЗ на траекторию при наличии переходной орбиты.
13. В чем особенности полярного и декартового управления космического аппарата?
14. Укажите способы управления ориентацией космического аппарата.
15. Укажите направления и точки приложения управляющих ускорений при коррекции большой полуоси и наклона орбиты ИСЗ.
16. Укажите способы создания управляющих воздействий при управлении движением КА.
17. Укажите способы создания управляющих воздействий при управлении ориентацией КА.

Литература [16, 18, 19, 20, 23, 24, 27, 74, 75, 76, 77, 110].

## РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ И КОНТРОЛЯ ТРАЕКТОРИИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

### § 24.1. НАЗНАЧЕНИЕ И ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАДИОСРЕДСТВ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ И МБР

В предыдущей главе при обсуждении вопросов динамики полета космических аппаратов и МБР был определен круг задач, решаемых системой управления движением. На активном участке полета система управления должна обеспечить требуемое сочетание параметров траектории в момент выключения двигателя. После вывода на орбиту система управления производит коррекцию траектории с целью ее исправления или осуществления необходимого маневра.

Методы и средства решения этих задач могут быть существенно различными. В любом случае в функции системы управления должно входить:

- определение истинной траектории полета аппарата на основе измерения параметров его движения;
- сравнение действительной траектории с расчетной (программой полета);
- выработка и передача на исполнительные органы аппарата команд и программ управления.

Иногда (например, при управлении на активном участке) формирование команд управления осуществляется путем непосредственного сравнения измеренных параметров движения с их расчетными значениями, например, на основе алгоритмов, рассмотренных в § 23.5.

В общем случае функциональная схема системы управления может быть представлена в виде, показанном на рис. 24.1, где применены следующие обозначения: *ИУ* — измерительное устройство; *ВУУ* — вычислительное и управляющее устройство; *КПУ* — командно-программное устройство; *ОУ* — органы управления.

На рис. 24.1 можно отметить четыре основных потока информации, имеющих в системе. Первый поток (1) связан с измерением параметров траектории КА. Второй поток (2) служит для передачи

траекторных данных (после соответствующего преобразования) на вычислительное устройство. Третий поток (3) необходим для передачи на борт аппарата команд управления. Наконец, четвертый поток (4) доставляет командные сигналы к органам управления.

При управлении аппаратом в реальном масштабе времени все четыре потока информации существуют одновременно, образуя замкнутую систему автоматического управления [некоторую особенность имеет управление выключением двигателя на активном участке, когда измерение параметров движения и вычисление алгоритмов управления ведется непрерывно, а команда управления подается единовременно в момент удовлетворения соотношения (23.35)].

В ряде случаев каждый поток информации может существовать раздельно во времени. Рассмотрим в качестве примера одну из воз-

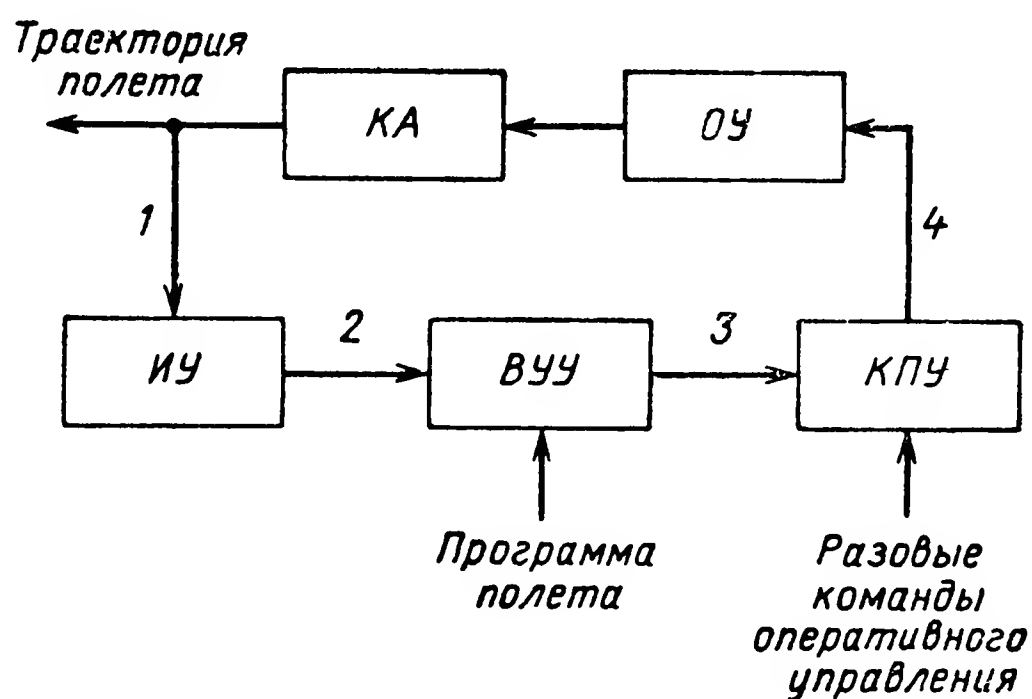


Рис. 24.1

можных процедур коррекции траектории космического аппарата. При пролете аппарата в зоне видимости измерительного пункта в измерительном устройстве получается информация о параметрах движения КА, которая здесь и запоминается. Затем в нужный момент времени эта информация выдается в вычислительное устройство, где рассчитывается программа коррекции (количество, величина и момент приложения корректирующих импульсов). На борт космического аппарата эта программа передается в удобное по условиям радиосвязи время и запоминается в КПУ. В нужный момент времени команды КПУ поступают на исполнительные органы аппарата и осуществляется исправление его траектории. После проведения коррекции для оценки ее результатов может опять производиться измерение параметров движения и вычисление новой траектории полета.

Рассмотренный способ управления не является единственно возможным и целый ряд операций может быть совмещен во времени.

При возникновении на объекте каких-либо непредвиденных ситуаций (в том числе, аварийных), например, повреждение части аппаратуры, возникает необходимость оперативного вмешательства



в его работу. Такое управление осуществляется с помощью разовых команд, выдаваемых оператором и немедленно исполняемых бортовой аппаратурой (команд на включение резервных комплектов аппаратуры, на аварийную посадку аппарата и пр.).

В соответствии с принципом работы, составом и размещением аппаратуры измерительных и управляющих устройств системы управления движением космического аппарата можно разделить на три группы: автономные, командные и комбинированные.

Из автономных следует прежде всего отметить инерциальные и астронавигационные системы. Виды и принципы действия некоторых таких систем описаны в § 4.1. Точность автономных систем в ряде случаев оказывается недостаточной. Так, например, в инерциальных системах происходит накопление ошибок измерения при увеличении времени полета. Источниками ошибок являются также отклонения фактических условий полета от расчетных, принятых при составлении программы.

Более высокую точность в настоящее время обеспечивают радиотехнические командные системы управления. Если работа системы происходит в соответствии с принципом телеуправления 1-го вида, то измерительные, вычислительные и командные устройства системы располагаются на Земле на измерительных пунктах, в вычислительном центре и пункте управления. Измерение параметров движения производится радиотехническими средствами контроля траектории; выработанные команды и программы коррекции передаются на борт аппарата по командной радиолинии.

Программа полета при радиоуправлении может в случае необходимости изменяться, поэтому командные системы обеспечивают более гибкое управление по сравнению с автономными. Недостатком телеуправления 1-го вида является уменьшение точности при увеличении расстояния до аппарата.

Командные системы могут работать и в режиме телеуправления 2-го вида. В этом случае измерение параметров движения КА осуществляется с помощью бортовой аппаратуры, а вычисление и выработка команд управления производится на Земле, куда по линии связи передаются результаты измерения. Если определение координат аппарата производится, например, относительно планеты назначения или другого КА, то точность такой системы увеличивается при приближении к цели.

Наибольшую точность и гибкость могут обеспечить комбинированные системы управления, использующие как нерадийотехнические, так и радиотехнические измерительные устройства.

Автономные устройства целесообразно использовать в системах стабилизации углового положения аппарата и управления его ориентацией, а также для управления (после команды с Земли) маршевыми двигателями в соответствии с программой. Радиотехнические средства обеспечивают измерение координат и скоростей аппарата с высокой точностью, а также используются для передачи



на борт объекта команд и программ управления. По радиолинии «борт-земля» осуществляется передача телеметрических данных о состоянии аппарата, которые также могут использоваться при выработке команд управления.

Особенности командных радиолиний управления и телеметрических линий рассматриваются в [2, 3, 82]; в дальнейшем эти вопросы не затрагиваются. Основное внимание в настоящей главе будет уделено вопросам построения радиотехнических средств контроля траектории КА и МБР и анализу точности этих средств. Освещаются также некоторые методы, используемые при расчете траекторий по результатам радиотехнических измерений (вторичная обработка информации).

При проектировании радиотехнических средств контроля траектории следует учитывать особенности использования этих средств для КА и МБР. Из их числа необходимо отметить следующие.

1. Как отмечалось в гл. 23, закон движения космического аппарата или МБР на этапе свободного полета может быть определен заранее и неизвестными здесь являются только ряд параметров, описывающих этот закон, например шесть оскулирующих элементов орбиты ИСЗ. Эти параметры на участках орбиты, где происходит работа измерительной системы, могут быть приняты постоянными. Данное обстоятельство позволяет существенно упростить синтез систем вторичной обработки информации.

При синтезе системы первичной обработки можно полагать, что параметры движения аппарата  $x(t)$  могут быть представлены на интервале наблюдения  $T$  в виде разложения по известным функциям времени с неизвестными коэффициентами (см. гл. 18):

$$x(t) = \lambda_0 + \lambda_1 f_1(t) + \lambda_2 f_2(t) + \dots + \lambda_N f_N(t). \quad (24.1)$$

В качестве функций  $f_i(t)$  удобно использовать степенные полиномы, в частности, представлять  $x(t)$  в виде ряда Тейлора

$$x(t) = \lambda_0 + \lambda_1 (t - t_0) + \lambda_2 \frac{(t - t_0)^2}{2!} + \dots + \lambda_N \frac{(t - t_0)^N}{N!}, \quad (24.2)$$

где  $t_0$  — некоторый момент времени, к которому относятся случайные величины  $\lambda_i$ .

Возможны и другие способы разложения  $x(t)$ , например, по полиномам Чебышева. Достоинством разложения в ряд Тейлора является то, что коэффициенты ряда соответствуют реальным параметрам движения (дальности, скорости и пр.).

При разумном ограничении длительности интервала  $T$  в ряде (24.2) может быть взято всего несколько членов.

Сложнее обстоит дело при измерении параметров активного участка траектории, где на аппарат действует неизвестная и пере-

менная по величине сила тяги двигателя. Однако и здесь можно полагать, что на небольших интервалах времени ( $T < 1 \text{ сек}$ ) тяга двигателя (а следовательно, и ускорение аппарата) примерно постоянна. Это дает возможность в (24.2) учитывать приемлемое количество членов.

Если параметр  $x(t)$  представляет собой дальность до аппарата, то для большинства практических задач достаточно ограничиться учетом в (24.2) только радиальной скорости и радиального ускорения.

2. Системы контроля траектории КА или МБР, входящие в контур управления, строятся преимущественно как системы с активным ответом. Если задача определения траектории решается наземными средствами, то на борту объекта устанавливается приемоответчик, осуществляющий ретрансляцию передаваемых с земли сигналов. Включение ретранслятора на данном объекте может производиться по командам, поступающим с пункта управления. В этом случае в течение требуемых промежутков времени на входе наземной станции контроля траектории будет иметься сигнал только от одного объекта, даже если в зоне видимости станции находится несколько объектов. Отсюда следует, что перед подобными системами можно не ставить задачу разрешения нескольких целей, что облегчает условия их работы по сравнению с обычными радиолокационными системами.

3. Предъявляемые требования к точности измерения параметров движения являются весьма высокими. Требуемое для обеспечения высокой точности превышение сигнала над помехой в ряде случаев оказывается достаточным для надежного обнаружения сигнала. При этом оказывается возможным исключить из рассмотрения вопросы обнаружения объекта.

4. Полученные в результате наблюдения над сигналом в течение времени  $T$  значения параметров движения [величины  $\lambda_i$  из (24.2)] должны выдаваться в цифровой форме, поскольку последующая обработка производится в цифровых вычислительных машинах.

Наиболее распространенным методом оптимизации систем контроля траектории КА и МБР является метод, основанный на использовании теории совместных статистических точечных оценок. Основные положения этой теории и примеры ее использования применительно к радиотехническим измерительным системам приводятся в следующем параграфе данной главы.

В настоящее время в комплексах радиоуправления космическими аппаратами преимущественное распространение получили системы траекторных измерений с непрерывным излучением [17], [65], позволяющие получить большее значение энергии сигнала за время  $T$ , чем системы с импульсным излучением, и, кроме того, обеспечивающие совместное измерение параметров движения с высокой точностью. В этой связи в настоящей главе основное внимание будет уделено именно таким системам.

## § 24.2. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ СОВМЕСТНОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

### а. Методы оценки параметров

Для рассматриваемого нами случая измерения параметров движения задача оценки может быть сформулирована следующим образом. Пусть на вход измерительного устройства поступает аддитивная смесь сигнала и шума

$$y(t) = u_c(t, \vec{\lambda}) + u_{\text{ш}}(t),$$

где  $\vec{\lambda}$  — вектор случайных неизвестных параметров сигнала с компонентами  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), часть из которых характеризует искомые параметры траектории КА, а часть является паразитными, т. е. не несущими полезной информации, параметрами.

Предполагается, что на интервале наблюдения  $T$  величины  $\lambda_i$  постоянны.

На основании приема реализации колебания  $y(t)$  в течение интервала времени  $T$  измерительное устройство должно сформировать вектор оценки неизвестных параметров  $\vec{\lambda}^\circ = B[y(t)]$  таким образом, чтобы оценка  $\vec{\lambda}^\circ$  в каком-то заранее заданном смысле была возможно ближе к истинному значению  $\vec{\lambda}$ . В результате синтеза необходимо найти оптимальное правило работы устройства (вид оператора  $B[y(t)]$  и определить получающуюся при этом потенциальную точность оценки (качество оценки).

Как известно [78], вся доступная информация об интересующих нас параметрах сигнала содержится в апостериорном распределении вероятностей  $P_y(\vec{\lambda})$ , которое определяется как

$$P_y(\vec{\lambda}) = kP(\vec{\lambda}) \cdot P_{\vec{\lambda}}(y),$$

где  $P(\vec{\lambda})$  — априорный закон распределения вектора  $\vec{\lambda}$ ;  $P_{\vec{\lambda}}(y)$  — функционал правдоподобия;  $k$  — коэффициент, не зависящий от  $\vec{\lambda}$  и определяемый из условий нормирования распределения  $P_y(\vec{\lambda})$ .

Следовательно, в оптимальной системе должно осуществляться формирование на основе принятой реализации  $y(t)$  апостериорного распределения  $P_y(\vec{\lambda})$ . Далее путем анализа функции  $P_y(\vec{\lambda})$  должно быть принято решение о значении оцениваемых параметров.

Правило решения (метод оценки) определяется принятым критерием оптимальности. Как указывалось в § 18.2, одним из наиболее

удобных и достаточно универсальных может служить критерий минимума среднеквадратической ошибки (СКО), являющийся частным случаем критерия минимального среднего риска, имеющим место при квадратичной функции потерь.

Известно, что минимум СКО обеспечивается при использовании байесова правила решения, согласно которому за значение оценки принимается абсцисса центра тяжести апостериорного распределения  $P_y(\vec{\lambda})$ , что соответствует условному математическому ожиданию вектора  $\vec{\lambda}$  при данной реализации  $y(t)$ .

Если распределение  $P_y(\vec{\lambda})$  симметрично (что обычно выполняется на практике при высоких точностях оценки), то эквивалентными байесову правилу оценки является метод максимума апостериорной вероятности, а при определенных условиях (см. ниже) и метод максимального правдоподобия.

При использовании метода максимума апостериорной вероятности в качестве оценки принимается значение вектора  $\vec{\lambda}$ , соответствующее максимуму функции  $P_y(\vec{\lambda})$ . Значения компонент вектора  $\vec{\lambda}^\circ$  находятся путем решения системы  $N$  уравнений вида:

$$\frac{\partial P_y(\vec{\lambda})}{\partial \lambda_i} = \frac{\partial}{\partial \lambda_i} \{P(\vec{\lambda}) P_{\vec{\lambda}}(y)\} = 0, \quad (24.3)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N.$$

Согласно методу максимального правдоподобия оценки параметров  $\lambda_i$  являются корнями системы  $N$  уравнений правдоподобия

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_i} P_{\vec{\lambda}}(y) = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N. \quad (24.4)$$

Полученное таким образом значение вектора  $\vec{\lambda}^\circ$  соответствует максимуму функционала правдоподобия.

Сравнивая выражения (24.4) и (24.3), видим, что отличие метода максимума апостериорной вероятности от метода максимального правдоподобия заключается в учете априорного распределения неизвестных параметров. Однако, как указывалось в § 18.2, чем более высокая точность оценки требуется, тем в меньшей степени свойства оптимальной системы зависят от вида априорного распределения  $P(\vec{\lambda})$ . Поэтому обычно полагают это распределение равномерным во всем интервале изменения неизвестных параметров. В рамках этого допущения оба метода оценки становятся эквивалентными.

Имея в виду это обстоятельство, дальнейшее рассмотрение будем вести применительно к методу максимального правдоподобия.

Отметим, что при получении оценок методом максимального правдоподобия не обязательно использовать непосредственно функ-

ционал правдоподобия. За исходную может быть взята любая функция, связанная с  $P_{\vec{\lambda}}(y)$  взаимно однозначным преобразованием, при котором не происходит сдвига ее максимума по осям  $\lambda_i$ . В качестве такой функции часто используется  $\ln P_{\vec{\lambda}}(y)$ .

## 6. Потенциальная точность оценок максимального правдоподобия

Для случая помех на входе системы, имеющих характер гауссова белого шума, как показано в § 18.2,

$$P_{\vec{\lambda}}(y) = C e^{-\frac{1}{N_0} \int_T [y(t) - u_c(t, \vec{\lambda})]^2 dt} = C e^{-L(\vec{\lambda})}. \quad (24.5)$$

В теории оценок доказывается, что при высоких точностях логарифм функционала правдоподобия вблизи истинного значения оцениваемых параметров с достаточной точностью может быть представлен в виде [45]

$$\begin{aligned} \ln P_{\vec{\lambda}}(y) \sim -L(\vec{\lambda}) = & - \left\{ L(\vec{\lambda}^\circ) + \sum_{i=1}^N \frac{\partial L(\vec{\lambda})}{\partial \lambda_i} (\lambda_i - \lambda_i^\circ) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 L(\vec{\lambda})}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} (\lambda_i - \lambda_i^\circ) (\lambda_k - \lambda_k^\circ) \right\}. \end{aligned} \quad (24.6)$$

Значения оцениваемых параметров находятся путем решения системы уравнений

$$\frac{\partial L(\vec{\lambda})}{\partial \lambda_i} \bigg|_{\lambda_i = \lambda_i^\circ} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (24.7)$$

Эти уравнения определяют оптимальное правило решения.

При выполнении условий (24.7) распределение  $P_{\vec{\lambda}}(y)$  в области, близкой к  $\vec{\lambda}^\circ$ , будет иметь вид многомерного нормального распределения. Матрица  $\|c\|$ , составленная из средних значений вторых производных

$$c_{ik} = - \left\langle \frac{\partial^2 L(\vec{\lambda})}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} \right\rangle \bigg|_{\lambda_i, k = \lambda_{i,k}^\circ}, \quad (24.8)$$

полностью характеризует это распределение.

Корреляционная матрица совместных статистических оценок параметров обратна матрице  $\|c\|$ :

$$\|k\| = \|c\|^{-1}.$$

Ее элементы определяют размеры и ориентацию многомерного эллипсоида рассеяния в пространстве оценок [45]. Для оптимальной системы эллипсоид, определяемый матрицей  $\|k\|$ , будет лежать внутри всех эллипсоидов, соответствующих любым другим методам

оценки. В этом случае дисперсии оценок параметров, являющиеся диагональными элементами матрицы  $\|k\|$

$$\sigma_i^2 = k_{ii} = \frac{|c_{ii}|}{|c|} \quad (24.9)$$

(где  $|c_{ii}|$  — алгебраическое дополнение элемента  $c_{ii}$ ;  $|c|$  — определитель матрицы  $\|c\|$ ), будут равны минимально достижимым значениям при принятой форме сигнала и виде функции  $x(t)$  (см. 24.1).

Путем выбора соответствующей формы сигнала можно добиться, что матрица  $\|c\|$ , а следовательно, и матрица  $\|k\|$  будут диагональными.

При этом ошибки в оценках отдельных параметров становятся независимыми, т. е. на точность измерения какого-либо параметра не сказывается, являются ли другие параметры сигнала неизвестными или они определены заранее. Для независимых оценок

$$\sigma_i^2 = k_{ii} = \frac{1}{c_{ii}}. \quad (24.10)$$

Найдем выражения для элементов  $c_{ik}$ . Для этого в соответствии с (24.8) дважды продифференцируем соотношение для  $L(\vec{\lambda})$  из (24.5) и учтем, что

$$\begin{aligned} \left\langle \int_T [y(t) - u_c(t, \vec{\lambda})] \frac{\partial^2 u_c(t, \vec{\lambda})}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} dt \right\rangle = \\ = \left\langle \int_T u_{\text{ш}}(t) \frac{\partial^2 u_c(t, \vec{\lambda})}{\partial \lambda_i \partial \lambda_k} dt \right\rangle = 0, \end{aligned}$$

так как мы полагаем, что среднее значение шума равно нулю.

Тогда элементы матрицы  $\|c\|$  определяются следующим выражением:

$$c_{ik} = \frac{2}{N_0} \int_T \frac{\partial u_c(t, \vec{\lambda})}{\partial \lambda_i} \frac{\partial u_c(t, \vec{\lambda})}{\partial \lambda_k} dt. \quad (24.11)$$

Запишем сигнал, излучаемый передающим устройством, в виде

$$u_c(t) = \text{Re} \{ A(t) e^{j\omega_0 t} \}, \quad (24.12)$$

где  $A(t)$  — комплексная огибающая (модулирующая функция) сигнала; примем, что

$$\frac{1}{T} \int_T |A(t)|^2 dt = 1;$$

$\omega_0$  — известная точно частота несущего колебания.

В процессе распространения от наземной станции к космическому аппарату и обратно, а также при преобразовании в бортовом ретрансляторе сигнал претерпевает изменение интенсивности, происходит задержка его модулирующей функции на величину  $\tau(t)$  и изменение полной фазы высокочастотного заполнения —  $\psi(t)$ .



Известно [47, 78], что зависимость потенциальной точности оценок от случайной, но постоянной на интервале  $T$  интенсивности сигнала во всех случаях оценки имеет одинаковый характер. Точность оценки пропорциональна фактической интенсивности принятого сигнала и не зависит от того, известна или нет эта интенсивность. Это позволяет в дальнейших формулах учитывать амплитуду принимаемых колебаний  $U_0$  в виде множителя и считать, что все неизвестные параметры сигнала заключены в величинах  $\tau(t)$  и  $\psi(t)$ .

Если от измерения к измерению интенсивность сигнала изменяется, то полученные далее выражения для точности оценок должны быть усреднены по всем возможным значениям амплитуды.

Запишем принимаемый сигнал в виде

$$u_c(t, \vec{\lambda}) = U_0 \operatorname{Re} \{ A [t - \tau(t)] e^{-j\psi(t)} e^{j\omega_0 t} \}. \quad (24.13)$$

По аналогии с (24.2) представим

$$\tau(t) = \tau_0 + \dot{\tau}(t - t_0) + \frac{\ddot{\tau}}{2!} (t - t_0)^2 + \dots \quad (24.14)$$

Связь между неизвестными параметрами траектории объекта и входящими в (24.14) случайными коэффициентами  $\tau_0$ ,  $\dot{\tau}$ ,  $\ddot{\tau}$  и т. д. должна устанавливаться исходя из физических соображений. Не учитывая дополнительного запаздывания сигнала при ретрансляции, можно записать

$$\tau(t) = \frac{2R(t)}{c} = \frac{2}{c} \left[ R_0 + \dot{R}(t - t_0) + \frac{\ddot{R}}{2!} (t - t_0)^2 + \dots \right], \quad (24.15)$$

где  $R(t)$  — дальность до объекта;  $c$  — скорость света.

Сравнивая (24.14) и (24.15), получаем

$$\tau_0 = \frac{2}{c} R_0, \quad \dot{\tau} = \frac{2}{c} \dot{R}, \quad \ddot{\tau} = \frac{2}{c} \ddot{R} \text{ и т. д.}$$

Следует отметить, что в соотношении (24.15) не учитывается изменение параметров движения за время ретрансляции. При необходимости это может быть учтено путем введения соответствующих поправок.

Изменение фазы сигнала может быть записано в виде

$$\psi(t) = \psi_0 + \dot{\psi}(t - t_0) + \frac{\ddot{\psi}}{2!} (t - t_0)^2 + \dots$$

Начальная фаза высокочастотного заполнения  $\psi_0$  при обычно используемых высоких значениях частоты  $\omega_0$  не может быть измерена однозначно. Поэтому полезную информацию о дальности следует получать, оценивая значение  $\tau_0$ , а не  $\psi_0$ . Для дальнейшего удобно обозначить  $\frac{\psi_0}{\omega_0}$  через  $\tau_{0\psi}$ . Различие между  $\tau_0$  и  $\tau_{0\psi}$  состоит в том, что первая величина практически может быть измерена, а вторая — нет.

Обозначим

$$F_1(t, \vec{\lambda}) = \tau(t) = \tau_0 + \dot{\tau}(t - t_0) + \frac{\ddot{\tau}}{2!} (t - t_0)^2 + \dots,$$

$$F_2(t, \vec{\lambda}) = \frac{\psi(t)}{\omega_0} = \tau_{0\psi} + \dot{\psi}(t - t_0) + \frac{\ddot{\psi}}{2!} (t - t_0)^2 + \dots, \quad (24.16)$$



и запишем принимаемый сигнал в виде

$$\begin{aligned} u_c(t, \vec{\lambda}) &= U_0 \operatorname{Re} \left\{ A \left[ t - F_1(t, \vec{\lambda}) \right] e^{j\omega_0 [t - F_2(t, \vec{\lambda})]} \right\} = \\ &= \frac{U_0}{2} [A(x_1) e^{j\omega_0 x_2} + A^*(x_1) e^{-j\omega_0 x_2}], \end{aligned} \quad (24.17)$$

где

$$\begin{aligned} x_1 &= t - F_1(t, \vec{\lambda}); \\ x_2 &= t - F_2(t, \vec{\lambda}); \end{aligned}$$

$A^*(x_1)$  — величина, комплексно сопряженная с  $A(x_1)$ .

Продифференцировав (24.17) по  $\lambda_i$ , получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_c(t, \vec{\lambda})}{\partial \lambda_i} &= \frac{U_0}{2} \left[ \frac{\partial A}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial \lambda_i} e^{j\omega_0 x_2} + j\omega_0 A \frac{\partial x_2}{\partial \lambda_i} e^{j\omega_0 x_2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial A^*}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial \lambda_i} e^{-j\omega_0 x_2} - j\omega_0 A^* \frac{\partial x_2}{\partial \lambda_i} e^{-j\omega_0 x_2} \right]. \end{aligned}$$

Аналогичный вид имеет соотношение для  $\frac{\partial u_c(t, \vec{\lambda})}{\partial \lambda_k}$ . Произведение  $\frac{\partial u_c}{\partial \lambda_i} \frac{\partial u_c}{\partial \lambda_k}$  содержит члены, быстро осциллирующие за счет множителей

$$e^{2j\omega_0 x_2} \text{ и } e^{-2j\omega_0 x_2}.$$

Будем считать, что  $\omega_0 T \gg 1$  и, кроме того, спектр функции  $A(t)$  ограничен частотами, много меньшими частоты  $\omega_0$ .

В этом случае после интегрирования в соответствии с (24.11) члены, содержащие осциллирующие множители, обратятся в нуль. Тогда соотношение для  $c_{ik}$  запишется в виде

$$\begin{aligned} c_{ik} &= \frac{U_0^2}{2N_0} \int_T \left\{ 2 \left| \frac{\partial A}{\partial x_1} \right|^2 \frac{\partial x_1}{\partial \lambda_i} \frac{\partial x_1}{\partial \lambda_k} + 2\omega_0^2 |A|^2 \frac{\partial x_2}{\partial \lambda_i} \frac{\partial x_2}{\partial \lambda_k} + \right. \\ &\quad \left. + j\omega_0 \left[ A \frac{\partial A^*}{\partial x_1} - A^* \frac{\partial A}{\partial x_1} \right] \left[ \frac{\partial x_1}{\partial \lambda_i} \frac{\partial x_2}{\partial \lambda_k} + \frac{\partial x_1}{\partial \lambda_k} \frac{\partial x_2}{\partial \lambda_i} \right] \right\} dt. \end{aligned} \quad (24.18)$$

Производные, входящие в (24.18), должны вычисляться в точке  $\vec{\lambda} = \vec{\lambda}^0$ . Как известно, потенциальная точность слабо зависит от истинной величины оцениваемых параметров. Поэтому для упрощения дальнейших выкладок положим

$$\vec{\lambda}^0 = 0 \text{ и } F_1(t, 0) = F_2(t, 0) = 0.$$

Тогда

$$\left. \frac{\partial A}{\partial x_1} \right|_{\vec{\lambda}=\vec{\lambda}^0=0} = \frac{\partial A}{\partial t} = \dot{A}(t).$$

Представив  $A(t)$  в виде

$$A(t) = a(t) e^{j\phi(t)}, \quad (24.19)$$

где  $a(t)$  характеризует амплитудную модуляцию сигнала, а  $\phi(t)$  — фазовую, с учетом соотношений

$$\frac{\partial x_1}{\partial \lambda_i} = - \frac{\partial F_1(t, \vec{\lambda})}{\partial \lambda_i}$$

и

$$\frac{\partial x_2}{\partial \lambda_i} = - \frac{\partial F_2(t, \vec{\lambda})}{\partial \lambda_i},$$

получим

$$c_{ik} = c_{ik}^1 + c_{ik}^2 + c_{ik}^3, \quad (24.20)$$

где

$$c_{ik}^1 = \frac{U_0^2}{N_0} \int_T \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_i} \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_k} [\dot{a}^2(t) + a^2(t) \dot{\phi}^2(t)] dt;$$

$$c_{ik}^2 = \omega_0^2 \frac{U_0^2}{N_0} \int_T a^2(t) \frac{\partial F_2}{\partial \lambda_i} \frac{\partial F_2}{\partial \lambda_k} dt;$$

$$c_{ik}^3 = -\omega_0 \frac{U_0^2}{N_0} \int_T a^2(t) \dot{\phi}(t) \left[ \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_i} \frac{\partial F_2}{\partial \lambda_k} + \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_k} \frac{\partial F_2}{\partial \lambda_i} \right] dt.$$

В дальнейшем мы будем полагать, что подлежащими измерению параметрами траектории является дальность до объекта  $R_0$ , его радиальная скорость  $\dot{R}$  и ускорение  $\ddot{R}$ , причем  $R_0$  определяется путем оценки запаздывания модулирующей функции сигнала, а  $\dot{R}$  и  $\ddot{R}$  — путем оценки параметров полной фазы высокочастотного заполнения. Влиянием  $\dot{R}$  и  $\ddot{R}$  на характеристики модулирующей функции пренебрегаем. Кроме того, полагаем, что интересующие нас значения параметров движения относятся к середине интервала наблюдения, расположенного от  $-T/2$  до  $T/2$ , т. е.  $t_0 = 0$ .

Тогда можно записать

$$F_1(t, \vec{\lambda}) = \tau_0 = \lambda_1 = \frac{2}{c} R_0, \quad (24.21)$$

$$F_2(t, \vec{\lambda}) = \tau_{0\phi} + \dot{\tau}t + \frac{1}{2} \ddot{\tau}t^2 = \lambda_2 + \lambda_3 t + \frac{1}{2} \lambda_4 t^2. \quad (24.22)$$

Найдем значения производных, входящих в (24.20):

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_1} &= 1, & \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_{i,k}} \Big|_{i,k=2,3,4} &= 0, \\ \frac{\partial F_2}{\partial \lambda_1} &= 0, & \frac{\partial F_2}{\partial \lambda_i} \Big|_{i=2,3,4} &= \frac{t^{i-2}}{(i-2)!}, & \frac{\partial F_2}{\partial \lambda_k} \Big|_{k=2,3,4} &= \frac{t^{k-2}}{(k-2)!}. \end{aligned} \quad (24.23)$$

С учетом (24.23) выражения для элементов матрицы принимают вид:

$$c_{11} = \frac{U_0^2}{N_0} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [\dot{a}^2(t) + a^2(t) \dot{\phi}^2(t)] dt, \quad (24.24')$$

$$c_{1k} = -\omega_0 \frac{U_0^2}{N_0 (k-2)!} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} t^{k-2} a^2(t) \dot{\phi}(t) dt, \quad (24.24'')$$

$$c_{ik} = \frac{\omega_0^2 U_0^2}{N_0 (i-2)! (k-2)!} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} t^{i+k-4} a^2(t) dt. \quad (24.24''')$$

Из выражения (24.24'') следует, что если частотная модуляция в сигнале отсутствует ( $\dot{\phi}(t) \equiv 0$ ), то оценки параметров модулирующей функции и полной фазы всегда независимы ( $c_{1k} = 0$ ). Точность измерения дальности при таком сигнале не зависит от того, известны или нет начальная фаза сигнала, а также скорость и ускорение объекта.

Как указывалось в § 24.1, для целей контроля траектории преимущественное распространение получили в настоящее время системы с непрерывным излучением, в которых для измерения дальности используются различные виды частотной или фазовой модуляции сигнала. В этом случае следует полагать  $a(t) \equiv 1$ , и матрица  $\|c\|$  примет вид [после вычисления элементов  $c_{ik}$  в соответствии с (24.24''')]

$$\|c\| = \frac{U_0^2}{N_0} \|c'\| = \frac{U_0^2}{N_0} \begin{vmatrix} c'_{11} & c'_{12} & c'_{13} & c'_{14} \\ \omega_0^2 T & 0 & \omega_0^2 \frac{T^3}{24} & \\ & \omega_0^2 \frac{T^3}{12} & 0 & \\ & & \omega_0^2 \frac{T^5}{320} & \end{vmatrix}, \quad (24.25)$$

где

$$c'_{11} = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \dot{\phi}^2(t) dt;$$

$$c'_{1k} = -\omega_0 \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} t^{k-2} \dot{\phi}(t) dt.$$

Из (24.25) с учетом (24.9) могут быть найдены дисперсии оценок интересующих нас параметров движения.

### в. Потенциальная точность оценок при некоторых формах сигнала

В качестве примеров применения изложенной теории рассмотрим следующие виды сигналов, интересные с точки зрения практического использования в системах контроля траектории:

1) непрерывный немодулированный сигнал,

2) сигнал с синусоидальной частотной модуляцией (СЧМ).

Непрерывный немодулированный сигнал широко используется в доплеровских и фазометрических системах контроля траектории. Однозначное определение дальности при таком сигнале практически невозможно. Найдем точность оценки скорости и ускорения. В этом случае матрица  $\|c\|$  может быть представлена в таком виде (как это следует из материала, изложенного выше петитом):

$$\|c\| = \frac{U_0^2}{N_0} \|c'\|, \quad \|c'\| = \begin{bmatrix} c'_{22} & 0 & c'_{24} \\ & c'_{33} & 0 \\ & & c'_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_0^2 T & 0 & \omega_0^2 \frac{T^3}{24} \\ & \omega_0^2 \frac{T^3}{12} & 0 \\ & & \omega_0^2 \frac{T^5}{320} \end{bmatrix}. \quad (24.26)$$

Здесь  $U_0$  и  $\frac{\omega_0}{2\pi}$  — амплитуда и несущая частота сигнала;  $N_0$  — спектральная плотность шума.

Дисперсия оценки скорости равна

$$\sigma_{\dot{R}}^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \frac{N_0}{U_0^2} \frac{1}{c'_{33}} = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \frac{12}{\omega_0^2 T^3} \frac{N_0}{U_0^2}. \quad (24.27)$$

Дисперсия оценки ускорения равна

$$\sigma_{\ddot{R}}^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \frac{N_0}{U_0^2} \frac{c'_{22}}{c'_{22} c'_{44} - c'^2_{24}} = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \frac{720}{\omega_0^2 T^5} \frac{N_0}{U_0^2}. \quad (24.28)$$

Полученные значения точностей измерения  $\dot{R}$  и  $\ddot{R}$  являются потенциально достижимыми для непрерывного сигнала при неизвестной начальной фазе. Увеличение точности здесь может быть достигнуто при неизменной мощности сигнала за счет увеличения интервала наблюдения  $T$  и значения несущей частоты  $\omega_0$ . Если начальную фазу сигнала положить известной, то точность оценки скорости не изменяется, а точность оценки ускорения станет равной

$$\sigma_{\ddot{R}}^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \frac{320}{\omega_0^2 T^5} \frac{N_0}{U_0^2}. \quad (24.29)$$

Для сигнала с синусоидальной частотной модуляцией

$$\dot{\phi}(t) = M\Omega \sin \Omega t, \quad (24.30)$$

где  $M$  — индекс модуляции;  $\Omega$  — частота модуляции ( $\Omega \ll \omega_0$ ).

Подставляя (24.30) в соотношение для  $c'_{11}$  из (24.25) при условии  $\Omega T \gg 1$ , получим

$$c'_{11} = \frac{M^2 \Omega^2}{2} T.$$

Нетрудно показать, что если  $\Omega T \gg 1$ , то влияние перекрестных членов  $c'_{1k}$  на точность оценки параметров весьма незначительно, так что в первом приближении можно полагать

$$c'_{12} = c'_{13} = c'_{14} = 0.$$

При этом точность оценки дальности определяется соотношением

$$\sigma_R^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \frac{1}{c'_{11}} \frac{N_0}{U_0^2} = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \frac{2}{\Omega^2 M^2 T} \frac{N_0}{U_0^2}, \quad (24.31)$$

а скорости и ускорения — соотношениями (24.27) и (24.28), т. е. точности измерения скорости и ускорения соответствуют потенциальным точностям, достигаемым при непрерывном сигнале.

Увеличение точности измерения дальности может быть достигнуто при ЧМ сигнале за счет увеличения частоты модуляции.

Высокую точность совместных оценок параметров обеспечивают и другие формы сигналов, например, некоторые виды сигналов с линейной частотной модуляцией и псевдослучайные (псевдошумовые) сигналы [79, 33]. При выполнении условия независимости ошибок в оценках потенциальная точность измерения скорости и ускорения при таких сигналах по-прежнему будет определяться соотношениями (24.27) и (24.28), а точность определения дальности может быть подсчитана с использованием приведенной выше методики.

В общем случае, особенно при нескольких неизвестных параметрах, схемы оптимальной обработки сигнала получаются достаточно сложными и включают в себя либо многоканальный коррелятор, либо набор согласованных линейных фильтров. Примеры таких схем можно найти в [78, 79, 83].

При практическом создании оптимальных схем могут встретиться значительные технические трудности. Поэтому широкое распространение получили устройства, не являющиеся оптимальными в полном смысле слова, но характеристики которых близки к оптимальным. Ряд таких устройств рассматривается в § 24.4.

### § 24.3. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ТРАЕКТОРИИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

#### а. Вводные замечания

Определение параметров траектории КА или МБР по результатам радиотехнических измерений является одной из основных задач вторичной обработки информации.

Поскольку закон движения аппарата по пространственной траектории полностью определяется шестью элементами (например,  $t_n$ ,  $a$ ,  $e$ ,  $\varrho$ ,  $i$  и  $\omega_n$  или  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $V$ ,  $\theta$ ,  $z$ ), то число измеренных параметров (углов, дальностей и их производных) должно быть не менее шести. Этот объем измерений может быть получен разными способами: измерением шести различных координат в один момент времени, трех различных координат в два близких момента времени и т. д.

Система контроля траектории, производящая одновременно измерение шести координат, называется полной. В противном случае имеем систему с сокращенным числом измерений. Необходимое число измерений может производиться либо одной станцией, либо двумя станциями, расположенными в разных измерительных пунктах, либо еще большим числом станций. В соответствии с этим признаком системы контроля траектории подразделяются на однопунктные и многопунктные.

Каждая входящая в состав системы станция производит измерение в некоторой связанной с ней измерительной системе координат. В многопунктной системе результаты измерений пересчитываются в единую (базовую) систему координат, связанную либо с одной (ведущей) станцией, либо с какой-нибудь характерной точкой (например, центром Земли, точкой старта и пр.).

Уравнения связи, выражающие искомые параметры траектории через измеренные величины (углы, расстояния, их производные) можно получить, воспользовавшись уравнениями движения аппарата в инерциальной системе координат и уравнениями перехода от измерительной к инерциальной системе координат, причем различным совокупностям измеренных величин соответствуют разные уравнения связи. Для однозначного определения шести элементов траектории достаточно иметь совокупность шести независимых результатов измерений (образующих выборку минимально необходимого объема) и соответствующие этой выборке уравнения связи. Такой метод определения элементов траектории по данным радиотехнических измерений называется конечным [25]\*.

Определенные конечными методами параметры траектории в ряде случаев могут не удовлетворять требованиям точности, так как радиотехнические измерения координат производятся с ошибками. Источниками ошибок являются шумы, инструментальные погрешности и другие причины флуктуационного и систематического характера.

Уменьшение флуктуационных ошибок определения элементов траектории возможно при использовании статистических методов обработки результатов радиотехнических измерений. Принципиальная возможность уменьшения ошибок путем статистической обработки результатов измерений основана на избыточности информа-

---

\* Вообще говоря, каждой совокупности измеренных величин (т. е. каждой системе уравнений связи) соответствует свой конечный метод расчета.

ции, получаемой от радиотехнических измерительных устройств. Причиной избыточности является высокая скорость проведения измерений (по сравнению со скоростью изменения определяемых параметров траектории). Если общее время нахождения объекта в зоне видимости измерительного пункта равно  $T_0$ , а время одного независимого измерения  $m$  координат —  $T$ , то общее количество полученных данных равно  $m \frac{T_0}{T}$ . Избыточность числа измерений при этом равна  $m \frac{T_0}{T} - 6$ .

Избыточность получаемой информации может быть также достигнута за счет увеличения числа измерительных средств, производящих независимые измерения координат аппарата.

Наибольшее распространение статистические методы вторичной обработки информации получили при определении параметров траектории свободного полета КА и МБР. Использование этих методов при расчете активного участка траектории, хотя в принципе возможно, но встречает дополнительные трудности, связанные с наличием различных неизвестных факторов, возмущающих траекторию (в основном с непостоянством тяги двигателя). Поэтому в системах радиоуправления на активном участке используются в основном полные измерительные системы, определяющие шесть параметров движения в каждый момент времени и конечные методы обработки.

## 6. Методы определения траектории

Траектория космического аппарата является некоторой линией в пространстве, геометрические свойства которой (в первом приближении) известны заранее из теории кеплеровых движений. Контроль траектории может заключаться в последовательном (во времени) фиксировании местоположения аппарата, рассматриваемого как материальная точка в пространстве наблюдений. С точки зрения геометрии положение любой точки в пространстве определяется как пересечение трех поверхностей вращения (позиционных поверхностей) или двух кривых (позиционных линий). Радиотехнические измерительные устройства позволяют, в зависимости от используемого метода измерения координат, получить различные позиционные линии или поверхности и, тем самым, определить местоположение объекта в момент проведения измерений. Для контроля вектора скорости аппарата необходимо производить также определение производных от координат.

Рассмотрим наиболее распространенные методы определения траектории.

**Дальномерно-пеленгационный метод.** При дальномерно-пеленгационном методе одна радиолокационная станция измеряет три координаты аппарата в сферической системе координат: дальность  $R$ , азимут  $\alpha$  и угол места  $\beta$ . В этом случае одна позиционная поверх-



ность является сферой (радиуса  $R$ ), а вторая вырождается в прямую линию, определяющую направление на цель.

Измерительные системы, работающие в сферической системе координат, находят применение для контроля траектории КА и БР, в частности, на активном участке полета. Кроме того, сферическую систему координат удобно использовать в качестве базовой системы при пересчете результатов измерений, произведенных на нескольких пунктах.

Оценим требования к точности измерения координат  $R, \alpha, \beta$  и их производных при определении параметров движения на активном участке полета КА или МБР. Для простоты будем полагать, что измерительный пункт совмещен с местом расположения стартовой позиции ракеты. Поскольку отклонения ракеты от плоскости прицеливания малы, то в первом приближении допустимо рассматривать отдельно движение в плоскости прицеливания и движение относительно этой плоскости.

Уравнения связи, характеризующие переход от используемой в § 23.5 системы координат  $x, y, V, \theta$  к измерительной системе  $R, \beta, \dot{R}, \dot{\beta}$  (см. рис. 24.2), могут быть определены на основании соотношений:

$$x = R \cos \beta, \quad \dot{R} = V \cos (\beta + \varphi - \theta), \quad (24.32)$$

$$y = R \sin \beta, \quad R\dot{\beta} = -V \sin (\beta + \varphi - \theta),$$

откуда

$$V^2 = \dot{R}^2 + R^2 \dot{\beta}^2; \quad (24.33)$$

$$\theta = \operatorname{arctg} \left( \frac{\dot{\beta} R}{\dot{R}} \right) + \beta + \varphi.$$

При реальных точностях современных радиотехнических измерительных средств и обычно выполняющихся условиях  $\beta \ll 1$ ,  $\theta \ll 1$  и  $\varphi \ll 1$  можно считать в первом приближении, что

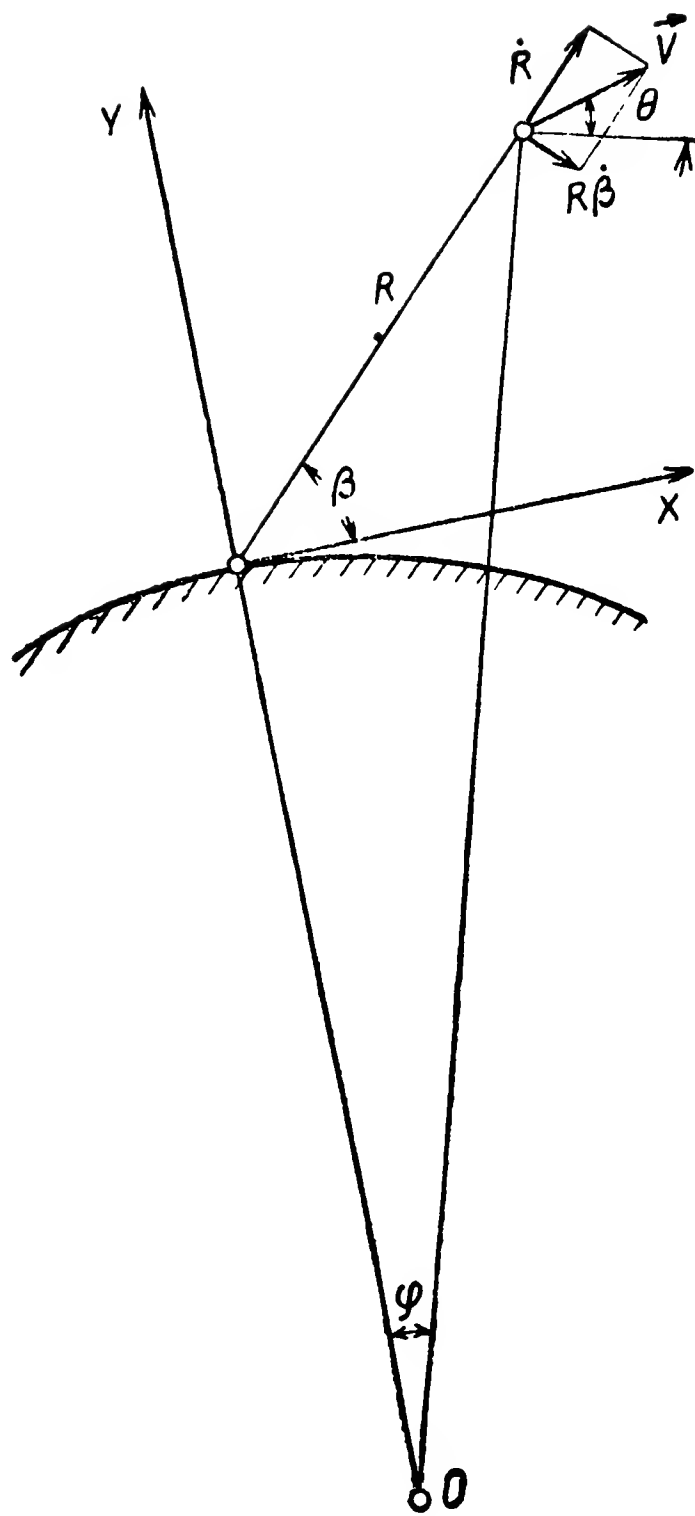


Рис. 24.2

$$\begin{aligned}\sigma_x &\approx \frac{\partial x}{\partial R} \sigma_R, \quad \sigma_y \approx \frac{\partial y}{\partial \beta} \sigma_\beta, \\ \sigma_v &\approx \frac{\partial V}{\partial \dot{R}} \sigma_{\dot{R}}, \\ \sigma_\theta &\approx \sqrt{\left(\frac{\partial \theta}{\partial \beta}\right)^2 \sigma_\beta^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial \dot{\beta}}\right)^2 \sigma_{\dot{\beta}}^2},\end{aligned}\quad (24.34)$$

где

$$\begin{aligned}\frac{\partial x}{\partial R} &= \cos \beta \approx 1; \quad \frac{\partial y}{\partial \beta} = R \cos \beta \approx R; \\ \frac{\partial V}{\partial \dot{R}} &= \frac{\dot{R}}{V} \approx 1; \quad \frac{\partial \theta}{\partial \beta} = 1; \quad \frac{\partial \theta}{\partial \dot{\beta}} \approx \frac{R}{V}.\end{aligned}$$

Обращаясь к примеру, рассмотренному в § 23.5, найдем, что для обеспечения заданной точности запуска МБР по дальности ( $3\sigma_L = 10$  км) необходима следующая точность измерения параметров  $R$ ,  $\beta$ ,  $\dot{R}$ ,  $\dot{\beta}$ :

$$\begin{aligned}\sigma_R &\leq 0,3 \text{ км}, \quad \sigma_{\dot{R}} \leq 0,2 \text{ м/сек}, \\ \sigma_\beta &\leq 10^{-4} \text{ рад}, \quad \sigma_{\dot{\beta}} \leq 10^{-5} \text{ рад/сек}.\end{aligned}$$

Аналогичным путем может быть найдена связь между параметрами, характеризующими отклонение ракеты от плоскости прицеливания (рис. 24.3).

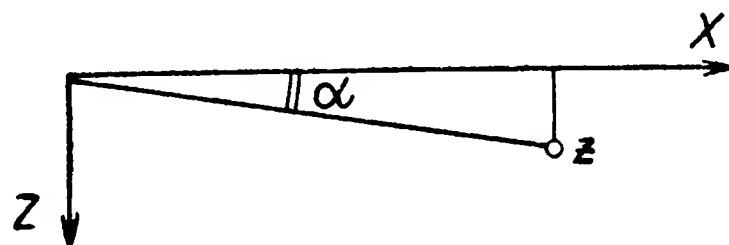


Рис. 24.3

В первом приближении

$$\begin{aligned}z &= R\alpha, \\ \dot{z} &= \dot{R}\alpha + R\dot{\alpha},\end{aligned}\quad (24.35)$$

откуда

$$\begin{aligned}\sigma_z &\approx R\sigma_\alpha, \\ \sigma_{\dot{z}} &\approx \sqrt{\dot{R}^2 \sigma_\alpha^2 + R^2 \sigma_{\dot{\alpha}}^2}.\end{aligned}\quad (24.36)$$

Если положить (см. § 23.5), что допустимы величины  $3\sigma_z \approx 5 \div 10$  км и  $3\sigma_{\dot{z}} \approx 5 \div 10$  м/сек, то требуемая точность измерения  $\alpha$  и  $\dot{\alpha}$  определяется следующими значениями:

$$\begin{aligned}\sigma_\alpha &\approx 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ рад}, \\ \sigma_{\dot{\alpha}} &\approx 0,3 \cdot 10^{-5} \text{ рад/сек}.\end{aligned}$$

Следует отметить, что необходимая точность измерения угла определяется в первую очередь требованиями, предъявляемыми к ошибке определения боковой составляющей скорости  $\dot{z}$ , а не бокового отклонения.

**Дальномерный метод.** При этом методе местоположение объекта определяется как точка пересечения трех сфер с центрами в точках расположения трех станций, образующих две измерительные базы.

Оценка точности дальномерного метода для случая, когда размеры измерительных баз  $D$  много меньше расстояния до аппарата  $R$ , проведена в [2]. Анализ показывает, что если требуемая точность определения угловых координат составляет  $\sigma_\beta \simeq 10^{-4}$  рад и размер измерительных баз равен  $0,1 R \simeq 50$  км, то необходимая точность измерения дальности равна ( $\beta = 20^\circ$ )

$$\sigma_R = \frac{D |\sin \beta|}{\sqrt{2}} \sigma_\beta \sim 1 \text{ м.}$$

Получение таких высоких точностей является достаточно трудной задачей (особенно при импульсном методе работы), поэтому практически размеры измерительных баз должны быть соизмеримыми с расстоянием до аппарата. Оценка точности для этого случая может быть выполнена по методике, изложенной в [33].

**Пеленгационный (угломерный) метод.** Этот метод определяет местоположение цели как точку пересечения двух прямых, определяемых углами визирования цели двумя пеленгаторами. Метод удобен, в частности, при пассивной пеленгации объекта.

Расчеты, выполненные в [2], показывают, что для получения приемлемых точностей размер измерительной базы, так же как и в дальномерном методе, должен быть сравним с расстоянием до объекта.

Подобный недостаток как дальномерного, так и пеленгационного методов затрудняет их использование для контроля траектории космических аппаратов, находящихся на значительном удалении от Земли (больше нескольких тысяч километров).

**Разностно-дальномерный метод.** При разностно-дальномерном методе производится определение разности расстояний от аппарата до нескольких измерительных пунктов. Позиционными поверхностями при таком методе являются гиперболоиды вращения, фокусы которых находятся в местах расположения пунктов.

Наибольший интерес для использования в системах контроля траектории КА или МБР представляют фазовые разностно-дальномерные системы с малой базой ( $D \ll R$ ) (фазовые пеленгаторы), позволяющие определять угловые координаты объекта с высокой точностью. Оценка ошибок таких систем проведена в § 24.4.

**Допплеровский метод.** При использовании доплеровского метода измеряемым параметром движения является радиальная скорость аппарата относительно одного или нескольких пунктов. Доп-

плеровский метод широко используется в сочетании с рассмотренными выше методами определения местоположения для получения данных о векторе скорости аппарата. Чисто доплеровский метод находит применение при контроле участка свободного полета КА и ИСЗ.

Измеренная наземной станцией доплеровской системы во время прохождения спутника по орбите зависимость принимаемой частоты от времени  $f_{\text{пр}}(t)$  имеет вид характерной кривой (рис. 24.4). Для расчета элементов орбиты по данным измерений частоты Доп-

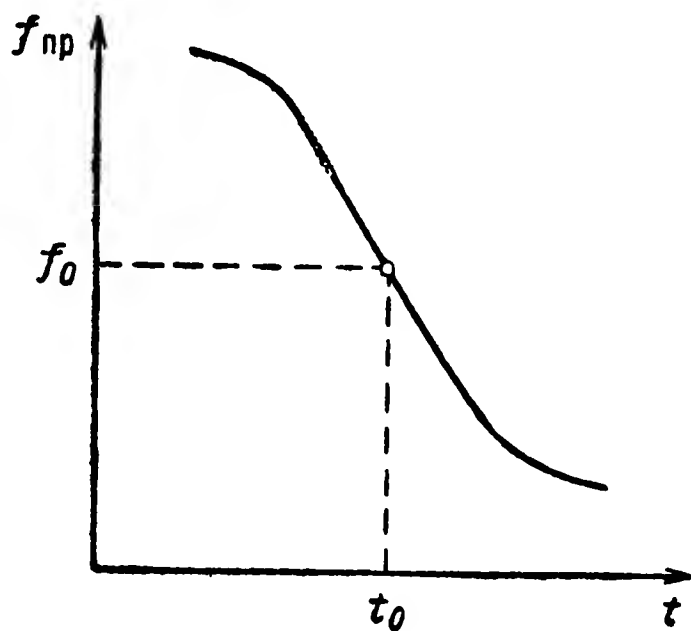


Рис. 24.4

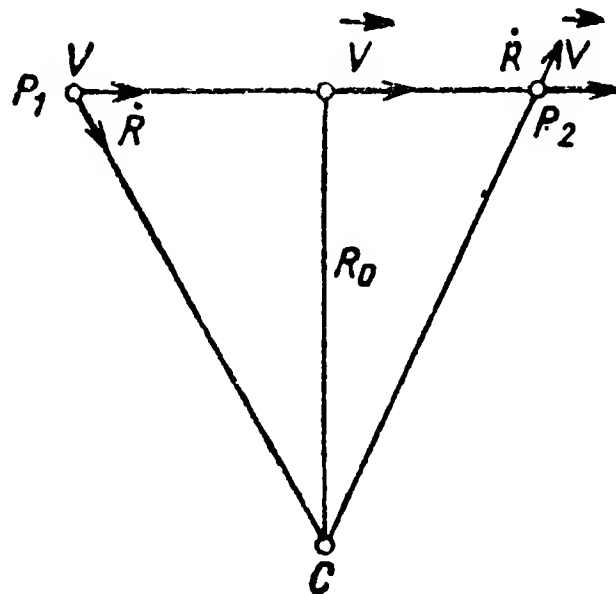


Рис. 24.5

плера разработаны различные методы. Уравнения связи элементов орбиты и частоты Допплера, измеренной одной станцией, приведены в [65].

Для предварительного определения параметров орбиты можно упростить расчет, используя некоторые величины, определенные по доплеровской кривой, например время перегиба  $t_0$  и максимальную крутизну кривой  $\left| \frac{df_{\text{пр}}}{dt} \right|_{\text{макс}}$  [21, 116].

Эти методы основаны на допущении о неизменности скорости спутника в течение сравнительно коротких (3—5 мин) интервалов наблюдения, во время которых производятся измерения частоты. Это допущение (достаточно точное) эквивалентно замене небольшого участка траектории прямой линией  $p_1p_2$  (рис. 24.5). Расстояние между станцией  $C$  и аппаратом в текущий момент времени  $t$  может быть записано следующим образом:

$$R = \sqrt{R_0^2 + V^2 (t_0 - t)^2}, \quad (24.37)$$

где  $t_0$  — момент времени, соответствующий нахождению аппарата на минимальном расстоянии от станции ( $R = R_0$ ).

Отсюда нетрудно получить соотношения для  $\dot{R}$  и  $\ddot{R}$ :

$$\dot{R} = -\frac{V^2}{R} (t_0 - t); \quad (24.38)$$

$$\ddot{R} = V^2 \frac{R_0^2}{R^3}. \quad (24.39)$$

Используя выражение  $f_{\text{пр}} = f_0 + f_d \cong f_0 \left(1 - \frac{\dot{R}}{c}\right)$  (см. § 24.5), получим

$$f_d = \frac{f_0}{c} \frac{V^2 (t_0 - t)}{\sqrt{R_0^2 + V^2 (t_0 - t)^2}}, \quad (24.40)$$

$$\left| \frac{df_{\text{пр}}}{dt} \right| = |\dot{f}_d| = \frac{f_0}{c} V^2 \frac{R_0^2}{R^3}. \quad (24.41)$$

Из (24.40) следует, что при  $t < t_0$  получается  $f_d > 0$  и  $f_{\text{пр}} > f_0$ ; при  $t > t_0$  имеем  $f_d < 0$  и  $f_{\text{пр}} < f_0$ .

При  $t = t_0$  частота Допплера равна нулю ( $f_{\text{пр}} = f_0$ ), а абсолютное значение производной частоты максимально (так как величина  $R$  минимальна) и равно

$$\left| \frac{df_{\text{пр}}}{dt} \right|_{\text{макс}} = \left| \frac{df_{\text{пр}}}{dt} \right|_{t=t_0} = \frac{f_0}{c} \frac{V^2}{R_0}. \quad (24.42)$$

Таким образом при  $t = t_0$  получаем точку перегиба на доплеровской кривой, определяемой уравнением (24.40).

Если известна скорость  $V$ , то из (24.42) можно определить минимальное расстояние  $R_0$  от спутника до станции наблюдения. Для одновременного определения  $V$  и  $R_0$  можно воспользоваться соотношением (24.40), если известны по крайней мере две точки на доплеровской кривой.

Точность определения параметров орбиты этим способом составляет единицы процентов.

Следует отметить, что при движении аппарата на активном участке траектории включение и выключение двигателей приводит (вследствие изменения величины скорости) к появлению изломов на доплеровской кривой. В этом случае по доплеровской кривой можно контролировать процесс выведения аппарата на орбиту.

Помимо рассмотренных ранее методов применяются различные их сочетания (комбинированные методы). Например, измерение двух дальностей при дальномерном методе может сочетаться с измерением одного угла, при этом определение местоположения возможно с помощью двух станций. Возможно дополнение разностно-дальномерного (фазового) метода измерением дальности и скорости и т. д.

Комбинированные методы определения параметров траектории реализуются в высокоточных (смешанных) системах контроля траектории.

В настоящее время отсутствуют полные данные, позволяющие определить наилучший с точки зрения точности определения параметров траектории состав радиотехнических измерений. Можно указать, что с увеличением числа одновременно измеряемых параметров точность определения траектории повышается.

## в. Статистические методы обработки результатов измерений

Статистические методы обработки результатов измерений основаны на общих принципах теории статистических решений, изложенной в гл. 18.

Из этих методов в настоящее время находят применение: метод максимального правдоподобия, метод наименьших квадратов и метод динамической фильтрации [21].

Использование метода максимального правдоподобия для вторичной обработки результатов дискретных радиотехнических измерений описано в [25, 65].

Метод наименьших квадратов является частным случаем метода максимального правдоподобия, когда отдельные дискретные измерения некоррелированы между собой и имеют нормальное распределение. Этот метод находит широкое применение при определении орбит ИСЗ и КА, в том числе при обработке измерений нескольких параметров движения с нескольких измерительных пунктов и пр.

Рассмотрим применение метода наименьших квадратов на примере определения орбиты КА по результатам измерения одного параметра движения.

Пусть системой контроля траектории произведено  $N$  измерений какого-либо параметра движения  $h_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ) (дальности, скорости и пр.), причем  $N \gg 6$ . Предполагается, что приближенные значения параметров орбиты  $q_{j0}$  ( $j = 1, 2, \dots, 6$ ) априорно известны и по результатам измерения необходимо найти поправки  $\Delta q_j$  к этим априорным значениям.

Поскольку закон движения аппарата приближенно известен, то в каждый момент измерения  $t_i$  может быть найдено расчетное приближенное значение измеряемого параметра

$$h_{i0} = F_i(q_{10}, q_{20}, \dots, q_{60}, t_i).$$

Разность между измеренной и расчетной величиной

$$\Delta h_i = h_i - h_{i0}$$

определяется как отличием фактических параметров орбиты от априорных, так и ошибками каждого измерения  $\delta h_i$ .

Для определения поправок  $\Delta q_j$  по результатам измерений может быть составлена система  $N$  так называемых условных уравнений вида

$$h_i - F_i(q_{10} + \Delta q_1, q_{20} + \Delta q_2, \dots, q_{60} + \Delta q_6, t_i) = 0, \quad (24.43)$$

где

$$i = 1, 2, 3, \dots, N.$$

Разлагая это выражение в ряд по  $\Delta q_j$  и ограничиваясь первым приближением, получаем

$$\Delta h_i - \sum_{j=1}^6 \left. \frac{\partial F_i}{\partial q_j} \right|_{q_j=q_{j0}} \Delta q_j = 0, \quad (24.44)$$

где

$$i = 1, 2, 3, \dots, N.$$

Если ошибки измерения отсутствуют ( $\delta h_i = 0$ ), то путем решения любых шести уравнений из системы (24.44) могут быть получены точные величины поправок  $\Delta q_j$  к априорным значениям.

Так как  $\delta h_i \neq 0$ , то точные значения определены быть не могут [система (24.44) несовместна] и можно искать только наивероятнейшие значения поправок.

Согласно методу наименьших квадратов за истинные принимаются такие значения поправок  $\Delta q_j^\circ$ , при которых сумма квадратов величин

$$\varepsilon_i = h_i - h_{i0}^\circ,$$

где  $h_{i0}^\circ$  — значение параметра, рассчитанное при  $q_j = q_{j0} + \Delta q_j^\circ$ , минимальна, т. е.

$$V = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 = \min.$$

Так как  $h_i = \Delta h_i + h_{i0}$ , то

$$\varepsilon_i = \Delta h_i + h_{i0} - h_{i0}^\circ = \Delta h_i - \Delta h_i^\circ,$$

где

$$\Delta h_i^\circ = h_{i0}^\circ - h_{i0}.$$

По аналогии с (24.44) можно записать

$$\Delta h_i^\circ = \sum_{j=1}^6 \left. \frac{\partial F_i}{\partial q_j} \right|_{q_j=q_{j0}} \Delta q_j^\circ.$$

Следовательно,

$$\varepsilon_i = \Delta h_i - \sum_{j=1}^6 \left. \frac{\partial F_i}{\partial q_j} \right|_{q_j=q_{j0}} \Delta q_j^\circ$$

и

$$V = \sum_{i=1}^N \left( \Delta h_i - \sum_{j=1}^6 \left. \frac{\partial F_i}{\partial q_j} \right|_{q_j=q_{j0}} \Delta q_j^\circ \right)^2. \quad (24.45)$$



Условием минимума функции  $V$  будет решение системы из шести уравнений:

$$\frac{\partial V}{\partial \Delta q_1} = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial \Delta q_2} = 0, \dots, \frac{\partial V}{\partial \Delta q_6} = 0. \quad (24.46)$$

После дифференцирования и соответствующих преобразований получим систему шести уравнений с шестью неизвестными, называемыми нормальными уравнениям:

$$\left. \begin{aligned} A_{11} \Delta q_1^\circ + A_{12} \Delta q_2^\circ + \dots + A_{16} \Delta q_6^\circ &= B_1, \\ A_{21} \Delta q_1^\circ + A_{22} \Delta q_2^\circ + \dots + A_{26} \Delta q_6^\circ &= B_2, \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ A_{61} \Delta q_1^\circ + A_{62} \Delta q_2^\circ + \dots + A_{66} \Delta q_6^\circ &= B_6, \end{aligned} \right\} \quad (24.47)'$$

где

$$A_{jk} = A_{kj} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial F_i}{\partial q_j} \frac{\partial F_i}{\partial q_k};$$

$$B_j = \sum_{i=1}^N \frac{\partial F_i}{\partial q_j} \Delta h_i.$$

В результате решения системы (24.47) определяются наивероятнейшие значения поправок.

В ряде случаев, особенно при значительных отклонениях от расчетной траектории, использование линейного приближения в разложении (24.44) приводит к большим ошибкам из-за неучета квадратичного и последующих членов ряда. Тогда прибегают к использованию метода последовательных приближений. Полученные в результате решения системы (24.47) величины поправок рассматриваются как первое приближение  $\Delta q_j^1$ . По уточненным значениям параметров орбиты  $q_{j0} + \Delta q_j^1$  вычисляются уточненные значения измеряемого параметра  $h_{i0}^1$  и частных производных  $\frac{\partial F_i}{\partial q_j}$ , которые принимаются за новые расчетные значения. Систему уравнений (24.47) решают вновь с этими расчетными значениями и получают второе приближение к истинной траектории  $q_{j0} + \Delta q_j^2$ , которое опять используется как новое расчетное значение для получения третьего приближения, и т. д. Процесс вычисления заканчивается, когда

$$|\Delta q_j^{n+1} - \Delta q_j^n| \leq \delta,$$

где  $\delta$  — некоторая заранее заданная величина, определяемая требуемой точностью расчета траектории.

При большом количестве измерений и многих неизвестных параметрах решение системы нормальных уравнений получается весьма громоздким и практически его выполняют с помощью ЦВМ.

#### § 24.4. ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ КОНТРОЛЯ ТРАЕКТОРИИ КА И МБР. ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ

Системы контроля траектории КА и МБР базируются на общих принципах измерения координат движущихся объектов, используемых в радиолокации и радионавигации и описанных в соответствующей литературе {см., например, [33, 67, 80]}.

В настоящем разделе будут рассмотрены вопросы практической реализации измерительных радиосредств, характерные с точки зрения использования этих средств для контроля траектории космических аппаратов. Основное внимание будет уделено достижимой точности измерений.

##### а. Методы измерения радиальной скорости

Как показано в § 23.5, допустимая максимальная погрешность измерения радиальной скорости  $\delta \dot{R}$  на активном участке составляет менее 0,5 м/сек или в относительных величинах

$$\frac{\delta \dot{R}}{\dot{R}} \leq 10^{-5} \div 10^{-4} = (0,001 \div 0,01) \%.$$

Еще более высокие требования предъявляются к точности измерения  $\dot{R}$  при контроле траектории дальних космических аппаратов  $\delta \dot{R} \leq 0,1$  м/сек.

Получение таких точностей при определении скорости путем дифференцирования данных о дальности до аппарата является весьма сложной задачей, так как требует точности измерения дальности порядка десятков сантиметров. Поэтому используемые методы определения радиальной скорости основаны на выделении доплеровского смещения несущей частоты радиосигнала, возникающего за счет движения объекта.

Наиболее высокая точность в сочетании с простотой аппаратного выполнения достигается при использовании непрерывного излучения сигнала.

Возможны два варианта построения системы измерения скорости доплеровским методом при непрерывном излучении:

— система с высокостабильными генераторами (эталоны частоты) на борту аппарата и на наземном пункте (беззапросный метод);

— система с ретрансляцией принимаемого на борту запросного сигнала (запросный метод).

Блок-схема беззапросного метода измерения скорости приведена на рис. 24.6. Частота сигнала бортового высокостабильного генератора умножается до величины частоты несущего колебания и после усиления мощности излучается на Землю. На выходе сме-

сителя наземного приемного устройства образуется сигнал разностной частоты, равной частоте Допплера  $f_d$ , который после усиления поступает в измеритель частоты.

При определении скорости КА беззапросным методом необходимо в соответствии с теорией относительности учитывать отличие в ходе времени на Земле и на движущемся аппарате. С учетом спе-

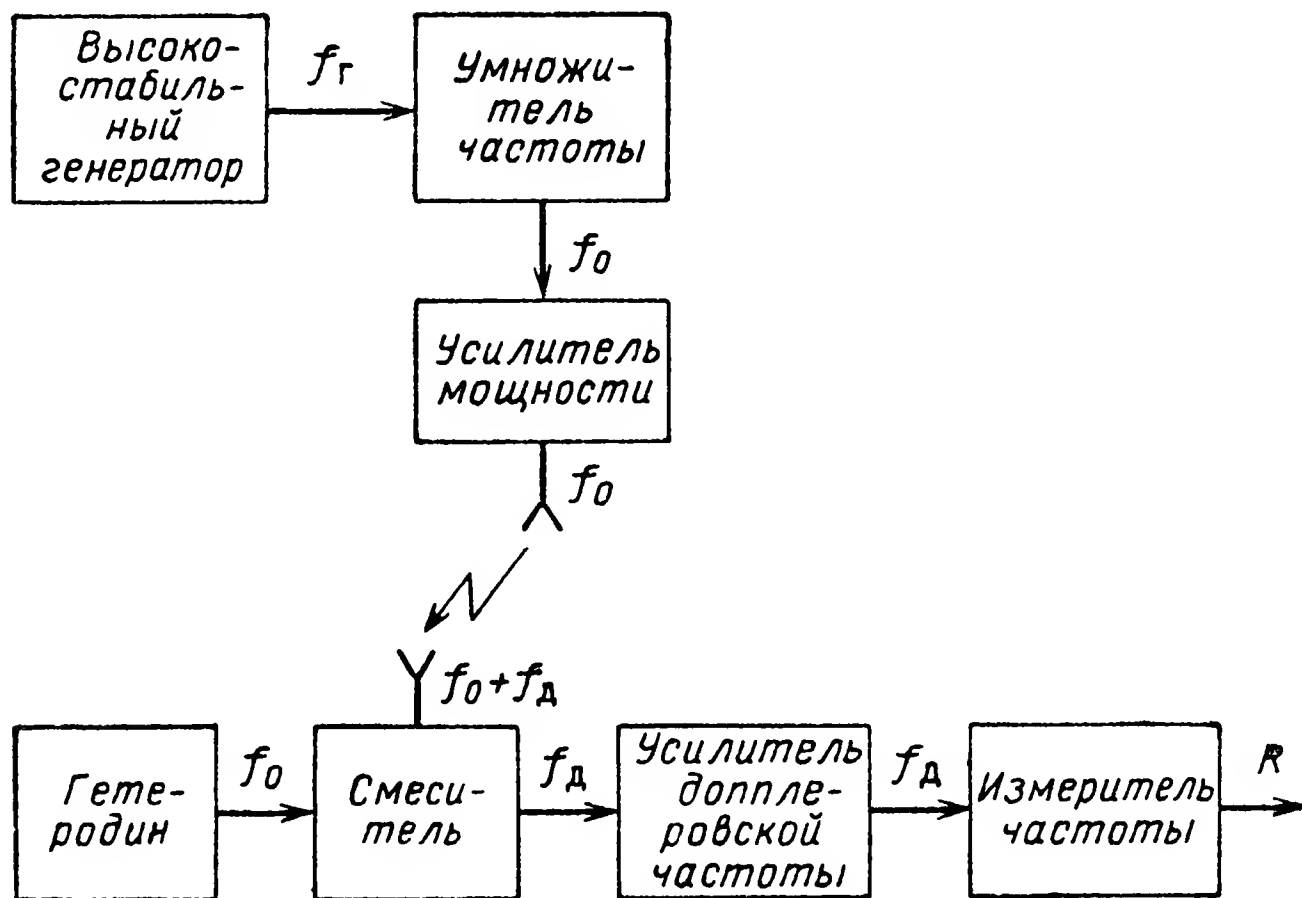


Рис. 24.6

циальной теории относительности связь между излученной с борта КА частотой  $f_0$  и принимаемой на Земле частотой  $f_{пр}$  выражается как [115]

$$f_{пр} = f_0 \frac{1 - \dot{R}/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \cong f_0 \left( 1 - \frac{\dot{R}}{c} + \frac{1}{2} \frac{V^2}{c^2} \right) = f_0 + f_d, \quad (24.48)$$

где  $V$  — модуль вектора скорости аппарата;  $c$  — скорость света

Из (24.48) следует, что имеется дополнительная составляющая доплеровской частоты, не связанная с  $\dot{R}$  и равная  $f_{до} = \frac{1}{2} f_0 \frac{V^2}{c^2}$ . При возможных скоростях КА величина  $f_{до}/f_0$  может достигать значений  $10^{-9} \div 10^{-10}$ , и неучитывание  $f_{до}$  может привести к ошибке измерения скорости  $\delta\dot{R}/\dot{R}$  порядка  $10^{-5} \div 10^{-4}$ .

Требуемую величину относительной нестабильности бортового и наземного генераторов можно оценить, исходя из необходимой точности измерения скорости, используя соотношение

$$\delta\dot{R} = c \frac{\Delta f}{f_0}. \quad (24.49)$$

Если положить  $\delta \dot{R} \leq 0,3 \text{ м/сек}$ , то допустима относительная не-стабильность, не превышающая  $10^{-9}$ . Создание подобных эталонов частоты (особенно бортовых) представляет достаточно трудную техническую проблему. Большие перспективы открывает использование в качестве эталонов частоты квантовых (молекулярных) генераторов [91]. Стабильность частоты молекулярных генераторов

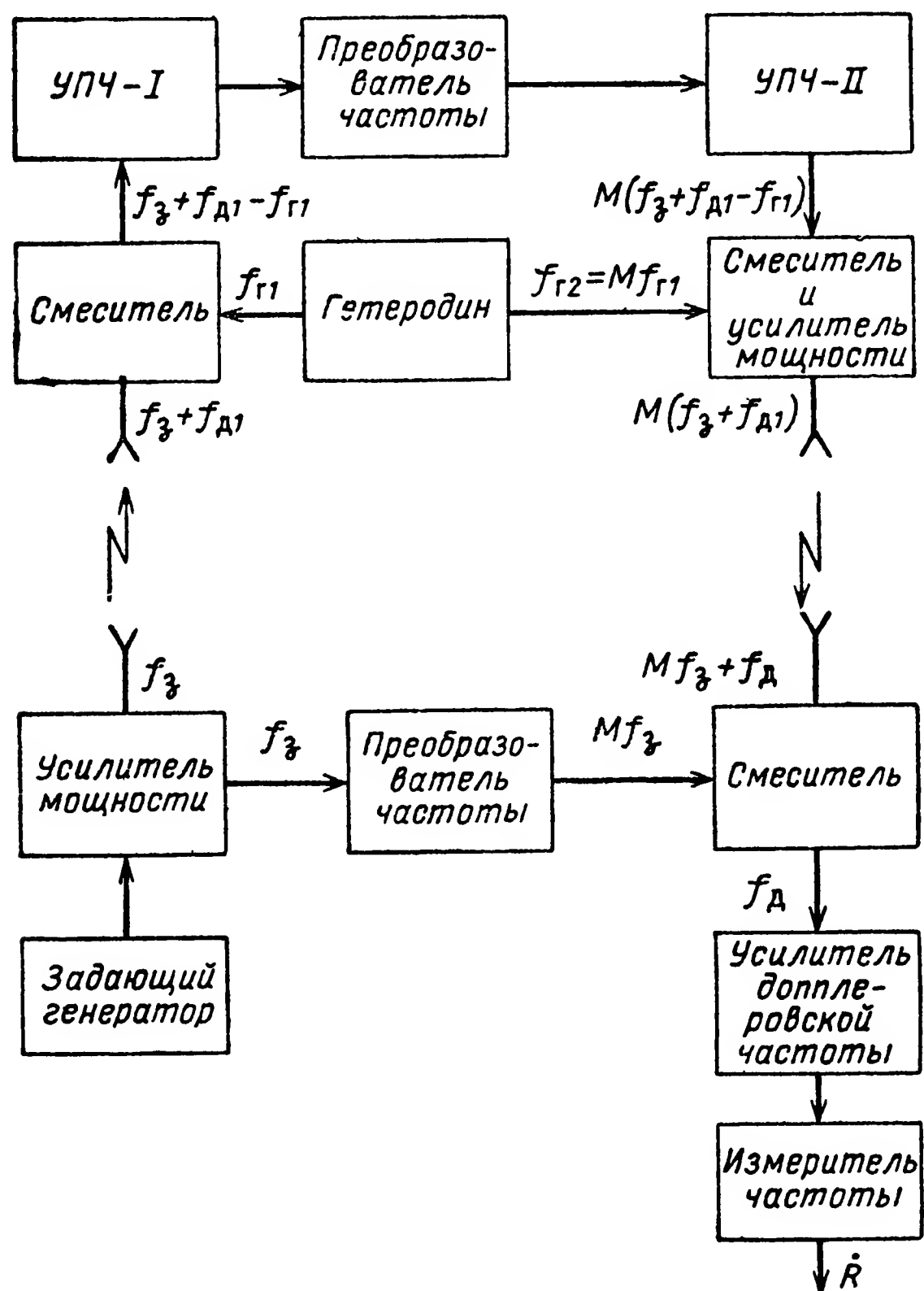


Рис. 24.7

намного превышает стабильность лучших кварцевых генераторов. Первый опыт использования молекулярного генератора на космическом аппарате был произведен в СССР в 1965 г. [114]. На искусственном спутнике «Космос-97» был установлен квантовый генератор на пучке молекул аммиака, генерирующий колебания с длиной волны  $1,25 \text{ см}$  ( $f_0 \simeq 24\,000 \text{ МГц}$ ). Результаты проведенного эксперимента подтвердили возможность создания бортовых квантовых генераторов стабильной частоты для широкого применения.

Блок-схема возможного варианта построения системы измерения скорости запросным методом показана на рис. 24.7. Запросный

сигнал частоты  $f_3$ , излучаемый наземной станцией, приобретает доплеровское смещение  $f_{д1}$  и принимается бортовым приемником. Для развязки каналов приема и передачи на борту производится преобразование частоты в  $M$  раз ( $M$  может быть любым, в том числе и дробным).

Принятый на земле ответный сигнал частоты  $f_{пр} = M(f_3 + f_{д1}) + f_{д2} = Mf_3 + f_д$  смешивается с колебанием гетеродинной частоты  $Mf_3$ , в результате чего выделяется доплеровское смещение частоты  $f_д$ .

Частота  $f_{пр}$  определяется как

$$f_{пр} = Mf_3 \frac{1 - \frac{\dot{R}}{c}}{1 + \frac{\dot{R}}{c}} \cong Mf_3 \left(1 - \frac{2\dot{R}}{c}\right) = f_0 \left(1 - \frac{2\dot{R}}{c}\right) = f_0 + f_д. \quad (24.50)$$

Требования к относительной долговременной стабильности частоты запросного сигнала могут быть оценены по выражению

$$\frac{\delta \dot{R}}{\dot{R}} = \frac{\Delta f_3}{f_3}, \quad (24.51)$$

откуда следует, что должно выполняться условие

$$\frac{\Delta f_3}{f_3} \leq 10^{-5}.$$

Такая стабильность может быть легко обеспечена с помощью генераторов с кварцевой стабилизацией частоты.

Остановимся на способах измерения частоты Допплера. Как указывалось в § 24.1, значения измеряемых параметров движения должны представляться в цифровом виде. Простейшая схема подобного рода (дискретный частотомер) основана на подсчете с помощью счетчика числа нулей колебания с частотой Допплера за интервал времени  $T$ . Радиальная скорость связана с числом, зафиксированным в счетчике  $N_{\dot{R}}$ , соотношением

$$\dot{R} = \frac{c}{2Tf_0} N_{\dot{R}} = \frac{\lambda_0}{2T} N_{\dot{R}},$$

где  $\lambda_0$  — длина волны ответного сигнала.

Другая схема измерения основана на определении интервала времени  $T_{\dot{R}}$ , соответствующего заданному количеству периодов  $k$  колебания доплеровской частоты (дискретный периодомер) (рис. 24.8). Импульсы, пришедшие с выхода схемы привязки, после сигнала начала счета просчитываются в счетчике  $K$ , а первый из них запускает генератор строга (триггер). Строб открывает вентиль, и счетчик  $N_{\dot{R}}$  начинает считать импульсы масштабной сетки, частота повторения которых  $f_m \gg f_д$ . Как только счетчик  $K$  просчи-

тает заданное число периодов доплеровского сигнала, триггер опрокидывается, закрывая вентиль и прекращая подачу импульсов масштабной сетки в счетчик  $N_{\dot{R}}$ . Зафиксированное в этом счетчике количество импульсов пропорционально интервалу времени  $T_{\dot{R}}$ :

$$N_{\dot{R}} = f_m T_{\dot{R}} = f_m \lambda_0 \frac{k}{2\dot{R}},$$

откуда

$$\dot{R} = f_m \lambda_0 \frac{k}{2N_{\dot{R}}} = \lambda_0 \frac{k}{2T_{\dot{R}}}. \quad (24.52)$$

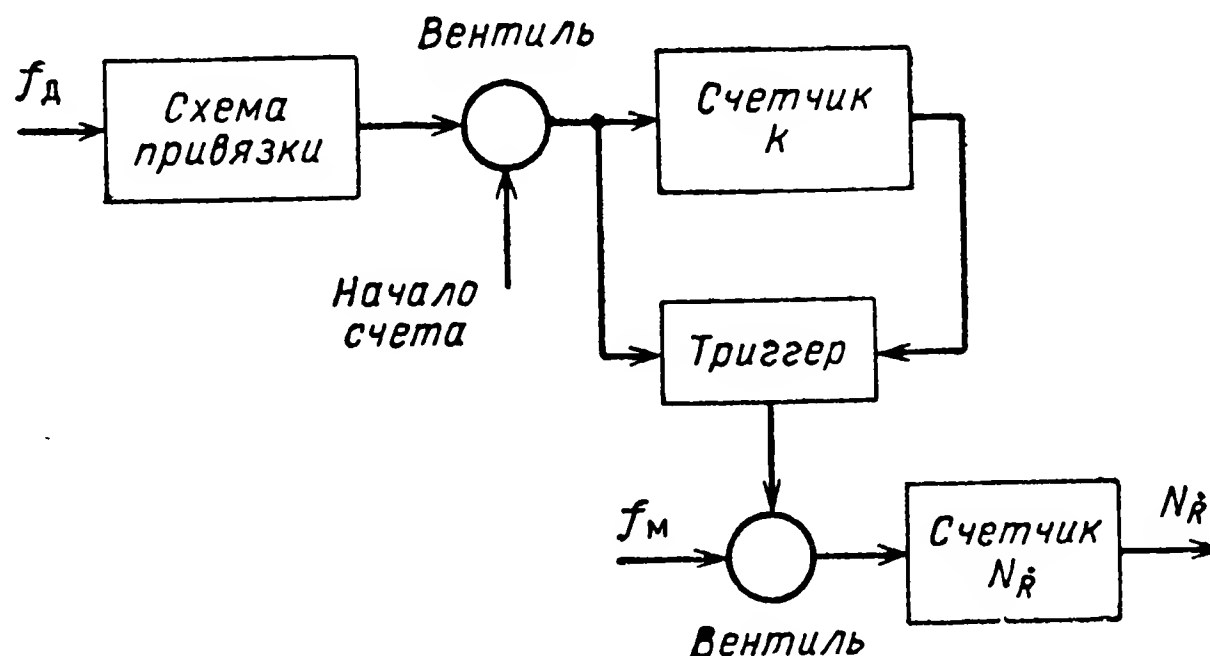


Рис. 24.8

Потенциальная точность измерения радиальной скорости при использовании непрерывного немодулированного сигнала определяется формулой (24.27)

$$(\sigma_{\dot{R}}^2)_п = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \frac{12}{\omega_0^2 T^3} \frac{N_0}{U_0^2} = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \frac{6}{\omega_0^2 T^3} \frac{N_0}{P_c}, \quad (24.53)$$

где  $P_c$  — мощность сигнала на входе устройства.

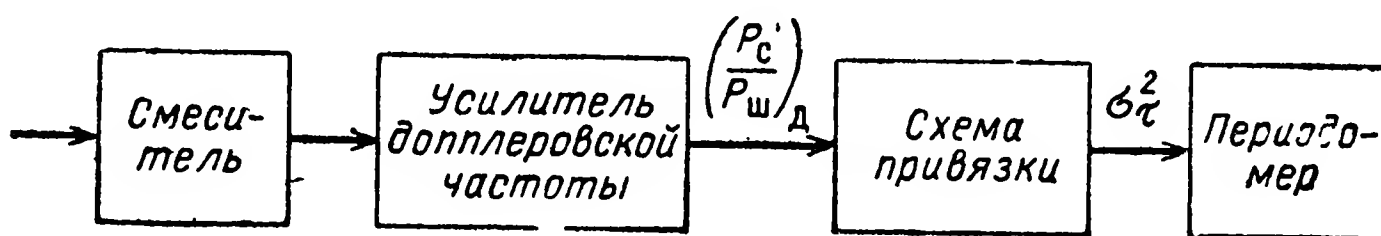


Рис. 24.9

Оценим флуктуационную ошибку измерения скорости, обусловленную воздействием шумов на наземное приемное устройство, и сравним ее с потенциальной точностью. Представим схему устройства в виде, показанном на рис. 24.9, полагая, что используется дискретный периодомер.

Под воздействием шумов, поступающих на вход схемы привязки вместе с доплеровским сигналом, импульсы на ее выходе будут

флуктуировать по времени относительно среднего положения на некоторую величину  $\Delta\tau$ . Кроме того, вследствие нелинейности схемы привязки возможно пропадание импульсов или появление дополнительных ложных импульсов. Будем считать, что отношение сигнал/шум на входе схемы привязки достаточно велико (больше 15—20 дБ), так что вероятностью подобных нарушений работы устройства в первом приближении можно пренебречь.

Дисперсия флуктуаций импульсов по времени  $\sigma_\tau^2$  связана с дисперсией флуктуаций фазы напряжения на входе схемы привязки соотношением (в случае привязки импульсов к нулям этого напряжения):

$$\sigma_\tau^2 = \frac{\sigma_\varphi^2}{(2\pi f_d)^2}. \quad (24.54)$$

Известно [79], что флуктуации фазы смеси синусоидального сигнала и нормального стационарного случайного шума при большом отношении сигнал/шум подчиняются нормальному закону с дисперсией

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{P_{\text{ш}}}{P_c} \right)_d, \quad (24.55)$$

где в нашем случае  $\left( \frac{P_{\text{ш}}}{P_c} \right)_d$  — отношение шум/сигнал на выходе усилителя доплеровской частоты.

Это отношение определяется как

$$\left( \frac{P_{\text{ш}}}{P_c} \right)_d = \frac{N_0 \Delta F_\partial}{P_c}, \quad (24.56)$$

где  $\Delta F_\partial$  — эффективная шумовая полоса пропускания усилителя доплеровской частоты.

Используя (24.54), (24.55) и (24.56), находим

$$\sigma_\tau^2 = \frac{\Delta F_\partial}{2 (2\pi f_d)^2} \frac{N_0}{P_c}. \quad (24.57)$$

Флуктуации импульсов, поступающих в периодомер, вызывают изменение длительности строга  $T_{\dot{R}}$ , открывающего счетчик  $N_{\dot{R}}$ , тем самым изменяя количество импульсов, просчитанных в этом счетчике, пропорциональное радиальной скорости.

Учитывая (24.52), можем записать  $\delta \dot{R} = -\dot{R} \frac{\delta T_{\dot{R}}}{T_{\dot{R}}}$ , откуда

$$\sigma_{\dot{R}}^2 = \dot{R}^2 \frac{\sigma_{T_{\dot{R}}}^2}{T_{\dot{R}}^2}. \quad (24.58)$$

Будем считать, что флуктуации импульсов, разделенных интервалом времени  $T_{\dot{R}}$ , независимы, т. е.  $\Delta F_\partial T_{\dot{R}} > 1$ . Подобное допущение обычно выполняется.



Тогда

$$\sigma_T^2 = 2\sigma_\tau^2. \quad (24.59)$$

Подставляя (24.57) в (24.58), с учетом (24.59) получим выражение для дисперсии ошибки в реальной схеме измерения

$$(\sigma_{\dot{R}}^2)_p = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \frac{\Delta F_\vartheta}{\omega_0^2 T_{\dot{R}}^2} \frac{N_0}{P_c}. \quad (24.60)$$

При сравнении точностей реальной и оптимальной схем следует учитывать время, затраченное в реальной схеме на переходной процесс, т. е. следует полагать

$$T = T_{\dot{R}} + T_\Pi,$$

где  $T_\Pi$  — время установления колебаний в фильтре  $\left(T_\Pi \approx \frac{1}{\Delta F_\vartheta}\right)$ .

Тогда

$$q_\sigma = \frac{(\sigma_{\dot{R}}^2)_\Pi}{(\sigma_{\dot{R}}^2)_p} = \frac{6T_{\dot{R}}^2}{T^3 \Delta F_\vartheta} = \frac{6[T - T_\Pi]^2 T_\Pi}{T^3} = 6[\alpha - 2\alpha^2 + \alpha^3],$$

где

$$\alpha = \frac{T_\Pi}{T} = \frac{1}{\Delta F_\vartheta T} < 0,3 \div 0,5.$$

Зависимость  $q_\sigma$  от  $\alpha$  приведена на рис. 24.10, откуда следует, что при  $\alpha \ll 1$ , т. е. при больших величинах  $\Delta F_\vartheta$ , рассматриваемая схема существенно хуже оптимальной.

Величина  $\Delta F_\vartheta$  должна выбираться исходя из необходимости перекрытия диапазона измеряемых доплеровских частот, который при слежении за космическими объектами может достигать до десятков и сотен килогерц.

Поэтому данная схема обладает удовлетворительными свойствами либо при слежении за медленно перемещающимися объектами, либо в случае, когда интересующий нас диапазон изменения частоты Допплера невелик.

Уменьшение величины  $\Delta F_\vartheta$  может быть достигнуто путем использования программного управления частотой передатчика и гетеродина приемника. По априорным данным о траектории аппарата заранее рассчитываются поправки к частоте, необходимые для компенсации эффекта Допплера и обеспечивающие попадание сигнала в узкие полосы пропускания приемника, находящегося либо на борту аппарата, либо на земле.

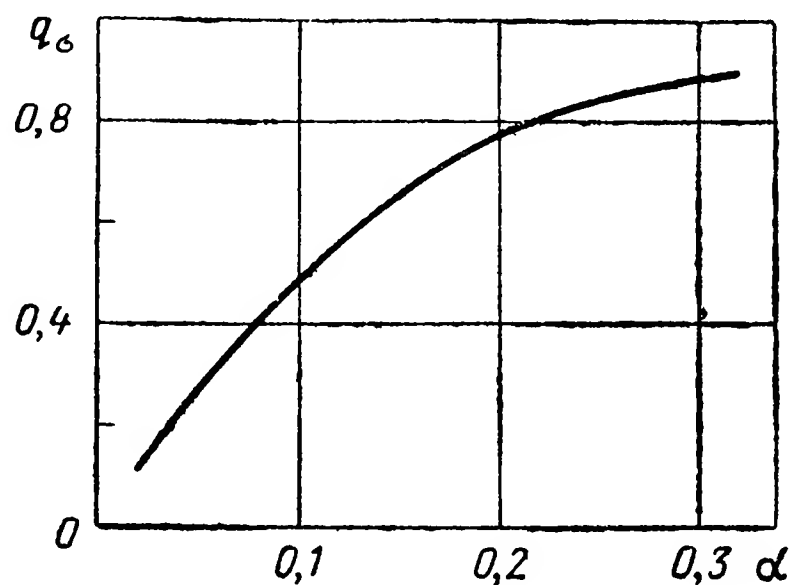


Рис. 24.10

При большой величине доплеровской частоты относительные изменения ее происходят достаточно медленно, поэтому оказывается возможным применение в тракте перед измерителем частоты Доплера узкополосных следящих фильтров. Возможны два типа следящих фильтров: с частотной и фазовой автоподстройкой частоты (схемы ЧАП и ФАП), а также их комбинации (ЧАП-ФАП).

Блок-схема возможной системы фазовой автоподстройки частоты представлена на рис. 24.11. В данной схеме частота управляемого

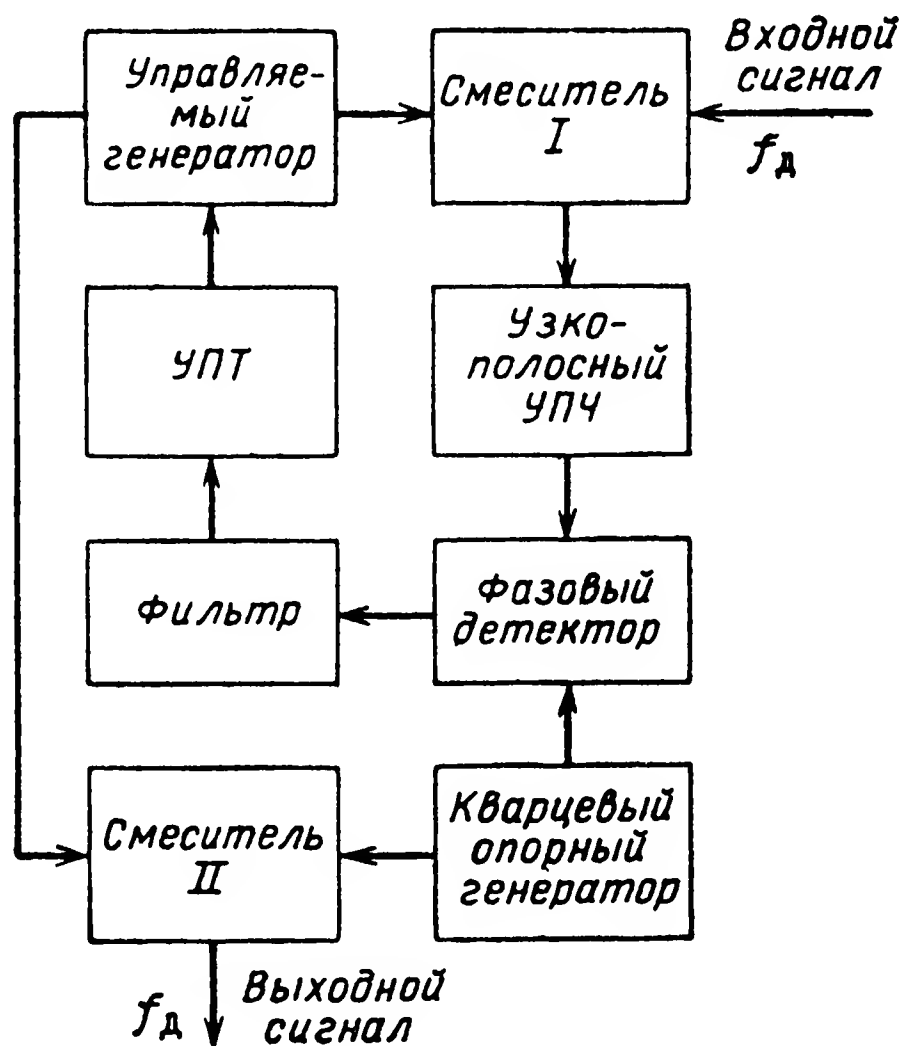


Рис. 24.11

генератора непрерывно следует за частотой входного сигнала (частотой Доплера).

Как показано в [88], дисперсия флуктуаций фа-

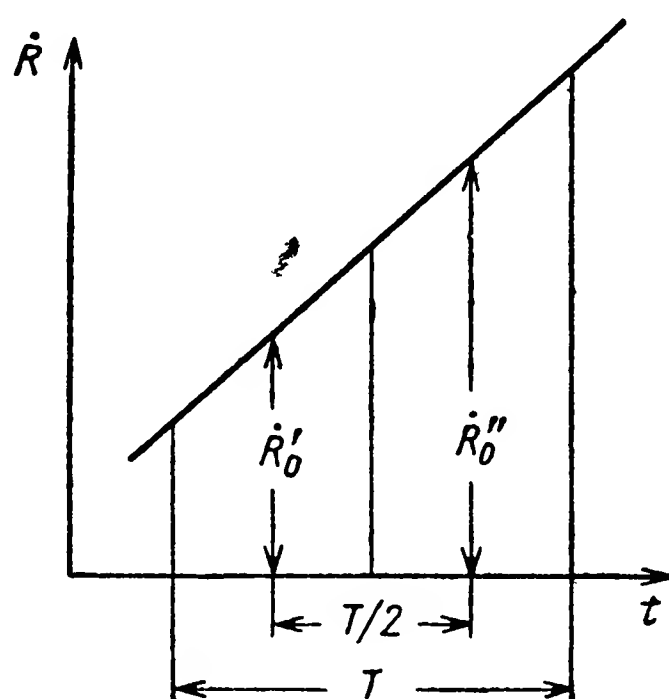


Рис. 24.12

зы сигнала управляемого генератора, вызываемых действием шумов на входе схемы ФАП, равна

$$\sigma_{\varphi}^2 = \Delta F_{\phi} \frac{N_0}{P_c},$$

где  $\Delta F_{\phi}$  — эффективная шумовая полоса схемы ФАП.

Величина  $\Delta F_{\phi}$  определяется скоростью изменения частоты Доплера [88]. Поскольку это изменение обычно происходит достаточно медленно, то

$$\Delta F_{\phi} \ll \Delta F_{\vartheta}.$$

Таким образом, использование схемы ФАП позволяет уменьшить флуктуации фазы сигнала на входе схемы привязки в  $\frac{\Delta F_{\vartheta}}{\Delta F_{\phi}}$  раз и тем самым повысить точность измерения.

В заключение настоящего раздела оценим флуктуационную ошибку измерения радиального ускорения аппарата. Возможный способ определения ускорения состоит в следующем. Интервал наблюдения  $T$  разбивают пополам

и измеряют значение радиальной скорости на каждой половине интервала (см. рис. 24.12).

Значение ускорения находится как разность измеренных значений скорости, отнесенная к промежутку времени между измерениями, т. е.

$$\ddot{R} = \frac{\dot{R}'' - \dot{R}'}{\frac{T}{2}}.$$

Дисперсия ошибки определения  $\ddot{R}$  при условии независимости и равенства дисперсий ошибок измерений  $\dot{R}$  равна

$$\sigma_{\ddot{R}}^2 = \frac{2\sigma_{\dot{R}}^2}{\left(\frac{T}{2}\right)^2} = \frac{8}{T^2} \sigma_{\dot{R}}^2. \quad (24.61)$$

Обращаясь к (24.60) и полагая  $T_{\dot{R}} = \frac{T}{2}$ , получаем выражение для дисперсии ошибки измерения ускорения при таком методе в виде

$$(\sigma_{\ddot{R}}^2)_p = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \frac{32 \Delta F_s}{\omega_0^2 T^4} \frac{N_0}{P_c}. \quad (24.62)$$

Сравнение выражения для реальной точности измерения с полученным в § 24.2 выражением для потенциальной точности

$$(\sigma_{\ddot{R}}^2)_n = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \frac{360}{\omega_0^2 T^5} \frac{N_0}{P_c}$$

должно производиться при тех же условиях, что и для системы измерения радиальной скорости.

## 6. Методы измерения угловых координат и угловых скоростей

Изменение направления угла прихода радиоволн от точечного излучателя приводит к соответствующему изменению фазовых и амплитудных характеристик принимаемого сигнала. В зависимости от того, какие из этих изменений используются для определения направления, различают фазовые и амплитудные угломерные устройства (пеленгаторы). Наиболее высокую точность определения угловых координат, и особенно угловых скоростей, обеспечивают фазовые пеленгаторы, осуществляющие прием непрерывного сигнала бортового ответчика (или маяка) на разнесенные в пространстве антенны (рис. 24.13).

Разность фаз двух сигналов, принимаемых в точках  $A$  и  $B$ , равна (при условии, что размер измерительной базы  $D$  много меньше расстояния до объекта и приходящие лучи могут приближенно считаться параллельными)

$$\varphi_1 = \frac{2\pi D}{\lambda} \sin \alpha \cos \beta, \quad (24.63)$$

где  $\lambda$  — длина волны.

Разность фаз сигналов, принимаемых второй парой антенн ( $B$  и  $\Gamma$ ), определяется как

$$\varphi_2 = \frac{2\pi D}{\lambda} \cos \alpha \cos \beta. \quad (24.64)$$

В качестве одной из антенн второй пары может использоваться антенна первой пары (например, антенны  $B$  и  $\Gamma$  могут быть совмещены).

Из соотношений (24.63) и (24.64) могут быть определены угловые координаты объекта

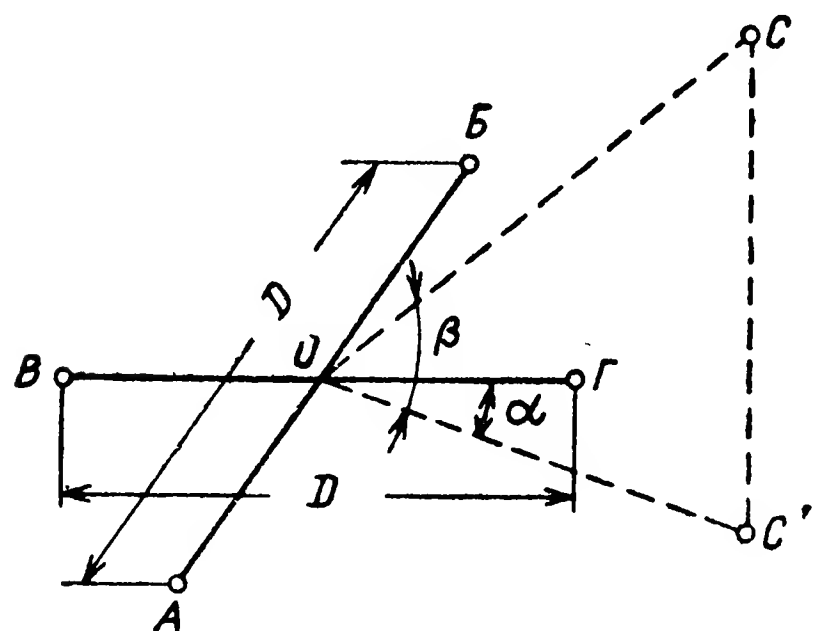


Рис. 24.13

$$\alpha = \arctg \frac{\varphi_1}{\varphi_2}, \quad (24.65')$$

$$\beta = \arccos \left( \frac{\lambda}{2\pi D} \sqrt{\varphi_1^2 + \varphi_2^2} \right). \quad (24.65'')$$

Ошибки в определении  $\alpha$  и  $\beta$ , возникающие за счет ошибок в измерении фазовых сдвигов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , найдем, взяв полные дифференциалы (24.65) и перейдя к конечным приращениям:

$$\Delta \alpha = \frac{\lambda}{2\pi D \cos \beta} (\Delta \varphi_1 \cos \alpha - \Delta \varphi_2 \sin \alpha), \quad (24.66')$$

$$\Delta \beta = \frac{\lambda}{2\pi D \sin \beta} (\Delta \varphi_1 \sin \alpha + \Delta \varphi_2 \cos \alpha). \quad (24.66'')$$

При условии, что ошибки  $\Delta \varphi_1$  и  $\Delta \varphi_2$  независимы и их среднеквадратические значения равны  $\sigma_\varphi$ , среднеквадратические ошибки определения угловых координат не зависят от угла  $\alpha$  и равны

$$\sigma_\alpha = \frac{\lambda}{2\pi D |\cos \beta|} \sigma_\varphi, \quad (24.67')$$

$$\sigma_\beta = \frac{\lambda}{2\pi D |\sin \beta|} \sigma_\varphi. \quad (24.67'')$$

Повышение точности измерения угловых координат может быть достигнуто за счет увеличения отношения размера измерительной базы к длине волны. В качестве примера подсчитаем требуемое значение отношения  $D/\lambda$ , если задано  $\sigma_\beta = 10^{-3} \text{ рад}$ ,  $\beta = 20^\circ$ ,  $\sigma_\varphi = 6^\circ = 0,1 \text{ рад}$ . Из формулы (24.67'') найдем

$$D/\lambda = 50.$$

Таким образом, размер измерительной базы должен составлять несколько десятков длин волн. Увеличение размера базы приводит к уменьшению зоны однозначного измерения углов. Для устране-

ния неоднозначности обычно применяют дополнительные «грубые» фазовые пеленгаторы, размеры измерительных баз которых  $D_{гр} = D/k$ . Величина  $k$  должна выбираться таким образом, чтобы максимальная ошибка измерения угла «грубым» пеленгатором не превышала половины зоны однозначности точного пеленгатора. При необходимости обеспечения высокой точности в широкой зоне однозначности может потребоваться использование нескольких дополнительных «грубых» пеленгаторов с постепенно уменьшающимися размерами баз.

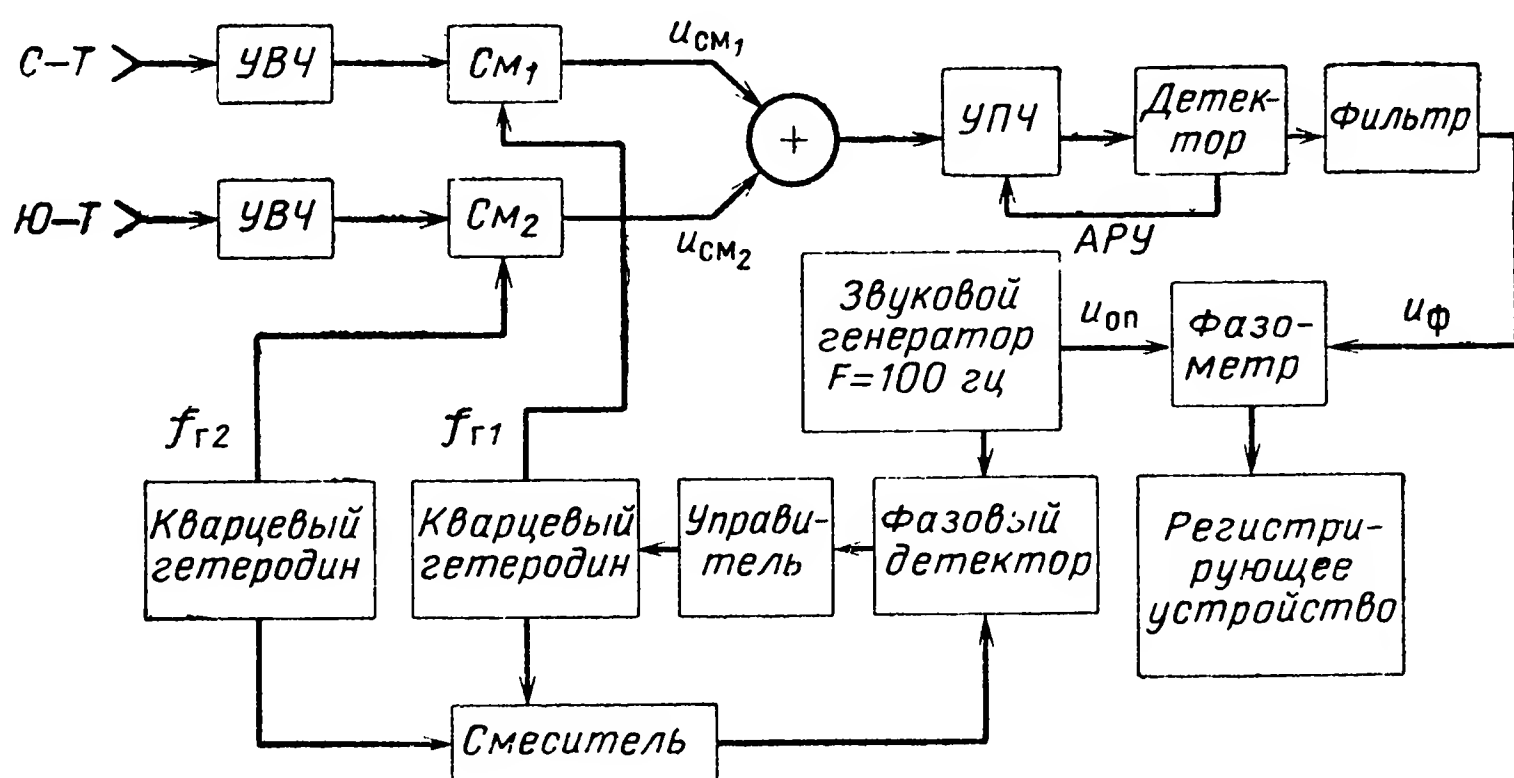


Рис. 24.14

При построении схемы фазового пеленгатора особое внимание должно быть обращено на уменьшение паразитных фазовых сдвигов в его каналах. Неидентичность фазовых характеристик трактов приводит к ошибкам измерения углов. Большой интерес представляют с этой точки зрения схемы, в которых основное усиление сигналов, принятых антеннами, производится в одном общем канале. Пример такой схемы приведен на рис. 24.14. Напряжения на входе смесителей 1 и 2 записываются в виде

$$u_{вх1} = U_{вх} \cos \omega_c t,$$

$$u_{вх2} = U_{вх} \cos (\omega_c t + \varphi),$$

где  $\varphi$  определяется, например, формулой (24.63).

Разность частот кварцевых гетеродинов равна  $F = 100$  Гц; на эту же величину отличаются промежуточные частоты на выходах смесителей 1 и 2. Система ФАП поддерживает разность фаз напряжения гетеродинов равной фазе генератора опорного сигнала

$$\Delta\varphi_{г} = \varphi_{г1} - \varphi_{г2} = \varphi_{оп}.$$

Напряжения с выходов смесителей

$$u_{см1} = U_{см} \cos (2\pi f_{п} t + \varphi_{г1}),$$

$$u_{см2} = U_{см} \cos [2\pi (f_{п} + F) t + \varphi_{г2} + \varphi]$$

подаются на суммирующее устройство, усиливаются в УПЧ с АРУ и детектируются. На выходе фильтра выделяется напряжение разностной частоты

$$u_{\phi}(t) = U_{\phi} \cos(2\pi Ft + \varphi + \Delta\varphi_r).$$

Это напряжение подается на фазометр, на который поступает также опорное напряжение

$$u_{оп}(t) = U_{оп} \cos(2\pi Ft + \varphi_{оп}).$$

Разность фаз напряжений  $u_{\phi}(t)$  и  $u_{оп}(t)$  равна разности фаз сигналов, принятых антеннами. Эта разность фаз измеряется фазометром, и результаты измерений обычно в цифровой форме фиксируются в регистрирующем устройстве.

В данной схеме ошибки, вызываемые нестабильностями характеристик аппаратуры, могут быть сведены к минимуму.

Основные ошибки измерения угловых координат фазовым пеленгатором определяются точностью установки антенных устройств на местности (точностью выдерживания размеров и направлений баз), неидентичностью фазовых характеристик антенн и трактов передачи сигналов от антенн к приемному устройству, флуктуационной ошибкой, обусловленной шумами приемного устройства, а также рефракцией радиоволн в тропосфере.

Неточности геометрических размеров антенного поля и нестабильности трактов приводят к появлению систематической ошибки в измерении углов. Эта ошибка может быть существенно уменьшена путем проведения периодической юстировки системы. Для этой цели используется прием сигнала от источника, положение которого известно с весьма высокой точностью, например помещенного на специальной юстировочной вышке.

Один из методов юстировки состоит в сравнении результатов измерения углов фазовым пеленгатором с результатами оптического измерения.

Для этой цели в центре антенного поля помещается оптический прибор, например кинотеодолит. На самолете (или вертолете) устанавливается радиопередатчик и источник света (лампа-вспышка). При пролете самолета в зоне видимости пеленгатора производится определение его угловых координат радиотехническим методом, и кроме того на киноплёнку с помощью кинотеодолита фотографируется изображение источника света на фоне звездного неба. Точные значения угловых координат самолета в каждый момент времени определяются по результатам оптических измерений путем нахождения положения источника света относительно звезд.

Сравнивая значения углов, полученные радиотехническим методом, с точными значениями, можно найти соответствующие поправки, которые следует учесть при обработке результатов измерений. Погрешность данного метода юстировки составляет  $\sim 1 \div 2''$  [124].

Возможно также использование в качестве юстировочного радиосигнала излучения внеземных дискретных источников (радиозвезд), положение которых известно с весьма высокой точностью. Подобным образом проводилась юстировка фазового пеленгатора (интерферометра) ФИАН СССР, причем использовалось излучение дискретных источников: Кассиопея — А, Лебедь — А, Телец — А [65].

Потенциальная точность фазового метода измерения угловых координат при действии флуктуационной помехи может быть найдена из соотношений, полученных в [78] для случая, когда угловая скорость равна нулю или известна точно, откуда следует, что потенциальная точность оценки разности фаз определяется как\*

$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{1}{T} \frac{N_0}{P_c}. \quad (24.68)$$

Оценим реальную точность измерения фазового сдвига  $\Delta\varphi$  в схеме, изображенной на рис. 24.14. Будем считать, что величина  $\Delta\varphi$  измеряется цифровым фазометром путем подсчета числа импульсов эталонной частоты  $f_m$  за время  $t_2 - t_1$ , определяемое сдвигом фаз между выходным напряжением фильтра и опорным напряжением (рис. 24.15). За счет действия шума фаза напряжения на выходе фильтра будет флуктуировать с дисперсией  $\sigma_{\varphi}^2$ , которая определяется аналогично (24.55)

$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{P_{ш}}{P_c} \right)_{\varphi},$$

где  $\left( \frac{P_{ш}}{P_c} \right)_{\varphi}$  — отношение шум/сигнал на выходе фильтра.

Улучшение точности данной схемы может быть, например, достигнуто за счет усреднения результатов отсчетов фазы, произведенных в течение интервала наблюдения  $T$ . Считая, что интервал корреляции флуктуаций фазы  $\tau_k \sim \frac{1}{\Delta F_{\varphi}}$ , количество независимых отсчетов можно оценить величиной  $\Delta F_{\varphi} T$  [81].

Тогда

$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{\sigma_{\varphi}^2}{\Delta F T} = \frac{1}{2 \Delta F_{\varphi} T} \left( \frac{P_{ш}}{P_c} \right)_{\varphi} = \frac{1}{\Delta F_{\varphi} T} \frac{P_{ш\varphi}}{U_{\varphi}^2}. \quad (24.69)$$

Определение значения отношения сигнал/шум на выходе фильтра является достаточно сложным. В первом приближении это отношение может быть оценено на основании следующих рассуждений.

\* Можно показать, что полученное соотношение справедливо и в случае, если угловая скорость объекта постоянна и оценка разности фаз относится к середине интервала наблюдения.

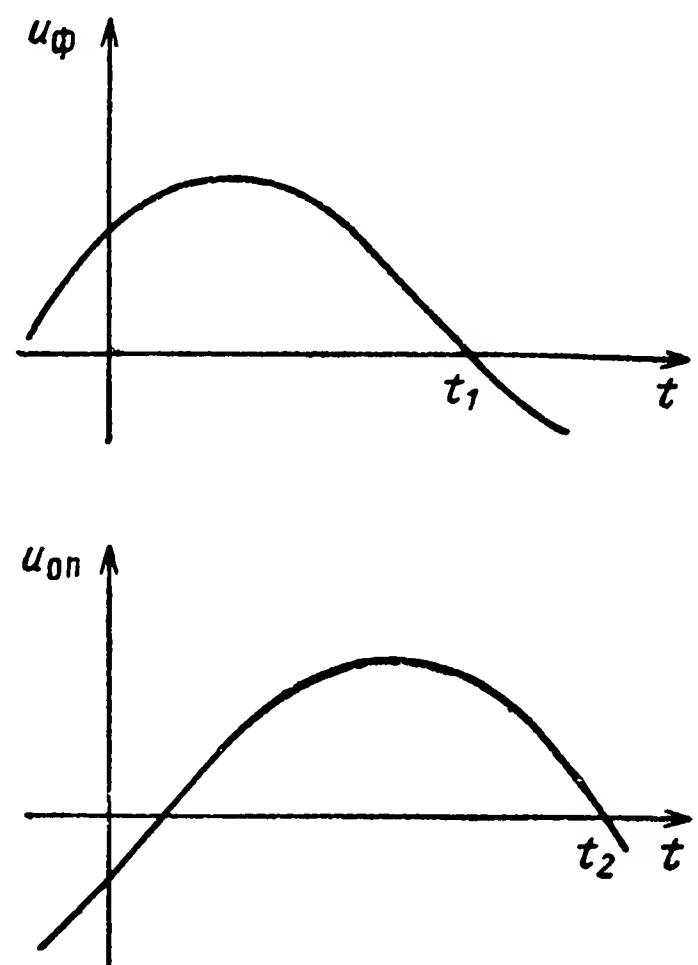


Рис. 24.15



На входе детектора действуют два напряжения, разность частот которых равна  $F$ . Полагая  $\varphi_{r1} = \varphi_{r2} = 0$ , можно записать

$$u_{d1} = U_1 \cos [2\pi f_{\Pi} t],$$

$$u_{d2} = U_2 \cos [2\pi (f_{\Pi} + f) t + \varphi].$$

Так как нас в дальнейшем будет интересовать только величина отношения сигнал/шум, то коэффициент усиления линейных элементов тракта (УВЧ, смесителя, УПЧ) может быть положен равным единице, т. е.

$$U_1 = U_2 = U_0,$$

где  $U_0$  — напряжение сигнала на входе каждого канала пеленгатора.

При этом же условии спектральная плотность шума на входе детектора будет равна  $2N_0$  (считая шумы в каждом канале независимыми и амплитудно-частотные характеристики УПЧ одинаковыми и имеющими прямоугольную форму).

Линейный детектор выделяет огибающую суммарного сигнала

$$u_{\Sigma} = u_{d1} + u_{d2} = 2U_0 \cos \frac{2\pi (2f_{\Pi} + F) t + \varphi}{2} \cos \frac{2\pi Ft + \varphi}{2},$$

которая равна

$$U_{\Sigma} = 2U_0 \left| \cos \frac{2\pi Ft + \varphi}{2} \right| \quad (24.70)$$

На выход фильтра пройдет только составляющая колебания  $U_{\Sigma}$  с частотой  $F$ , амплитуда которой определяется путем разложения (24.70) в ряд Фурье и равняется

$$U_{\Phi} = 2U_0 \frac{4}{3\pi}. \quad (24.71)$$

Найдем мощность шума на выходе фильтра. Известно, что при детектировании смеси сигнала и шума линейным детектором при большом отношении сигнал/шум, спектральная плотность шума на выходе детектора равномерна в пределах полосы частот, равной половине полосы пропускания УПЧ\* и равна удвоенной спектральной плотности шума на входе детектора, т. е. в нашем случае

$$N_{\Sigma} = 4N_0.$$

Тогда мощность шумов на выходе фильтра может быть определена из соотношения

$$P_{шф} = 4N_0 \Delta F_{\Sigma}. \quad (24.72)$$

---

\* При прямоугольной амплитудно-частотной характеристике УПЧ.

Подставляя (24.71) и (24.72) в (24.69), получаем

$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{3}{T} \frac{N_0}{P_c}. \quad (24.73)$$

Сравнивая (24.73) с (24.68), можно видеть, что среднеквадратическая ошибка в реальной схеме измерения примерно в 1,7 раза больше, чем в оптимальной, что объясняется принципом измерения, основанным на использовании огибающей биений.

Остановимся на вопросе измерения угловых скоростей.

Продифференцировав (24.63) и (24.64), найдем

$$\dot{\varphi}_1 = \frac{2\pi D}{\lambda} (\cos \alpha \cos \beta \dot{\alpha} - \sin \alpha \sin \beta \dot{\beta}), \quad (24.74')$$

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{2\pi D}{\lambda} (\sin \alpha \cos \beta \dot{\alpha} + \cos \alpha \sin \beta \dot{\beta}). \quad (24.74'')$$

Из данных отношений могут быть определены  $\dot{\alpha}$  и  $\dot{\beta}$ , если измерены значения  $\dot{\varphi}_1$  и  $\dot{\varphi}_2$ . В рассмотренной выше схеме (рис. 24.14) наличие скорости изменения разности фаз  $\dot{\varphi}$  приводит к появлению смещения частоты сигнала на выходе фильтра, т. е.

$$F_{\varphi} = F + \frac{\dot{\varphi}}{2\pi}.$$

Определение  $F_{\varphi}$  можно осуществить, например, с помощью описанных в предыдущем разделе счетных схем. В случае использования периодомера

$$F_{\varphi} = \frac{\kappa}{T_{\varphi}},$$

где  $T_{\varphi}$  — интервал, определяемый числом импульсов масштабной сетки, зафиксированных в счетчике.

За счет флуктуаций фазы напряжения на выходе фильтра длительность интервала  $T_{\varphi}$  будет изменяться, приводя в ошибке определения  $\varphi$ , дисперсия которой равна

$$\sigma_{\dot{\varphi}}^2 = (2\pi)^2 \sigma_F^2 = (2\pi)^2 F_{\varphi}^2 \frac{\sigma_T^2}{T_{\varphi}^2}. \quad (24.75)$$

Считая флуктуации фазы в точках, отстоящих по времени на величину  $T_{\varphi}$ , независимыми ( $\Delta F_{\varphi} T_{\varphi} > 1$ ), получаем

$$\sigma_T^2 = 2 \frac{\sigma_{\varphi}^2}{(2\pi F_{\varphi})^2} = \frac{2}{(2\pi F_{\varphi})^2} \frac{P_{ш\varphi}}{U_{\varphi}^2}. \quad (24.76)$$

Подставляя (24.76) в (24.75) с учетом (24.71) и (24.72), находим

$$\sigma_{\dot{\varphi}}^2 = \frac{6\Delta F_{\varphi}}{T_{\varphi}^2} \frac{N_0}{P_c}. \quad (24.77)$$

Следует отметить, что для обеспечения требуемой точности измерения угловых скоростей отношение размера базы к длине волны должно быть существенно больше, чем для угловых измерений. В реальных системах это отношение доходит до величин  $\sim 10^4$  [123].

### в. Методы измерения дальности

Измерение дальности основывается на измерении времени запаздывания  $\tau$  модулирующей функции принятого сигнала по отношению к излученному. Способы измерения величины  $\tau$  определяются видом модуляции применяемого сигнала. При импульсном сигнале

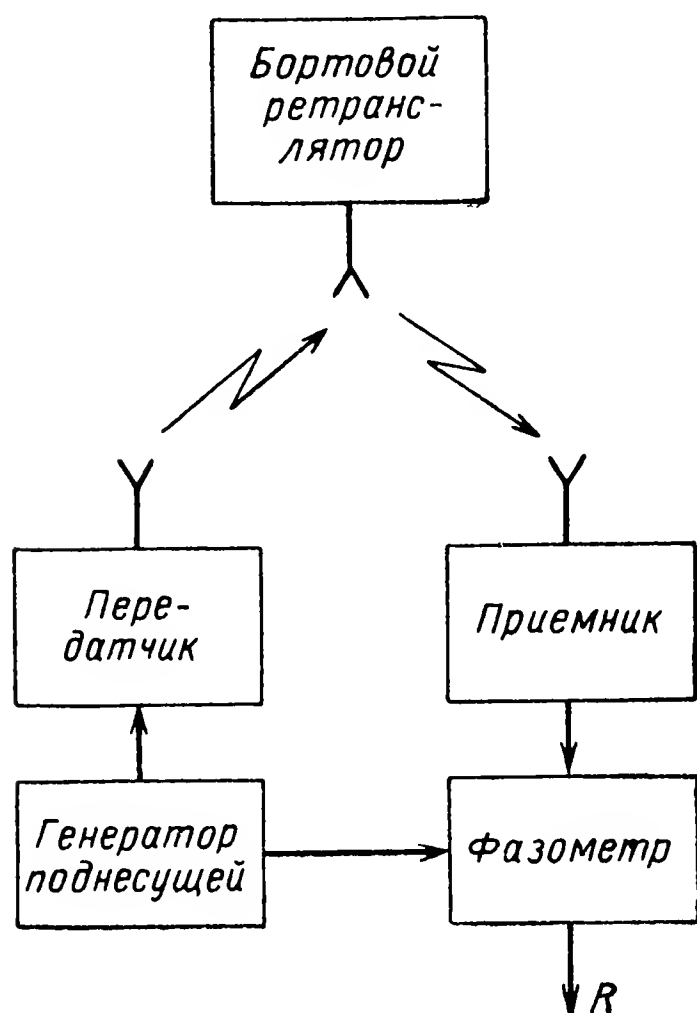


Рис. 24.16

с помощью созданной каким-либо образом масштабной сетки (по оси времени) производится непосредственное измерение времени  $\tau$  между максимумами или другими фиксированными точками излученного и отраженного импульсов. Преимуществом такого способа измерения является его простота, а также возможность селекции цели по дальности. Достижимые точности измерения при импульсном сигнале составляют десятки метров. К недостаткам импульсного метода следует отнести трудность существенного увеличения дальности действия РЛС вследствие трудности создания передающих устройств с высокой импульсной мощностью (существенно превышающей 1 Мвт), а также трудность сов-

мещения измерения дальности, радиальной скорости (по частоте Допплера) и фазовых измерений угловых координат.

Как указывалось в § 24.2, выбор формы модулирующей функции сигнала должен производиться из условий обеспечения высоко-точного совместного измерения дальности, скорости и ускорения объекта. Из форм сигналов, удовлетворяющих этим условиям, рассмотрим сигналы с синусоидальной частотной модуляцией и псевдошумовые сигналы.

Высокая точность измерения дальности может быть обеспечена фазовым методом, применяющимся при непрерывном сигнале. Блок-схема фазометрической системы измерения дальности показана на рис. 24.16. Наземный передатчик излучает сигнал с несущей, модулированной по частоте низкочастотным синусоидальным колебанием (сигнал с СЧМ). Ретранслированный бортовым приемоответчиком сигнал принимается на земле. Разность фаз поднесущих переданного и принятого колебания, пропорциональная дальности

до цели, измеряется фазометром. Поскольку разность фаз однозначно измеряется лишь в интервале  $(0 \div 2\pi)$ , период поднесущей должен выбираться из условия

$$T_m \geq \tau_{\text{макс}} = \frac{2R_{\text{макс}}}{c}.$$

При заданной точности измерения фазометром разности фаз  $\sigma_\varphi$  уменьшение частоты поднесущей  $\Omega$  приводит к уменьшению точности измерения дальности  $\sigma_R$ , так как

$$\sigma_R^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \frac{\sigma_\varphi^2}{\Omega^2}. \quad (24.78)$$

Противоречие между требуемой точностью и однозначностью измерений можно устранить, используя две и более поднесущих, модулирующих несущее колебание; таким образом получаются шкалы грубого и точного отсчета дальности.

Прием сигналов с СЧМ может производиться с помощью обычных схем с частотным дискриминатором, на выходе которого установлен узкополосный фильтр, настроенный на частоту модуляции.

Оценим флуктуационную ошибку измерения дальности в данной схеме. Будем считать по аналогии с измерением угловых координат, что в схеме используется дискретный фазометр и за время наблюдения  $T$  производится  $\Delta F_\varphi T$  независимых отсчетов фазы, которые затем усредняются.\*

Тогда

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{1}{2\Delta F_\varphi T} \left(\frac{P_{\text{ш}}}{P_c}\right)_\varphi. \quad (24.79)$$

Как показано в [82], отношение шум/сигнал на выходе фильтра после детектора ЧМ определяется выражением

$$\left(\frac{P_{\text{ш}}}{P_c}\right)_\varphi = \frac{2\Delta F_\varphi}{M^2} \frac{N_0}{P_c}, \quad (24.80)$$

где  $M$  — индекс модуляции.

Подставляя (24.80) в (24.79) и затем в (24.78), получим окончательно

$$\sigma_R^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 \frac{1}{M^2 \Omega^2 T} \frac{N_0}{P_c}. \quad (24.81)$$

Сравнивая данное соотношение с полученным в § 24.2 выражением для потенциальной точности оценки дальности при сигнале с СЧМ, видим, что они совпадают. Это говорит о том, что рассматриваемая схема измерения практически эквивалентна оптимальной схеме. Однако следует иметь в виду, что соотношение (24.81) справедливо, когда отношение сигнал/шум на входе превышает так называемый «порог улучшения» при частотной модуляции. Известно [82], что «порог улучшения» наступает, когда амплитуда сигнала в 4 раза превышает эффективное напряжение шума в полосе пропускания приемника до частотного детектора. Если это условие не выполняется, то наступает существенное ухудшение точности измерения.

\* Предполагается, что скорость движения объекта постоянна, тогда усредненное значение  $R$  будет относиться к середине интервала наблюдения  $T$ .

Пороговый сигнал в системе с СЧМ может быть уменьшен путем применения в качестве демодулятора схемы ФАП [88]. В данной схеме частота управляемого генератора непрерывно подстраивается под частоту входного сигнала за счет воздействия напряжения с выхода фильтра нижних частот. Следовательно, выходное напряжение фильтра повторяет закон изменения частоты входного сигнала и может быть использовано для измерения. Применение схемы ФАП в качестве демодулятора позволяет уменьшить пороговый сигнал на 4—5 дБ.

Остановимся кратко на псевдослучайных (псевдошумовых) сигналах при фазовой манипуляции несущей. В таком сигнале весь период модуляции  $T_k$  разбивается на  $N_k$  интервалов, называемых кодовыми интервалами, и начальная фаза высокочастотного колебания в каждом кодовом интервале изменяется в соответствии с определенным законом (кодом). Длительность кодовых интервалов постоянна и равна

$$\tau_k = \frac{T_k}{N_k}.$$

В настоящее время наибольшее распространение получили двоичные коды, при использовании которых фаза колебания в кодовом интервале принимает два значения, отличающиеся на величину  $\Delta\phi$ , равную, например,  $\pi$ . Математически такой код может быть записан в виде последовательности единиц и нулей. Для обеспечения однозначного измерения дальности в пределах периода модуляции (длительности кода  $T_k$ ) его структура не должна иметь явно выраженной периодичности (псевдослучайный код). Примером таких кодов являются коды Баркера.

Отметим, что коды Баркера не во всех случаях дают удовлетворительные результаты. Анализ показывает, что при  $N_k > 13$  кодов Баркера не существует. Это обстоятельство затрудняет получение высокой точности измерения дальности, так как точность непосредственно связана с числом элементов кода при неизменной длительности кода.

Более удобными являются коды, построенные на основе так называемых линейных рекуррентных последовательностей (например,  $M$  последовательностей) [79]. Такие коды могут иметь произвольно большое число элементов  $N_k$ .

Устройство для приема псевдослучайных сигналов может быть выполнено в виде согласованного фильтра. Для кода Баркера с  $N_k = 5$  (1, 1, 1, 0, 1) он состоит из широкополосной линии задержки на время  $T_k$ , фазовращателя на втором отводе линии, сумматора и фильтра, согласованного с прямоугольным импульсом, длительности  $\tau_k = \frac{T_k}{5}$ . Устройство выполняется на высокой или промежуточной частоте.

Подобный способ может быть практически реализован лишь для простых кодов, когда  $N_k$  не слишком велико. Более удобным оказывается использование корреляционного метода приема (рис. 24.17). В данной схеме на фазовый детектор, осуществляющий перемножение сигналов, подаются принятый и опорный сигналы, причем опорный сигнал последовательно сдвигается относительно принятого с помощью фазовращателя, помещенного на выходе генератора тактовых сигналов. На выходе фильтра нижних частот после фазового детектора получается корреляционная функция процесса, положение максимума которой характеризует время запаздывания сигнала. Недостатком подобной схемы последовательного коррелятора является необходимость затраты значительного времени на поиск сигнала.

Уменьшение времени поиска возможно при применении корреляторов параллельного типа [79].

Для формирования опорного сигнала схема, изображенная на рис. 24.17, должна быть дополнена устройством, производящим определение несущей

частоты принимаемого колебания и вводящим поправку в опорный сигнал на доплеровское смещение частоты.

Выделение несущего колебания из принятого фазоманипулированного сигнала может осуществляться двумя способами [82].

1. Если манипуляция фазы колебания производится на величину  $180^\circ$ , то в результирующем спектре составляющая на несущей частоте отсутствует. Для восстановления несущей в этом случае осуществляют умножение частоты принимаемого сигнала в два раза, узкополосную фильтрацию (с помощью, например, схемы ФАП) и деление частоты на два. После умножителя частоты колебания во всех кодовых интервалах приобретают одну и ту же фазу и на выходе схемы получается немодулированный сигнал, частота которого точно равна частоте несущей.

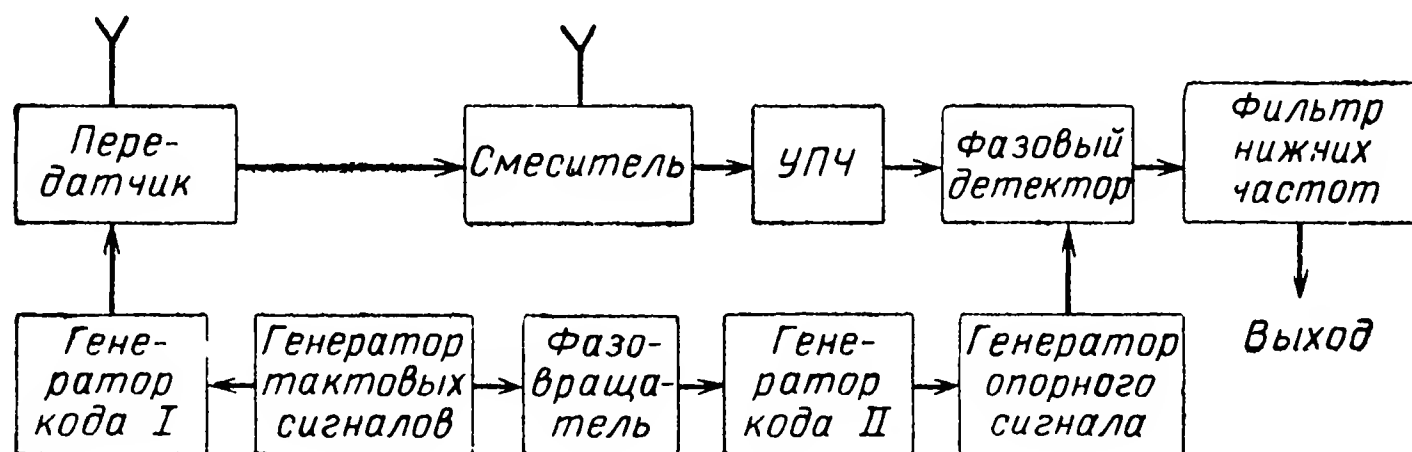


Рис. 24.17

2. Производят манипуляцию фазы на величину, меньшую  $180^\circ$ , например на  $120^\circ$ . При этом в спектре остается составляющая на несущей частоте, которая может быть выделена с помощью схемы ФАП.

Более детально вопросы выбора структуры, генерирования и приема псевдослучайных сигналов рассмотрены, например, в [79, 83].

В заключение настоящего параграфа отметим, что помимо рассмотренных источников погрешностей на точность измерения параметров движения оказывают существенное влияние особенности распространения радиоволн в атмосфере Земли — тропосфере и ионосфере.

Это влияние определяется отличием скорости распространения радиоволн в среде, характеризующейся коэффициентом преломления  $n \neq 1$ , от скорости распространения радиоволн в свободном пространстве [89]. Оценка ошибок измерения, вызываемых неучетом условий распространения в реальной среде, проведена, например, в [33, 65, 118, 119, 120].

В настоящее время используется целый ряд методов, направленных на уменьшение этих ошибок.

Так, например, ошибки измерения угловых координат, возникающие за счет рефракции радиоволн в тропосфере, при использовании фазовых пеленгаторов с неподвижными горизонтальными базами существенно меньше этих ошибок при использовании обычных следящих радиолокаторов [128]. Кроме того, систематическая составляющая тропосферной ошибки может быть значительно уменьшена путем введения поправок как на средние климатические условия, так и на текущие условия, определяемые по наземным метеорологическим измерениям [120].



Эффективными методами борьбы с ионосферными ошибками являются повышение рабочей частоты (свыше 1000 Мгц), а также работа на двух и более частотах [65].

Отмеченные (а также и другие) меры делают реальным получение высоких точностей измерения, требующихся в системах контроля траектории КА и МБР.

## § 24.5. СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И КОНТРОЛЯ ТРАЕКТОРИИ МБР И ИСЗ

### а. Управление на активном участке

Система управления на активном участке должна обеспечивать требуемое сочетание параметров движения в момент выключения двигателя ракеты, необходимое либо для попадания МБР в заданную точку поверхности Земли, либо для вывода ИСЗ на заданную орбиту.

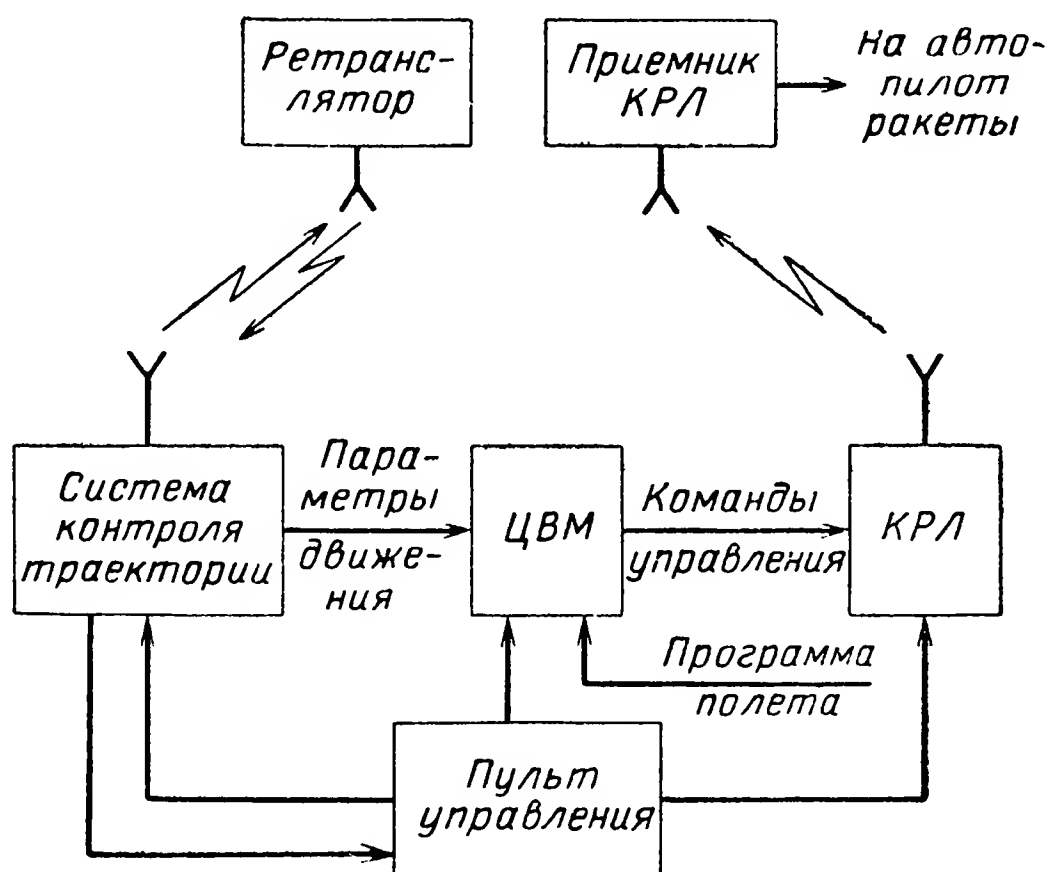


Рис. 24.18

Управление на активном участке может осуществляться как автономными (инерциальными), так и командными или комбинированными радиотехническими системами. При проектировании системы управления возникает вопрос о выборе системы (автономной или радиотехнической). Каждая из этих систем имеет свои преимущества и недостатки; некоторые из них были отмечены в § 24.1. Более детальные сравнительные характеристики радиотехнических и инерциальных систем управления МБР даны в [24].

Блок-схема командной системы управления движением на активном участке траектории показана на рис. 24.18. В состав радиосредств контроля траектории входит расположенный на борту аппарата ответчик. Полученные оценки координат и скоростей



ракеты преобразуются в цифровую форму и поступают в ЦВМ. Цифровая вычислительная машина сопоставляет измеренные параметры движения аппарата с программными значениями и вырабатывает команды управления, которые передаются по командной радиолинии (КРЛ) на борт аппарата. В соответствии с командами производится изменение направления тяги двигателей, а также их выключение (отсечка). Комплекс средств контроля траектории может включать в себя одну или несколько наземных станций.

Радиотехнические каналы, предназначенные для передачи команд управления и измерения параметров движения, могут быть объединены в один общий (совмещенный) радиоканал [24].

Комбинированные системы управления применяются в тех случаях, когда автономная система управления не обеспечивает требуемой точности выдерживания каких-либо параметров движения. Типичным примером комбинированной системы является система боковой радиокоррекции [24], устраняющая снос ракеты  $z_0$  на активном участке. Управление остальными параметрами движения осуществляется с помощью автономной (например, инерциальной) системы. Функциональная схема боковой коррекции аналогична системе наведения по лучу, используемой при управлении зенитными ракетами (см. гл. 7). Отличие заключается в том, что управляющий луч, определяющий вертикальную равносигнальную плоскость, проходящую через точки старта и цели, неподвижен. Точность системы боковой радиокоррекции в значительной степени определяется точностью предварительной установки (юстировки) равносигнальной плоскости.

Другим примером комбинированной системы управления движением является радиоинерциальная система [85], измерительные устройства которой включают наземный радиолокатор, определяющий положение аппарата (т. е. его координаты  $x, y, z$ ) и бортовые акселерометры, измеряющие значения ускорений  $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$ . Путем надлежащего сочетания данных этих радиотехнических и автономных измерителей оказывается возможным определить текущее значение скорости аппарата  $V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$  с более высокой точностью, чем по данным каждого измерителя в отдельности. Подобного рода система использовалась для наведения МБР США «Титан» [85]. По имеющимся данным [125] она обеспечивала контроль вектора скорости ракеты со среднеквадратической ошибкой 0,3 м/сек.

## 6. Системы контроля траектории

Основные принципы построения систем контроля траектории были описаны в § 24.4. Для иллюстрации этих принципов рассмотрим некоторые системы, используемые для слежения за МБР и ИСЗ.

**Дальномерно-пеленгационные системы.** Примером дальномерно-пеленгационной системы является импульсный радиолокатор, измеряющий дальность до аппарата  $R$  и его угловые координаты  $\alpha$  и  $\beta$  в режиме автосопровождения. Путем дифференцирования могут быть получены значения производных от координат  $\dot{R}$ ,  $\dot{\alpha}$  и  $\dot{\beta}$ . Однако эти величины обычно определяются с малой точностью по причинам, отмеченным в § 24.4.

В табл. 24.1 приведены основные характеристики американского моноимпульсного радиолокатора сантиметрового диапазона ( $\lambda = 5,7\text{ см}$ ) *AN/FPS-16* [21]. Конструкция его антенной системы обеспечивает высокую точность измерения углов. При работе с бортовым приемоответчиком с выходной мощностью 500 *вт* в импульсе дальность действия радиолокатора составляет 26 000 *км*. Выходные данные представляются в цифровом виде.

ТАБЛИЦА 24.1

Наименование параметра	Единица измерения	Величина параметра
Мощность . . . . .	<i>Мвт</i>	1—3
Диаметр раскрыва антенны . . . . .	<i>м</i>	3,7
Ширина диаграммы направленности . . . . .	<i>град</i>	1,2
Коэффициент шума приемника . . . . .	<i>дб</i>	11
Длительность импульсов . . . . .	<i>мксек</i>	0,25—1,0
Частота следования импульсов . . . . .	<i>гц</i>	941—1 707
Среднеквадратические ошибки:		
измерения дальности . . . . .	<i>м</i>	15
измерения углов . . . . .	<i>угл. сек</i>	22—25

Более высокая точность определения параметров движения достигается при использовании непрерывного излучения сигнала и фазовых методов измерения дальности и угловых координат (и угловых скоростей). При совмещении такой дальномерно-пеленгационной системы с доплеровской системой измерения радиальной скорости получают высокоточную систему контроля траектории.

**Фазовые угломерные системы.** В качестве примера фазометрической системы рассмотрим американскую систему «Минитрек» [65]\*, предназначенную для контроля траектории и передачи телеметрических данных с борта ИСЗ.

В системе «Минитрек» используются различные варианты построения бортовой аппаратуры и наземных станций. В одном из вариантов станций используются две группы антенн, входящие в полярную (П) и экваториальную (Э) пеленгационные системы, что позволяет осуществлять контроль траектории ИСЗ с любыми орбитами — от полярной до экваториальной. Размещение антенн системы «Минитрек» показано на рис. 24.19. Каждая пеленгационная

\* MINITRACK (Minimum Weight Tracking system) — система сопровождения минимального веса.

система содержит по 4 антенны точного измерения, ориентированные в направлениях «север — юг» и «восток — запад» (С — Т, Ю — Т, В — Т, З — Т). Кроме того, 5 антенн (1, 2, 3, 4 и 5) используются в обеих пеленгационных системах для устранения неоднозначности отсчета углов. Поскольку габариты антенн не позволяют разместить их на расстоянии  $0,5 \lambda$ , то используются базы  $4 \lambda$  и  $3,5 \lambda$ . Комбинация сигналов с этих антенн позволяет полу-

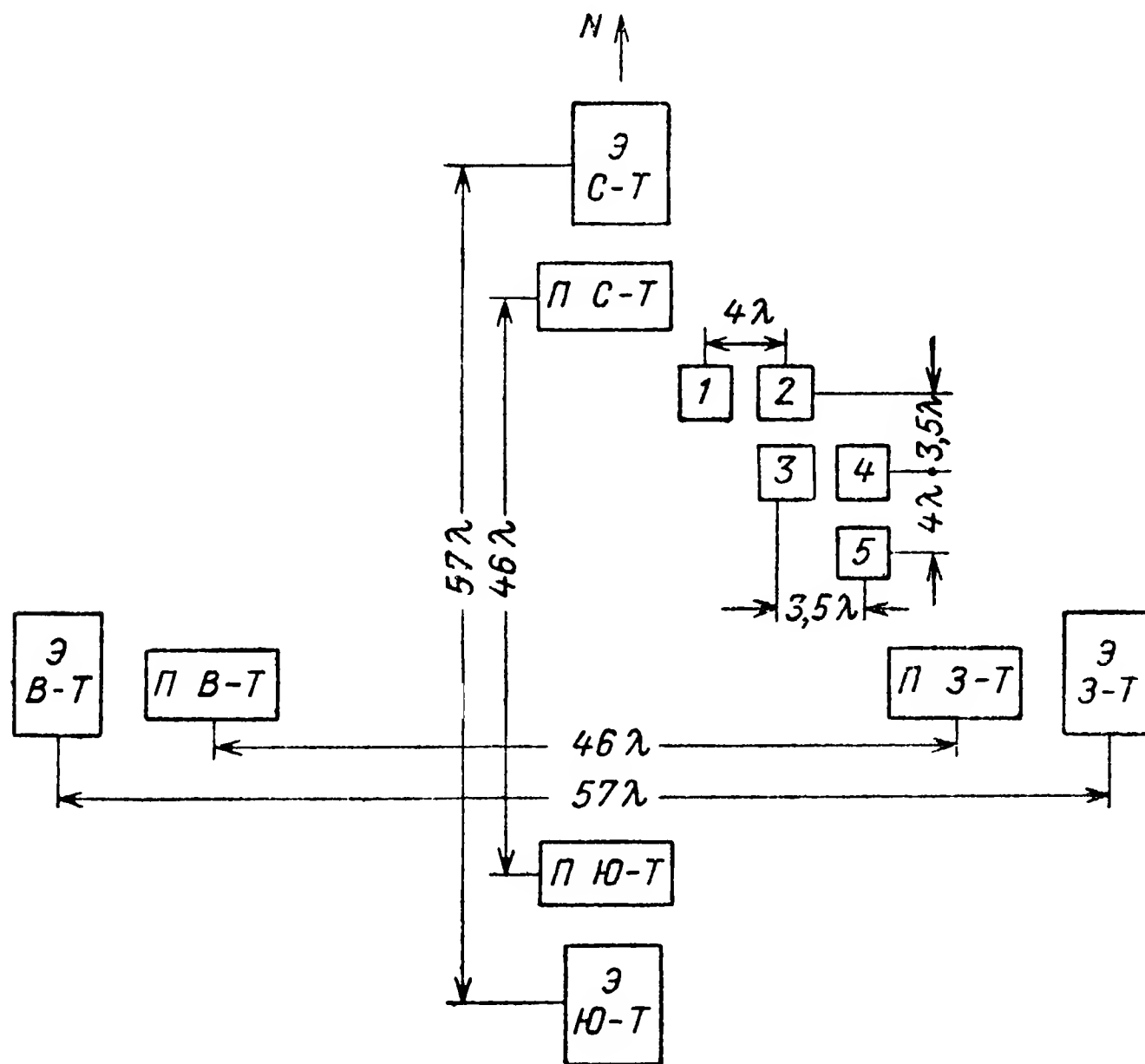


Рис. 24.19

чить сдвиги фаз, соответствующие базам  $0,5 \lambda$  (грубое измерение углов) и  $7,5 \lambda$  (измерения средней точности).

Параллакс, возникающий вследствие смещения пяти антенн грубого измерения относительно центра антенного поля, устраняется при калибровке системы.

Сигналы с антенн пеленгационной системы поступают на приемник, каналы которого построены по схеме, описанной в § 24.4 (рис. 24.14).

Практически погрешность измерения углов системой «Минитрек» вследствие нестабильности фазовых характеристик и других причин составляет  $20''$ , а при малых углах места может достигать до  $0,05 - 0,2^\circ$ , в основном из-за рефракции радиоволн в ионосфере.

Калибровка системы «Минитрек» производится с помощью оптических методов с точностью до  $2''$ .

Несколько меньшую точность измерения углов обеспечивают фазовые угломерные системы с упрощенной схемой обработки при-

нятого сигнала путем интерференционной записи. В таких системах записывается выходное напряжение, определяемое суммой и разностью сигналов, принятых антеннами, и по нему находятся углы визирования объекта. По такому принципу работают некоторые пеленгаторы системы «Минитрек», а также пеленгатор ФИАН СССР.

**Допплеровские системы.** В качестве примера доплеровской системы контроля траектории рассмотрим систему «Доплок»\* [26], блок-схема которой представлена на рис. 24.20. Система «Доплок» может использоваться как пассивная (при работе по сигналам, излу-

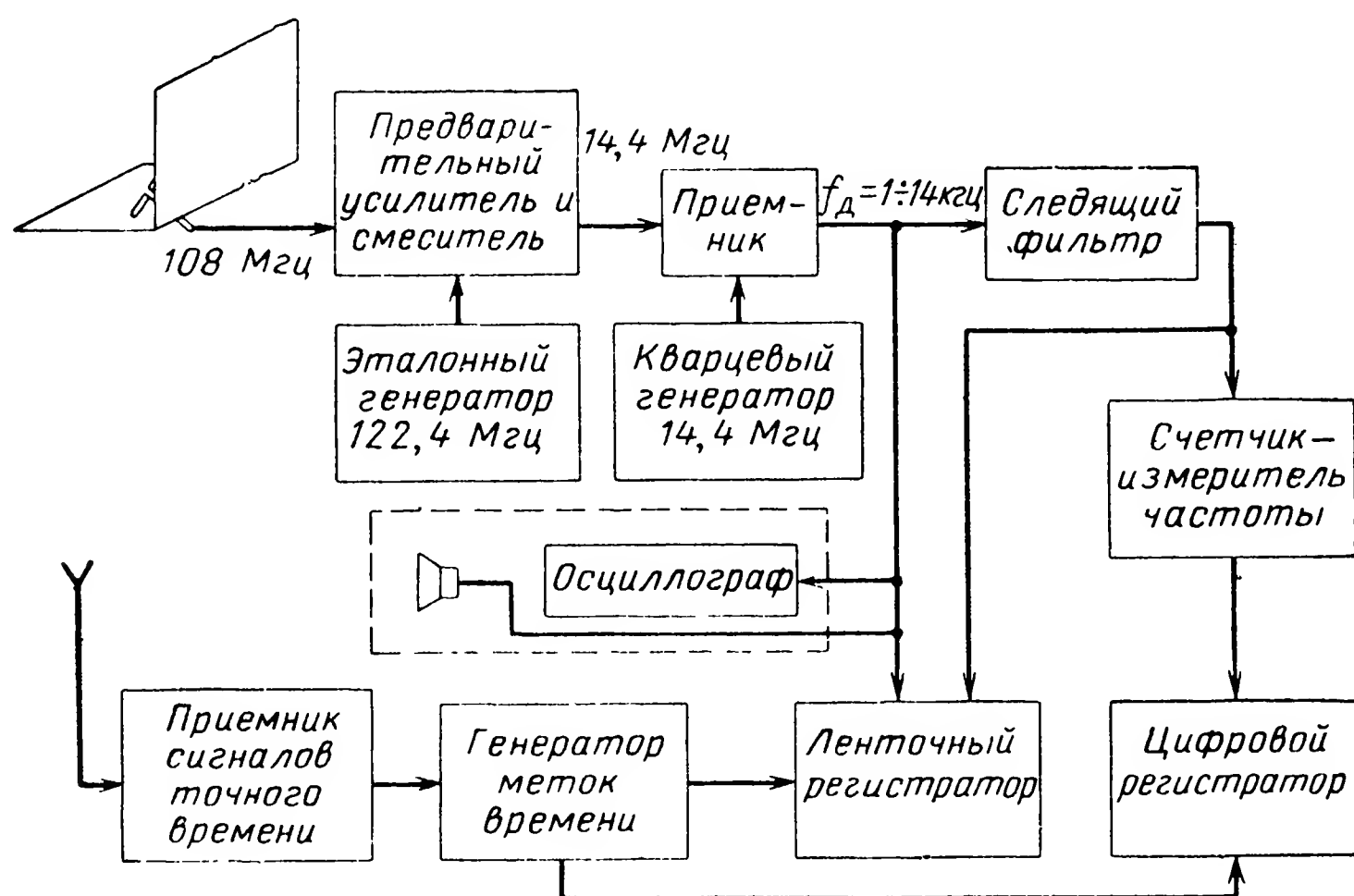


Рис. 24.20

ченным передатчиком спутника) и как активная (при измерении параметров орбит неизлучающих ИСЗ). В последнем случае используется передатчик непрерывного излучения мощностью 50 кВт.

Система «Доплок» работает на частоте 108 МГц, но ее характеристики сохраняются в диапазоне 55—970 МГц.

При работе системы «Доплок» в пассивном режиме (беззапросный метод) сигнал, излучаемый бортовым передатчиком, принимается наземной станцией и частота сигнала сравнивается с частотой стабильного кварцевого генератора. Допплеровский сдвиг частоты измеряется и записывается.

Основной частью системы является узкополосный следящий фильтр с ФАП, применение которого позволяет обнаружить сигналы с низким уровнем энергии. Поиск сигнала по частоте обеспечивается набором узкополосных фильтров, перекрывающих диапа-

\* DOPLOC (Doppler Phase Lock) — доплеровская система с фазовой синхронизацией.

зон возможных доплеровских частот (порядка 1—14 кГц). В одном из вариантов системы используется 1200 фильтров, опрашиваемых за 0,1 сек. При появлении сигнала в одном из фильтров управляемый генератор системы ФАП перестраивается на частоту этого фильтра и синхронизируется сигналом. Максимальная ошибка измерения частоты Доплера в системе «Доплок» доходит до 2,5 Гц и в основном определяется влиянием ионосферы [26].

Полоса пропускания следящего фильтра может регулироваться в пределах 1—50 Гц и зависит от скорости изменения частоты Доплера. При полосе пропускания фильтра 1 Гц дальность действия системы достигает 40 000 км.

**Дальномерные системы.** Американская дальномерная система «Секор»\* [86] является системой непрерывного излучения с синусоидальной частотной модуляцией. Наземная станция системы излучает сигнал на несущей частоте 421 МГц, модулированный четырьмя поднесущими колебаниями с частотами  $f_1$ ,  $f_1 - f_2$ ,

$f_1 - f_3$  и  $f_1 - f_2 + f_4$  такими, что  $f_1 = 586$  кГц,  $f_2 = f \frac{f_1}{16}$ ,  $f_3 = \frac{f_1}{256}$ ,  $f_4 = f_1/2048$ .

Ответчик спутника ретранслирует сигнал на несущей частоте 448,8 МГц, модулированный теми же четырьмя частотами, и сигнал на несущей частоте 224,4 МГц, модулированный только частотой  $f_1$ . В наземном приемнике производится сравнение фаз всех четырех поднесущих колебаний, принятых со спутника, с опорными частотами, и таким образом получают четыре шкалы, обеспечивающие точное и однозначное определение дальности в пределах  $\sim 1000$  км.

Расхождение между сдвигами фаз поднесущих колебаний на частоте  $f_1$ , передаваемых сигналами на несущих частотах 224,4 и 448,8 МГц, используется для компенсации ошибки в измерении дальности, вызываемой рефракцией радиоволн в ионосфере.

Реальная точность измерения расстояния в системе составляет  $\pm 15$  м при дальности действия 6000 км.

При определении траектории с помощью системы «Секор» используются три наземные станции, одна из которых является главной. Станции поочередно запрашивают спутник и принимают ретранслированный сигнал, осуществляя определение дальности. Работу начинает главная станция; после окончания излучения этой станции включается вторая станция, затем — третья, затем — опять главная и т. д. Время одного цикла работы каждой станции 12 м сек. Измеренные на каждой станции значения дальностей в цифровой форме записываются на магнитную ленту и затем пересылаются на главную станцию, где осуществляется их совместная обработка.

**Смешанные системы.** Высокоточной смешанной системой контроля траектории ИСЗ и МБР является система «Азуса» [124], определяющая все шесть параметров движения ( $R, \alpha, \beta, \dot{R}, \dot{\alpha}, \dot{\beta}$ ).

---

\* SECOR (Sequential Collation of Range) — система последовательного измерения дальности.



Наземная станция системы «Азуса» излучает непрерывный сигнал, несущая частота которого равна 5060 Мгц. ( $\lambda \sim 6$  см). Бортовой приемоответчик синхронизируется по этому сигналу, понижает его частоту на 60 Мгц и переизлучает на наземную станцию. Для компенсации смещения частоты, вызываемого эффектом Доплера, частота наземного передатчика подстраивается таким образом, чтобы частота принимаемого наземной станцией сигнала всегда составляла 5000 Мгц. В бортовом приемоответчике осуществляется поиск запросного сигнала путем периодического изменения частоты гетеродина приемника. При захвате сигнала поиск прекращается.

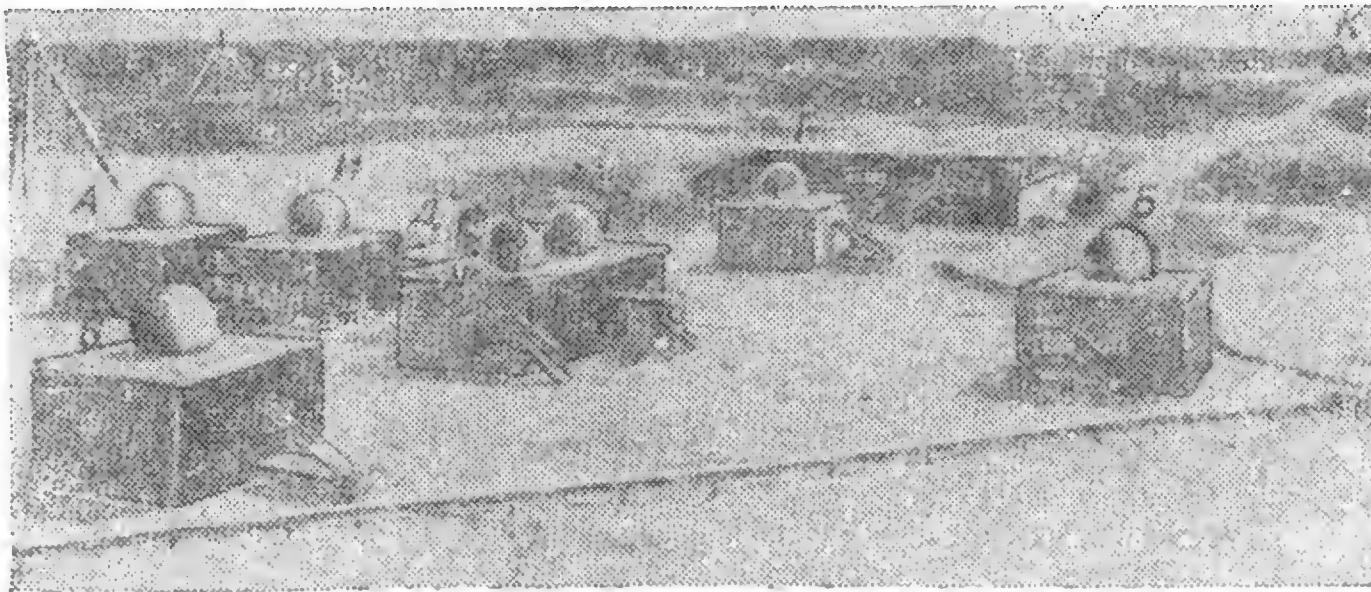


Рис. 24.21

Для измерения угловых координат в системе «Азуса» используются фазовые пеленгаторы, в состав которых входят 7 разнесенных в пространстве антенн (рис. 24.21), образующих две взаимно перпендикулярные точные (антенны  $A — B$  и  $B — Г$ ) и две грубые (антенны  $Д — E$  и  $Ж — З$ ) измерительные базы. Антенна  $И$  — передающая. Все антенны закрыты радиопрозрачными колпаками сферической формы.

Ошибка измерения угловых координат в системе составляет 8" (при углах места  $\beta > 15^\circ$ ). Для измерения угловых скоростей аппарата используются две дополнительные базы размером около 500 м (в число антенн, образующих эти базы, входит антенна  $К$  на рис. 24.21).

Определение наклонной дальности до аппарата производится многошкальным фазовым методом с использованием синусоидальной частотной модуляции, для чего запросный сигнал модулируется тремя поднесущими колебаниями с частотами 0,16, 4, 100 кгц (соотношение шкал — 25). Точность отсчета разности фаз в системе составляет  $\sim 1^\circ$ , что соответствует ошибке измерения дальности по точной шкале, равной 4 м.

Обработка данных измерений параметров движения производится на цифровой вычислительной машине.

При мощности наземного и бортового передатчиков 2,0 *квт* и 2,5 *вт* соответственно и диаметре наземных антенн 1,5 м система «Азуса» обеспечивает контроль траектории КА на расстояниях до 1800 км.

#### § 24.6. СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ И КОРРЕКЦИИ ТРАЕКТОРИИ МЕЖПЛАНЕТНЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Необходимость обеспечения высокой точности управления полетом межпланетного космического аппарата при большой длительности полета на значительном удалении от Земли требует создания сложных и при этом весьма надежных систем управления. Управление движением в космическом полете возможно лишь при поддержании определенной ориентации аппарата, управление которой производится автономной системой. На основании телеметрической информации, полученной от бортовых устройств, и измерения элементов траектории в координационно-вычислительном центре (КВЦ) командно-измерительного комплекса вычисляется программа коррекции траектории, отрабатываемая по командам с Земли бортовыми исполнительными устройствами.

Задачи системы управления движением еще более усложняются при необходимости осуществления встречи в космосе или мягкой посадки на небесное тело. Рассмотрим особенности управления в космическом полете на примере управления автоматической станцией «Луна-9» [110].

В систему управления станции «Луна-9» входили гироскопические и электронно-оптические устройства системы ориентации, программно-временное устройство, радиосистема мягкой посадки и система радиоконтроля траектории. Старт станции производился с промежуточной орбиты. Проведенные системой контроля траектории после старта измерения показали, что траектория станции проходит на расстоянии 10 000 км от Луны. На основании измерений были рассчитаны исходные данные для коррекции: величина, направление и момент подачи корректирующего импульса. На борту станции была передана программа для системы управления ориентацией и двигательных установок. Для устранения ошибок была проведена проверка правильности «понимания» бортовыми устройствами переданной программы. После передачи радиокоманды с Земли подготовка и включение всех бортовых систем производилась программно-временным устройством. Исполнение команд в ходе коррекции контролировалось по телеметрическим каналам.

В начале сеанса коррекции с помощью оптической системы и микродвигателей системы ориентации станция была ориентирована на Солнце. Затем, сохраняя ориентацию на Солнце, были осуще-



ствлены оптический поиск Луны и ориентация на Луну таким образом, чтобы ось двигательной установки заняла нужное положение. Двигатель был включен после окончания ориентации и выключен после сообщения станции заданной корректирующей скорости.

Проведенный после коррекции контроль траектории показал, что траектория практически проходит через расчетную точку прилунения в Океане Бурь. Величина скорости при коррекции изменилась на  $71,2$  м/сек, при этом отклонение от этой величины на  $0,1$  м/сек привело бы к отклонению точки прилунения на  $10—15$  км. К таким же отклонениям привело бы изменение направления вектора скорости на  $1'$  в плоскости, перпендикулярной направлению на Луну.

Расчетные данные для работы системы мягкой посадки на Луну были определены в КВЦ по данным траекторных измерений и переданы на борт станции. На высоте над Луной около  $8300$  км станция была ориентирована по лунной вертикали, построенной оптическими средствами. При этом двигатель тормозной установки был направлен соплом на Луну.

Система ориентации с помощью оптических датчиков слежения за Землей и Солнцем сохраняла заданную ориентацию в течение часа. Расстояние до Луны измерялось бортовым радиовысотомером. По его команде на высоте около  $75$  км от поверхности Луны была включена тормозная установка, погасившая за  $48$  сек скорость от  $2600$  м/сек до нескольких метров в секунду. После осуществления мягкой посадки станция «Луна-9» передала на Землю телевизионное изображение лунной поверхности.

Не менее сложная задача была выполнена системой управления движением автоматической станции «Венера-3», обеспечившей попадание станции на Венеру при отклонении точки падения от расчетной менее  $450$  км и отклонении времени встречи станции с планетой от расчетного менее  $4$  мин. В момент проведения коррекции траектории станция находилась на расстоянии  $12\,900\,000$  км от Земли. Осуществление надежной радиосвязи с космическим кораблем на таких и больших расстояниях является весьма сложной научно-технической проблемой.

Основным ограничивающим фактором в системе космической связи является шум, создаваемый естественными и искусственными источниками. К искусственным источникам помех относятся радио- и телевизионные передатчики, радиолокационные установки, высоковольтные линии электропередачи и пр. Место расположения станции дальней космической связи должно быть выбрано таким образом, чтобы свести к минимуму возможность воздействия этого рода помех.

Естественные помехи вызываются в основном радиоизлучением Галактики, Солнца, Луны, радиозвезд, поглощением радиоволн в атмосфере Земли, активными потерями в антенне и соединительных линиях, передающих энергию от антенны ко входу

приемника, и, наконец, собственными шумами приемного устройства.

Интенсивность шума, создаваемого каждым источником, может быть охарактеризована эффективной шумовой температурой  $T_{\text{э}}$ , выражаемой обычно в градусах Кельвина. Полная интенсивность шума на входе системы определяется суммой шумовых температур всех источников.

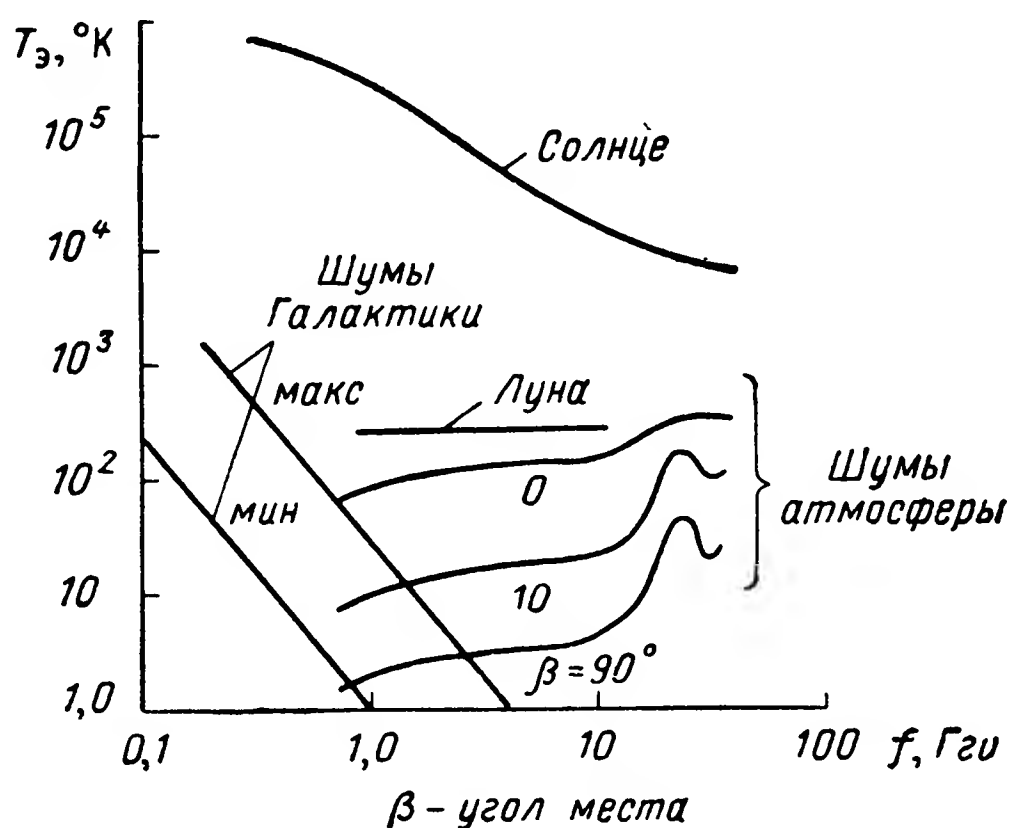


Рис. 24.22

На рис. 24.22 представлены зависимости эффективных шумовых температур галактических и атмосферных источников от частоты [127]. Выбором рабочей частоты радиолинии можно минимизировать влияние этих источников помех. Обычно рабочие частоты выбираются в диапазоне 1 — 10 ГГц. Конкретное значение рабочей частоты определяется также и другими факторами, такими, как наличие необходимых электровакуумных приборов для генерирования колебаний, возможностью создания малошумящих усилителей, антенных устройств и пр.

Кроме того, траектория космического аппарата и расположение сеансов связи должны выбираться таким образом, чтобы избежать попадания в диаграмму антенны Солнца, Луны и других интенсивных источников радиоизлучения.

Для уменьшения тепловых шумов приемного устройства используют малошумящие предварительные усилители — параметрические и квантовопарамагнитные (мазеры). Чтобы снизить потери при прохождении сигнала от антенны к приемнику, предварительный усилитель (а иногда и смеситель) помещают непосредственно на облучателе антенны.

Весьма важным элементом в системе дальней связи является наземная антенна. Поскольку размеры антенны космического корабля ограничены, только при использовании наземных антенн

с большими эффективными площадями возможно получить достаточный уровень сигнала на входе приемника.

Наиболее часто используются антенны с параболическими рефлекторами, обеспечивающие большое усиление. Стоимость этих систем низка по сравнению с антеннами других типов [127].

В США для слежения за дальними космическими аппаратами используются антенны диаметром 26 м и в настоящее время вводится в строй антенна диаметром 64 м.

Системы контроля траектории дальних космических объектов обычно измеряют дальность и радиальную скорость аппарата [117, 127], кроме того, путем определения углового положения антенны, находящейся в режиме автослежения за аппаратом, могут быть получены его угловые координаты. Положение антенны определяется с помощью цифровых вычислительных машин, куда поступают в цифровой форме данные об углах поворота двух валов антенны.

Для определения угловых координат возможно также применение фазовых интерферометрических систем. Так, радиоинтерферометр ФИАН обеспечивал определение угла визирования космической ракеты при ее движении вблизи Луны.

Измерение скорости аппарата осуществляется доплеровским методом при использовании на борту когерентного приемопередчика. В системе США «ДСИФ» [127] на борту производится преобразование частоты в соотношении 96/89, т. е. при частоте запроса, равной 890 МГц, частота ответа составляет 960 МГц. Для выделения несущей частоты в наземном приемнике используется схема фазовой автоподстройки частоты с эффективной шириной полосы пропускания 20 или 60 Гц. При полосе пропускания 20 Гц пороговый уровень сигнала на входе приемника, при котором наступает срыв слежения ФАП, составляет  $2 \times 10^{-20}$  Вт. Разрешающая способность по скорости при времени наблюдения 1 мин равна 0,003 м/сек.

Измерение дальности в данной системе производится с помощью псевдослучайных сигналов при фазовой манипуляции несущего колебания. Длительность одного элемента кода составляет 1 мксек и относительное положение ответного и запросного кодов определяется с точностью до 0,5 мксек, что соответствует разрешающей способности по дальности  $\pm 75$  м. Дальнейшее увеличение точности может быть достигнуто путем выделения из принимаемого сигнала (кода) синусоидального колебания, частота которого равна частоте манипуляции и измерения сдвига фаз колебания относительно опорного. Фактическая точность определения дальности в данной системе составляет  $\pm 15$  м и в основном лимитируется точностью знания скорости распространения радиоволн в космическом пространстве.

В системе Грэйрр\* [117], предназначенной для слежения за объектами вплоть до лунных расстояний, для точного и однозначного в широких пре-

---

\* GRARR — система Годдарда для определения дальности и скорости (Goddard Range and Range Rate).

делах измерения дальности используется совмещенный метод, при котором точные измерения производятся фазовым методом на синусоидальных поднесущих колебаниях, а псевдошумовой сигнал используется для раскрытия неоднозначности. С помощью поднесущих частот образуются семь основных шкал измерения дальности, причем высшая частота равна 100 кГц, а низшая — 8 Гц (диапазон однозначного измерения — 18 740 км). При больших дальностях используется код устранения неоднозначности, который представляет собой последовательность, состоящую из 32 385 импульсов. Общая длительность кода несколько больше 8 сек, что соответствует дальности 1 213 600 км.

Интересной особенностью системы Грэйрр является возможность одновременного измерения дальности и скорости аппарата с трех наземных пунктов, работающих на разных несущих частотах. Для этой цели бортовой приемопередатчик имеет три независимых канала.

Реальная точность измерения дальности в системе составляет  $\pm 15$  м, а скорости  $\sim 0,1$  м/сек.

Псевдослучайные сигналы используются для измерения дальности также в планетном радиолокаторе, созданном на базе Центра дальней космической связи СССР [121, 122].

Следует отметить, что в комплексах дальней космической связи для повышения надежности могут использоваться несколько радиосистем, работающих в различных частотных диапазонах.

Для управления работой автоматической межпланетной станции «Марс-1» использовались три радиосистемы, работающие в метровом (1,6 м), дециметровом (32 см) и сантиметровом диапазонах [90]. Эти радиосистемы обеспечивали траекторные измерения, передачу с борта станции телеметрической информации, а также передачу команд управления.

Система метрового диапазона наряду с передачей телеметрической информации поддерживала связь со станцией в случае нарушения работы системы ориентации.

Работа со станцией велась сеансами с интервалами двое и пять суток. Каждый сеанс начинался с приема телеметрической информации, содержащей результаты научных исследований и данные о состоянии станции.

Затем проводилось измерение дальности и скорости. Сеанс заканчивался также получением телеметрической информации.

#### § 24.7. КОМПЛЕКСЫ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ

Радиотехнические системы траекторных измерений являются составной частью комплексов наблюдения за космическим пространством и командно-измерительных комплексов. В командных комплексах результаты траекторных измерений используются для управления движением космических аппаратов и контроля процесса выведения на заданную траекторию. В комплексах наблюдения за космическим пространством по данным систем контроля траекто-

рии производится опознавание космических аппаратов, определение элементов их траектории, прогнозирование движения.

Для выполнения этих задач необходимо большое число измерительных станций, расположенных на значительной территории и объединенных в единую сеть многочисленными каналами связи. Координация работы станций осуществляется пунктами управления. Обработка поступающих данных и необходимые расчеты вы-

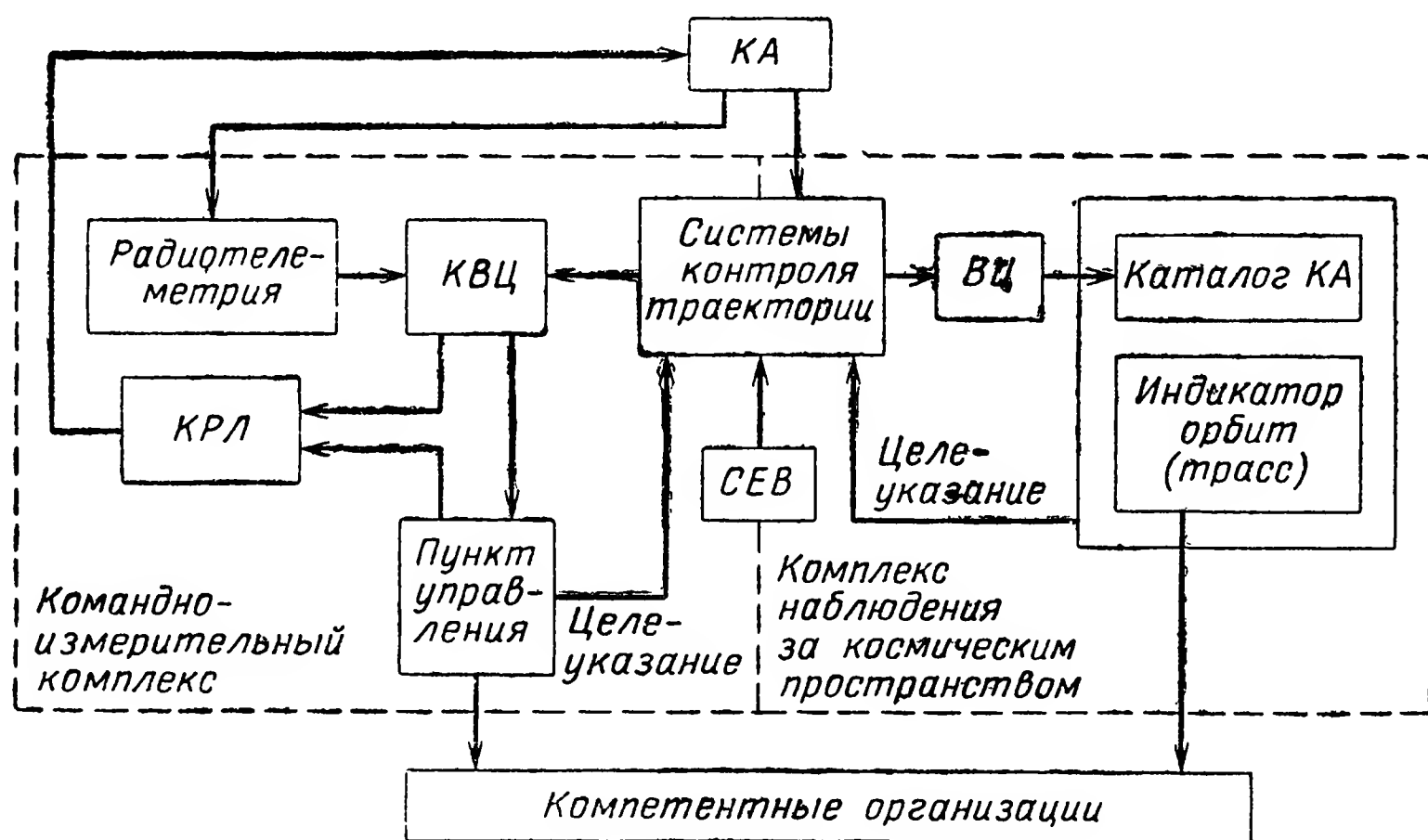


Рис. 24.23

полняются быстродействующими ЭЦВМ в вычислительных центрах комплексов. Полученная информация может быть передана соответствующим компетентным организациям (научным, военным и др.).

Функциональная схема комплексов может быть изображена в виде, показанном на рис. 24.23.

Различные задачи, решаемые комплексами, определяют отличия в построении оконечных устройств, в способах регистрации и индикации выходных данных. Первыми результатами работы командного комплекса является информация о выведении аппарата на траекторию и предварительное определение ее элементов. Время получения этой информации зависит от характера траектории, при запуске ИСЗ оно составляет 2—3 час [26]. В дальнейшем командно-измерительный комплекс используется для управления работой бортовой аппаратуры аппарата и коррекции его орбиты.

Непрерывное наблюдение за космическим пространством с целью опознавания всех космических объектов и точного определения элементов их траектории осуществляется комплексом наблюдения. По данным систем контроля траектории счетно-решающими устройствами вычислительного центра составляется каталог всех находящихся на орбитах искусственных спутников Земли. Данные ката-



лога хранятся в устройствах долговременной памяти ЭЦВМ. Оpozнaвание неизвестных (в том числе неизлучающих) объектов может производиться путем сопоставления рассчитанных в вычислительном центре параметров их орбит с данными каталога. Хранящаяся в каталоге информация может быть представлена в виде проекций орбит ИСЗ на карту мира (трасс ИСЗ). На индикаторе может быть отмечено положение любого ИСЗ на орбите в рассматриваемый (а также в предшествующий или последующий — по данным прогнозирования движения) момент времени. Из каталога может быть получена дополнительная информация об ИСЗ (время запуска, вес, высота перигея и апогея и т. д.).

Важным звеном комплексов является система единого времени (СЕВ), обеспечивающая необходимую точность измерения частот и временных интервалов на станциях систем контроля траектории, а также привязку ко времени данных этих систем и телеметрии. На центральном пункте СЕВ хранятся высокостабильные эталоны частоты и времени (часы)\*. С центрального пункта на местные пункты СЕВ передаются по линиям связи сигналы синхронизации, например, в виде последовательности импульсов. Линии связи могут быть проводными, однако при значительном удалении местных пунктов от центрального используются радиолинии.

Требуемая точность синхронизации местных часов зависит от назначения измерительных устройств; при точных траекторных измерениях, а также при научных экспериментах требуется точность  $\pm 0,1$  мсек и даже более высокая. В то же время при значительном удалении местной станции СЕВ от центральной обеспечить синхронизацию с точностью выше единиц миллисекунд затруднительно. Источниками ошибок являются случайные сдвиги фаз при передаче сигналов точного времени по обычным радиолиниям. В [26] предлагаются два способа повышения точности синхронизации часов: транспортировка на место станции высокостабильных (атомных) часов или передача сигналов синхронизации на сверхнизких частотах (СНЧ) — порядка 10—40 кГц. Первый способ предъявляет жесткие требования к условиям транспортировки часов, с тем чтобы их уход за время доставки был достаточно малым. Вторым способом при наличии стабильных часов на местных пунктах позволяет обеспечить требуемую точность синхронизации при подстройке часов один раз в сутки. Отмечается, что линии передачи на СНЧ обеспечивают высокую стабильность фазы сигнала (например, для трансатлантической линии средний уход за 5 час составляет около 2 мсек), за исключением времени восхода и захода Солнца над линией связи и редких (но значительных по величине) возмущений в ночное время.

Практически достигнута точность передачи частот на большие расстояния порядка  $2,5 \cdot 10^{-11}$  (средний уход за сутки) при использовании фазовой автоподстройки по сигналам частоты 16 кГц [26].

Более подробные сведения о структуре и работе комплексов контроля и управления космическими аппаратами можно найти в [21, 26].

---

\* Часы отличаются от эталонов частоты добавлением счетных устройств (измеряющих число периодов эталонной частоты  $f_э$ ).

## **К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы**

1. Приведите функциональную схему системы управления КА или МБР.
  2. Укажите возможные виды систем управления КА или МБР.
  3. Поясните особенности использования радиосредств в системах контроля траектории КА или МБР.
  4. Поясните сущность метода максимального правдоподобия и его связь с другими методами статистических оценок.
  5. Чем определяется потенциальная точность измерения радиальной скорости при непрерывном немодулированном сигнале?
  6. В чем отличие конечных и статистических методов определения элементов траектории?
  7. Укажите способы определения траектории космического аппарата.
  8. Поясните сущность метода наименьших квадратов.
  9. Укажите методы определения радиальной скорости аппарата.
  10. Чем определяется реальная точность измерения скорости и как она связана с потенциальной точностью?
  11. Поясните сущность фазового метода измерения углов и угловых скоростей.
  12. Укажите основные источники ошибок при измерении угловых координат фазовым методом и меры борьбы с ними.
  13. Поясните особенности измерения дальности при использовании сигналов с синусоидальной частотной модуляцией и псевдошумовых сигналов.
  14. Приведите блок-схему командной системы управления.
  15. Приведите пример системы контроля траектории ИСЗ. В чем особенности ее работы?
  16. Поясните особенности системы контроля и коррекции траектории дальних космических аппаратов.
  17. Поясните структуру комплексов управления и наблюдения за космическим пространством.
  18. Каково назначение СЕВ? Отметьте особенности СЕВ.
- Литература** [2, 3, 21, 24, 26, 28, 33, 45, 47, 65, 79, 80, 82].
-



## ПРИНЦИПЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ВСТРЕЧЕЙ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

### § 25.1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА УПРАВЛЕНИЯ ВСТРЕЧЕЙ В КОСМОСЕ

#### **а. Задачи, решаемые с помощью встречи космических аппаратов на орбите. Основные особенности управления встречей**

В данной главе на основании известных из литературы сведений рассматриваются вопросы, связанные с радиоуправлением встречей и стыковкой космических аппаратов на орбите.

Одной из основных задач обеспечения межпланетных полетов является стыковка космических аппаратов на орбите. Управление сближением и встречей объектов в космосе может оказаться необходимым как на орбите вокруг Земли, так и на орбите вокруг планеты, на которую совершается перелет. Встреча нескольких объектов на околоземной орбите позволяет собрать тяжелый космический корабль, осуществить запуск которого непосредственно с поверхности Земли значительно труднее, чем с орбиты.

Встреча на орбите вокруг исследуемой планеты необходима при следующей схеме полета, предусматривающей возвращение межпланетного корабля на Землю. Приблизившись к планете, космический корабль становится ее спутником. Так как произвести посадку тяжелого корабля на планету и последующий взлет с ее поверхности еще сложнее, чем взлет с поверхности Земли, то на планету опускается небольшой корабль, отделяемый от корабля-базы, остающегося на орбите. При возвращении он должен быть выведен на орбиту, близкую к орбите корабля-базы, и соединен с ним.

Кроме указанных с помощью встречи на орбите могут осуществляться:

- 1) спасательные и ремонтные операции в космосе;
- 2) снабжение космических лабораторий материалами, замена источников питания и т. п.;
- 3) встреча с выполнившим свои функции космическим объектом, который необходимо удалить с орбиты.

Во всех случаях встречи на орбите, кроме случая 3, сближение должно заканчиваться с нулевой относительной скоростью и завершаться механической стыковкой космических аппаратов. Мы будем рассматривать именно такой случай и ограничимся изучением автоматического управления сближением лишь двух объектов.

Наиболее типичен такой вариант управления встречаей, когда корректируется движение лишь одного из сближаемых аппаратов, который в дальнейшем мы будем называть кораблем. Второй аппарат, движущийся в процессе встречи по неизменной орбите, условимся называть базой. Для определенности будем предполагать, что встреча происходит на орбите вокруг Земли.

Процесс управления встречаей складывается из следующих двух этапов.

1. Этап сближения, результатом которого является уменьшение расстояния между кораблем и базой и скорости относительного движения до малых величин. Этот этап начинается на расстоянии от нескольких километров до нескольких десятков километров (такова, по общему мнению, высказываемому в литературе, точность попадания корабля в район базы при выводе его на орбиту). Заканчивается этот этап на расстоянии порядка нескольких сотен метров, соответствующем началу второго этапа — этапа причаливания.

2. Этап причаливания, конечной целью которого является приближение корабля к базе, с близкой к нулю относительной скоростью, и механическое сцепление аппаратов друг с другом.

Задача управления встречаей двух космических аппаратов сходна с задачей наведения ракеты на движущуюся цель, но имеет следующие особенности:

1. При встрече двух объектов в космосе необходимо сочетание нулевого промаха с нулевой относительной скоростью, вследствие чего в процессе сближения необходимо измерять скорость относительного движения и управлять ею.

2. Процесс управления длится вплоть до момента непосредственного контакта спутников, причем на этапе причаливания необходимо обеспечить не только требуемый характер относительного движения центров масс сближаемых аппаратов, но и такую взаимную ориентацию их корпусов, при которой возможно совпадение стыковочных узлов (специальных механических устройств, служащих для сцепления аппаратов друг с другом).

3. При управлении встречаей могут быть использованы данные о траектории спутника-цели (базы), так как они обычно известны по результатам наземных измерений.

4. В ряде случаев на спутнике-цели может быть установлена аппаратура, облегчающая управление процессом встречи (например, радиомаяки, ответчики и т. п.). Указанное обстоятельство порождает также большее разнообразие способов управления сбли-

жаемыми спутниками по сравнению со способами управления ракетами при наведении их на цель (см. ниже).

5. Во время работы маршевого двигателя возможно обволакивание корабля ионизированными газами, которые могут оказаться непроходимыми для радиоволн. Поэтому при разработке аппаратуры управления должно приниматься во внимание возможное прекращение радиосвязи во время работы маршевого двигателя.

## 6. Способы управления встречей двух космических аппаратов

Принципиально возможны следующие способы управления встречей:

- 1) телеуправление 1-го вида по командам с Земли (рис. 25.1,а);
- 2) телеуправление 2-го вида (рис. 25.1,б);
- 3) самонаведение (рис. 25.1,в).

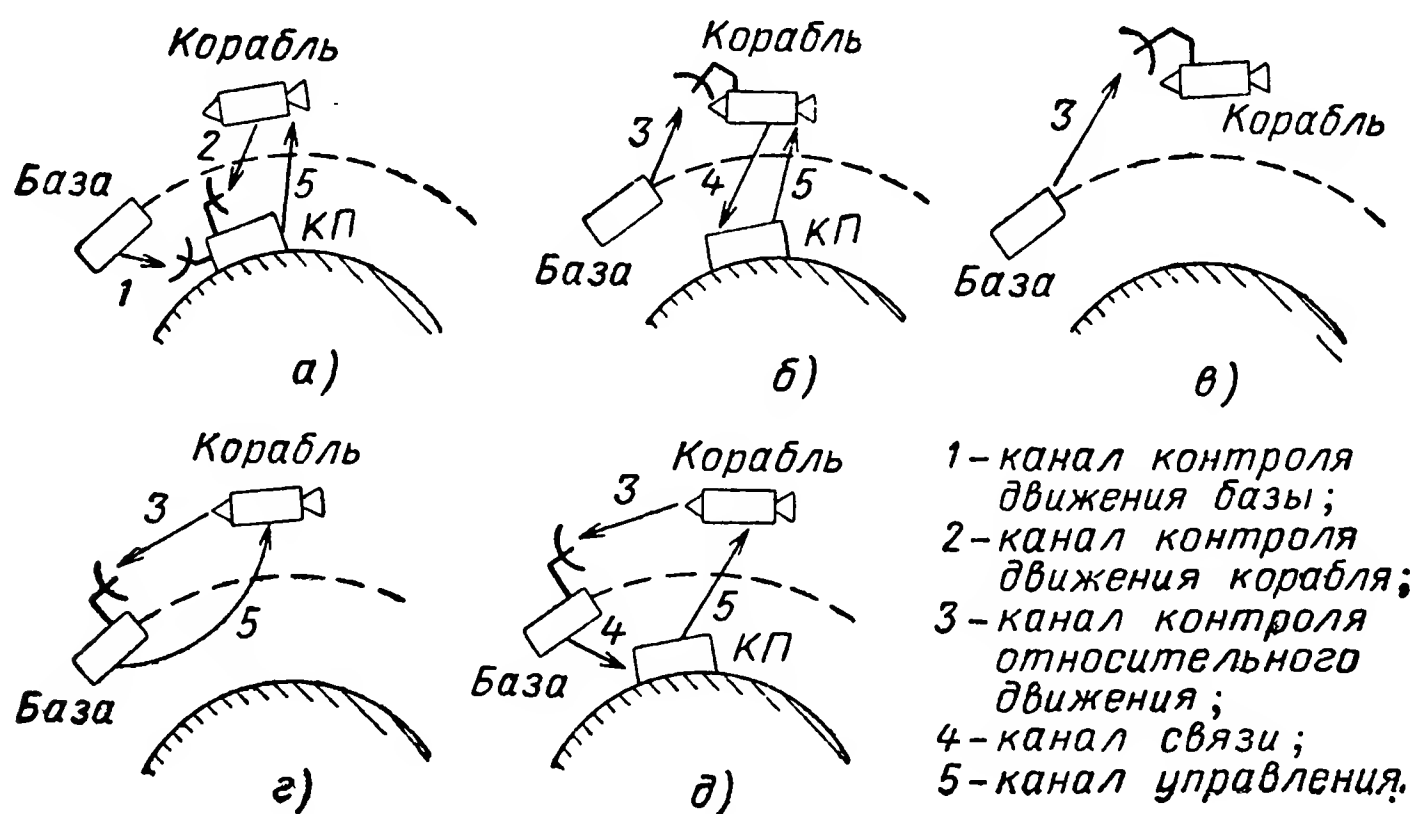


Рис. 25.1

Эти три способа аналогичны способам управления реактивными снарядами, описанным в I части, и особого пояснения не требуют.

Вследствие отмеченной выше возможности учета в некоторых случаях предстоящей встречи еще до запуска обоих объектов на орбиту становится возможным применять еще два способа управления встречей:

- 4) наведение на себя;
- 5) телеуправление 3-го вида.

Наведение на себя (рис. 25.1, г) характеризуется тем, что аппаратура, измеряющая относительное положение корабля и базы, расположена не на корабле, а на базе. Там же находится вычислительное устройство, вырабатывающее команды в соответствии с за-

данным законом управления, которые передаются на корабль по специальному радиоканалу.

Телеуправление 3-го вида (рис. 25.1, д) отличается от телеуправления 2-го вида лишь тем, что относительное положение корабля и базы определяется с помощью аппаратуры, установленной на спутнике-базе.

Оценим целесообразность применения каждого из перечисленных способов управления встречей.

Телеуправление 1-го вида предполагает проведение измерений, связанных с определением относительного положения корабля и базы, непосредственно с поверхности Земли. Учитывая, что требуемая точность измерений, вызванная необходимостью сближения спутников до нулевого расстояния с нулевой относительной скоростью, весьма велика, можно сделать вывод, что телеуправление 1-го вида целесообразно применять лишь для проведения грубой коррекции орбиты корабля с целью сближения его с базой до расстояния, соответствующего дальности действия бортовой аппаратуры (о методах проведения таких коррекций см. гл. 24). После проведения такой коррекции может быть применен один из остальных четырех методов, общей чертой которых является измерение параметров относительного движения с помощью аппаратуры, находящейся на борту самих сближаемых объектов и обеспечивающей необходимую точность измерений.

Телеуправление 2-го и 3-го видов отличается от методов самонаведения и наведения на себя тем, что вычислительное устройство, вырабатывающее команды управления, и передатчик командной радиолинии расположены на Земле. Применение ТУ-2 и ТУ-3 имеет смысл лишь тогда, когда размещение этой аппаратуры на Земле дает экономию в весе бортовой аппаратуры (т. е. тогда, когда вычислительное устройство весьма сложно и вес его превышает вес аппаратуры, необходимой для поддержания связи с наземным командным пунктом).

Кроме того, при использовании любого из методов телеуправления время сближения ограничено временем нахождения базы и корабля в поле зрения наземного командного пункта (или системы командных пунктов).

Методы самонаведения и наведения на себя свободны от принципиальных недостатков методов телеуправления. Для сравнения методов самонаведения и наведения на себя друг с другом рассмотрим упрощенные функциональные схемы (рис. 25.2, 25.3), поясняющие идею управления процессом встречи.

При управлении по способу самонаведения (рис. 25.2) на борту корабля находятся два типа измерительных устройств. Одни из них определяют некоторые параметры относительного движения корабля и базы — расстояние, скорость сближения и др. Состав измеряемых параметров определяется принятым методом наведения. Эти измерительные устройства могут работать совместно

со вспомогательной аппаратурой, устанавливаемой на базе (радиолокационные ответчики, источники инфракрасного излучения и т. п.), которая способствует повышению точности измерений

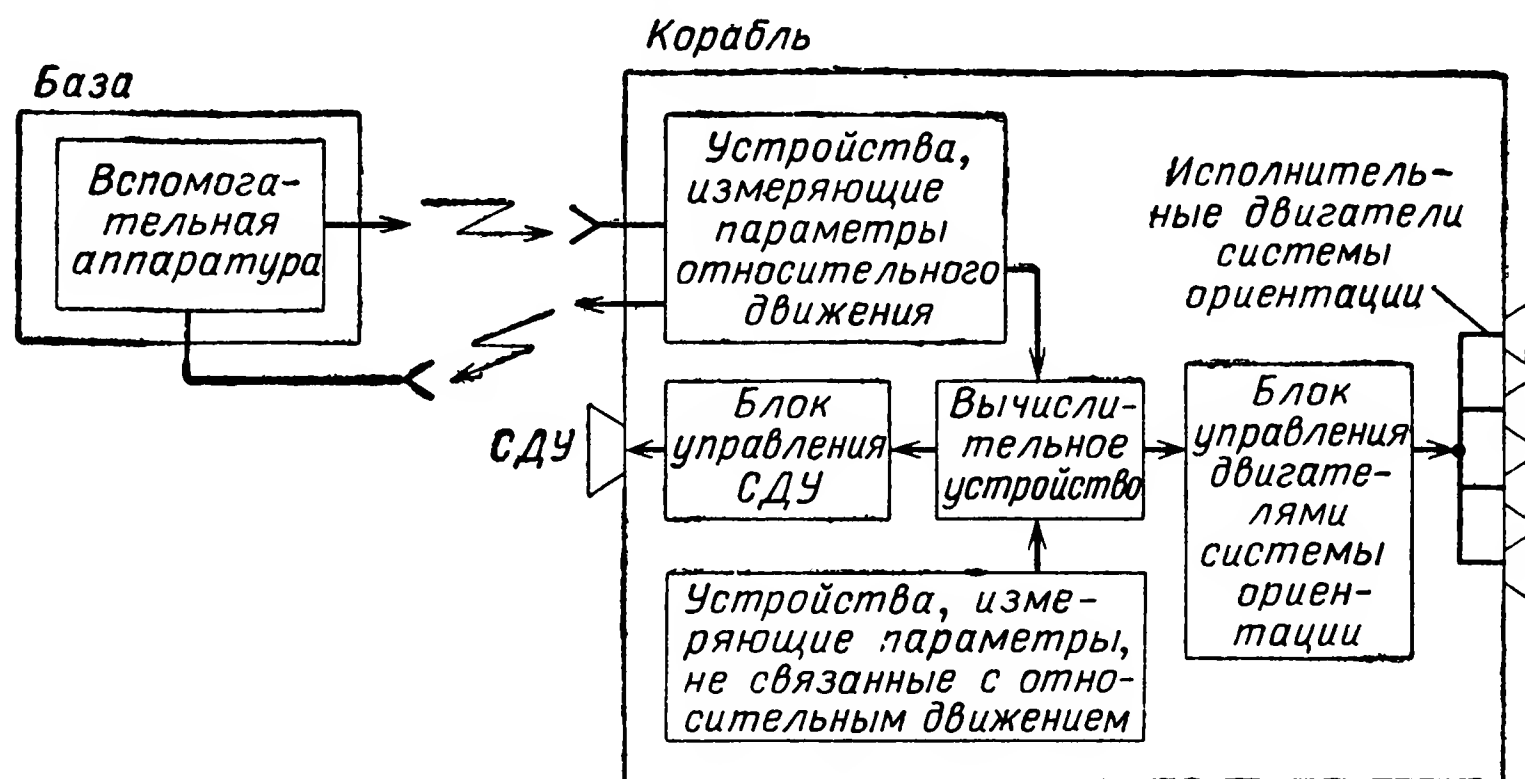


Рис. 25.2

Вторую группу измерительных устройств составляют всевозможные датчики, работа которых не связана с относительным движением (акселерометры, датчики угловой скорости вращения корпуса корабля и т. д.).

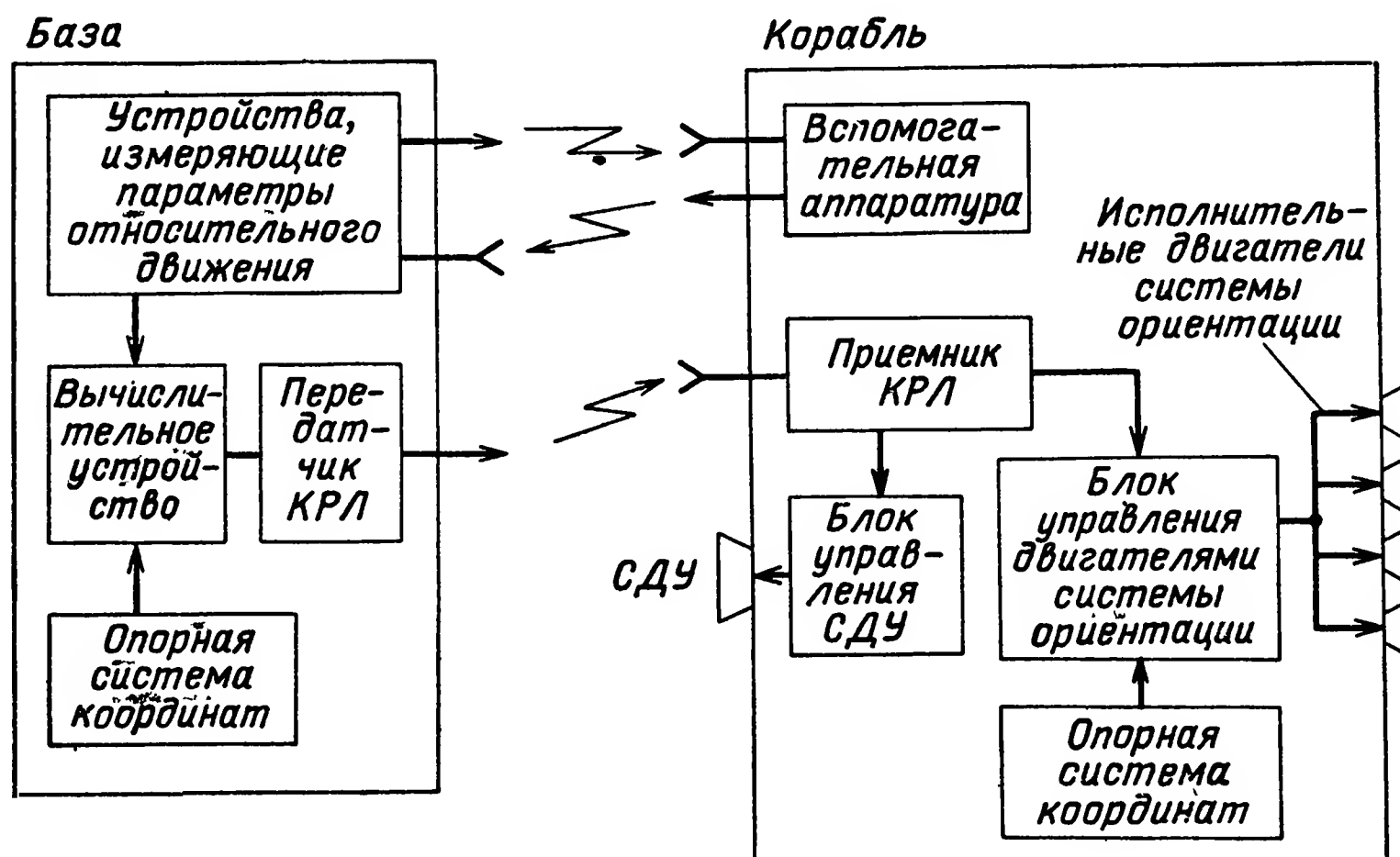


Рис. 25.3

Вычислительное устройство на основании данных, полученных от измерительных средств, в соответствии с заложенным в него законом управления определяет нужную ориентацию корпуса корабля и управляет работой маршевых двигателей сближающей двигательной установки (СДУ).

Функциональная схема, изображенная на рис. 25.3, поясняет управление встречей по способу наведения на себя. В этом случае устройства, измеряющие параметры относительного движения, и вычислительное устройство расположены не на корабле, а на базе. Вспомогательная аппаратура, которая при управлении по способу самонаведения находилась на базе, переносится на корабль. Управление сближающей двигательной установкой и ориентацией корабля производится с помощью командной радиолинии (КРЛ). Для согласования работы устройств, определяющих требуемую ориентацию корабля (находящихся на базе), и исполнительных устройств (находящихся на корабле) на обоих объектах должны быть установлены устройства, производящие построение одной и той же опорной системы координат.

Сопоставление функциональных схем рис. 25.2 и 25.3 позволяет отметить следующие сравнительные достоинства и недостатки методов самонаведения и наведения на себя.

1. При наведении на себя упрощается бортовая аппаратура корабля, так как измерительные устройства в этом случае расположены на базе. Поэтому наведение на себя имеет смысл, например, при сборке на орбите большого космического аппарата, т. е. при последовательной стыковке с базой нескольких кораблей.

2. В случае наведения на себя при нахождении на базовом спутнике оператора-космонавта облегчается возможность вмешательства последнего в процесс управления встречей.

3. Однако наведение на себя требует наличия командной радиолинии, что несколько снижает выигрыш за счет сокращения объема аппаратуры, устанавливаемой на корабле.

Кроме того, независимо от выбранного способа управления на корабле должно находиться устройство, производящее построение опорной системы координат для ориентации относительно нее корпуса корабля в соответствии с заданным направлением вектора тяги СДУ. При переходе от самонаведения к наведению на себя аналогичное устройство должно быть установлено и на базе, так как при вычислении команд должна быть известна связь измерительной и исполнительной систем координат.

Учитывая, что область применения методов телеуправления в задаче стыковки спутников весьма узка, мы ограничимся рассмотрением только самонаведения и наведения на себя.

## **§ 25.2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ КОРАБЛЯ ОТНОСИТЕЛЬНО БАЗЫ**

### **а. Системы координат, применяемые при исследовании относительного движения**

Величины, представляющие основной интерес при кинематическом анализе сближения спутников: скорость относительного движения и расстояние между спутниками — весьма малы по сравне-



нию со скоростью движения спутников по орбите и расстоянием, проходимым ими за время сближения. Поэтому для повышения точности кинематических расчетов целесообразно принять за начало отсчета центр масс одного из спутников. Систему координат, в которой рассматривается относительное движение, удобнее связать с неуправляемым спутником (базой), так как характер его движения известен заранее и является более простым, чем движение управляемого спутника (корабля). Наиболее употребительны следующие две системы координат.

1. Орбитальная система координат (рис. 25.4). Ось  $ox$  направлена по касательной к орбите базы в сторону движения последней. Ось  $oy$  совпадает с направлением геоцентрического радиуса-вектора базы  $\vec{R}_6$ , т. е. радиуса-вектора, имеющего начало в центре Земли. (Это направление называется также местной вертикалью базы.) Ось  $oz$  перпендикулярна к плоскости орбиты базы и образует с осями  $ox$  и  $oy$  правую систему.

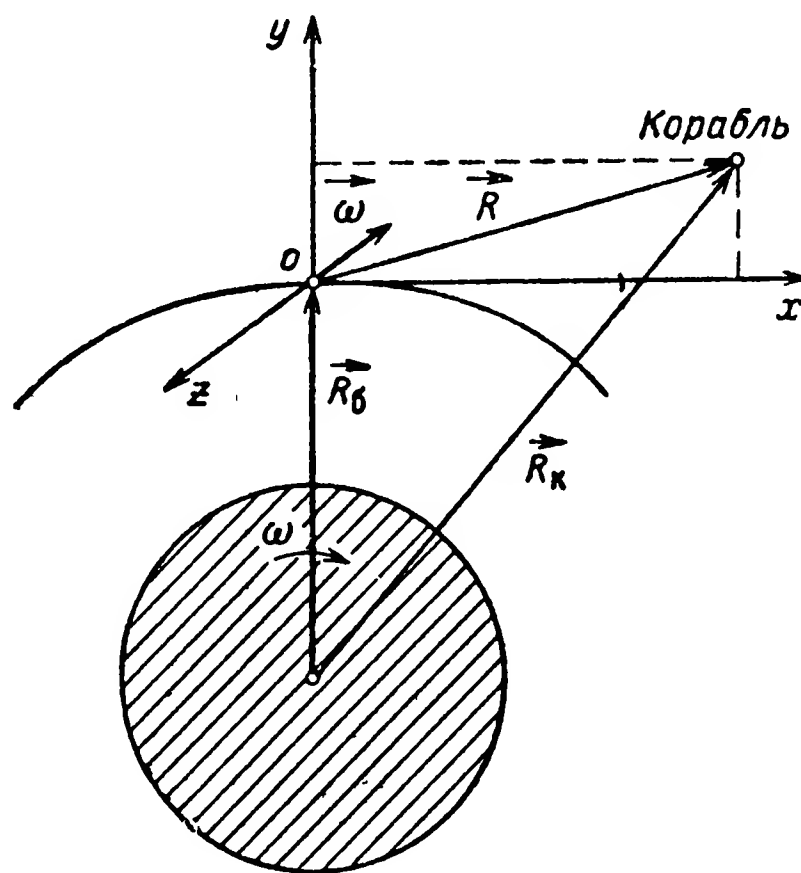


Рис. 25.4

2. Для того чтобы охарактеризовать вторую систему координат, необходимо ввести понятие вектора угловой скорости линии визирования (под линией визирования, как и прежде, понимается прямая, соединяющая центры масс двух объектов, один из которых наводится на другой). Этот вектор (рис. 25.5) нормален к поверхности, образуемой линией визирования при ее вращении в пространстве, и направлен в ту сторону, из которой вращение линии визирования видно происходящим против часовой стрелки. Показанный на рис. 25.5 вектор

$$\vec{V}_{вз} = \vec{V}_к - \vec{V}_6, \quad (25.1)$$

где  $\vec{V}_к$  и  $\vec{V}_6$  — векторы скоростей соответственно корабля и базы относительно движущейся поступательно системы координат, связанной с центром Земли, мы будем называть вектором взаимной скорости.

Линия визирования вращается относительно инерциального пространства, если компонента  $\vec{V}_n$  вектора взаимной скорости, нормальная к линии визирования, отлична от нуля. Вторая компонента ( $\vec{V}_r$ ) вектора взаимной скорости, направленная вдоль линии визирования, определяет скорость изменения расстояния ко-



рабль — база  $R$ . Величина  $V_{\text{сбл}} = -\dot{R}$  называется скоростью сближения. Модуль вектора угловой скорости линии визирования определяется по формуле

$$\Omega = \frac{V_n}{R}. \quad (25.2)$$

Совершенно аналогичным образом можно ввести вектор угловой скорости местной вертикали базы  $\vec{\omega}$ . Его модуль  $\omega = V_6/R_6$ , а на-

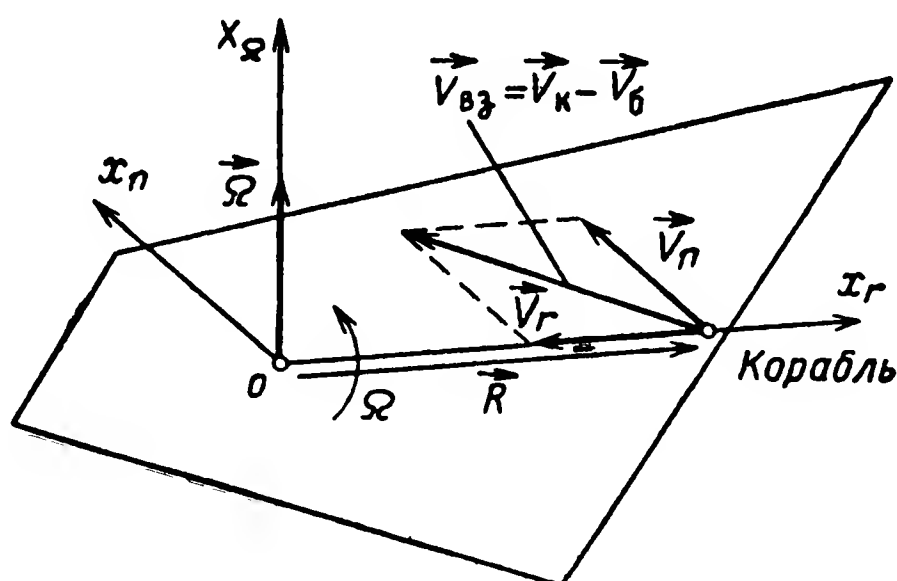


Рис. 25.5

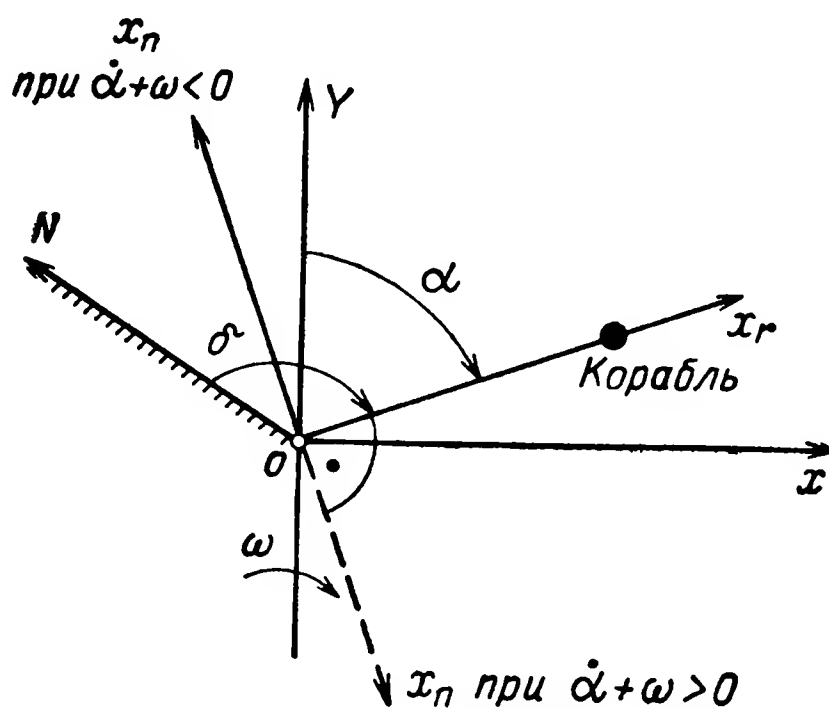


Рис. 25.6

правлен он противоположно оси  $oz$  орбитальной системы координат (рис. 25.4).

В частном случае, когда плоскости орбит базы и корабля совпадают, вращение линии визирования происходит в плоскости  $xoy$  (рис. 25.6)\* и вектор  $\vec{\Omega}$  перпендикулярен к ней. Его направ-

\* Ось  $ON$ , показанная на этом рисунке, неподвижна относительно инерциального пространства.

ление совпадает с направлением вектора  $\vec{\omega}$  при  $\dot{\delta} > 0$  и противоположно ему при  $\dot{\delta} < 0$ , а модуль равен

$$\Omega = |\dot{\delta}| = |\dot{\alpha} + \omega|. \quad (25.3)$$

Система координат, связанная с линией визирования и вектором угловой скорости ее вращения (визирная система координат), выбирается следующим образом (рис. 25.5). Одна из ее осей ( $ox_z$ ) направляется по вектору угловой скорости вращения линии визирования. Вторая ось ( $ox_r$ ) — по линии визирования в сторону корабля. Третья ось ( $ox_n$ ) образует с первыми двумя правую систему. Ее направление совпадает с направлением нормальной компоненты  $\vec{V}_n$  вектора взаимной скорости.

#### 6. Уравнения относительного движения в орбитальной и визирной системах координат

Относительное движение в орбитальной системе координат сравнительно просто описывается лишь при круговой орбите базы. В этом случае справедлива следующая приближенная система дифференциальных уравнений, достаточно точная для практических расчетов при  $R \ll R_0$ :

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= W_x - 2\omega y, \\ \ddot{y} &= W_y + 3\omega^2 y + 2\omega \dot{x}, \\ \ddot{z} &= W_z - \omega^2 z, \end{aligned} \right\} \quad (25.4)$$

где  $W_x, W_y, W_z$  — соответственно, проекции ускорения, сообщаемого кораблю двигательной установкой, на оси  $ox, oy$  и  $oz$ .

Вывод уравнений (25.4) можно найти в [27].

Эти уравнения отличаются от уравнений

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= W_x, \\ \ddot{y} &= W_y, \\ \ddot{z} &= W_z, \end{aligned} \right\}$$

которые имели бы место при движении в свободном пространстве (когда система координат  $o, x, y, z$  была бы инерциальной), наличием слагаемых  $2\omega \dot{x}, -2\omega \dot{y}, 3\omega^2 y, -\omega^2 z$ .

Чтобы пояснить смысл этих слагаемых, напомним известную из теоретической механики формулу для вектора относительного ускорения  $\vec{W}_{отн}$ , компоненты которого  $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$  записаны в левых частях уравнений (25.4):

$$\vec{W}_{отн} = \vec{W}_{абс} - \vec{W}_{пер} - \vec{W}_{кор}.$$

Здесь  $\vec{W}_{абс}, \vec{W}_{пер}, \vec{W}_{кор}$  — соответственно абсолютное, переносное и кориолисово ускорения центра масс корабля.

Величины  $2\omega\dot{x}$  и  $-2\omega\dot{y}$  — это две компоненты кориолисова ускорения, взятые с обратным знаком, а  $3\omega^2 y$  и  $-\omega^2 z$  — вычисленные с относительной погрешностью порядка  $R/R_0$  компоненты векторной разности между составляющей абсолютного ускорения, вызванной земным тяготением (вторая составляющая этого ускорения создается двигательной установкой) и переносным ускорением.

Система дифференциальных уравнений (25.4) линейная, с постоянными коэффициентами и легко может быть решена аналитически. В отличие от нее система уравнений относительного движения в визирной системе координат весьма сложна даже при круговой орбите базы. Поэтому мы сделаем еще одно упрощающее допущение, считая, что корабль движется в плоскости орбиты базы, и при дальнейшем изложении будем ограничиваться этим частным случаем.

Если корабль движется в плоскости орбиты базы, то направление вектора угловой скорости линии визирования, как уже было отмечено выше, не может быть произвольным — оно перпендикулярно к плоскости орбиты. Это обстоятельство существенно упрощает уравнения относительного движения в визирной системе координат и позволяет вывести их из уравнений (25.4), для чего необходимо учесть, что орбитальная и визирная системы координат повернуты одна относительно другой на угол  $\alpha$  вокруг оси, перпендикулярной к плоскости орбиты (рис. 25.6). Полученные в результате преобразования координат уравнения имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_r &= x_r \dot{\alpha}^2 + 2\omega x_r \dot{\alpha} + 3\omega^2 x_r \cos^2 \alpha + W_r, \\ \ddot{\alpha} x_r &= -2\dot{x}_r \dot{\alpha} - 2\omega \dot{x}_r - 1,5 \omega^2 x_r \sin 2\alpha + W_n \operatorname{sign}(\dot{\alpha} + \omega), \end{aligned} \right\} \quad (25.5)$$

где  $W_r$ ,  $W_n$  — проекции вектора ускорения, создаваемого двигательной установкой корабля, на оси  $ox_r$  и  $ox_n$  соответственно;

$$\operatorname{sign}(\dot{\alpha} + \omega) = \begin{cases} +1 & \text{при } \dot{\alpha} + \omega > 0, \\ -1 & \text{при } \dot{\alpha} + \omega < 0. \end{cases}$$

Система (25.5) нелинейна и в общем случае (т. е. при произвольном характере изменения ускорений  $W_r$ ,  $W_n$ ) не может быть решена аналитически. Однако она удобна для исследования встречи по методу параллельного сближения (см. § 25.4), так как позволяет непосредственно определить расстояние  $R \equiv x_r$ , скорость сближения  $V_{\text{сбл}} \equiv -\dot{x}_r$  и угловую скорость линии визирования  $\Omega = |\dot{\alpha} + \omega|$ , которые являются основными кинематическими параметрами, контролируемыми при наведении по этому методу.

Уравнения относительного движения в орбитальной системе координат благодаря простоте их аналитического решения могут быть использованы, в первую очередь, для предсказания свободного (неуправляемого) движения корабля по известным начальным коор-

динатам и скоростям, а также для определения компонент вектора начальной относительной скорости, при которых свободное движение будет удовлетворять заданным условиям. Эта возможность положена в основу некоторых кинематических методов наведения.

### § 25.3. СПОСОБЫ СОЗДАНИЯ УПРАВЛЯЮЩИХ УСКОРЕНИЙ

Одним из основных требований, которому подчинено проектирование системы управления встречей, является достижение возможно меньшего суммарного веса аппаратуры управления и запаса топлива, необходимого для работы маршевых двигателей. Расход топлива зависит как от кинематического метода наведения и закона управления, определяющих программу изменения управляющих ускорений во времени, так и от способа создания этих ускорений. Данный параграф посвящен рассмотрению этих способов.

1. Покажем, как можно определить величину расхода топлива. Известно [68], что реактивное ускорение равно

$$W_{\text{дв}} = -\frac{1}{m} \dot{m} V_{\text{ист}}, \quad (25.6)$$

где  $m$  — масса корабля;  $-\dot{m}$  — секундный расход топлива (скорость уменьшения массы);  $V_{\text{ист}}$  — скорость истечения газов из сопла маршевого двигателя.

Рассматривая соотношение (25.6) как дифференциальное уравнение относительно  $m$  и интегрируя его, получим

$$m(t) = m_0 \exp \left[ -\int_0^t \frac{W_{\text{дв}}}{V_{\text{ист}}} dt \right], \quad (25.7)$$

где  $m_0$  — масса корабля (вместе с топливом) в начале сближения.

Масса топлива, израсходованного за время  $t$ , равна

$$m_{\text{т}} = m_0 - m(t) = m_0 \left\{ 1 - \exp \left[ -\int_0^t \frac{W_{\text{дв}}}{V_{\text{ист}}} dt \right] \right\}. \quad (25.8)$$

Из выражения (25.6) видно, что ускорение  $W_{\text{дв}}$ , сообщаемое двигателем кораблю, имеющему массу  $m$ , может регулироваться как путем изменения скорости истечения газов  $V_{\text{ист}}$ , так и путем изменения подачи топлива (т. е. путем изменения секундного расхода  $-\dot{m}$ ). Если скорость истечения газов постоянна и тяга регулируется путем изменения  $\dot{m}$ , то

$$\int_0^t \frac{W_{\text{дв}}}{V_{\text{ист}}} dt = \frac{1}{V_{\text{ист}}} \int_0^t W_{\text{дв}} dt = \frac{1}{V_{\text{ист}}} V_{\text{хар}}. \quad (25.9)$$

Величина

$$V_{\text{хар}} = \int_0^t W_{\text{дв}} dt \quad (25.10)$$

называется характеристической скоростью. Ее физический смысл ясен из формулы (25.10): так как  $W_{\text{дв}}$  — модуль ускорения, сообщаемого кораблю, то  $V_{\text{хар}}$  — сумма абсолютных значений всех приращений скорости, сообщенных кораблю двигателем. Если, например, известно, что в процессе сближения двигатель включался  $n$  раз на небольшие отрезки времени, во время каждого из которых направление вектора ускорения  $\vec{W}_{\text{дв}}$  в пространстве не изменялось, то

$$V_{\text{хар}} = \sum_{i=1}^n \Delta V_i, \quad (25.11)$$

где  $\Delta V_i$  — модуль приращения вектора скорости корабля в результате  $i$ -го включения двигателя.

Нетрудно обобщить понятие характеристической скорости на случай, когда двигательная установка корабля состоит из нескольких двигателей, создающих тягу в разных направлениях

$$V_{\text{хар}} = \int_0^t \sum_{k=1}^N W_k dt, \quad (25.12)$$

где  $N$  — число двигателей;  $W_k$  — модуль вектора ускорения  $\vec{W}_k$ , сообщаемого кораблю  $k$ -м двигателем.

С учетом соотношения (25.9) из (25.8) получим

$$m_T = m_0 \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{V_{\text{хар}}}{V_{\text{ист}}} \right] \right\}. \quad (25.13)$$

Обычно  $V_{\text{хар}} \ll V_{\text{ист}}$ , поэтому

$$\exp \left[ -\frac{V_{\text{хар}}}{V_{\text{ист}}} \right] \approx 1 - \frac{V_{\text{хар}}}{V_{\text{ист}}},$$

и вместо (25.13) можно записать

$$m_T \approx m_0 \frac{V_{\text{хар}}}{V_{\text{ист}}}. \quad (25.14)$$

Таким образом, расход топлива при постоянной скорости истечения газов полностью определяется характеристической скоростью. Поэтому критерием характеристической скорости часто пользуются для сравнения различных методов наведения по величине расхода топлива и для исследования влияния на него различного рода погрешностей системы управления. Этот критерий удобен тем, что характеристическую скорость можно найти путем чисто кинематического анализа, не зная параметров двигателя.

2. Как уже отмечалось в гл. 23, среди всех возможных способов создания тяги в требуемом направлении можно отметить два принципиально различных — полярный и декартовый. Дадим сравнительную оценку этих методов с точки зрения их использования в системах управления встречей на орбите.

Одним из главных недостатков полярного управления является необходимость поворота корпуса для изменения направления тяги, что приводит к временной задержке в системе управления движением центра масс. Другим недостатком этого способа является неприменимость его на этапе причаливания, когда ориентация корпуса корабля не может быть произвольной, так как корабль и база должны быть обращены друг к другу поверхностями, на которых расположены стыковочные узлы.

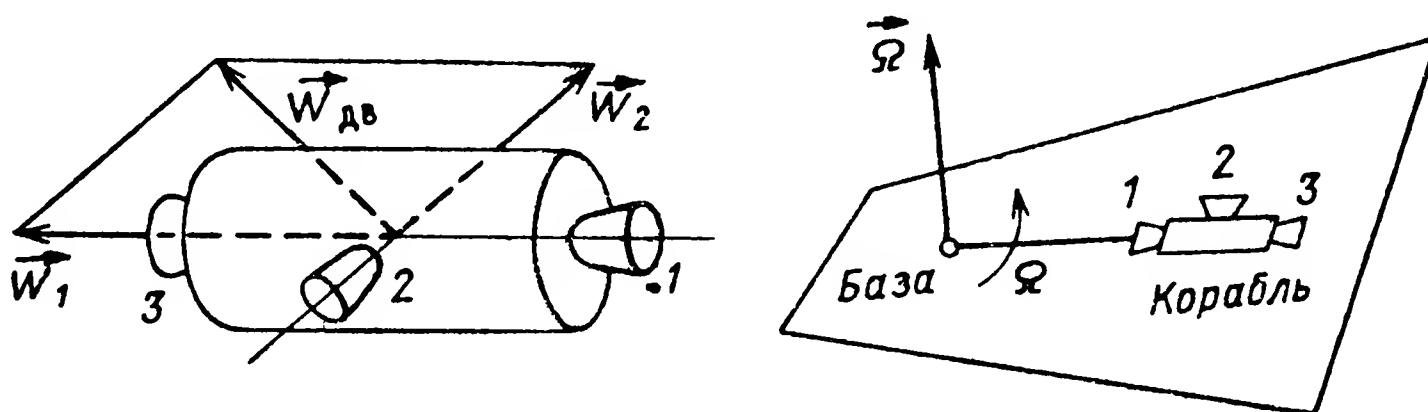


Рис. 25.7

Декартовое управление свободно от недостатков, присущих полярному. Однако наличие шести мощных двигателей, тяга каждого из которых должна проходить через центр масс корабля, затрудняет компоновку корпуса, в частности, усложняется задача размещения на корпусе стыковочных узлов. Кроме того, декартовое управление несколько менее экономично, чем полярное. Последнее положение легко доказывается с помощью формулы (25.12), если учесть, что сумма составляющих вектора не может быть меньше его модуля.

Возможны и способы управления вектором тяги, промежуточные между полярным и декартовым. Рассмотрим вариант двигательной установки корабля, изображенный на рис. 25.7. В этом случае необходимы меньшие, чем при чисто полярном управлении, углы разворота корпуса, а число двигателей вдвое меньше, чем при чисто декартовом управлении. Для создания ускорения в любом направлении достаточно повернуть корабль вокруг продольной оси на соответствующий угол и подобрать соотношение тяг двигателей 1 и 2 или 2 и 3.

Во многих проектируемых системах управления встречей предполагается использование маршевых двигателей, тяга которых не регулируется плавно, а может принимать лишь нулевое или максимальное значение. В этих системах управление состоит в проведении импульсных (весьма коротких по сравнению с временем сбли-

жения) коррекций вектора скорости корабля. Величина и направление каждой коррекции  $\Delta \vec{V}$  определяются в соответствии с законом управления бортовым вычислительным устройством, которое управляет системой ориентации корабля и выдает команды на включение и выключение двигателей.

Полярное управление при использовании двигателя, работающего в режиме «включено — выключено», заключается в совмещении линии действия тяги с направлением заданного вектора  $\Delta \vec{V}$  приращения вектора скорости корабля. При декартовом управлении этот вектор раскладывается на компоненты по трем взаимно перпендикулярным направлениям. Каждая из этих компонент ( $\Delta V_1$ ,  $\Delta V_2$ ,  $\Delta V_3$ ) создается включением соответствующих двигателей на время

$$\frac{\Delta V_1}{W_1}, \frac{\Delta V_2}{W_2}, \frac{\Delta V_3}{W_3}.$$

Двигательная установка, конструкция которой изображена на рис. 25.7, может быть применена в системе управления, имеющей два канала: канал управления движением вдоль линии визирования и канал управления движением в направлении, перпендикулярном к линии визирования. Продольная ось корабля совмещается с линией визирования, и команды на включение и выключение двигателей 1, 2, 3 выдаются в соответствии с требуемыми приращениями вектора скорости корабля в направлениях, параллельном и перпендикулярном к линии визирования.

Учитывая преимущества и недостатки описанных вариантов создания управляющих ускорений, можно сделать вывод о целесообразности применения следующих комбинированных способов:

1. На этапе сближения — полярное управление или управление, промежуточное между полярным и декартовым. Промежуточное управление возможно при меньшем числе двигателей, чем декартовое, и требует меньших угловых маневров корпуса, чем полярное. Являющееся главным недостатком полярного и промежуточного способов управления запаздывание в выполнении команд, вызванное разворотами корпуса, на этапе сближения не опасно, так как этот этап длится сравнительно долго (время сближения обычно измеряется десятками минут).

2. На этапе причаливания — декартовое управление. На этом этапе требуемые коррекции скорости корабля малы и могут производиться с помощью маломощных двигателей. Поэтому меньшая экономичность декартового управления не существенна (большая часть топлива расходуется на этапе сближения). Необходимое число таких двигателей сравнительно легко может быть размещено на корпусе корабля. Возможно также использование одних и тех же двигателей для ориентации и управления движением центра масс.



## § 25.4. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ НАВЕДЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ КОРАБЛЕЙ

Как уже говорилось, процесс встречи подразделяется на два этапа: сближения и причаливания, задачи управления на которых различны. В соответствии с этим различны и требования, предъявляемые к методам наведения на этих этапах.

### а. Этап сближения

На этапе сближения, задачей которого является приведение корабля в зону причаливания, т. е. на расстояние порядка нескольких сотен метров от базы, происходит «гашение» до малой величины скорости относительного движения и расходуется большая часть топлива. Поэтому величина расхода топлива при заданном времени сближения является одним из основных критериев качества метода наведения на первом этапе встречи.

Описанные в литературе методы наведения на этапе сближения можно разделить на две группы:

1) методы наведения, основанные на использовании законов движения в орбитальной системе координат или, короче, законов орбитального движения;

2) методы наведения, при которых законы орбитального движения не используются.

Перейдем к характеристике этих методов.

### Методы, основанные на использовании законов орбитального движения

Эти методы предполагают знание параметров орбиты базы (при круговой орбите — одного параметра  $\omega$ ) и наличие на борту корабля (или базы, в зависимости от способа управления) устройств, определяющих координаты  $x$ ,  $y$  и компоненты вектора относительной скорости  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$  корабля в орбитальной системе координат.

Наиболее известным из методов этой группы является метод двухимпульсной коррекции, который состоит в следующем. По измеренным координатам корабля  $x_0$ ,  $y_0$  рассчитываются компоненты скорости  $x_{\text{треб}}$ ,  $y_{\text{треб}}$ , при которых корабль, двигаясь с выключенным двигателем, через заданное время сближения  $T_{\text{сбл}}$  окажется в непосредственной близости от базы, т. е. в начале орбитальной системы координат\* (рис. 25.8):

$$x_{\text{кон}} = x(T_{\text{сбл}}) = 0,$$

$$y_{\text{кон}} = y(T_{\text{сбл}}) = 0.$$

---

\* В действительности из-за различного рода погрешностей  $x_{\text{кон}}$  и  $y_{\text{кон}}$  отличны от нуля, вследствие чего и необходим этап причаливания.

Путем сравнения величин  $\dot{x}_{\text{треб}}$ ,  $\dot{y}_{\text{треб}}$  с измеренными  $\dot{x}_0$ ,  $\dot{y}_0$  определяется вектор приращения скорости корабля

$$\overrightarrow{\Delta V}_1 = (\dot{x}_{\text{треб}} - \dot{x}_0)\vec{i} + (\dot{y}_{\text{треб}} - \dot{y}_0)\vec{j} = \Delta\dot{x}\vec{i} + \Delta\dot{y}\vec{j}. \quad (25.15)$$

После этого производится первая импульсная коррекция, в результате которой вектор скорости корабля изменяется на  $\overrightarrow{\Delta V}_1$ . Через время  $T_{\text{сбл}}$ , когда корабль оказывается в начале орбитальной системы координат, измеряются конечные компоненты скорости  $\dot{x}_{\text{кон}}$ ,

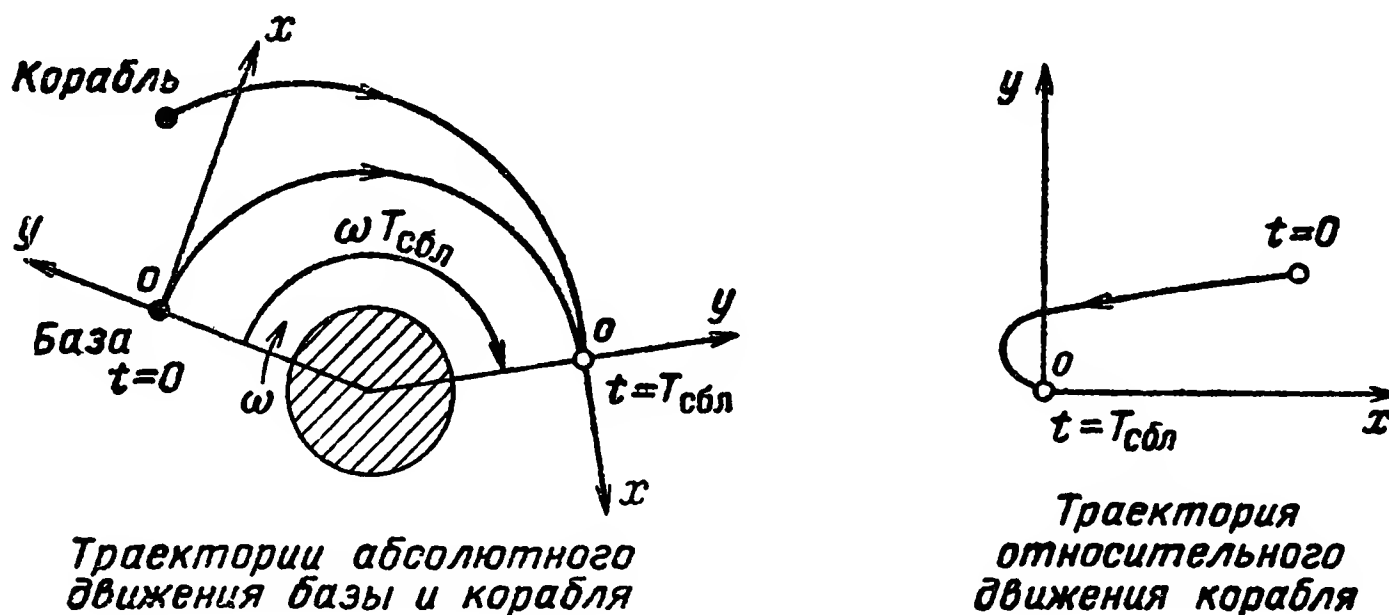


Рис. 25.8

$\dot{y}_{\text{кон}}$  и производится вторая коррекция, в результате которой вектор скорости получает приращение

$$\overrightarrow{\Delta V}_2 = -\dot{x}_{\text{кон}}\vec{i} - \dot{y}_{\text{кон}}\vec{j}, \quad (25.16)$$

и скорость относительного движения становится равной нулю. Поэтому второй корректирующий импульс называется тормозящим. Продолжительность обеих коррекций весьма мала по сравнению с временем сближения, поэтому их можно считать практически мгновенными. Если применяется полярное управление, то характеристическая скорость при двухимпульсном методе наведения равна

$$V_{\text{хар}} = \Delta V_1 + \Delta V_2, \quad (25.17)$$

где  $\Delta V_1$  и  $\Delta V_2$  — модули векторов  $\overrightarrow{\Delta V}_1$  и  $\overrightarrow{\Delta V}_2$ , определяемых формулами (25.15) и (25.16) соответственно.

Для расчета приращений скорости  $\Delta V_1$ ,  $\Delta V_2$  используются решения системы уравнений (25.4), соответствующие свободному полету ( $W_x = W_y = 0$ ):

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + 2 \frac{\dot{y}_0}{\omega} (\cos \omega t - 1) + 6y_0 (\sin \omega t - \omega t) + \\ &+ \frac{\dot{x}_0}{\omega} (4 \sin \omega t - 3\omega t), \\ y &= y_0 (4 - 3 \cos \omega t) + \frac{\dot{y}_0}{\omega} \sin \omega t + 2 \frac{\dot{x}_0}{\omega} (1 - \cos \omega t); \end{aligned} \right\} \quad (25.18)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 (4 \cos \omega t - 3) + 6\omega y_0 (\cos \omega t - 1) - 2\dot{y}_0 \sin \omega t, \\ \dot{y} &= \dot{y}_0 \cos \omega t + 2\dot{x}_0 \sin \omega t + 3\omega y_0 \sin \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (25.19)$$

Из соотношений (25.18), положив  $t = T_{\text{сбл}}$ ,  $x = y = 0$ , легко найти требуемые начальные скорости  $\dot{x}_{\text{треб}}$ ,  $\dot{y}_{\text{треб}}$ :

$$\begin{aligned} \dot{x}_{\text{треб}} &= \omega \frac{x_0 \sin \omega T_{\text{сбл}} - y_0 [6\omega T_{\text{сбл}} \sin \omega T_{\text{сбл}} - 14(1 - \cos \omega T_{\text{сбл}})]}{3\omega T_{\text{сбл}} \sin \omega T_{\text{сбл}} - 8(1 - \cos \omega T_{\text{сбл}})}, \\ \dot{y}_{\text{треб}} &= \omega \frac{-2x_0(1 - \cos \omega T_{\text{сбл}}) + y_0(4 \sin \omega T_{\text{сбл}} - 3\omega T_{\text{сбл}} \cos \omega T_{\text{сбл}})}{3\omega T_{\text{сбл}} \sin \omega T_{\text{сбл}} - 8(1 - \cos \omega T_{\text{сбл}})}. \end{aligned} \quad (25.20)$$

Так как после первой коррекции компоненты скорости корабля становятся равными требуемым, то, подставив в выражения (25.19)  $\dot{x}_{\text{треб}}$ ,  $\dot{y}_{\text{треб}}$  вместо  $\dot{x}_0$ ,  $\dot{y}_0$  и положив  $t = T_{\text{сбл}}$ , найдем конечные скорости

$$\begin{aligned} \dot{x}_{\text{кон}} &= \omega \frac{x_0 \sin \omega T_{\text{сбл}} - 2y_0(1 - \cos \omega T_{\text{сбл}})}{3\omega T_{\text{сбл}} \sin \omega T_{\text{сбл}} - 8(1 - \cos \omega T_{\text{сбл}})}, \\ \dot{y}_{\text{кон}} &= \omega \frac{2x_0(1 - \cos \omega T_{\text{сбл}}) - y_0(3\omega T_{\text{сбл}} - 4 \sin \omega T_{\text{сбл}})}{3\omega T_{\text{сбл}} \sin \omega T_{\text{сбл}} - 8(1 - \cos \omega T_{\text{сбл}})}. \end{aligned} \quad (25.21)$$

Главное преимущество применения метода двухимпульсной коррекции состоит в том, что при времени сближения, не превышающем половины периода обращения базы, обеспечивается меньший расход топлива по сравнению с другими известными методами. Однако он имеет и ряд недостатков, которые можно разделить на две группы:

1) недостатки, вызванные фактическим отсутствием управления в течение всего времени сближения (кроме начального и конечного моментов);

2) недостатки, вызванные использованием законов орбитального движения.

Недостатки, относящиеся к первой группе, проявляются в следующем. При практическом осуществлении двухимпульсного метода ошибки в величине и направлении первого корректирующего импульса неизбежно приводят к промаху, т. е. к тому, что корабль через время  $T_{\text{сбл}}$  не приходит в начало орбитальной системы координат. Неточность корректирующего импульса может быть вызвана погрешностями измерительных и вычислительных устройств, приближенностью уравнений, заложенных в вычислительные устройства, неточным знанием параметров орбиты базы, ошибками исполнения команд и т. д.

Это приводит к тому, что двухимпульсный метод в «чистом» виде практически неприменим. Промах может быть уменьшен за счет введения нескольких промежуточных коррекций или перехода к непрерывному управлению. Каждая последующая коррекция

позволяет частично скомпенсировать ошибки, имевшие место при предыдущих коррекциях.

При этом требуемые значения компонент скорости корабля в каждый момент времени  $t$  рассчитываются по формулам (25.20), в которые вместо  $x_0, y_0$  подставляются текущие измеренные значения координат  $x(t), y(t)$ , а вместо  $T_{\text{сбл}}$  — время  $t_{\text{ост}} = T_{\text{сбл}} - t$ , оставшееся до конца сближения.

Существенным недостатком двухимпульсного метода и его модификаций является также необходимость импульсного гашения относительной скорости в конце сближения. За счет конечной величины тяги маршевого двигателя, ошибок в определении направления вектора  $\vec{\Delta V}_2$ , задержки включения двигателя и других причин начальные условия для этапа причаливания могут оказаться неблагоприятными в том или ином отношении, например относительная скорость и расстояние корабля от базы могут оказаться вне допустимых пределов.

Вторая группа недостатков свойственна всем методам, использующим законы орбитального движения. Поэтому, прежде чем перейти к ней, рассмотрим один из методов наведения, свободный от недостатков, относящихся к первой группе. Этот метод называется методом затухающего перехвата. В отличие от двухимпульсного метода, он требует непрерывного управления. Необходимые значения компонент относительной скорости  $\dot{x}_{\text{треб}}(t), \dot{y}_{\text{треб}}(t)$  непрерывно определяются по формулам (25.20), однако в эти формулы вместо времени  $t_{\text{ост}}$ , оставшегося до конца сближения, подставляется время

$$t_{\text{ост}}^* = k (T_{\text{сбл}} - t), \quad (25.22)$$

где  $0 < k < 1$ .

Можно показать, что при таком методе наведения в момент времени  $t = T_{\text{сбл}}$  одновременно обращаются в нуль и координаты корабля, и скорость относительного движения, т. е. метод затухающего перехвата не требует заключительного тормозящего импульса. Непрерывное управление позволяет компенсировать ошибки предыдущего управления в последующие моменты времени. Непрерывное управление может быть заменено несколькими импульсными коррекциями, проводимыми в соответствии с описанной выше логикой. Количество их должно подбираться так, чтобы получить достаточно малые промах и относительную скорость в конце этапа сближения. Подбирая коэффициент  $k$ , можно добиться желаемого сочетания характера изменения скорости относительного движения в процессе встречи и прироста расхода топлива по сравнению с двухимпульсным методом (метод затухающего перехвата переходит в двухимпульсный при  $k = 1$ ).

Отметим теперь некоторые общие недостатки методов, использующих законы орбитального движения.

1. При осуществлении этих методов необходимо знать параметры орбиты базы. Неточное их знание равносильно ошибкам управления.

2. Сравнительно простые расчетные соотношения для определения требуемых величин компонент вектора относительной скорости получаются только в случае круговой орбиты базы. Построение бортового вычислительного устройства на основе уравнений, учитывающих эллиптичность орбиты базы, усложняет его. Неучет же эллиптичности орбиты (т. е. использование при управлении расчетных соотношений, справедливых для круговой орбиты) приводит при двухимпульсном методе к промаху, а при наведении по методу затухающего перехвата — к возрастанию расхода топлива.

3. При сближении по методам, использующим законы орбитального движения, необходимо наличие на борту устройств, производящих построение орбитальной системы координат. Это усложняет бортовую аппаратуру по сравнению с методами, не использующими законы орбитального движения.

#### Пример 1.

Определим характеристическую скорость при наведении по методу двухимпульсной коррекции для следующих условий: база и корабль выведены на общую круговую орбиту радиуса  $R_6$ , причем корабль движется по орбите впереди базы на расстоянии  $R_0 \ll R_6$  от нее; время сближения равно половине периода обращения, т. е.

$$\omega T_{\text{сбл}} = \pi.$$

При указанных условиях имеем

$$x_0 \approx R_0, \quad y_0 \approx 0, \quad \dot{x}_0 = \dot{y}_0 = 0.$$

Расчеты с помощью формул (25.20), (25.21) показывают, что оба корректирующих импульса проводятся в направлении оси  $ou$  и по модулю равны  $1/4 \omega R_0$  каждый, т. е.

$$V_{\text{хар}} = \frac{1}{2} \omega R_0.$$

Для орбит, проходящих на высоте нескольких сотен километров над поверхностью Земли, угловая скорость  $\omega$  имеет порядок  $1,2 \cdot 10^{-3}$  1/сек. При начальном расстоянии  $R_0 = 30$  км находим  $V_{\text{хар}} = 18$  м/сек.

#### Методы наведения, не использующие законы орбитального движения

Эти методы свободны от перечисленных недостатков, в частности, для их осуществления нет необходимости иметь на борту построитель орбитальной системы координат. При отсутствии на борту орбитальной системы координат измерительные средства позволяют получить информацию лишь о векторе взаимной скорости  $\vec{V}_{\text{вз}} = \vec{V}_{\text{к}} - \vec{V}_{\text{б}}$  и направлении линии визирования (см. рис. 25.5).

Направление линии визирования (т. е. направление на базу) определяется относительно системы координат, связанной с кор-

пусом корабля, с помощью радиотехнических пеленгационных устройств. Модуль направленной вдоль линии визирования компоненты взаимной скорости  $V_r = |R| = |V_{сбл}|$  тоже может быть непосредственно измерен радиотехническим (например, доплеровским) методом. Кроме того, бортовыми измерительными средствами могут быть определены направление и модуль вектора угловой скорости линии визирования  $\vec{\Omega}$ . По известным расстоянию до базы, направлению линии визирования и вектору угловой скорости линии визирования могут быть определены направление компоненты  $\vec{V}_n$  вектора взаимной скорости (как направление, перпендикулярное к линии визирования и вектору  $\vec{\Omega}$ ) и ее модуль по формуле

$$V_n = \Omega R.$$

Таким образом, на борту корабля может быть построена визирная система координат. Однако знание только взаимной скорости не позволяет предсказать движение корабля относительно базы, так как ускорения, действующие на корабль в относительном движении, остаются известными не полностью\*.

Такая неполнота информации о действующих на корабль силах усложняет задачу управления: возникает вопрос о способе выбора управляющих воздействий в условиях, когда последствия, к которым приведут эти воздействия, не могут быть предсказаны точно. Это делает методы наведения второй группы принципиально неоптимальными с точки зрения расхода топлива.

Так как относительное движение предсказать невозможно, то для обеспечения сближения (т. е. уменьшения расстояния между кораблем и базой) целесообразно потребовать совпадения в каждый момент времени вектора взаимной скорости  $\vec{V}_{вз}$  с линией визирования при одновременном выполнении условия  $\dot{R} < 0$ , т. е.  $V_{сбл} > 0$ . Это означает, что нормальная компонента  $V_n$  вектора взаимной скорости должна быть равна нулю, а следовательно, должна быть равна нулю и угловая скорость вращения линии визирования  $\Omega = V_n/R$ . Таким образом, мы пришли к выводу о целесообразности применения метода параллельного сближения при управлении встречах спутников на орбите, если имеющаяся информация об относительном положении корабля и базы недостаточна для использования законов орбитального движения.

Все системы управления встречей, основанные на отказе от использования законов орбитального движения, тем или иным способом приближенно реализуют метод параллельного сближения.

---

\* Они зависят от направления линии визирования по отношению к осям орбитальной системы координат, которое в случае совпадения плоскостей орбит базы и корабля характеризуется углом  $\alpha$  [см. рис. 25.6 и систему уравнений (25.5)], а этот угол не может быть определен, если на борту корабля нет построителя орбитальной системы координат.



Принципиальное отличие метода параллельного сближения при управлении встречей на орбите от аналогичного метода управления реактивными снарядами заключается в необходимости управления скоростью сближения  $V_{\text{сбл}} = -\dot{R}$  и обеспечения малой ее величины в конце сближения. При выборе закона изменения скорости сближения в процессе встречи принимается во внимание влияние этого закона на расход топлива и другие наиболее важные показатели, например время сближения.

### Пример 2.

Пусть скорость сближения уменьшается пропорционально расстоянию между кораблем и базой, т. е. по закону

$$V_{\text{сбл}} = -\dot{R} = R \frac{1}{\tau}, \quad \tau = \text{const} > 0. \quad (25.23)$$

Примем, что этап сближения заканчивается на расстоянии в 100 раз меньшем, чем начальное расстояние (например, при уменьшении его с 30 км до 300 м). Интегрируя (25.23), находим

$$R(t) = R_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (25.24)$$

откуда следует, что  $R(t) = 0,01 R_0$  при  $t = \tau \ln 100$ , т. е. время сближения равно

$$T_{\text{сбл}} = \tau \ln 100 \approx 4,6 \tau. \quad (25.25)$$

### Пример 3.

Определим характеристическую скорость для метода параллельного сближения при законе изменения скорости сближения вида (25.23) при тех же начальных условиях и времени сближения, что и в примере 1. Управляющие ускорения в направлениях, параллельном линии визирования и перпендикулярном к ней, создаются разными двигателями (рис. 25.7), причем все двигатели допускают плавное регулирование тяги в неограниченных пределах.

Управление сближением производится по следующему алгоритму.

1. В начале сближения проводятся две импульсные коррекции:

а) с помощью двигателя 2 гасится до нуля нормальная составляющая вектора взаимной скорости (при заданных начальных условиях она равна  $\omega R_0$ );

б) с помощью двигателя 3 начальная скорость сближения, равная нулю, увеличивается до величины

$$\frac{R_0}{\tau} = \frac{4,6 R_0}{T_{\text{сбл}}} \approx \frac{4,6}{\pi} \omega R_0$$

[см. формулы (25.23) и (25.25)].

Расход топлива на эти импульсные коррекции пропорционален характеристической скорости

$$\Delta V_1 = \omega R_0 + \frac{4,6}{\pi} \omega R_0 \approx 2,46 \omega R_0.$$

2. В течение всего времени сближения проводится непрерывное управление тягой двигателей 1, 2, 3:

а) с помощью двигателя 2 поддерживается на нулевом уровне угловая скорость линии визирования;



б) с помощью двигателей 1 и 3 выдерживается зависимость (25.23) с коэффициентом  $\tau = \pi/4,6\omega$ .

Этому этапу соответствует характеристическая скорость

$$\Delta V_2 = \int_0^{T_{\text{сбл}}} [W_1(t) + W_3(t) + W_2(t)] dt.$$

Зависимости  $W_1(t) + W_3(t)$  и  $W_2(t)$  нетрудно найти из уравнений (25.5), учитывая, что

$$\begin{aligned} W_1(t) + W_3(t) &= |W_r(t)|, \\ W_2(t) &= |W_n(t)|. \end{aligned}$$

Для этого в (25.5) нужно подставить  $x_r(t) \equiv R(t)$  [формула (25.24)] и выражение для  $\alpha(t)$ , найденное из условий  $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$ ,  $\Omega = |\dot{\alpha} + \omega| = 0$ .

Выполнив необходимые расчеты, найдем

$$\Delta V_2 \approx 1,53\omega R_0.$$

Полная характеристическая скорость равна

$$V_{\text{хар}} = \Delta V_1 + \Delta V_2 \approx 4\omega R_0,$$

что в 8 раз превышает результат, полученный в примере 1 для метода двухимпульсной коррекции. Такая большая разница объясняется как неоптимальностью метода параллельного сближения (которая обусловлена, в частности, произвольным выбором закона изменения скорости сближения), так и тем что в примере 1 предполагалось использование более экономичного полярного управления. Проведенное сравнение справедливо лишь для одного конкретного варианта начальных условий сближения. Если сравнить методы двухимпульсной коррекции и параллельного сближения при наихудших для каждого метода начальных условиях, то окажется, что метод двухимпульсной коррекции дает значительно меньший, чем в 8 раз, выигрыш в расходе топлива.

Итак, основными преимуществами метода параллельного сближения являются возможность его осуществления с помощью более простой аппаратуры и возможность сближения при неизвестных параметрах орбиты базы. Главный недостаток — большой расход топлива, чем при наведении по методам, использующим законы орбитального движения.

### Этап причаливания

На этапе причаливания, конечной целью которого является достижение совпадения стыковочных узлов корабля и базы при нулевой относительной скорости, метод наведения должен налагать определенные условия не только на кинематические соотношения, описывающие относительное движение центров масс корабля и базы, но и на взаимную ориентацию их корпусов. Рассмотрим отдельно задачи управления взаимной ориентацией и движением центра масс корабля.

1. Принципиально достаточно управлять ориентацией корпуса только корабля, однако выполнение стыковки облегчается, если

одновременно производится управление ориентацией корпусов как корабля, так и базы (в противном случае могут потребоваться сложные маневры корабля вокруг базы).

Корпусы корабля и базы должны ориентироваться по осям одной и той же системы координат так, чтобы их стыковочные узлы были направлены навстречу друг другу. Например, производя измерения как со стороны корабля, так и со стороны базы, можно определить направления линии визирования и вектора угловой скорости ее

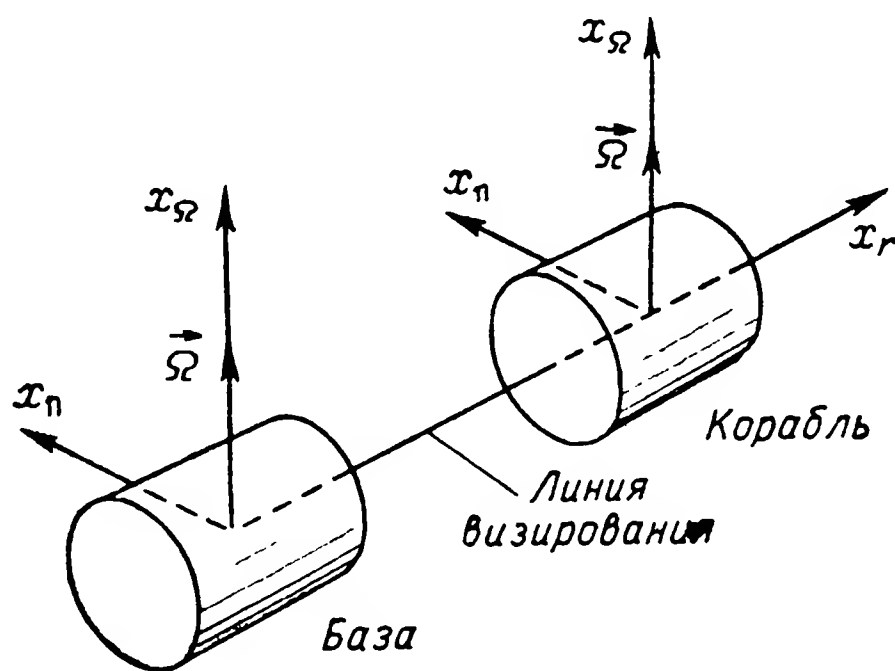


Рис. 25.9

вращения. Задача взаимной ориентации после этого сводится к достижению совпадения соответствующих осей корпусов корабля и базы с этими опорными направлениями (рис. 25.9).

В том случае, когда стыковочные узлы обладают осевой симметрией, задача ориентации упрощается и состоит в обеспечении совпадения продольных осей корабля и базы с линией визирования.

2. В силу необходимости осуществления «мягкой» встречи одним из основных требований, предъявляемых к кинематическому методу наведения на этапе причаливания, является требование наименьшей чувствительности к погрешностям измерительных средств и отклонениям параметров системы от номинальных значений.

#### § 25.5. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ И СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ СБЛИЖЕНИЕМ

В отличие от общих функциональных схем, изображенных на рис. 25.2, 25.3, описанные далее схемы составлены с учетом конкретных методов наведения и законов управления и отражают связанные с этим особенности взаимодействия радиотехнических устройств с другими узлами бортовой аппаратуры. Эти схемы являются результатом обобщения имеющихся в литературе [17, 113, 126, 130, 131] сведений по различным системам управления встречей на этапе сближения.

а. Системы, в которых применяются методы наведения с использованием законов орбитального движения

Сначала рассмотрим схему, изображенную на рис. 25.10, в которой предусмотрено управление встречей по способу самонаведения. В качестве кинематического метода наведения выбран метод

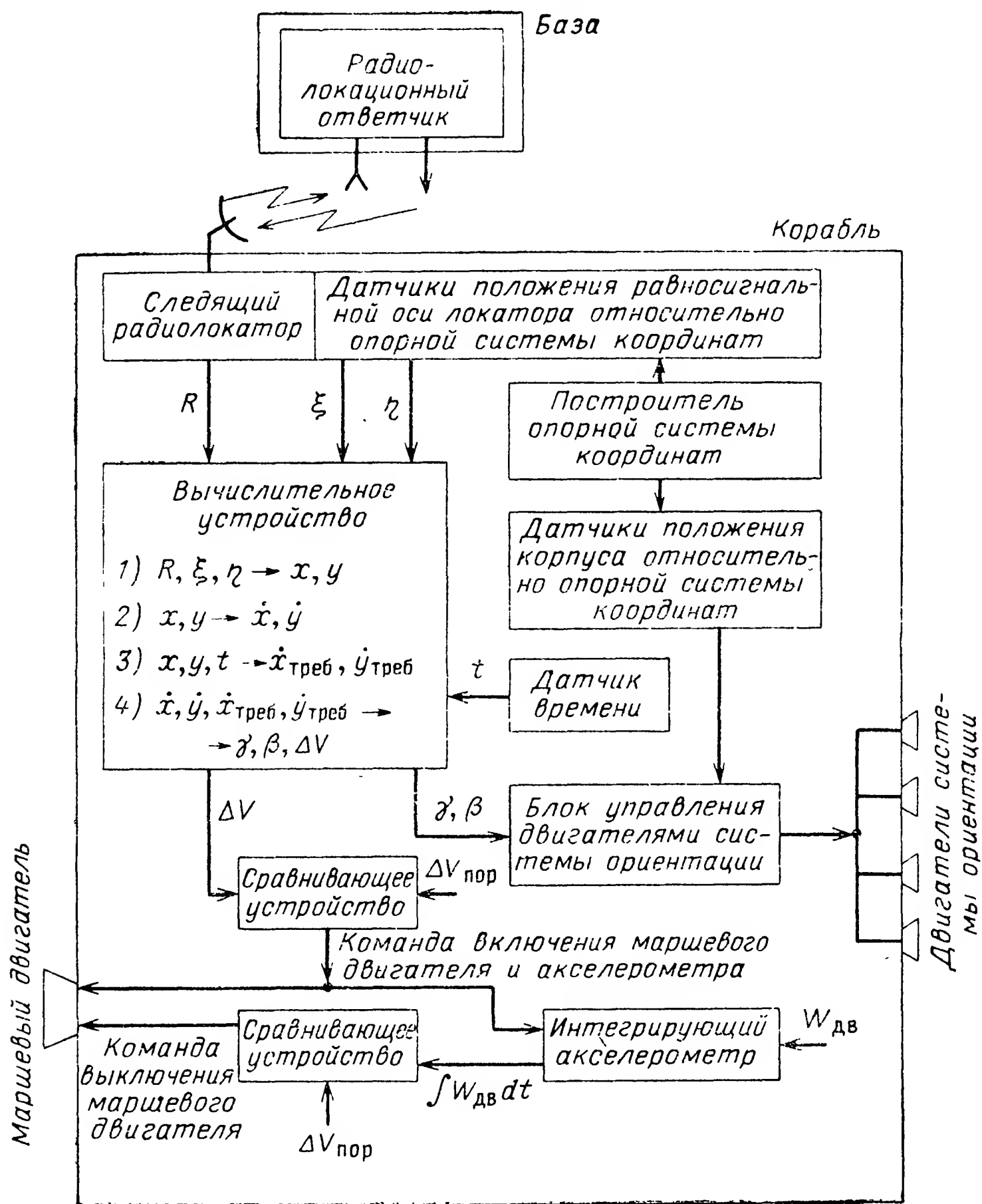


Рис. 25.10

затухающего перехвата. Способ управления направлением тяги — полярный.

На борту корабля находится устройство, производящее построение опорной системы координат  $o', x', y', z'$ , оси  $o'y'$ ,  $o'x'$ ,  $o'z'$  которой направлены соответственно по местной вертикали корабля, по перпендикуляру к ней в плоскости орбиты в сторону движения корабля и по перпендикуляру к плоскости орбиты.

Для построения опорной системы координат достаточно найти направления хотя бы двух ее осей, например  $o'y'$  и  $oz'$ . Распространенным способом определения направления местной вертикали (оси  $o'y'$ ) является сканирование горизонта с помощью приемников инфракрасного излучения (рис. 25.11). Благодаря наличию резкого контраста между инфракрасным излучением Земли и окружающего ее пространства направления касательных к поверхности Земли  $O'A$  и  $O'B$  могут быть определены достаточно точно. Ось сканирования (перпендикулярная к плоскости рис. 25.11) и биссектриса  $O'C$  угла  $AO'B$  определяют плоскость, проходящую через центр Земли. Местная вертикаль корабля может быть получена как линия пересечения двух таких плоскостей, построенных с помощью двух сканирующих устройств, оси сканирования которых взаимно перпендикулярны.

Один из возможных способов определения направления оси  $o'z'$  иллюстрируется рис. 25.12. Ось рамки  $P$  гироскопа непрерывно поддерживается совпадающей с направлением вертикали  $o'y'$ . Вследствие вращения последней с угловой скоростью  $\omega$  на ось рамки со стороны подшипников действует вращающий момент, вектор которого  $\vec{M}$  направлен в ту же сторону, что и вектор  $\vec{\omega}$ . Составляющая вектора  $\vec{M}$ , перпендикулярная к плоскости рамки  $P$ , вызывает прецессию гироскопа вокруг оси  $o'y'$ . Поэтому ось вращения ротора гироскопа устанавливается параллельно оси  $o'z'$ .

Радиолокатор корабля, работающий совместно с ответчиком находящимся на базе, осуществляет слежение за базой по угловым координатам и дальности. С помощью системы датчиков определяются углы  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  между равносигнальной осью локатора и осями  $o'x'$ ,  $o'y'$ ,  $o'z'$  соответственно. С точностью, зависящей от погрешностей углового сопровождения, эти углы определяют направление линии визирования относительно опорной системы координат. В силу малости по сравнению с радиусом орбиты расстояния между базой и кораблем направления осей  $o'x'$ ,  $o'y'$ ,  $o'z'$  незначительно отличаются от направлений соответствующих осей орбитальной системы координат с началом в центре масс базы  $o$  (рис. 25.13). Поэтому координаты корабля в орбитальной системе могут быть приближенно записаны следующим образом\*:

$$x \approx -R \cos \xi, \quad y \approx -R \cos \eta.$$

\* Мы ограничиваемся записью выражений только для  $x$  и  $y$ , так как рассматриваем случай совпадения плоскостей орбит корабля и базы.

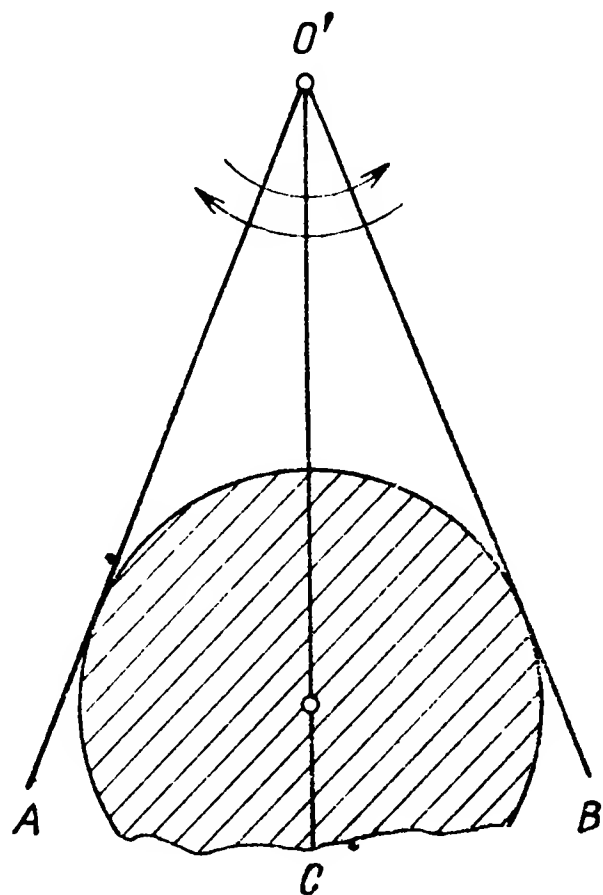


Рис. 25.11

По найденным координатам  $x$ ,  $y$  и времени, оставшемуся до сближения, вычислительное устройство определяет требуемые компоненты относительной скорости корабля  $\dot{x}_{\text{треб}}$ ,  $\dot{y}_{\text{треб}}$ . При этом используются формулы (25.20) и (25.22). Требуемые компоненты скорости сравниваются с текущими  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$ , определенными путем приближен-

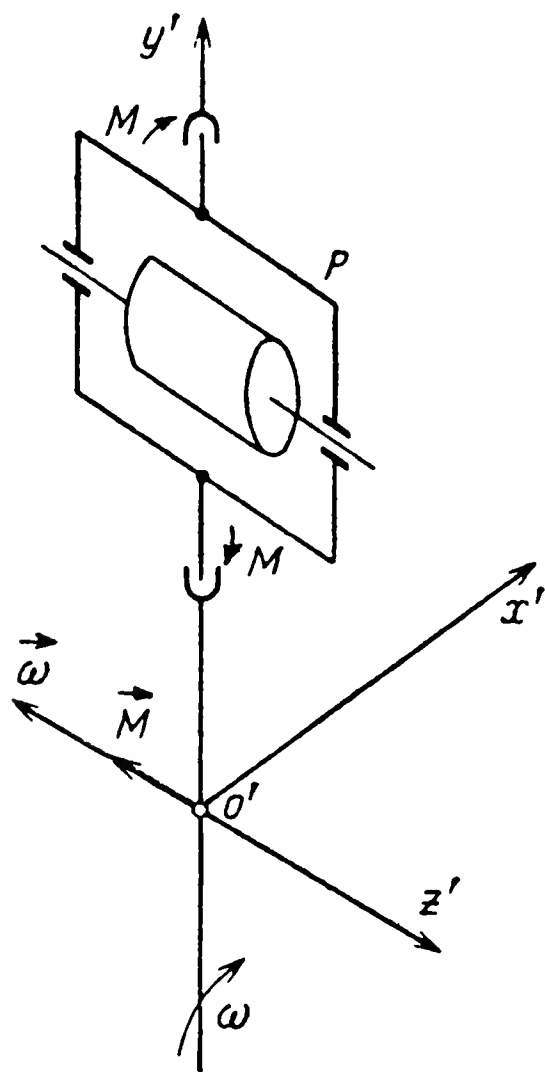


Рис. 25.12

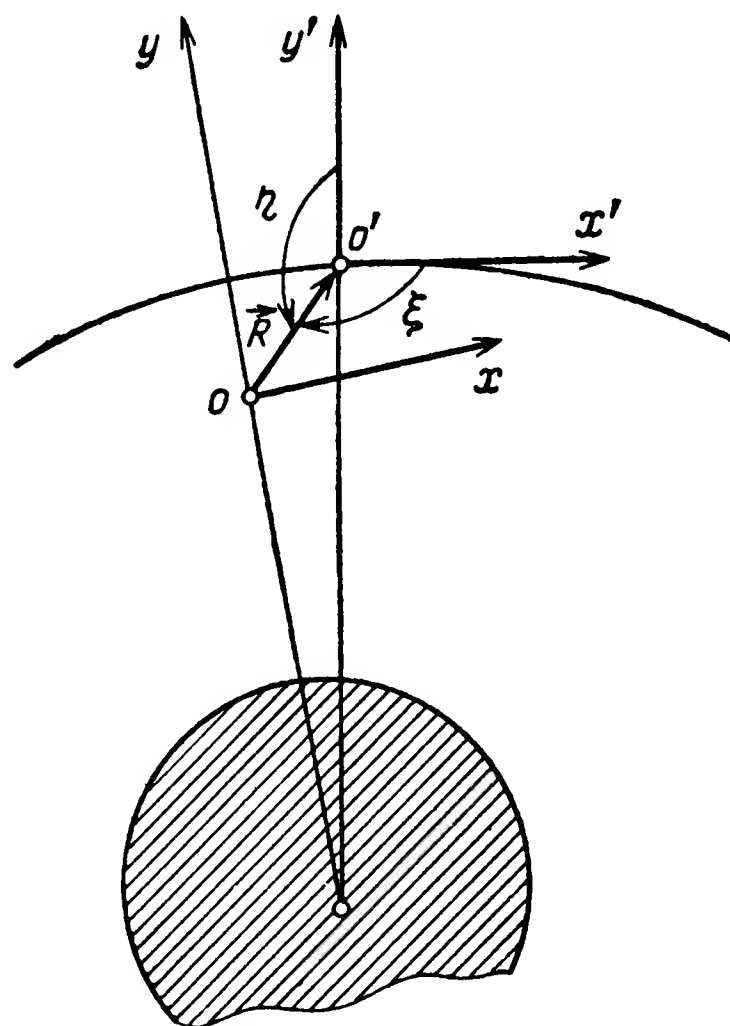


Рис. 25.13

ного дифференцирования  $x$  и  $y$ , и вычисляется модуль вектора отклонения скорости корабля от требуемой

$$\Delta V(t) = \sqrt{(\dot{x} - \dot{x}_{\text{треб}})^2 + (\dot{y} - \dot{y}_{\text{треб}})^2}.$$

Маршевый двигатель корабля работает в режиме «включено-выключено», поэтому управление движением производится путем нескольких импульсных коррекций. Система ориентации, работающая по командам вычислительного устройства, придает кораблю такое положение в пространстве, при котором вектор тяги  $\vec{F}$  маршевого двигателя направлен противоположно вектору  $\vec{\Delta V}$  (рис. 25.14), т. е.

$$\cos \beta = \frac{\dot{x} - \dot{x}_{\text{треб}}}{\Delta V},$$

$$\cos \gamma = \frac{\dot{y} - \dot{y}_{\text{треб}}}{\Delta V}.$$

В момент, когда непрерывно вычисляемая величина  $\Delta V$  совпадает с установленным пороговым значением  $\Delta V_{\text{пор}}$ , сравнивающее устройство включает маршевый двигатель и интегрирующий акселерометр. Выходное напряжение последнего пропорционально интегралу от ускорения, сообщаемого двигателем кораблю, т. е. приращению скорости корабля. В момент, когда рассогласование между истинной и требуемой скоростями относительного движения ликвидируется, т. е. выходное напряжение акселерометра соответствует  $\Delta V_{\text{пор}}$ , маршевый двигатель выключается. Использование показаний акселерометра (а не непосредственно результатов измерения пара-

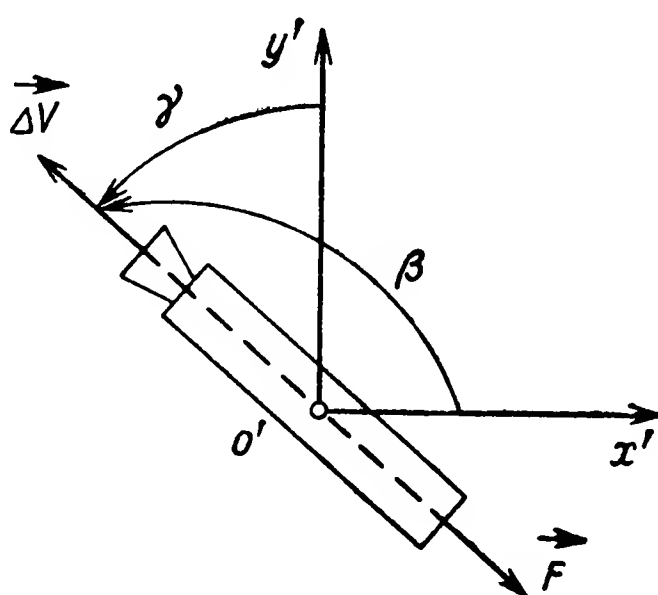


Рис. 25.14

метров относительного движения) гарантирует выключение двигателя в нужный момент независимо от качества радиосвязи во время проведения коррекций.

От величины  $\Delta V_{\text{пор}}$  зависит, насколько реальная траектория корабля будет отличаться от идеальной кинематической траектории сближения по методу затухающего перехвата. С этой точки зрения ее желательно уменьшать. Однако это потребует более частого включения двигателя (в пределе при  $\Delta V_{\text{пор}} \rightarrow 0$  потребуются непрерывное управление). Двигатели же с нерегулируемой тягой допускают ограниченное число включений и выключений. Поэтому величина  $\Delta V_{\text{пор}}$  должна выбираться компромиссным путем. Так как скорость относительного движения при наведении по методу затухающего перехвата уменьшается в процессе сближения, то может оказаться целесообразным и постепенное уменьшение допустимого отклонения относительной скорости  $\Delta V_{\text{пор}}$ .

При наведении на себя функциональная схема имеет вид, изображенный на рис. 25.15. В этом случае радиолокатор, вычислительное устройство и датчик времени размещены на базе, а радиолокационный ответчик — на корабле. Как и при самонаведением, на корабле необходим построитель опорной системы координат  $o', x'$ ,

$y', z'$ . На базе устанавливается устройство, производящее построение орбитальной системы координат. Команды, управляющие системой ориентации и маршевым двигателем корабля, передаются по

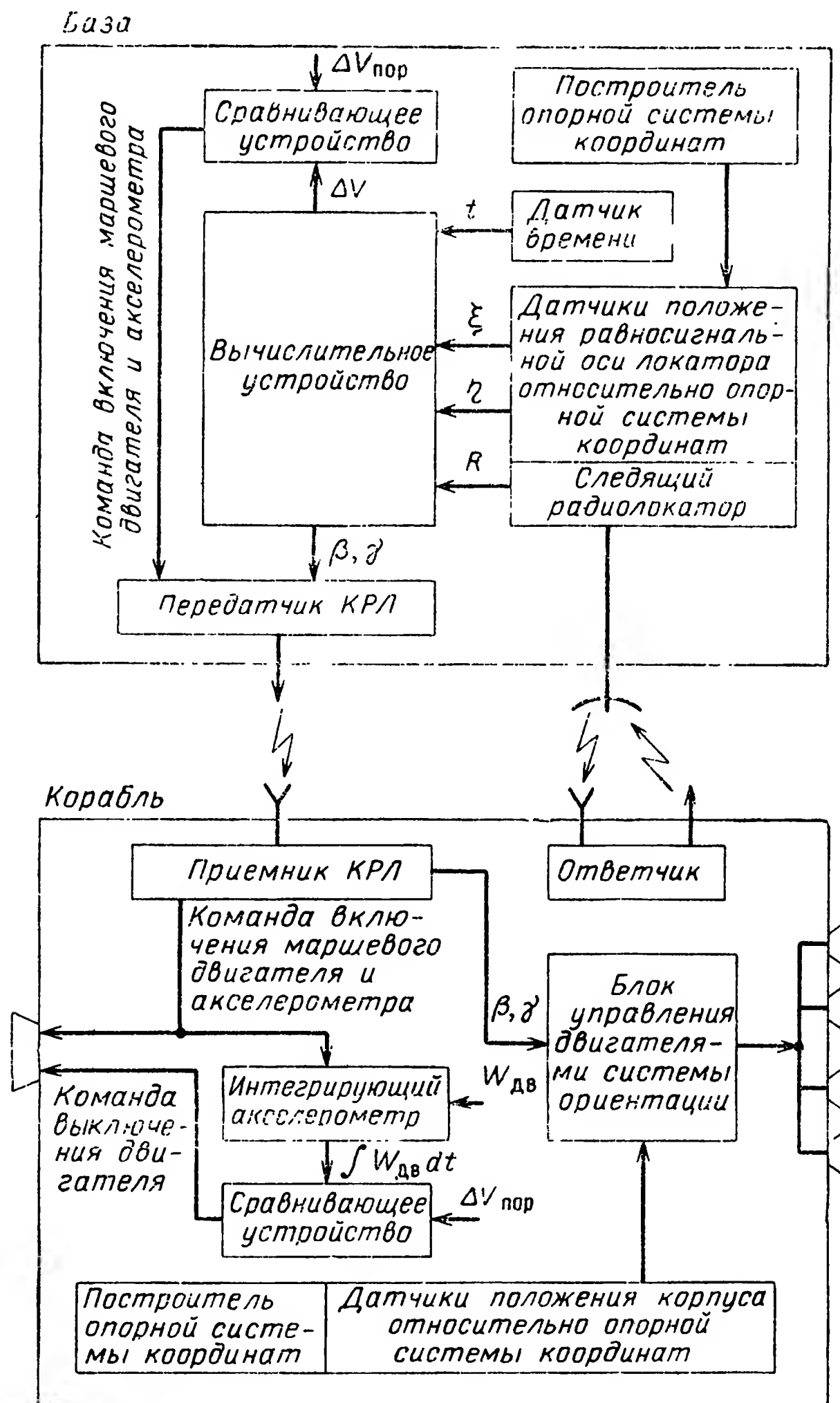


Рис. 25.15

командной радиолинии (КРЛ). Построение опорной системы координат  $o', x', y', z'$  на корабле необходимо для исполнения команд ориентации.



## 6. Система наведения по методу параллельного сближения

Как и в примере 3 (§ 25.4), предположим, что корабль имеет три маршевых двигателя (рис. 25.7), но будем считать, что тяга их не может регулироваться плавно. Одна из возможных схем системы самонаведения изображена на рис. 25.16.

Радиолокатор, установленный на борту корабля, позволяет определять расстояние корабль — база  $R$ , скорость сближения

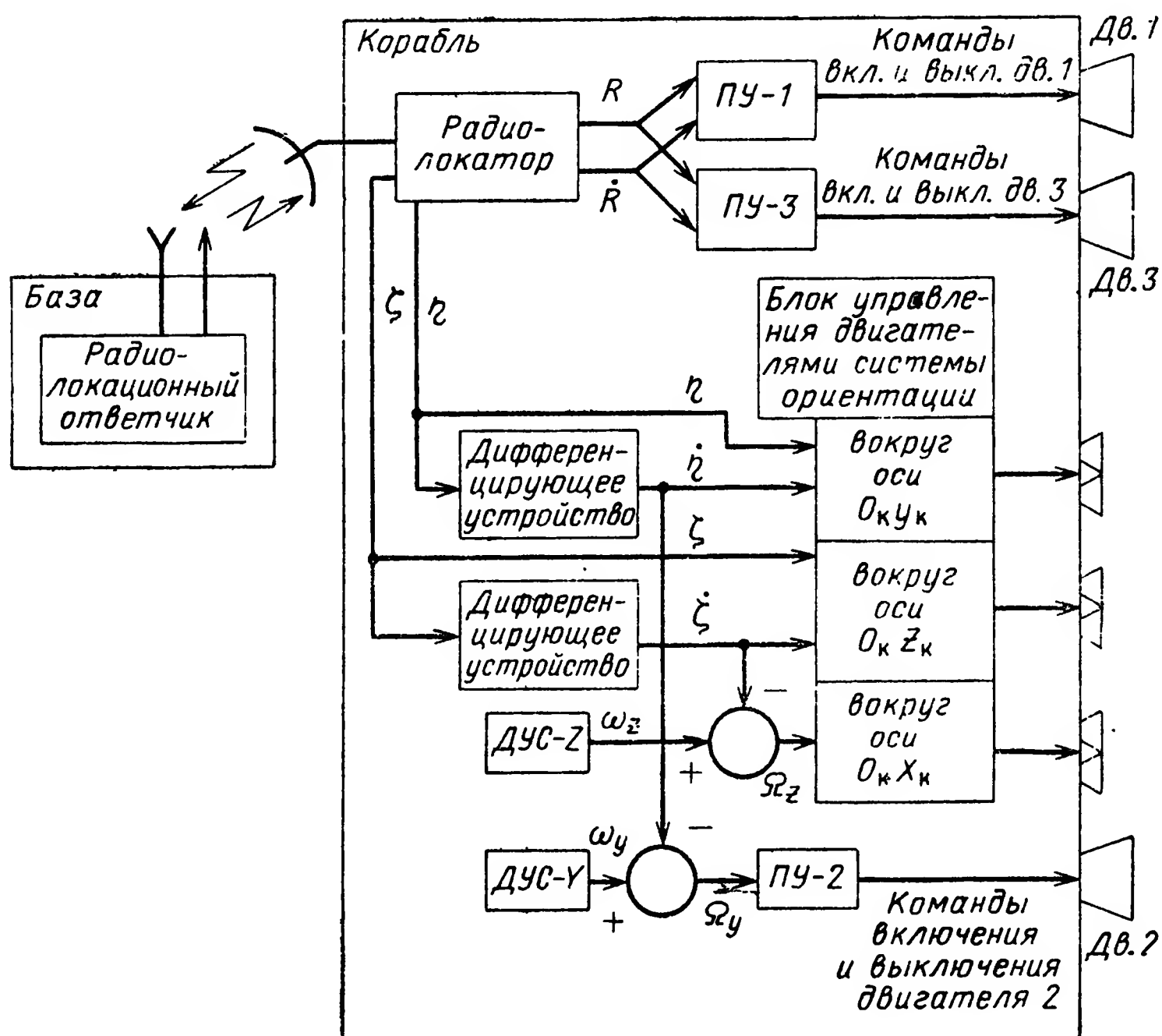


Рис. 25.16

$V_{сбл} = -\dot{R}$  и углы  $\zeta$  и  $\eta$ , характеризующие направление линии визирования в системе координат  $O_K, x_K, y_K, z_K$ , связанной с корпусом корабля (это углы между линией визирования и плоскостями  $O_K x_K z_K$  и  $O_K y_K x_K$  соответственно, см. рис. 25.17).

С помощью каналов системы ориентации, управляющих угловыми движениями корабля вокруг осей  $O_K y_K$  и  $O_K z_K$ , осуществляется слежение продольной оси корпуса  $O_K x_K$  за линией визирования, т. е. углы  $\eta$  и  $\zeta$  поддерживаются малыми. Датчики угловых скоростей (ДУС-у и ДУС-з) определяют угловые скорости вращения корпуса  $\omega_y, \omega_z$  вокруг осей  $O_K y_K$  и  $O_K z_K$  соответственно. При идеальном слежении за линией визирования (т. е. при  $\eta = \zeta = \text{const} = 0$ )

продольная ось корпуса корабля вращалась бы относительно инерциального пространства с той же угловой скоростью, что и линия визирования. В этом случае проекции вектора угловой скорости линии визирования  $\vec{\Omega}$  на оси  $o_k y_k$  и  $o_k z_k$  —  $\Omega_y$  и  $\Omega_z$  (рис. 25.18) были бы равны  $\omega_y$  и  $\omega_z$  соответственно. Но в действительности углы  $\zeta$  и  $\eta$  не равны нулю и не постоянны, хотя и малы. Поэтому при определении компонент вектора угловой скорости линии визи-

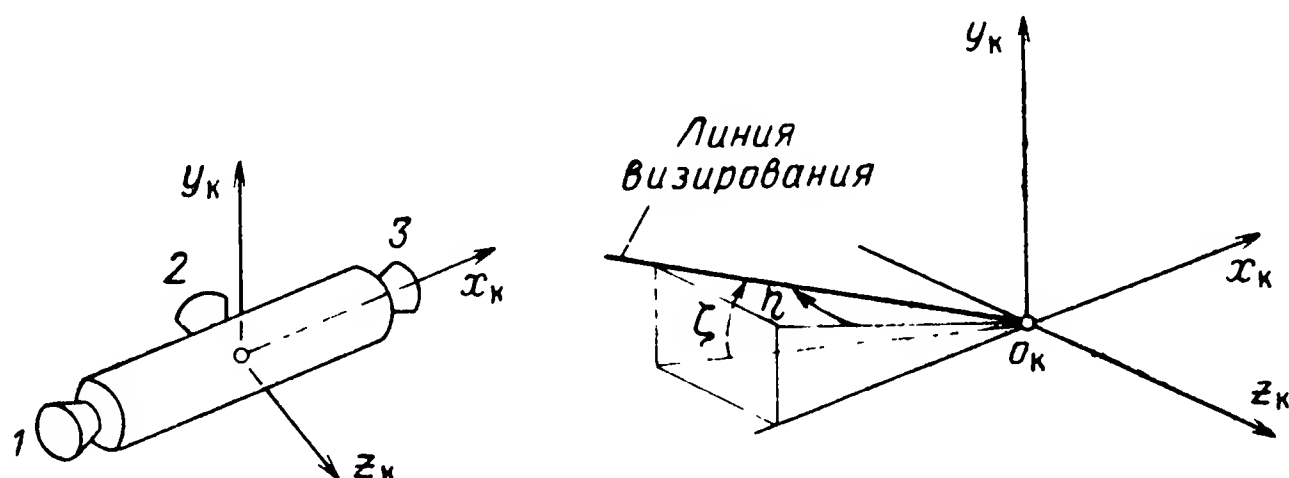


Рис. 25.17

рования необходимо учитывать величины производных углов  $\eta$  и  $\zeta$ . Учитывая показанные на рис. 25.17 направления отсчета этих углов, можно записать

$$\Omega_y \approx \omega_y - \dot{\eta}, *$$

$$\Omega_z \approx \omega_z - \dot{\zeta}.$$

В качестве датчиков угловых скоростей корпуса могут быть использованы двухстепенные гироскопы [19].

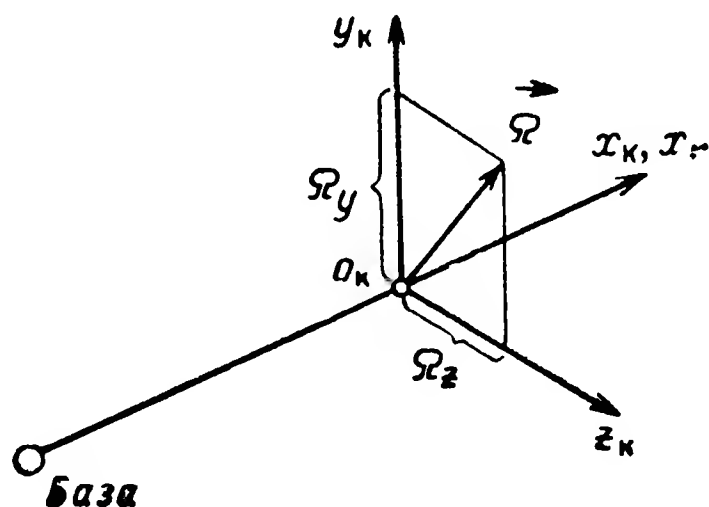


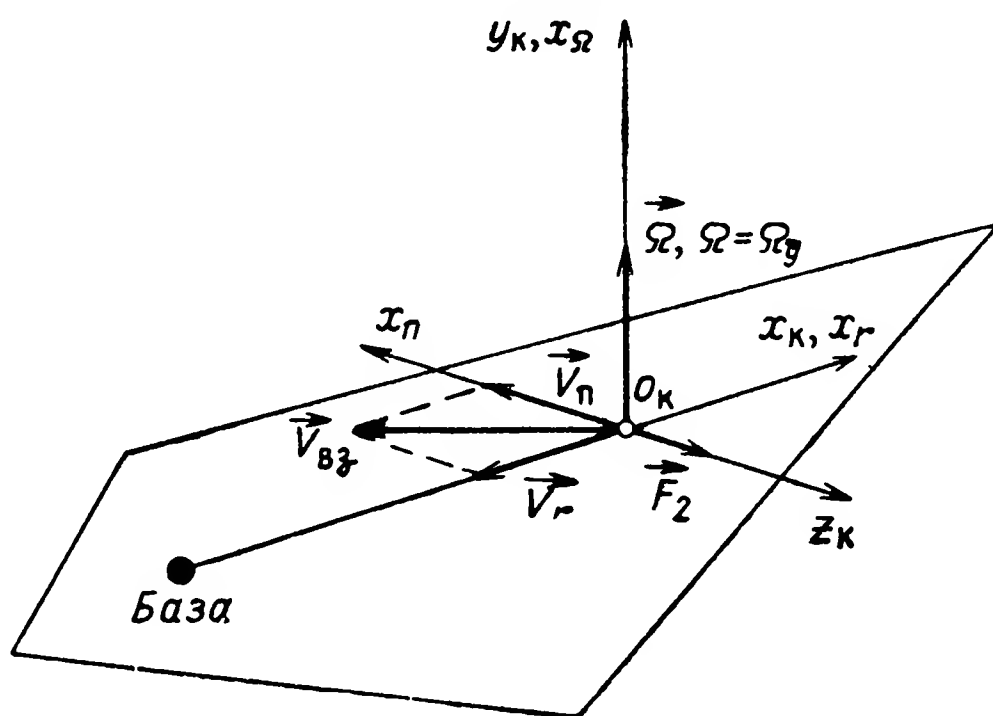
Рис. 25.18

С помощью третьего канала системы ориентации, управляющего угловыми движениями корпуса вокруг продольной оси  $o_k x_k$ , корабль ориентируется так, чтобы выполнялись условия  $\Omega_z = 0$ ,  $\Omega_y \geq 0$ . При этом вектор угловой скорости линии визирования на-

\* Каждое из этих выражений точно, когда не входящий в него угол равен нулю, например  $\Omega_y = \omega_y - \dot{\eta}$  при  $\zeta = 0$ .

правлен по оси  $o_k y_k$  и модуль его равен компоненте  $\Omega_y$ . Вектор тяги двигателя 2 ( $\vec{F}_2$ ) оказывается направленным противоположно нормальной компоненте вектора взаимной скорости (рис. 25.19).

Кроме принципа измерения угловой скорости вращения линии визирования, принятого в описываемой системе, возможны и другие, например с помощью антенны со следящим гирос приводом (способ, аналогичный тому, который используется в головках самонаведения ракет). Основным преимуществом такого способа является то, что величина угловой скорости линии визирования получается непосредственно в виде напряжения, снимаемого с одной из точек системы сопровождения базы по углу (см. § 6.5), а не в результате вы-



**Рис. 25.19**

читания выходных напряжений двух устройств, работающих на совершенно разных принципах (угломерного канала радиолокатора с дифференцирующим устройством и ДУС), характеристики которых могут оказаться существенно различными. Поэтому в системе со следящим гиروهодом принципиально достижима бóльшая точность измерения угловой скорости вращения линии визирования. Однако она содержит ряд механических узлов и потому значительно сложнее в конструктивном отношении, а это обстоятельство не может не приниматься во внимание при оценке системы, предназначенной для работы в условиях космического пространства.

Двигатель 2 включается в момент совпадения величины  $\Omega_y$  с установленным верхним пороговым значением  $\Omega_{\text{в}}$ . Так как его тяга направлена противоположно вектору  $\vec{V}_n$ , то последний начинает уменьшаться, а следовательно, уменьшается и величина  $\Omega_y = \Omega$ . Тогда, когда она становится равной нижнему порогу  $\Omega_{\text{н}}$ , двигатель 2 выключается\*. Операция сравнения осуществляется

\* Здесь мы рассматриваем вариант управления без интегрирующего акселерометра. В случае применения акселерометра выключение двигателя 2 должно производиться после уменьшения нормальной компоненты вектора взаимной скорости на величину  $\Delta V_n = (\Omega_B - \Omega_H) R$ , где  $R$  — измеренное значение расстояния корабль — база.

пороговым устройством ПУ-2. Таким образом, закон управления двигателем 2 (зависимость ускорения в направлении оси  $O_K Z_K$  от измеренного значения  $\Omega_y$ ) имеет вид релейной характеристики с гистерезисом (рис. 25.20). Характер изменения величины  $\Omega_y$  во времени показан на рис. 25.21. Участки резкого уменьшения  $\Omega_y$  соответствуют полету с включенным двигателем 2, который сообщает кораблю ускорение  $W_n$ , значительно превышающее остальные слагаемые в правой части второго уравнения системы (25.5).

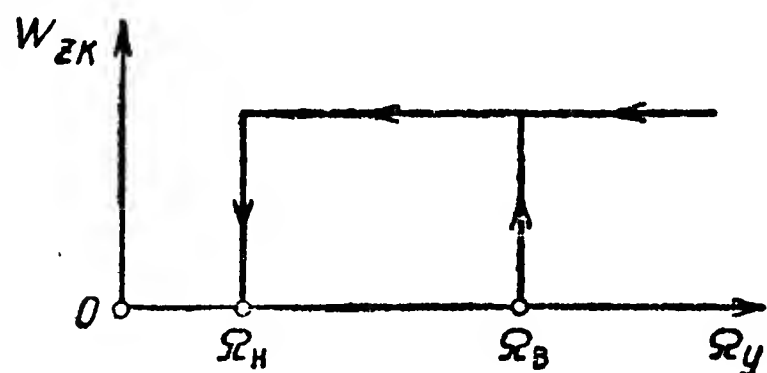


Рис. 25.20

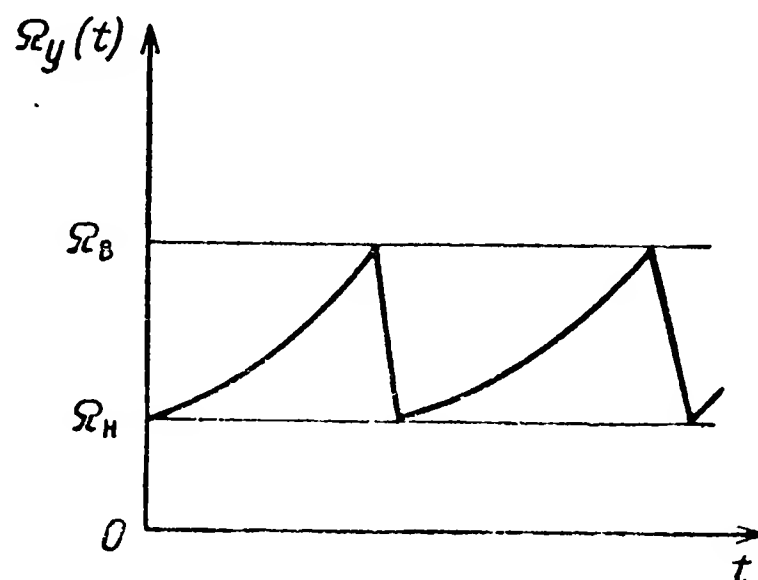


Рис. 25.21

Измеренные значения расстояния  $R$  и скорости сближения  $V_{сбл} = -\dot{R}$  подаются на пороговые устройства ПУ-1 и ПУ-3, логика работы которых поясняется рис. 25.23. В процессе свободного (неуправляемого) полета корабля точка  $a$ , изображающая соотношение между расстоянием и скоростью сближения, может двигаться по фазовой траектории вида  $I$  или  $3$ , в зависимости от того, каково действие ускорений вдоль линии визирования (слагаемые в правой части первого уравнения системы (25.5), пропорциональные  $x_r$ ) — «ускоряющее» или «тормозящее», т. е. от их знака (при отсутствии этих ускорений траекторией точки  $a$  является горизонтальная прямая  $2$ :  $\dot{R} = \text{const}$ ).

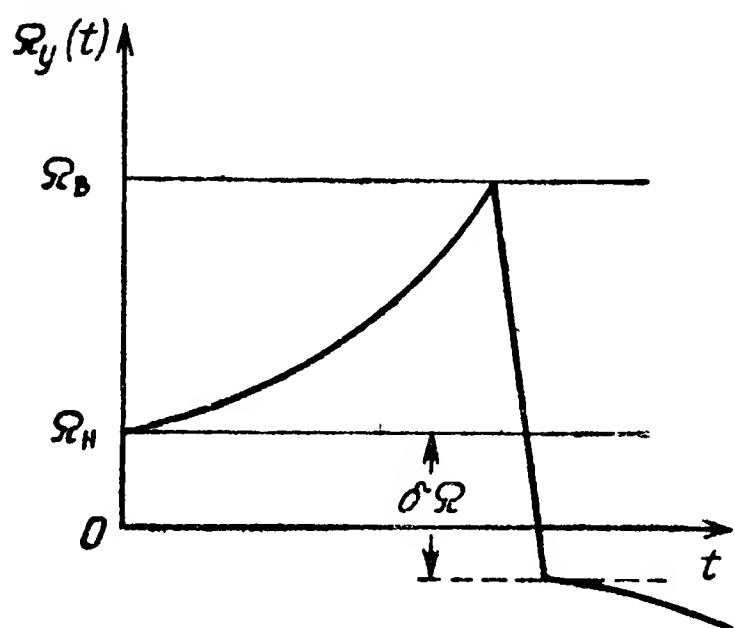


Рис. 25.22

При достижении точкой  $a$  линий  $I$  или  $III$  срабатывает одно из пороговых устройств (ПУ-1 или ПУ-3) и включается соответствующий маршевый двигатель. Поэтому линии  $I$  и  $III$  называются линиями включения. После включения двигателей  $I$  или  $3$  точка  $a$  быстро движется в сторону средней линии  $II$  (рис. 25.23). Во время работы двигателей  $I$  и  $3$  (т. е. во время продольных коррекций) заметно изменяется скорость сближения, расстояние же в силу непродолжительности коррекций изменяется незначительно. В момент достижения точкой  $a$  линии  $II$  коррекция прекращается. Поэтому эта линия называется линией выключения.

мая  $2$ :  $\dot{R} = \text{const}$ ). При достижении точкой  $a$  линий  $I$  или  $III$  срабатывает одно из пороговых устройств (ПУ-1 или ПУ-3) и включается соответствующий маршевый двигатель. Поэтому линии  $I$  и  $III$  называются линиями включения. После включения двигателей  $I$  или  $3$  точка  $a$  быстро движется в сторону средней линии  $II$  (рис. 25.23). Во время работы двигателей  $I$  и  $3$  (т. е. во время продольных коррекций) заметно изменяется скорость сближения, расстояние же в силу непродолжительности коррекций изменяется незначительно. В момент достижения точкой  $a$  линии  $II$  коррекция прекращается. Поэтому эта линия называется линией выключения.

Из описанной логики работы пороговых устройств ПУ-1 и ПУ-3 следует, что закон управления двигателями 1 и 3 (т. е. зависимость ускорения в направлении оси  $O_K X_K$  от соотношения между расстоянием и скоростью сближения) имеет вид релейной характеристики с гистерезисом (рис. 25.24, а), параметры которой  $\dot{R}^{(1)}$ ,  $\dot{R}^{(2)}$ ,  $\dot{R}^{(3)}$  зависят от измеренного значения расстояния (рис. 25.24, б).

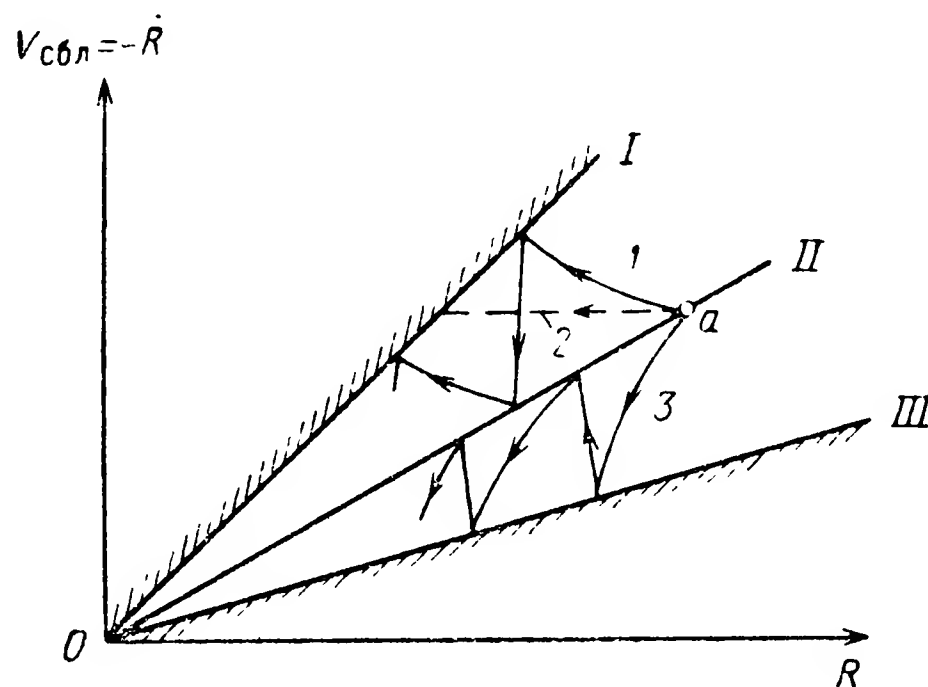


Рис 25.23

Описанный способ реализации метода параллельного сближения имеет чисто иллюстративный характер. Очевидно, что линии включения и выключения не обязательно должны быть прямыми,

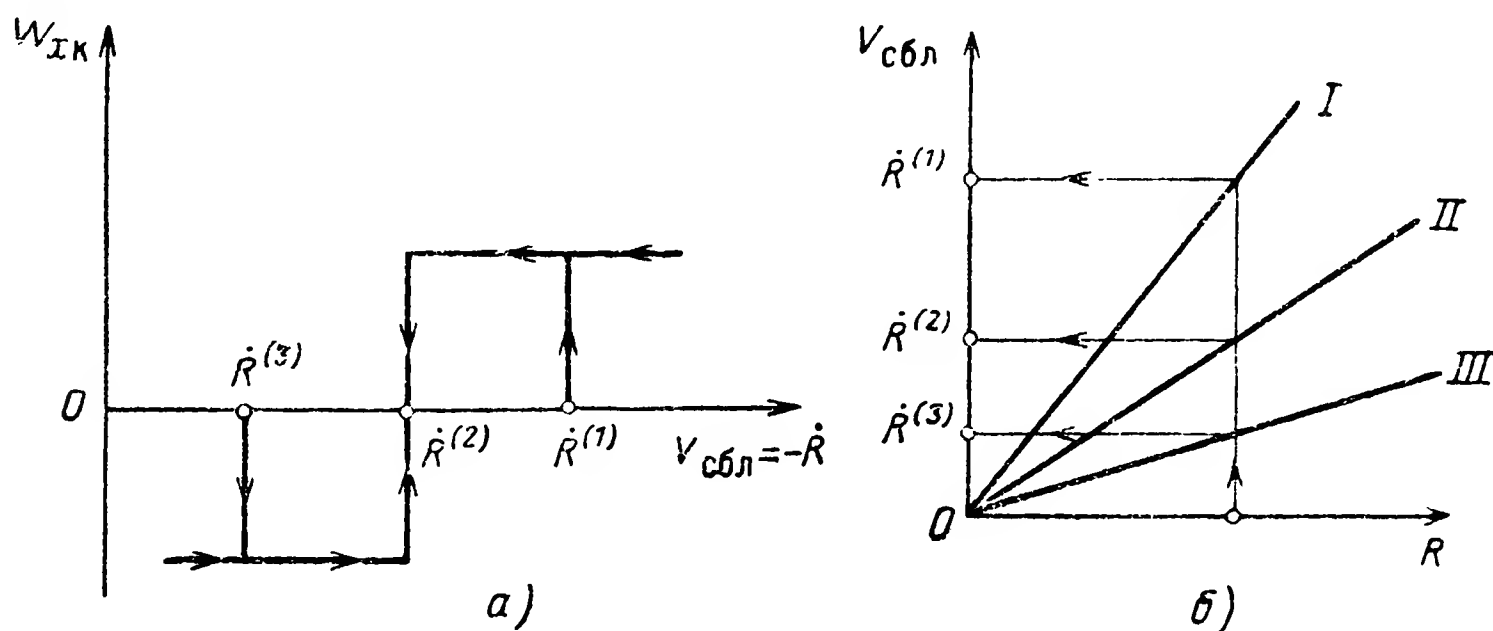


Рис. 25.24

а пороги  $\Omega_B$  и  $\Omega_H$  могут изменяться в процессе сближения. Вид законов управления и их параметры выбираются такими, чтобы оптимизировать систему по заданному критерию (например, расходу топлива) при известных ограничениях (например, ограничениях на время сближения, количество корректирующих импульсов и т. д.). Кроме того, при выборе законов управления нужно учитывать ожидаемые погрешности измерительных средств и особенности функционирования системы управления. Например, логика работы описанной системы требует выполнения условия  $\Omega_y \geq 0$ . Если порог  $\Omega_H$  ниже уровня ошибок измерения угловой скорости линии визиро-

вания, то в конце корректирующего импульса возможен переход  $\Omega_y$  через нуль (рис. 25.22). В каждом таком случае по окончании коррекции потребуется разворот корпуса корабля вокруг продольной оси на  $180^\circ$ , которого можно было бы избежать при правильном выборе порога  $\Omega_n$ .

### в. Структурная схема системы параллельного сближения

Рассмотренные функциональные схемы лишь иллюстрируют принцип действия систем управления встречей. К математическому анализу системы управления встречей как замкнутой системы автома-

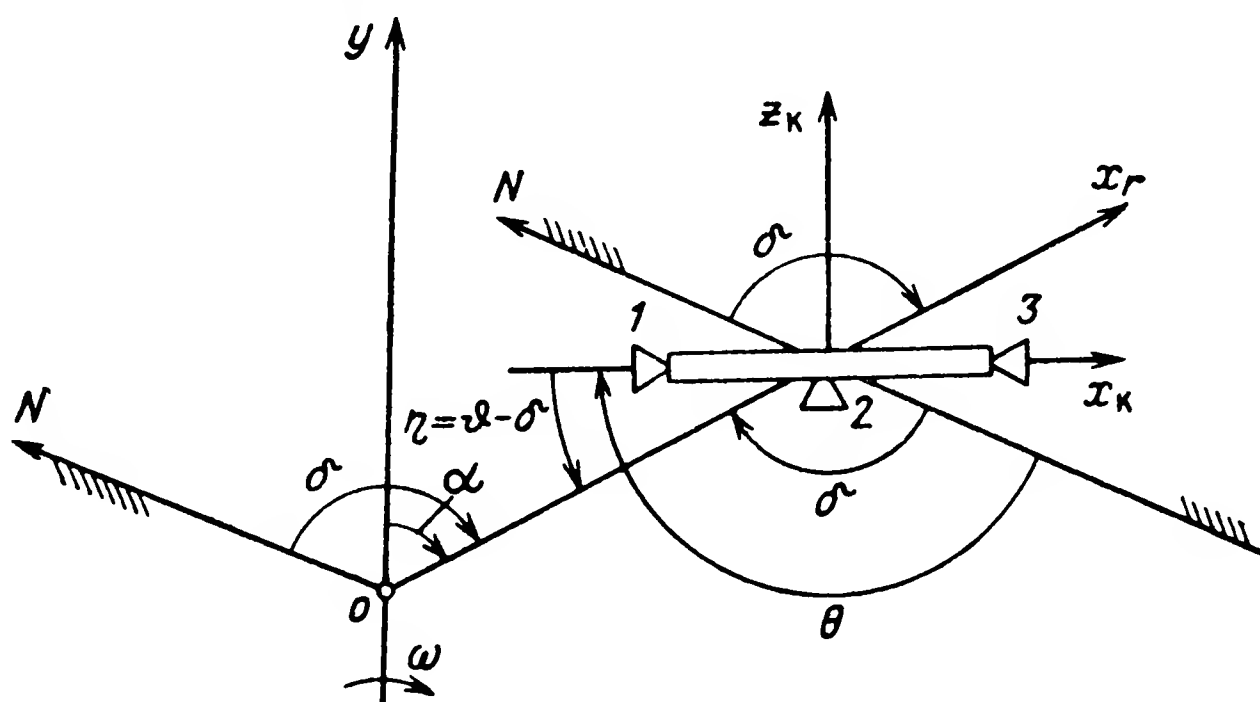


Рис. 25.25

тического регулирования можно приступить только тогда, когда известна ее структурная схема. В качестве примера составим структурную схему системы параллельного сближения, описанной выше.

С целью упрощения предположим, что измерительные средства корабля обеспечивают точное определение направления вектора угловой скорости линии визирования, а система ориентации идеально ориентирует ось  $O_k y_k$  корабля в этом направлении. Благодаря этому векторы тяги всех трех маршевых двигателей лежат в плоскости орбиты (рис. 25.25). Такое предположение позволяет ограничиться рассмотрением работы лишь одного угломерного канала (измеряющего угол  $\eta$ , рис. 25.17) и одного канала системы ориентации (управляющего угловыми движениями корабля вокруг оси  $O_k y_k$ ).

Структурная схема системы управления сближением состоит из трех частей, взаимодействие которых показано на рис. 25.26. Первая часть включает в себя измерительные средства и исполнительные устройства (маршевые двигатели и двигатели системы ориентации). Входными величинами этой части схемы являются параметры, непосредственно измеряемые бортовыми измерительными средствами: расстояние  $R$  и его производная  $\dot{R}$ , угол между линией ви-

зирования и продольной осью корабля  $\eta$ , угловая скорость вращения корпуса  $\omega_y$ . Выходные величины — ускорения, создаваемые двигателями 1, 2, 3 в направлениях осей  $O_K X_K$  и  $O_K Z_K$ , и угловое ускорение вокруг оси  $O_K Y_K$ , создаваемое двигателями системы ориентации.

Второй и третьей частям структурной схемы не соответствуют какие-либо реально существующие элементы. Одна из них (звено «Динамика вращательных движений корпуса») связывает выходную величину исполнительных двигателей системы ориентации — угловое ускорение корпуса корабля  $\epsilon_y$  — с результатом действия этого

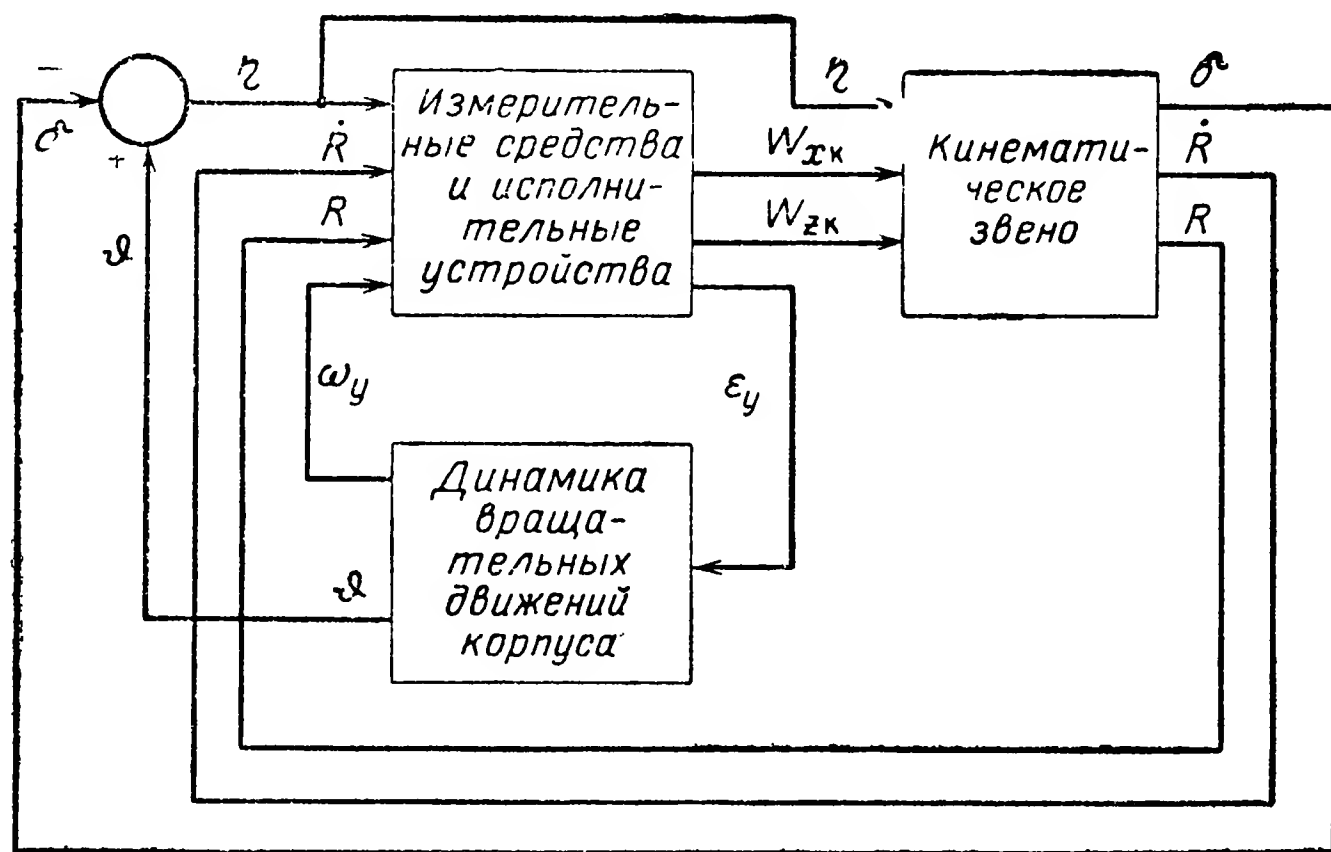


Рис. 25.26

ускорения — угловой скоростью вращения корпуса корабля и изменением положения продольной оси корпуса в пространстве (угла  $\theta$ , рис. 25.25). Другая (кинематическое звено) отражает геометрические соотношения, складывающиеся в пространстве при относительном перемещении центров масс корабля и базы. Она связывает математически выходные величины системы управления движением центра масс корабля (ускорения, сообщаемые кораблю маршевыми двигателями) с величинами, являющимися входными для измерительных средств, определяющих расстояние и скорость сближения, и углом  $\delta$ , характеризующим направление линии визирования относительно неподвижной оси  $ON$  (рис. 25.25).

Рассмотрим все три части структурной схемы несколько более подробно.

#### 1. Измерительные средства и исполнительные устройства

Нетрудно заметить, что пороговым устройствам ПУ-2 и ПУ-3 вместе с двигателями 1 и 3, реализующим изображенный на рис. 25.24 закон управления ускорением  $W_{xk}$ , соответствует эквивалентная схема рис. 25.27. На два входа этой схемы поступают измеренные значения расстояния и скорости



сближения, которые в отличие от истинных величин  $R$  и  $\dot{R}$  обозначены теми же буквами со значком (\*). Пороги срабатывания релейного элемента постоянны и равны величинам, обратным угловым коэффициентам линий включения и выключения (рис. 25.24):  $\frac{1}{\tau_1}$ ,  $\frac{1}{\tau_2}$ ,  $\frac{1}{\tau_3}$ . Поэтому входной величиной релейного элемента является отношение

$$\frac{1}{\tau^*} = - \frac{\dot{R}^*}{R^*}.$$

Эквивалентом порогового устройства ПУ-2 совместно с двигателем 2 является релейный элемент с характеристикой, изображенной на рис. 25.20.

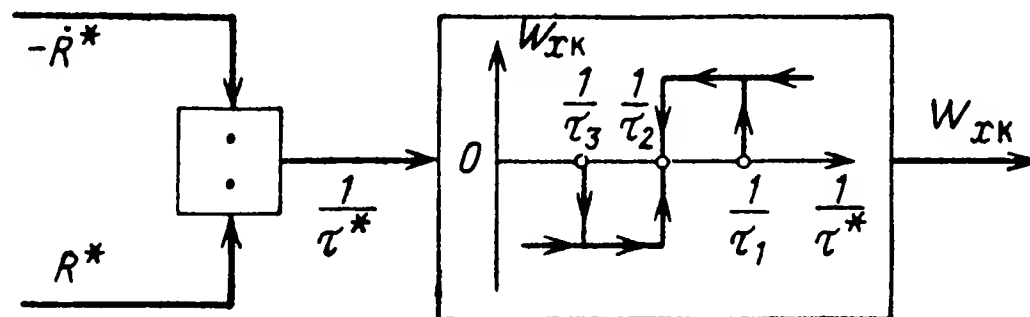


Рис. 25.27

На его вход подается измеренное значение компоненты  $\Omega_y$  вектора угловой скорости линии визирования

$$\Omega_y^* = \omega_y^* - \dot{\eta}^*,$$

где  $\omega_y^*$  — измеренное значение угловой скорости корпуса  $\omega_y$ ;  $\dot{\eta}^*$  — значение производной угла  $\eta$ , полученное путем приближенного дифференцирования измеренной величины  $\eta^*$ .

Учитываемый нами канал системы ориентации должен обеспечивать слежение продольной оси корпуса за линией визирования. В простейшем случае

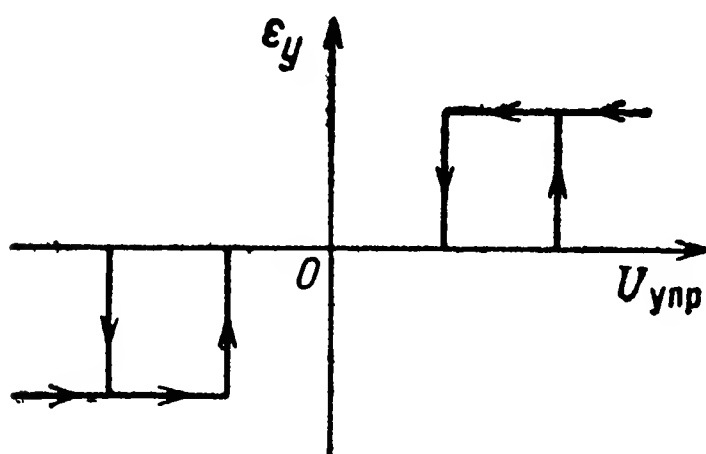


Рис. 25.28

сигнал, управляющий двигателями системы ориентации, представляет собой линейную комбинацию измеренных значений угла  $\eta$  и его производной

$$U_{упр} = \tau_1^* + k\dot{\tau}_1^*.$$

Если предположить, что в системе ориентации используются безынерционные двигатели с нерегулируемой тягой, то в простейшем случае закон управления ими (т. е. зависимость углового ускорения  $\epsilon_y$  от управляющего сигнала

ла) имеет вид релейной характеристики с гистерезисом (рис. 25.28). Это обеспечивает поддержание угла  $\eta$  в заданных пределах вблизи нуля.

Радиотехнические измерительные средства, как следует из описания принципа действия системы (п. 6 настоящего параграфа), должны иметь канал измерения дальности  $R$ , канал измерения скорости сближения  $V_{сбл} = -\dot{R}$  и два угломерных канала, из которых мы рассматриваем только один — измеряющий угол  $\eta$ .

С учетом всего сказанного первую часть структурной схемы системы управления сближением можно изобразить в виде, показанном на рис. 25.29. Для того чтобы с помощью этой схемы можно было производить расчеты, нужно задать передаточные функции радиотехнических измерительных уст-

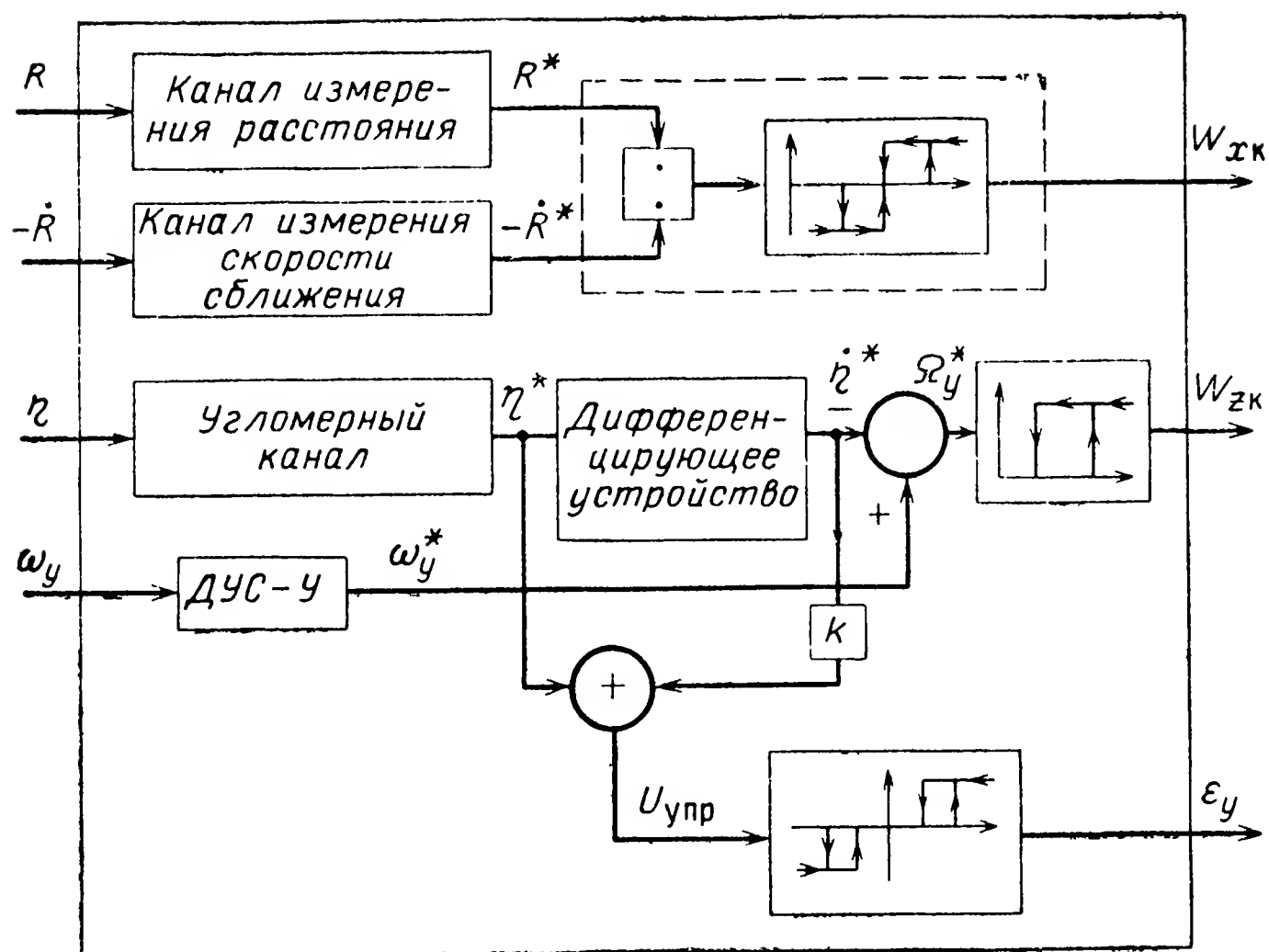


Рис. 25.29

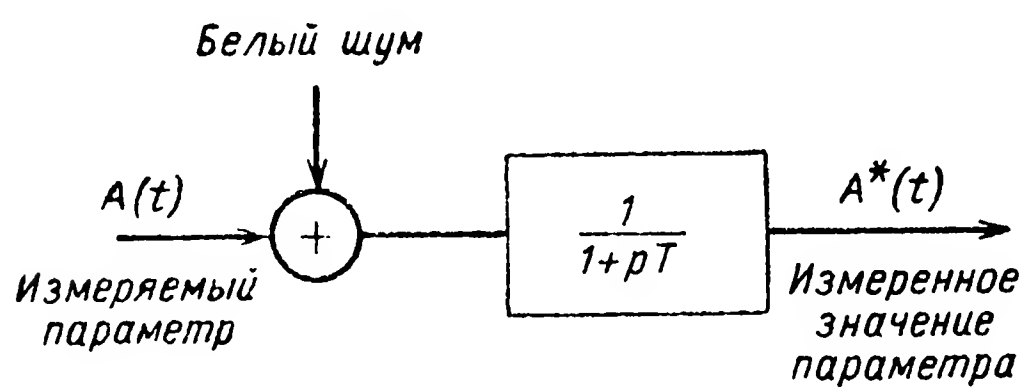


Рис. 25.30

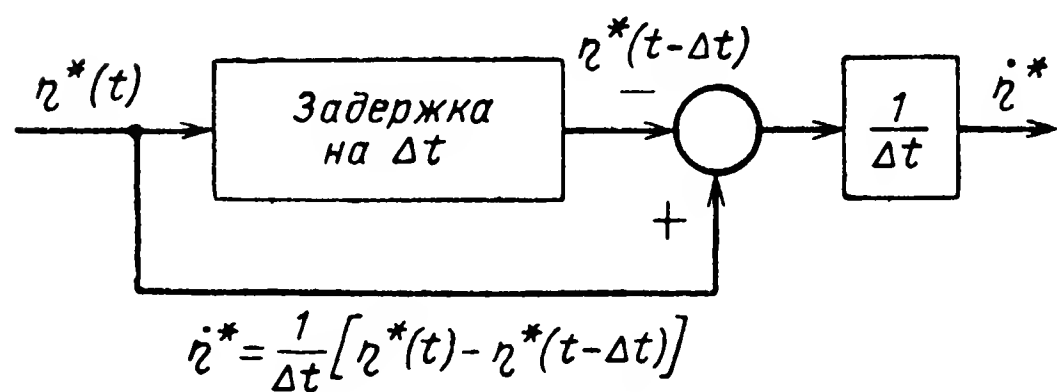


Рис. 25.31

роЙств, ДУСа, дифференцирующего устройства, а также численные значения параметров всех элементов схемы.

Радиотехнические измерительные устройства, учитывая в самом первом приближении их динамические свойства и действие собственного шума, можно представить линейными инерционными звеньями и источниками белого шума определенной спектральной плотности (рис. 25.30). Одна из возможных схем приближенного дифференцирования изображена на рис. 25.31. Для такого дифференцирующего устройства нетрудно найти передаточную функцию

$$K_{\text{диф}}(p) = \frac{1 - e^{-p\Delta t}}{\Delta t}.$$

Датчик угловой скорости  $\omega_y$  с точки зрения его динамических свойств можно представить [19] в виде колебательного звена с передаточной функцией

$$K_{\text{ДУС}}(p) = \frac{1}{1 + c_1 p + c_2 p^2}.$$

## 2. Звено «Динамика вращательных движений корпуса»

Выходные величины этого звена [ $\omega_y$  и угол  $\vartheta$  (рис. 25.25)] связаны с входной величиной — угловым ускорением  $\varepsilon_y$  следующими очевидными соотношениями:

$$\dot{\omega}_y = \varepsilon_y, \quad \ddot{\vartheta} = \varepsilon_y.$$

Этим соотношениям соответствует структурная схема рис. 25.32.

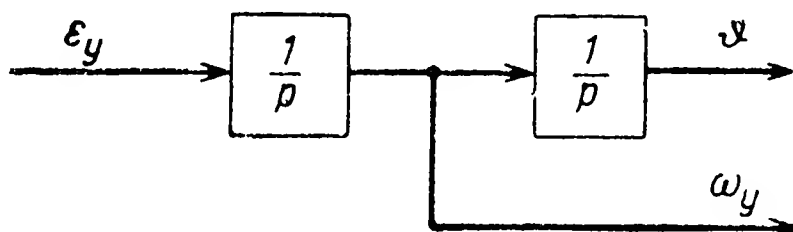


Рис. 25.32

## 3. Кинематическое звено

Для описания относительного движения корабля и базы можно использовать уравнения (25.5). Их решение дает величины  $x_r \equiv R$ ,  $\dot{x}_n \equiv \dot{R}$  и угол  $\alpha$ , с которым угол  $\delta$ , определяющий положение линии визирования относительно неподвижной оси  $ON$ , связан соотношением

$$\dot{\delta} = \dot{\alpha} + \omega.$$

Так как входными величинами кинематического звена являются не ускорения  $W_r$  и  $W_n \text{sign}(\dot{\alpha} + \omega)$ , входящие в уравнения (25.5), а ускорения  $W_{xк}$  и  $W_{zк}$ , то к уравнениям (25.5) следует присоединить следующие соотношения, выражающие  $W_r$  и  $W_n \text{sign}(\dot{\alpha} + \omega)$  через  $W_{xк}$  и  $W_{zк}$ :

$$W_r = W_{xк} \cos \eta + W_{zк} \sin \eta,$$

$$W_n \text{sign}(\dot{\alpha} + \omega) = -W_{zк} \cos \eta + W_{xк} \sin \eta,$$

которые в силу малости угла  $\eta$  можно упростить

$$W_r \approx W_{xк} + \eta W_{zк},$$

$$W_n \text{sign}(\dot{\alpha} + \omega) \approx -W_{zк} + \eta W_{xк}.$$

Уравнения кинематического звена тоже можно представить в виде структурной схемы, содержащей кроме типовых линейных звеньев и нелинейных звеньев с одним входом также нелинейные звенья с двумя входами, которые осуществляют операции перемножения и деления.

Таким образом, мы располагаем данными для составления полной (в пределах принятых упрощающих допущений) структурной схемы системы параллельного сближения. Даже не собирая воедино рассмотренные узлы этой схемы, видно, что, несмотря на значительное число упрощений, она весьма сложна. Для нее характерно большое количество перекрестных и обратных связей, а также наличие ряда существенно нелинейных элементов. Из-за отсутствия общих аналитических методов исследования подобных систем анализ процесса сближения производится в основном путем электронного моделирования и с помощью численных расчетов на цифровых вычислительных машинах.

В заключение отметим, что материал данной главы нужно рассматривать лишь как введение в круг основных идей, связанных с развивающейся сложной областью техники — управлением встречей и стыковкой космических аппаратов.

### **К о н т р о л ь н ы е   в о п р о с ы**

1. Сопоставьте задачи управления встречей на орбите и перевода спутника с одной орбиты на другую.
2. Дайте сравнительную характеристику различных способов управления встречей космических аппаратов на орбите.
3. Охарактеризуйте орбитальную и визирную системы координат.
4. Что такое характеристическая скорость? Что она характеризует? Как использовать понятие характеристической скорости для сравнения по экономичности различных способов создания управляющих ускорений?
5. Какой информацией необходимо располагать для управления сближением по методу двухимпульсной коррекции? Каковы основные недостатки этого метода?
6. В чем состоят недостатки метода параллельного сближения? Чем они вызваны?
7. Каковы основные требования, предъявляемые к методу наведения на этапе причаливания?
8. Опишите принцип действия системы управления встречей при наведении по методу затухающего перехвата.
9. Как осуществляется управление ориентацией корабля при наведении по методу параллельного сближения?
10. Объясните (качественно), как влияют погрешности радиотехнических измерительных средств при различных методах наведения на:
  - а) работу системы ориентации корабля;
  - б) на моменты проведения коррекций и величину корректирующих импульсов.

Литература [17, 19, 27, 68, 112, 113, 126, 130, 131].

---

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г у т к и н Л. С. Принципы радиоуправления беспилотными объектами. Изд-во «Советское радио», 1959.
2. Т и п у г и н В. Н., В е й ц е л ь В. А. Радиоуправление. Изд-во «Советское радио», 1962.
3. М а к с и м о в М. В., Г о р г о н о в Г. И. Радиоуправление ракетами. Изд-во «Советское радио», 1964.
4. К о ч е т к о в В. Т. и д р. Теория систем телеуправления и самонаведения ракет. Изд-во «Наука», 1964.
5. К о р е н е в Г. В. Введение в механику управляемого тела. Изд-во «Наука», 1964.
6. Л и т в и н-С е д о й М. З. Введение в механику управляемого полета. Изд-во «Высшая школа», 1962.
7. П е т р о в В. П., С о ч и в к о А. А. Управление ракетами. Воениздат, 1963.
8. П а в л о в В. А. и д р. Стабилизация летательных аппаратов и автопилоты. Изд-во «Высшая школа», 1964.
9. Л е б е д е в А. А., К а р а б а н о в В. А. Динамика систем управления беспилотными летательными аппаратами. Изд-во «Машиностроение», 1965.
10. К р ы с е н к о Г. О. Управление реактивными снарядами. Воениздат, 1960.
11. М е р и л л Г. и д р. Исследование операций, боевые части, пуск снарядов. Изд-во иностранной литературы, 1959.
12. П е р е с а д а С. А. Зенитные управляемые ракеты. Воениздат, 1961.
13. Д о р о ф е е в А. Н. Взрыватели ракет. Воениздат, 1963.
14. В о л ж и н А. Н., Я н о в и ч В. А. Противорадиолокация. Воениздат, 1960.
15. Б о д н е р В. А. Теория автоматического управления полетом. Изд-во «Наука», 1964.
16. Ф е о д о с ь е в В. М., С и н я р е в Г. Б. Введение в ракетную технику. Оборонгиз, 1961.
17. «Управление полетом космических аппаратов». Пер. с англ., под ред. П. Ж. Крисса и Л. И. Кузнецова. Изд-во иностранной литературы, 1963.
18. П о н о м а р е в В. М. Теория управления движением космических аппаратов. Изд-во «Наука», 1965.
19. А л е к с е е в К. Б., Б е б е н и н Г. Г. Управление космическим летательным аппаратом. Изд-во «Машиностроение», 1964.
20. П о г о р е л о в Д. А. Теория кепплеровых движений летательных аппаратов. Физматгиз, 1961.
21. Б ы ч к о в С. И. и д р. Космические радиотехнические комплексы. Изд-во «Советское радио», 1967.
22. «Методы оптимизации с приложениями к механике космического полета». под ред. Дж. Лейтмана. Изд-во «Наука», 1965.
23. Д у б о ш и н Г. Н. Небесная механика. Физматгиз, 1965.
24. Ж а к о в А. М., П и г у л е в с к и й Ф. А. Управление баллистическими ракетами. Воениздат, 1963.

25. Шапиро И. И. Расчет траектории баллистических снарядов по данным радиолокационных наблюдений. Пер. с англ. Изд-во иностранной литературы, 1961.
26. «Электронные методы контроля траекторий космических аппаратов». Пер. с англ. Изд-во иностранной литературы, 1963.
27. «Космическая техника» под ред. Г. Сейферта,. Изд-во «Наука», 1964.
28. Кантор А. В. Аппаратура и методы измерений при испытаниях ракет. Оборонгиз, 1963.
29. Синяк В. С. Военное применение электронных вычислительных машин. Воениздат, 1963.
30. Савант С. Дж. и др. Принципы инерциальной навигации. Изд-во «Мир», 1965.
31. Дудко Г. К., Резников Г. Б. Допплеровские измерители скорости и угла сноса самолетов. Изд-во «Советское радио», 1964.
32. Селезнев В. П. Навигационные устройства. Оборонгиз, 1961.
33. «Теоретические основы радиолокации», под ред. В. Е. Дулевича. Изд-во «Советское радио», 1964.
34. «Применение теории игр в военном деле». Сборник переводов под ред. В. О. Ашкенази. Изд-во «Советское радио», 1961.
35. Морз Ф. М., Кембел Д. Е. Методы исследования операций. Изд-во «Советское радио», 1956.
36. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. Физматгиз, 1960.
37. Солодов А. В. Линейные системы автоматического управления с переменными параметрами. Физматгиз, 1962.
38. Казаков И. Б., Доступов Б. Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. Физматгиз, 1962.
39. Первозванский А. А. Случайные процессы в нелинейных автоматических системах. Физматгиз, 1962.
40. Лившиц Н. А., Пугачев В. Н. Вероятностный анализ систем автоматического управления. Изд-во «Советское радио», ч. II, 1963.
41. Попов Б. П., Пальтов И. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. Физматгиз, 1960.
42. Попков С. Л., Попков Ю. С. Непрерывные и дискретные следящие системы. Изд-во «Энергия», 1964.
43. Стратонович Р. Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. Изд-во «Советское радио», 1961.
44. «Вопросы статистической теории радиолокации», под ред. Г. П. Тартаковского, т. 1. Изд-во «Советское радио», 1963.
45. «Вопросы статистической теории радиолокации», под ред. Г. П. Тартаковского, т. 2. Изд-во «Советское радио», 1964.
46. Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоуправления. Физматгиз, 1963.
47. Гуткин Л. С. Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах. Госэнергоиздат, 1961.
48. Солодовников В. В. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. Физматгиз, 1960.
49. Питерсон И. Л. Статистический анализ и оптимизация систем автоматического управления. Изд-во «Советское радио», 1964.
50. Красовский А. А., Поспелов Г. С. Основы автоматики и технической кибернетики. Госэнергоиздат, 1962.
51. Понтрягин Л. С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. Физматгиз, 1961.
52. «Основы автоматического управления», под ред. В. С. Пугачева. Физматгиз, 1963.
53. Цыпкин Я. З. Теория релейных систем автоматического регулирования. Гостехиздат, 1955.

54. П е р о в В. П. Статистический синтез импульсных систем. Изд-во «Советское радио», 1959.
55. К р у т ь к о П. Д. Статистическая динамика импульсных систем. Изд-во «Советское радио», 1963.
56. «Приспосабливающиеся автоматические системы». Изд-во иностранной литературы, 1963.
57. В о л г и н Л. Н. Элементы теории управляющих машин. Изд-во «Советское радио», 1962.
58. Д ж у р и З. Импульсные системы автоматического регулирования. Физматгиз, 1963.
59. А р е н б е р г А. Г. Распространение дециметровых и сантиметровых волн. Изд-во «Советское радио», 1957.
60. Ч а н д р а с е к а р С. Стохастические проблемы в физике и астрономии. Изд-во иностранной литературы, 1947.
61. Л е в и н Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Изд-во «Советское радио», 1966.
62. Л е б е д е в В. Л. Случайные процессы в электрических и механических системах. Физматгиз, 1958.
63. Б у н и м о в и ч В. П. Флуктуационные процессы в радиоприемных устройствах. Изд-во «Советское радио», 1961.
64. Л а н д а у Л. Д. и Л и в ш и ц Е. М. Механика. Физматгиз, 1958.
65. Б е л а в и н О. В., З е р о в а М. В. Современные средства радионавигации. Изд-во «Советское радио», 1965.
66. К р и в и ц к и й Б. Х. Автоматические системы радиотехнических устройств. Госэнергоиздат, 1962.
67. С к о л ь н и к М. Введение в технику радиолокационных систем. Изд-во «Мир», 1965.
68. Я б л о н с к и й А. А., Н и к и ф о р о в а В. М. Курс теоретической механики. Изд-во «Высшая школа», 1962.
69. Г н е д е н к о Б. В. Курс теории вероятностей. Физматгиз, 1961.
70. Д о б р о л е н с к и й Ю. П. и др. Автоматика управляемых снарядов. Гостехиздат, 1963.
71. «Конструирование управляемых снарядов», под ред. А. Е. Пакета и С. Рамо. Воениздат, 1963.
72. К у з и н Л. Т. Расчет и проектирование дискретных систем управления. Гостехмашиздат, 1962.
73. Б а к у л е в П. А. Радиолокация движущихся целей. Изд-во «Советское радио», 1964.
74. Э л ь я с б е р г П. Е. Введение в теорию движения искусственных спутников Земли. Изд-во «Наука», 1965.
75. А п п а з о в Р. Ф. и др. Баллистика управляемых ракет дальнего действия. Изд-во «Наука», 1966.
76. «Справочник по космонавтике», под ред. Н. Я. Кондратьева, В. А. Одицова. Воениздат, 1966.
77. Л е в а н т о в с к и й В. И. Ракетой к Луне. Физматгиз, 1960.
78. Ф а л ь к о в и ч С. Е. Прием радиолокационных сигналов на фоне флуктуационных помех. Изд-во «Советское радио», 1961.
79. Т и х о н о в В. И. Статистическая радиотехника. Изд-во «Советское радио», 1966.
80. А с т а ф ь е в Г. П. и др. Радиотехнические средства навигации космических аппаратов. Изд-во «Советское радио», 1962.
81. К а р п е н т ь е М. Современная теория радиолокации. Изд-во «Советское радио», 1965.
82. Т е п л я к о в И. М. Радиотелеметрия. Изд-во «Советское радио», 1966.
83. Л е з и н Ю. С. Оптимальные фильтры и накопители импульсных сигналов. Изд-во «Советское радио», 1963.



84. «Бортовые радиолокационные системы». Пер. с англ., под ред. К. Н. Трофимова. Воениздат, 1964.
85. Б у р г е с Э. Баллистические ракеты дальнего действия. Воениздат 1963.
86. К а л у а В. М. Космическая геодезия. Изд-во «Недра» 66.
87. К а н а р е й к и н Д. Б. и др. Поляризация радиолокационных сигналов. Изд-во «Советское радио», 1966.
88. Ш а х г и л ь д я н В. В., Л я х о в к и н А. А. Фазовая автоподстройка частоты. Изд-во «Связь», 1966.
89. Д о л у х а н о в М. П. Распространение радиоволн. Изд-во «Связь», 1965.
90. П е т р о в и ч Н. Т. и др. Космическая радиосвязь. Изд-во «Советское радио», 1965.
91. О р а е в с к и й А. Н. Молекулярные генераторы. Изд-во «Наука», 1964.
92. Математическое описание характеристик человека-оператора как звена системы управления. «Вопросы ракетной техники», 1965, № 12.
93. Б е р ж е М. Радиовзрыватели. «Вопросы радиолокационной техники», 1952, вып. 1.
94. М э т ь ю з В. Аналитическое определение величины промаха управляемого снаряда. «Вопросы ракетной техники», 1958, № 3.
95. Ч и л и к и н В. М. Применение частотных методов к анализу линейных систем самонаведения. Сборник «Анализ и синтез систем автоматического управления», под ред. Б. Н. Петрова, 1968.
96. К о в и т и др. Методы и техника радиопротиводействия и борьбы с ними. «Зарубежная радиоэлектроника», 1960, № 11.
97. Б л э т т н е р. Методы радиопротиводействия. «Зарубежная радиоэлектроника», 1960, № 4.
98. Динамические стенды для физического моделирования систем управления летательных аппаратов. «Вопросы ракетной техники» 1965, № 10, 11, 12.
99. Б о л ь ш а к о в И. А., Р е п и н В. Г. Вопросы нелинейной фильтрации. «Автоматика и телемеханика», 1961, № 4.
100. Г у т к и н Л. С. Потенциальная точность одноканальных и многоканальных измерителей. «Радиотехника», 1964, № 3, 4,
101. С т р а т о н о в и ч Р. Л. К теории оптимального управления. Достаточные координаты. «Автоматика и телемеханика», 1962, № 7, 11.
102. Ф е л ь д б а у м А. А. Теория дуального управления. «Автоматика и телемеханика», 1960, № 9, 11 и 1961, № 1, 2.
103. Ш и р м а н Я. Д. Теория обнаружения полезного сигнала на фоне гауссовских помех и произвольного числа мешающих сигналов. «Радиотехника и электроника», 1959, № 12.
104. Г у т к и н Л. С. Сравнение реальной и потенциальной точности пеленгации. «Радиотехника», 1965, № 6 и 1966, № 3.
105. С т р а т о н о в и ч Р. Л., Л а н д а П. С. Воздействие шумов на генератор с жестким возбуждением. «Известия вузов», Радиофизика, 1959, № 1.
106. О б р е з к о в Г. В., П е р в а ч е в С. В. Срыв слежения в системе с астатизмом второго порядка. «Автоматика и телемеханика», 1966, № 3.
107. П е р в а ч е в С. В. Срыв слежения во временном автоселекторе «Радиотехника и электроника», 1965, № 8, 10.
108. Б е л о у с о в а Н. В., Л е б е д е в В. Л. Срыв слежения в системе частотной автоподстройки. «Радиотехника», 1963, № 10.
109. Н и к и т и н Н. П. Срыв слежения в схеме ФАП. «Автоматика и телемеханика», 1965, № 4.
110. «Правда», 1966, 6 февраля, № 37.
111. Т а у с в о р т Р. Планетный радиолокатор для точного сопровождения по дальности. «Зарубежная радиоэлектроника», 1966, № 1.

112. Г р и н. Логарифмическая навигация для точного управления космическими кораблями. «Вопросы ракетной техники», 1962, № 7.
  113. С п р э д л и н. Траектории перехвата спутника, длительное время вращающегося по орбите. «Вопросы ракетной техники», 1961, № 12.
  114. «Правда», 1966, № 305, 1 ноября.
  115. Б а с о в Н. Г. и др. О возможности исследования релятивистских эффектов с помощью молекулярных и атомных стандартов частоты. УФН, 1961, № 1.
  116. К о т е л ь н и к о в В. А. и др. Использование эффекта Допплера для определения параметров ИСЗ. «Радиотехника и электроника», 1958, № 7.
  117. К р о н м и л л е р, Б а г д а д и. Основные принципы построения и характеристики системы точного измерения расстояния и скорости. «Зарубежная радиоэлектроника», 1966, № 10.
  118. М и л м а н Г. Влияние атмосферы на распространение метровых и дециметровых волн. «Радиотехника и электроника» за рубежом», 1959, № 2.
  119. Г д а л е в и ч Г. А. и др. К вопросу о влиянии ионосферы на определение положения космических ракет. «Радиотехника и электроника», 1963, № 6.
  120. А р м а н д Н. А., К о л о с о в М. А. О рефракции радиоволн в тропосфере. «Радиотехника и электроника», 1965, № 8.
  121. К о т е л ь н и к о в В. А. и др. Радиолокационная установка, использовавшаяся при радиолокации Венеры в 1961. «Радиотехника и электроника», 1962, № 11.
  122. К о т е л ь н и к о в В. А. и др. Радиолокационные наблюдения Венеры в Советском Союзе в 1964 г., «Доклады АН СССР», 1965, т. 163, № 1.
  123. Б а р т о л о м е. Системы передачи информации и измерения параметров траектории искусственных спутников Земли и космических аппаратов. «Зарубежная радиоэлектроника», 1966, № 2.
  124. С о о р е г F. Точность измерения траекторий баллистических ракет. ARS Journal, 1961, v. 31. № 4, p. 523—526.
  125. B e l l Laboratories Record, 1960, v. 88, № 3, p. 109.
  126. S h a r i r o M. Система наведения для выполнения встречи спутников, основанная на принципе «затухающего перехвата». ARS Journal, 1961, № 12.
  127. T h a t c h e r J. W. Наземные станции для исследований дальнего космоса. Jahrbuch, 1963 der Wissenschaftlichen Gesellschaft der Luft — und Raum — fahrt Braunschweig, p. 406—427.
  128. S i m o n J. C. Физические ограничения при измерениях углов моностатическими (радиолокационными) и мультистатическими (интерферометрическими) методами. Bücherei Ort und Navigat. Dtch. Ges. Ort und Navigat., s. a. 10 c. p 215—229.
  129. L o v e l l. Soviet aims in astronomy and Space research. New Scientist, 1963, № 349, 25. VII.
  130. S t a p l e f o r d R. L. Система управления на конечном участке при встрече с целью на орбите. «Экспресс-информация», серия Астронавтика и ракетодинамика, 1962, № 27.
  131. S t e f f a n K. F. Система наведения на конечном участке для встречи спутников. ARS Journal, 1961, № 11.
  132. R. B. Dow. Fundamentals of Advanced missiles. New York. John Wiley; sons. 1958.
-

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . . .	3
-----------------------	---

### Ч А С Т Ь   П Е Р В А Я П Р И Н Ц И П Ы   У П Р А В Л Е Н И Я   Р Е А К Т И В Н Ы М И   С Н А Р Я Д А М И

Г л а в а 1. Краткая характеристика летательных аппаратов и способов управления . . . . .	7
§ 1.1. Общие замечания . . . . .	7
§ 1.2. Краткая характеристика основных видов летательных аппаратов . . . . .	9
§ 1.3. Краткая характеристика основных способов управления . . . . .	16
§ 1.4. Общая характеристика систем радиоуправления . . . . .	23
§ 1.5. Основные задачи разработки систем радиоуправления . . . . .	25
Контрольные вопросы . . . . .	29
Г л а в а 2. Требования, предъявляемые к системам управления снарядами . . . . .	31
§ 2.1. Общие замечания . . . . .	31
§ 2.2. Точность наведения снаряда на цель . . . . .	32
§ 2.3. Разрешающая способность системы управления . . . . .	42
§ 2.4. Влияние веса боевого заряда и характера его действия . . . . .	44
§ 2.5. Эффективность взрывателя . . . . .	44
§ 2.6. Надежность действия аппаратуры . . . . .	45
Контрольные вопросы . . . . .	49
Г л а в а 3. Ракета как объект управления . . . . .	50
§ 3.1. Уравнения движения ракеты . . . . .	50
§ 3.2. Способы создания управляющих сил и моментов . . . . .	55
§ 3.3. Структурная схема звена «ракета» . . . . .	59
Контрольные вопросы . . . . .	67
Г л а в а 4. Принципы автономного управления . . . . .	68
§ 4.1. Общая характеристика автономных систем . . . . .	68
§ 4.2. Основные элементы системы автономного управления . . . . .	76
§ 4.3. Структурные схемы автономного управления ориентацией . . . . .	80
§ 4.4. Структурная схема звена автопилот-снаряд . . . . .	81
§ 4.5. Автономное управление полетом . . . . .	84
Контрольные вопросы . . . . .	90
Г л а в а 5. Кинематические методы наведения снарядов на произвольно движущиеся цели . . . . .	91
§ 5.1. Общие соотношения . . . . .	91
§ 5.2. Наведение по методу погони . . . . .	94
§ 5.3. Наведение по методу параллельного сближения . . . . .	97
§ 5.4. Метод пропорционального наведения . . . . .	101
§ 5.5. Метод накрытия цели . . . . .	104
Контрольные вопросы . . . . .	110

Г л а в а 6. Радиотехнические системы самонаведения . . . . .	111
§ 6.1. Общие замечания . . . . .	111
§ 6.2. Минимальная дальность, требуемая при самонаведении .	112
§ 6.3. Сравнение пассивных, активных и полуактивных систем самонаведения . . . . .	114
§ 6.4. Сравнение радиотехнических, тепловых и световых систем самонаведения . . . . .	115
§ 6.5. Функциональные схемы систем самонаведения . . . . .	116
§ 6.6. Структурные схемы систем самонаведения . . . . .	130
§ 6.7. Основные источники ошибок самонаведения . . . . .	143
Контрольные вопросы . . . . .	148
Г л а в а 7. Радиотехнические системы телеуправления . . . . .	149
§ 7.1. Общая характеристика систем телеуправления . . . . .	149
§ 7.2. Телеуправление второго вида (ТУ-2) . . . . .	150
§ 7.3. Функциональные схемы систем телеуправления первого вида (ТУ-1) . . . . .	154
§ 7.4. Структурная схема ТУ-1 при командном наведении . . . . .	159
§ 7.5. Структурная схема ТУ-1 при лучевом наведении . . . . .	167
§ 7.6. Основные источники ошибок при телеуправлении . . . . .	175
§ 7.7. Сравнение телеуправления с самонаведением . . . . .	176
Контрольные вопросы . . . . .	177
Г л а в а 8. Комбинированное управление . . . . .	178
§ 8.1. Общие замечания . . . . .	178
§ 8.2. Сопряжение траекторий . . . . .	179
§ 8.3. Наведение бортового радиолокатора на цель . . . . .	183
Контрольные вопросы . . . . .	185
Г л а в а 9. Согласование систем координат . . . . .	187
§ 9.1. Общие замечания . . . . .	187
§ 9.2. Перекрестные связи между каналами управления . . . . .	189
§ 9.3. Влияние скручивания систем координат . . . . .	191
§ 9.4. Происхождение скручивания систем координат . . . . .	195
§ 9.5. Пути уменьшения влияния скручивания систем координат	200
§ 9.6. Эффекты, эквивалентные скручиванию систем координат .	205
Контрольные вопросы . . . . .	207
Г л а в а 10. Радиовзрыватели . . . . .	208
§ 10.1. Требования, предъявляемые к радиовзрывателям . . . . .	208
§ 10.2. Типы радиовзрывателей . . . . .	214
Контрольные вопросы . . . . .	220

## Ч А С Т Ь В Т О Р А Я

### МЕТОДЫ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Г л а в а 11. Показатели качества управления снарядами и общая методика определения этих показателей . . . . .	225
§ 11.1. Полная вероятность поражения цели . . . . .	225
§ 11.2. Приближенные методы определения полной вероятности поражения . . . . .	229
§ 11.3. Определение условных вероятностей поражения . . . . .	231
§ 11.4. Связь вероятности поражения с промахом . . . . .	232
§ 11.5. Определение распределения промахов при самонаведении .	237
§ 11.6. Определение распределения промахов при телеуправлении первого вида . . . . .	247
§ 11.7. Приближенная оценка качества отдельных радиолиний системы . . . . .	249

§ 11.8 Общая характеристика методов исследования систем управления . . . . .	255
Контрольные вопросы . . . . .	257
<b>Г л а в а 12. Анализ систем управления методом линеаризации и замораживания параметров . . . . .</b>	<b>259</b>
§ 12.1. Общая характеристика метода линеаризации и замораживания параметров . . . . .	259
§ 12.2. Анализ структурной схемы системы самонаведения методом линеаризации и замораживания параметров . . . . .	261
§ 12.3. Влияние комбинационной составляющей помехи . . . . .	272
§ 12.4. Анализ систем управления при наличии перекрестных связей между каналами . . . . .	275
Контрольные вопросы . . . . .	281
<b>Г л а в а 13. Анализ линейных нестационарных систем управления . . . . .</b>	<b>283</b>
§ 13.1. Общие соотношения в линейных нестационарных системах . . . . .	283
§ 13.2. Анализ системы самонаведения при идеальном пропорциональном наведении . . . . .	290
§ 13.3. Анализ системы самонаведения с учетом инерционности системы управления и действия флуктуационных помех . . . . .	296
Контрольные вопросы . . . . .	310
<b>Г л а в а 14. Исследование системы управления методом статистической линеаризации . . . . .</b>	<b>312</b>
§ 14.1. Основные положения метода статистической линеаризации . . . . .	312
§ 14.2. Анализ стационарных режимов систем управления методом статистической линеаризации . . . . .	319
§ 14.3. Погрешности метода статистической линеаризации . . . . .	324
Контрольные вопросы . . . . .	326
<b>Г л а в а 15. Исследование систем управления на основе теории марковских процессов . . . . .</b>	<b>328</b>
§ 15.1. Общие сведения о марковских случайных процессах . . . . .	328
§ 15.2. Одномерное уравнение Фоккера — Планка . . . . .	331
§ 15.3. О решении одномерных уравнений Фоккера — Планка для неограниченной оси координат . . . . .	334
§ 15.4. О краевых задачах для одномерного уравнения Фоккера — Планка . . . . .	340
§ 15.5. Многомерные уравнения Фоккера — Планка . . . . .	342
Контрольные вопросы . . . . .	345
<b>Г л а в а 16. Эквиваленты радиозвена системы управления . . . . .</b>	<b>346</b>
§ 16.1. Роль эквивалентов радиозвена в исследовании системы управления . . . . .	346
§ 16.2. Линейные эквиваленты радиозвена системы управления . . . . .	348
§ 16.3. Нелинейные эквиваленты радиозвена . . . . .	352
§ 16.4. Эквиваленты радиозвена при действии организованных помех . . . . .	357
Контрольные вопросы . . . . .	359
<b>Г л а в а 17. Математическое и полунатурное моделирование . . . . .</b>	<b>361</b>
§ 17.1. Возможности моделирования . . . . .	361
§ 17.2. Математическое моделирование на аналоговых машинах . . . . .	362
§ 17.3. Полунатурное моделирование . . . . .	371
Контрольные вопросы . . . . .	373
<b>Г л а в а 18. Методы синтеза систем радиоуправления . . . . .</b>	<b>374</b>
§ 18.1. Общая характеристика методов синтеза . . . . .	374
§ 18.2. Постановка задачи при применении теории статистических решений . . . . .	382

§ 18.3. Оптимальная линейная фильтрация . . . . .	393
§ 18.4. Основные соотношения при оптимальной нелинейной филь- трации . . . . .	400
§ 18.5. Синтез оптимального дискриминатора . . . . .	410
§ 18.6. Синтез оптимального линейного фильтра $\Phi_1$ (оптимальных сглаживающих цепей) и определение потенциальной точ- ности воспроизведения сообщений . . . . .	413
Контрольные вопросы . . . . .	423

### ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

#### ТОЧНОСТЬ И ДАЛЬНОСТЬ ДЕЙСТВИЯ СИСТЕМ РАДИОУПРАВЛЕНИЯ

Г л а в а 19. Точность измерения угловых отклонений . . . . .	427
§ 19.1. Потенциальная точность пеленгации . . . . .	427
§ 19.2. Сравнение реальной и потенциальной точности пеленгации	433
Контрольные вопросы . . . . .	441
Г л а в а 20. Точность систем самонаведения. . . . .	442
§ 20.1. Вводные замечания . . . . .	442
§ 20.2. Влияние на точность самонаведения флуктуаций сигнала .	444
§ 20.3. Влияние обтекателя . . . . .	459
Контрольные вопросы . . . . .	465
Г л а в а 21. Дальность действия систем самонаведения . . . . .	466
§ 21.1. Общая характеристика подготовительного и начального этапов самонаведения . . . . .	466
§ 21.2. Расчет дальности действия систем самонаведения . . . . .	471
§ 21.3. Срыв слежения в бортовом координаторе и оценка реальной чувствительности головки самонаведения . . . . .	476
§ 21.4. Поиск сигнала в бортовом координаторе и оценка реальной чувствительности головки самонаведения . . . . .	487
Контрольные вопросы . . . . .	493
Г л а в а 22. Точность и дальность действия систем телеуправления .	494
§ 22.1. Общие замечания . . . . .	494
§ 22.2. Точность лучевого телеуправления (первого вида) по ме- тоду накрытия цели . . . . .	495
§ 22.3. Точность командного телеуправления (первого вида) по методу параллельного сближения . . . . .	504
§ 22.4. Точность действия командной радиолинии . . . . .	513
§ 22.5. Дальность действия систем телеуправления (первого вида)	526
Контрольные вопросы . . . . .	529

### ЧАСТЬ ЧЕТВЕРТАЯ

#### ОСОБЕННОСТИ РАДИОУПРАВЛЕНИЯ БАЛЛИСТИЧЕСКИМИ РАКЕТАМИ И КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ

Г л а в а 23. Кинематика и динамика космических аппаратов и бал- листических ракет . . . . .	533
§ 23.1. Вводные замечания . . . . .	533
§ 23.2. Траектории свободного полета космических аппаратов . .	535
§ 23.3. Движение космических аппаратов . . . . .	540
§ 23.4. Движение межконтинентальных баллистических ракет .	551
§ 23.5. Управление движением космического аппарата на актив- ном участке . . . . .	554
§ 23.6. Активный участок траектории космических аппаратов . .	564



§ 23.7. Коррекция траектории космических аппаратов . . . . .	568
Контрольные вопросы . . . . .	571
Г л а в а 24. Радиотехнические системы управления движением и контроля траектории космических аппаратов . . . . .	572
§ 24.1. Назначение и особенности использования радиосредств в системах управления космическими аппаратами и МБР .	572
§ 24.2. Потенциальная точность совместной статистической оценки параметров движения космических аппаратов . . . . .	577
§ 24.3. Методы определения параметров траектории по результа- там радиотехнических измерений . . . . .	586
§ 24.4. Принципы построения систем контроля траектории КА и МБР. Точность измерения параметров движения . . . . .	597
§ 24.5. Системы управления и контроля траектории МБР и ИСЗ .	616
§ 24.6. Системы контроля и коррекции траектории межпланетных космических аппаратов . . . . .	623
§ 24.7. Комплексы контроля и управления космическими аппара- тами . . . . .	627
Контрольные вопросы . . . . .	630
Г л а в а 25. Принципы автоматического управления встречей косми- ческих аппаратов . . . . .	631
§ 25.1. Общая характеристика управления встречей в космосе .	631
§ 25.2. Уравнения движения корабля относительно базы . . . . .	636
§ 25.3. Способы создания управляющих ускорений . . . . .	641
§ 25.4. Кинематические методы наведения космических кораблей .	645
§ 25.5. Функциональные и структурные схемы систем управления сближением . . . . .	653
Контрольные вопросы . . . . .	669
Литература . . . . .	670

---



**РАДИОУПРАВЛЕНИЕ РЕАКТИВНЫМИ СНАРЯДАМИ  
И КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ**

Под редакцией  
Льва Соломоновича Гуткина  
Редактор В. Г. М а ш а р о в а

Художественный редактор В. Т. Сидоренко  
Технический редактор Г. З. Шалимова  
Корректоры Т. Л. Князева, Н. М. Белякова

---

Сдано в набор 14/III 1968 г. Подписано в печать 30/X 1968 г.  
Г-52780 Формат 60×90<sup>1/16</sup>. Бумага типографская № 2. Объем 42,5 уч. п. л.  
Уч-изд. 41,614. Тираж 13 000 экз. Издательство «Советское радио»,  
Москва, Главпочтамт, п/я 693. Зак. 2072

---

Московская типография № 4 Главполиграфпрома  
Комитета по печати при Совете Министров СССР  
Большая Переяславская ул., д. 46  
Цена 2 р. 26 к.

### Замеченные опечатки

Стр.	Строка (формула)	Напечатано	Должно быть
34	2, 3 св.	$\vec{h}_x, \vec{h}_y, \vec{h}_z$	$\overline{h}_x, \overline{h}_y, \overline{h}_z$
114	4 св.	$V_p = 1000 \frac{м}{сек}$	$V_p = 700 \frac{м}{сек}$
213	3 св.	... для зарядов фугасного действия имеет порядок нескольких десятков или нескольких сотен метров.	... имеет порядок нескольких десятков или нескольких сотен метров.
234	14 св.	$\omega_{h_x, h_y}$	$\omega_2(h_x, h_y)$
280	7 св.	(12.69)	(12.71)
294	11 св.	$\cos \beta_0 \approx 1 \approx \dots$	$\cos \beta_0 \approx 1 \approx \cos \gamma_{p0} \approx \dots$
330	ф-ла (15.3)	$\omega(x_m, \dot{x}_m)(x_{m-1}, \dot{x}_{m-1})$	$\omega(x_m, \dot{x}_m   x_{m-1}, \dot{x}_{m-1})$
340	9 св.	— $\kappa$ и $\varphi(x)$	— $\kappa_{II}$ $\varphi(x)$
379	6 сн.	детерминированности	недетерминированности
498	ф-ла (22.7)	$\frac{\Delta v_p(t)}{\Delta v_p(t)}$	$\frac{\Delta v_p(t)}{\Delta \varphi_p(t)}$
502	10 сн.	$g_{II}$	$g_{III}$
511	ф-ла (22.45)	$r_{II}^2$	$r_p$
512	ф-ла (22.49)	$r_{II}^4$	$r_p^2$
535	16 сн.	$n$ небесных	$(n - 1)$ небесных
638	1 св.	$V_{сбл} = -R$	$V_{сбл} = -\dot{R}$
647	ф-ла (25.19)	$x = \dots$	$\dot{x} = \dots$

2p.23x.

